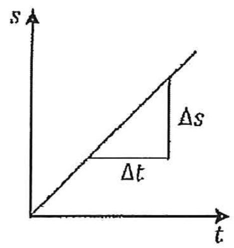
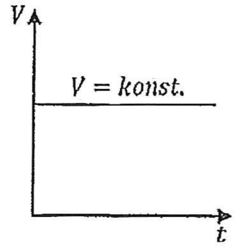
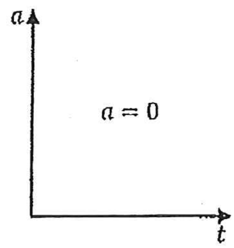
Kinematik

1) *gleichförmige geradlinige Bewegung*

$$V = \frac{s}{t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{konst.}$$





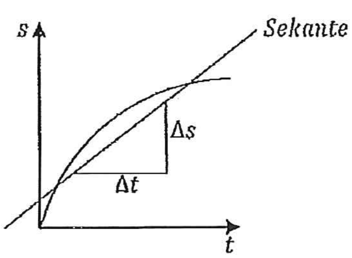


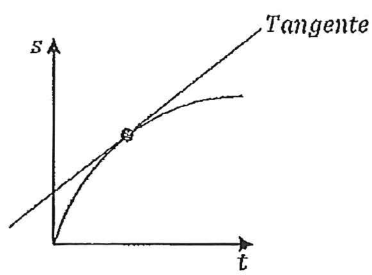
2) *ungleichmäßige (-förmig) geradlinige Bewegung*

Geschwindigkeit:

$$\overline{V} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad [\text{mittlere Geschwindigkeit}]$$

$$V(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = \dot{s}(t)$$



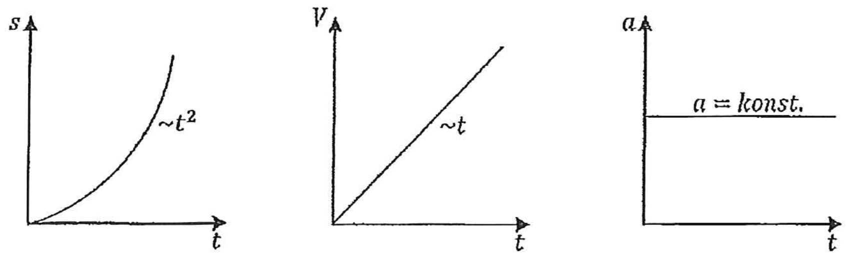


Beschleunigung:

$$a(t) = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2} = \ddot{s}(t)$$

3) *gleichmäßige beschleunigte geradlinige Bewegung*

Weg s	Geschwindigkeit V	Beschleunigung a
$s = \frac{1}{2}at^2$	$V(t) = a(t) \cdot t$	$a(t) = konst.$

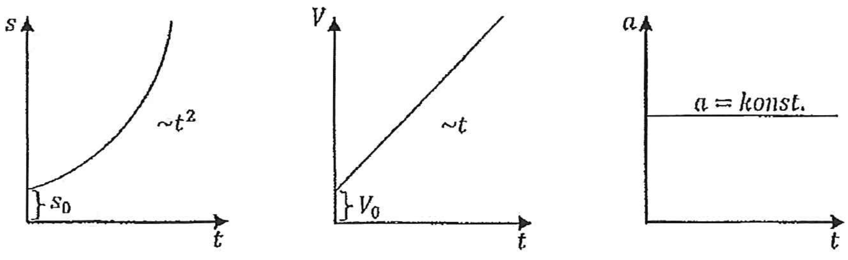


Spezialfall: „freier Fall"

Weg s	Geschwindigkeit V	Beschleunigung g	Zeit t
$h = \frac{1}{2}gt^2$	$V = g \cdot t = \sqrt{2gh}$	$g = konst.$	$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

mit Anfangsgeschwindigkeit:

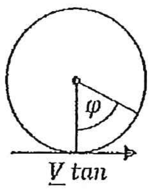
Weg s	Geschwindigkeit V	Beschleunigung a
$s = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + s_0$	$V(t) = a(t) \cdot t + V_0$	$a(t) = konst.$



4) *gleichförmige Kreisbewegung:*

$$\underline{V}_{tan} = \frac{ds}{dt} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\underline{V}_{tan} = 2\pi r \nu = \frac{2\pi r}{T}$$



$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

$$\underline{\omega} = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\phi}(t)$$

$T = Periode\ /\ Umlaufzeit$; $\nu = Frerquenz\ \left(\frac{1}{T}, Einheit\ s^{-1}\right)$

$$\underline{V}_{\tan} = \underline{\omega} \times \underline{r} \qquad \left(\omega = \frac{v}{r} \right)$$

5) *beschleunigte Kreisbewegung:*

$$\underline{a}_{\tan} = \frac{d\underline{V}_{\tan}}{dt} \qquad [Tangential-(Bahn)-beschleunigung]$$

$$\underline{a}_{\varphi} = \frac{d\underline{\omega}}{dt} \quad oder \quad \underline{a}_{\varphi} = \frac{1}{r} \cdot \underline{a}_{\tan} \qquad [Winkelbeschleunigung]$$

Dynamik

1) *relativistischer Massenzuwachs*

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad ; \quad \begin{array}{l} m = Ausgangsmasse \\ V = Geschwindigkeit \\ c = Lichtgeschwindigkeit \end{array} \qquad m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Signifikanter Massenzuwachs erst, wenn V nahe c ist!

