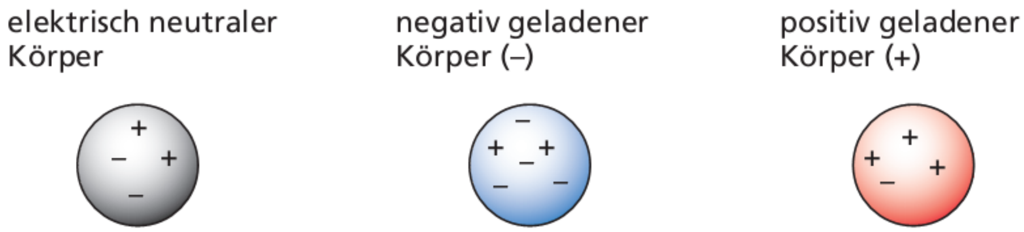
Das elektrische Feld

1. Elektrische Ladungen

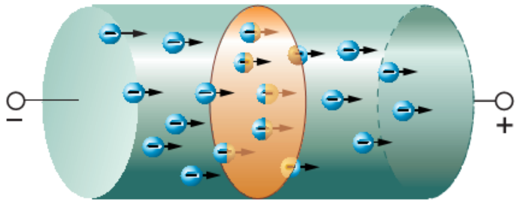
Es gibt positive und negative elektrische Ladungen. Ein elektrisch neutraler Körper besitzt gleich viele Elektronen und Protonen. Negativ geladene Körper haben einen Elektronenüberschuss, positiv geladene Körper einen Elektronenmangel.



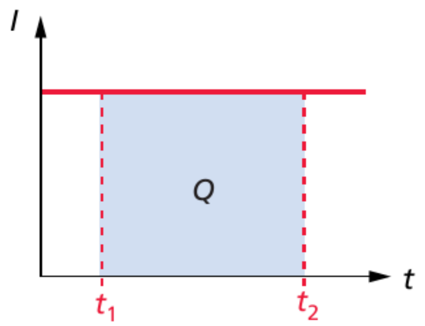
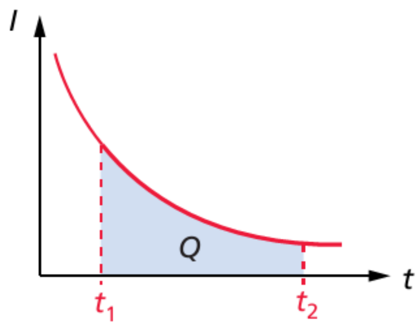
Eine **Ladungstrennung** kann durch elektrochemische Vorgänge, als Reibungselektrizität, durch thermoelektrische Vorgänge oder durch Influenz erfolgen.

Die physikalische Größe **elektrische Ladung** beschreibt, wie stark der Elektronenüberschuss bzw. -mangel eines Körpers ist.
Formelzeichen: Q
Einheit: 1 C = 1 A · s („Coulomb“)
Sie kann als Vielfaches der Elementarladung $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C berechnet werden.

Bei Stromfluss durch einen elektrischen Leiter tritt **Ladungstransport** auf.



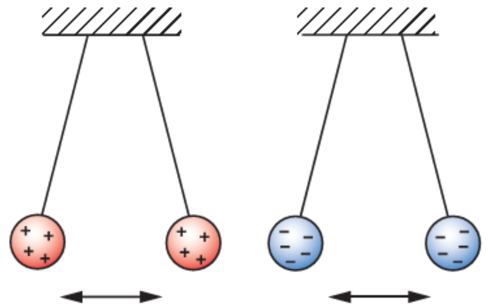
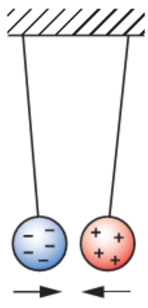
Wie viel Ladung durch den Querschnitt des Leiters hindurchtritt, hängt von der Stromstärke und der Zeit ab.

<table>
<tr><td>Stromstärke I = konstant</td><td>Stromstärke I ≠ konstant</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$Q = I \cdot \Delta t$</td><td>$Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt$</td></tr>
<tr><td>Glühlampe im Gleichstromkreis</td><td>Entladen eines Kondensators
Aufladen eines Akkumulators</td></tr>
</table>

Der **elektrische Strom** durch einen Leiter wird als bewegte Ladung beschrieben. Die Stromstärke ergibt sich als die durch den Leiterquerschnitt transportierte elektrische Ladung pro Zeit.