2) *Dichte ρ*

$$m = \rho \cdot V \quad bzw. \quad \rho = \frac{m}{V}$$

3) *Newton'sche Axiome:*

1. Axiom: Trägheitsgesetz

Es gilt für $F = 0$ ist $V = 0$ bzw. $V = konstant$. Im kräftefreien Zustand ist die Geschwindigkeit eines „Massenpunktes" konstant bzw. 0!

2. Axiom: Aktionsgesetz

$$\underline{F} = m \cdot \underline{a}$$

$$\Rightarrow \underline{F} = m \cdot \underline{\dot{v}} = \underline{\dot{p}} = \frac{dp}{dt} \qquad (Impuls := m \cdot V = p)$$

3. Axiom: Wechselwirkungsgesetz

$$\underline{F}_{12} = -\underline{F}_{21}$$

$$actio = reactio$$

Jeder Kraft ist einer vom Betrag her gleichen Kraft entgegen gerichtet!

4. Axiom: Superpositionsgesetz (Zusatz)

$$F_{res} = \sum_i \underline{F}_i$$

$$\hookrightarrow wenn \sum_i \underline{F}_i = 0, dann\ statisches\ Gleichgewicht$$

$$\hookrightarrow wenn\ F_t + \sum_i \underline{F}_i = 0, dann\ dynamisches\ Gleichgewicht$$

4) *Kräfte*

Gewichtskraft:

$$\underline{G} = m \cdot \underline{g}\ ;\ \left(\underline{g} = 9{,}81 \frac{m}{s^2}\right)$$

Gravitation:

$$F_{12} = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad ; \quad \left(\gamma = 6{,}673 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}\right)$$

Federkraft:

$$\underline{F}_F = -k \cdot \underline{x}(\cdot \underline{e}_x) \quad ; \quad \begin{matrix} \underline{x}: Auslenkung \\ k: Federkonstante \end{matrix}$$

Zentrifugal-, Zentripetalkraft:

$$\underline{F}_{zp} = m \cdot \underline{a}_r = m \cdot \omega^2 \cdot r \begin{pmatrix} in\ Richtung\ des\ Drehzentrums; \\ a_r := Radialbeschleunigung \end{pmatrix}$$

$$F_{ZF} = m \frac{v_{tan}^2}{r}$$

$$F_{zp} = F_{zf} = m \cdot \omega^2 \cdot r \quad ; \quad \left(\begin{array}{c} Betragsgleichung; \\ F_{zf}\ wirkt\ nach\ außen\ entgegen \end{array} \right)$$

Reibungskräfte:

$$F_R = \mu \cdot F_N \quad ; \quad (\mu := Haft-, Gleit-, oder\ Rollreibung)$$

$$F_R\ ist\ nur\ vom\ Reibungspaar\ abhängig \rightarrow nicht\ von\ V!!!$$

Innere Reibung:

$$\underline{F}_R = -b \cdot \underline{V} \quad ; \quad (laminar\ für\ kleine\ V! \rightarrow Viskosität)$$

$$F_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot V \quad ; \quad (Kugel\ mit\ Radius\ r\ sinkt\ in\ laminarem\ Medium)$$

Turbulente Reibung:

$$\underline{F}_R = -D \cdot \underline{V}^2 \quad oder \quad \underline{F}_R = Cw \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot V^2$$

Coulomb-Kraft

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o\varepsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (elektrostatische\ Anziehung)$$

$$\varepsilon_o = 8{,}8542 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

5) Arbeit

Allgemeine Arbeit:

$$W = F \cdot s \quad (\rightarrow für\ Kräfte\ in\ Richtung\ des\ Weges)$$

$$[Einheit:\ J\ bzw.\ Nm\ bzw.\ Ws]$$

$$oder\ W = \int_a^b \underline{F} ds$$

Hubarbeit:

$$W_{Hub} = \int_a^b \underline{F}dh = \int_0^h m \cdot g \cdot dh = m \cdot g \cdot h$$

Gravitationsarbeit:

$$W_{Grav} = \gamma \cdot M \cdot m\left(\frac{1}{R_E} - \frac{1}{R_E + h}\right)$$

Spannarbeit:

$$W_{Span} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_0^2$$

Beschleunigungsarbeit:

$$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_0^2$$

Leistung:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\underline{F} \cdot ds}{dt} = \underline{F} \cdot \underline{V} \qquad [\text{Einheit: } W]$$

Energie:

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h \quad ; \quad E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad ; \quad E_{Span} = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

Energieerhaltung:

$$E_{kin} + E_{pot} + E_{Span} = konstant \quad ; \quad (\text{Idealisiert im abgeschlossenen System})$$

$$\eta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}} \quad ; \quad (\text{Wirkungsgrad im realen System})$$

Erweiterung des Energieerhaltungssatzes

$$E_{mechanisch} + E_{thermisch} + E_{chemisch} + E_{elektrisch} + E \ldots = konstant$$

Impulserhaltung:

$$\underline{p} = m \cdot \underline{V} \qquad d\underline{p} = F(t)dt$$

$$\underline{p} = \sum_i \underline{p_i} = konstant$$

Im kräftefreien Zustand bleibt der Impuls erhalten!!!

Starre Körper (Dynamik)

Gesamtmasse, Schwerpunktvektor

$$m = \iiint_{Volumen} dm$$

$$\underline{r}_s = \frac{\iiint_V \underline{r} dm}{\iiint_V dm} = \frac{1}{m} \iiint_V \underline{r} \rho dv$$

Drehmoment

$$\underline{M} = \underline{r} \times \underline{F}$$

Analogon zur Kraft der Translation (Kraft × Hebelarm)

Rotationsenergie

$$E_{Rot} = \frac{1}{2} m \cdot V_{tan}^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 \quad (\text{für Massepunkt})$$

$$E_{Rot} = \iiint_V \frac{1}{2} \omega^2 r^2 dm = \frac{1}{2} J_A \omega^2 \quad (\text{für starre Körper})$$

Massenträgheitsmoment

$$J_A = \iiint_V r^2 dm \qquad [Einheit: kg \cdot m^2]$$

$$Kugel: \quad J_A = \frac{2}{5} m \cdot r^2 \qquad Hohlzylinder: \quad J_A = \frac{1}{2} m \cdot (r_a^2 + r_i^2)$$

$$Zylinder: \quad J_A = \frac{1}{2} m \cdot r^2$$

Satz von Steiner:

$$J_A = J_s + m \cdot s^2$$

für eine um Strecke s verschobene Drehachse

Drehimpuls

$$\underline{L} = J \cdot \omega \rightarrow \text{Analogon zum Impuls}$$

Drehimpulserhaltungssatz

Für $M = 0$ (kein äußeres Drehmoment) bleibt der Drehimpuls erhalten!

Atomphysik

Diskrete Energiezustand

$$E = h \cdot \nu$$

(Plancksches Wirkungsquantum: $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s$)

Photoeffekt (Lichtelektrischer Effekt)

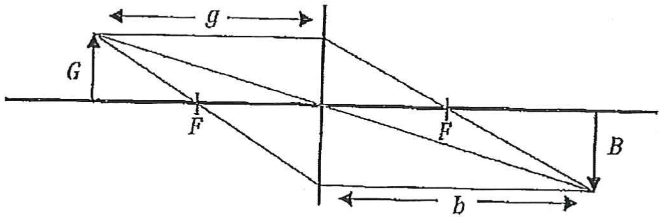
$$E = h \cdot \nu = W_A^* + \frac{1}{2} m_e \cdot v^2 \rightarrow \text{überschüssige kinetische Energie}$$

(Austrittarbeit: hängt vom Material ab)*

Geometrische Optik

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$$

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

Gegenstandsweite	Bildweite	Bildgröße	Bildart
$g > 2f$	$2f > b > f$	$B < G$	reell umgekehrt
$g = 2f$	$b = 2f$	$B = G$	reell umgekehrt
$2f > g > f$	$b > 2f$	$B > G$	reell umgekehrt
$g = f$	$b = \infty$	$B = \infty$	kein Bild
$g < f$	$b < 0$	$B > G$	virtuelles Bild

Schwingungen

$x(T) = x(t+T)$;

T = Schwingungsdauer / Periode
x = Auslenkung / Elongation
Maximalwert von x: Amplitude

$$T = \frac{\Delta t}{n}$$

$\frac{1}{T} = \nu$ Frequenz

$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ (siehe Kreis)

$x(t) = A \cdot \sin(\omega t)$

$\varphi = \omega \cdot t$ harmonische Schwingung (Schwinger)

$$v_k = \frac{\Delta s}{T}$$

Feder/Masse – Schwinger

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad ; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Federpendel

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Festigkeit:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad \sigma = \frac{F}{A}$$

$$\varepsilon = \alpha \cdot \Delta T$$

Gedämpfte Schwingung

$$x(t) = A \cdot e^{-\delta t} \cos(\omega_d \cdot t)$$

$$\delta := Dämpfung \qquad \omega_d = \sqrt{\omega^2 - \delta^2}$$

aperiodischer Grenzfall:

$$x(t) = A \cdot e^{-\delta t} (1 + \delta t) \quad für\ \delta = \omega$$

Wellen

$$A = c \cdot T = \frac{c}{\nu} \quad ;$$

T: zeitliche Periode einer Welle
ν: Frequenz
λ: räumliche Periode einer Welle

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi c}{\lambda} \qquad y = A \cdot \sin(\omega t)$$

Stoßwelle im Medium

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad ;$$

E: Elastizität
ρ: Dichte

Elektrizität

Coulomb

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2} \rightarrow elektrische\ Feldstärke$$

Gauss

$$\varphi = \varepsilon_0 \cdot E \cdot A \quad \rightarrow elektrischer\ Fluss$$