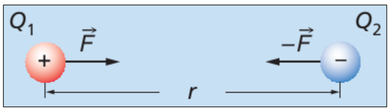
A

Zwischen elektrisch geladenen Körpern wirken Kräfte:

Gleichartig geladene Körper stoßen einander ab.	Ungleichartig geladene Körper ziehen einander an.
	

Coulombsches Gesetz: Der Kraftbetrag zwischen zwei Körpern hängt von den Ladungen und ihrem Abstand ab.

$$\boxed{F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}}$$



ε_0 … elektrische Feldkonstante

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{V \cdot m}}$

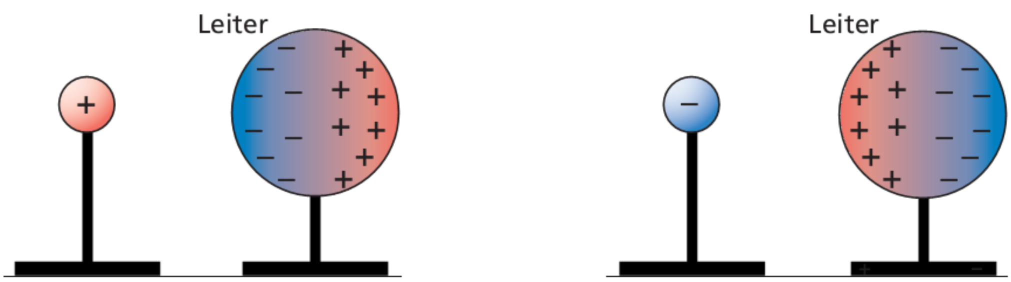
ε_r … Permittivitätszahl (Stoffkenngröße, Tabellenwert)

$\varepsilon_r = 1$ für Luft

Q … Ladungen der beiden Körper

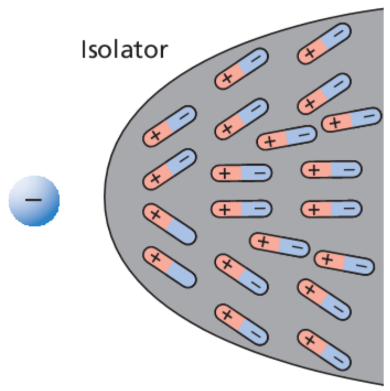
r … Abstand der Massenmittelpunkte

Influenz: Bei einem elektrischen Leiter kommt es unter dem Einfluss eines anderen geladenen Körpers aufgrund der zwischen den Ladungen wirkenden Kräfte zur **Ladungstrennung**.



influere (lat.) = hineinfließen

Dielektrische Polarisation: Bei einem Isolator kommt es unter dem Einfluss eines anderen geladenen Körpers aufgrund der zwischen den Ladungen wirkenden Kräfte zur **Ladungsverschiebung**. Die gebundenen Ladungen (elektrische Dipole) richten sich aus. Damit kann sich die Oberfläche des Isolators aufladen.



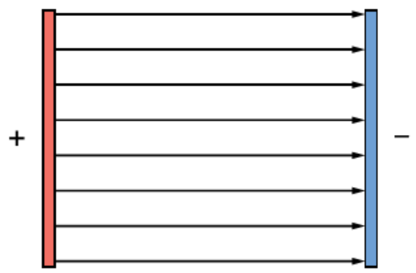
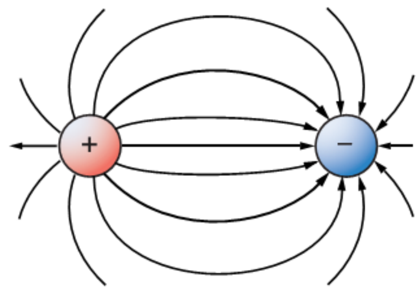
Gesetz von der Ladungserhaltung: In einem abgeschlossenen System bleibt die Gesamtladung Q erhalten.

$$\boxed{Q = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_n = \sum_{i=1}^{n} Q_i = konstant}$$

2. Elektrisches Feld und Feldstärke

Ein elektrisches Feld ist der Zustand des Raumes um einen elektrisch geladenen Körper, in dem auf andere elektrisch geladene Körper Kräfte ausgeübt werden.

Ein elektrisches Feld ist nur an seinen Wirkungen erkennbar und nachweisbar (→ Kraftbegriff). Die Darstellung erfolgt mit Hilfe eines **Feldlinienbildes**. Dieses Modell trifft Aussagen über die Beträge und Richtungen der Kräfte im elektrischen Feld:
- Je dichter die Feldlinien verlaufen, desto stärker ist die Kraft auf einen geladenen Körper.
- Die Richtung der Feldlinien gibt die Kraftrichtung auf den Körper an.

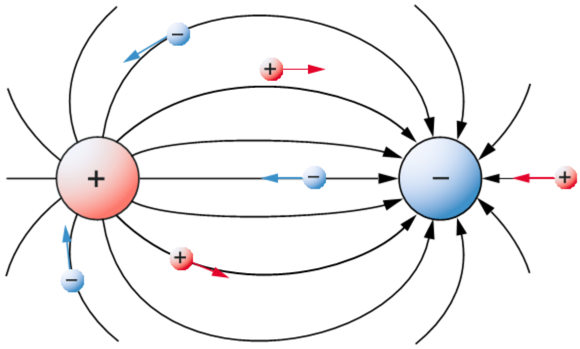
<table>
<tr><th>Homogenes Feld</th><th>Inhomogenes Feld</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Das Feld ist an allen Stellen gleich stark. Die Kraft auf einen geladenen Körper ist überall gleich groß.</td><td>Das Feld ist von Ort zu Ort unterschiedlich stark. Die Kraft auf einen geladenen Körper ist verschieden.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Im elektrostatischen Gleichgewicht (zeitlich konstantes elektrisches Feld) treten die Feldlinien aufgrund von Ladungsverschiebung senkrecht aus der Oberfläche aus oder ein.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ein elektrostatisches Feld ist nach dem Verlauf der Feldlinien von Ladung zu Ladung ein wirbelfreies Quellenfeld. Es gibt keine geschlossenen Linien. Die Quelle des Feldes ist die elektrische Ladung.</td></tr>
</table>

Wirkungen von elektrischen Feldern:
- Auf einen geladenen Körper wird eine Kraft ausgeübt.
- Bei Stoffen tritt Influenz (Leiter) oder dielektrische Polarisation (Isolator) auf.
- Im geschlossenen Stromkreis erfolgt eine gerichtete Bewegung von Ladungsträgern (Stromfluss).

Elektrische Felder können mit Hilfe von leitfähigen Stoffen (Metallhülle oder Drahtgeflecht) abgeschirmt werden. Diese Abschirmung wird als faradayscher Käfig bezeichnet.

Die elektrische Feldstärke:

Der Betrag der Kraft auf einen geladenen Körper im elektrischen Feld hängt von der Stärke des Feldes im betreffenden Punkt und von der Ladung des Probekörpers ab. Die Richtung der Kraft wird durch die Feldrichtung und die Art der Ladung bestimmt.



Die **elektrische Feldstärke** gibt an, wie groß die Kraft je Ladung in einem Punkt des elektrischen Feldes ist.

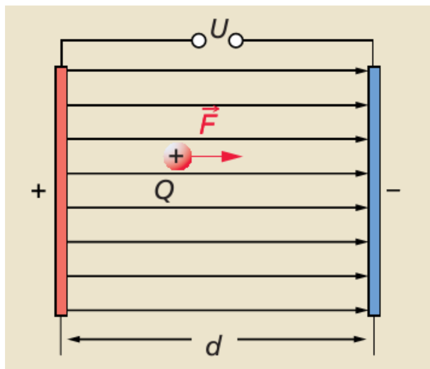
Formelzeichen: $\vec{E}$

Definition: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$ mit $\vec{F}$ ... Kraft auf einen positiv geladenen Körper

Q ... Ladung des Körpers

Einheit: $1\,\frac{N}{C} = 1\,\frac{V}{m}$

Im Inneren eines **Plattenkondensators** liegt ein homogenes elektrisches Feld vor. Die elektrische Feldstärke ist an allen Stellen gleich groß. Der Betrag hängt vom Abstand der Platten und der Spannung zwischen ihnen ab.



$\boxed{E = \frac{U}{d}}$ mit U ... Spannung zwischen den Platten

A

d ... Abstand der Platten

Bei einem elektrischen Leiter tritt im elektrischen Feld Influenz auf. Die dabei auf einer Fläche hervorgerufene Ladung ist proportional zur elektrischen Feldstärke. Als Maß für die Stärke dieses elektrischen Feldes wird die **elektrische Flussdichte** abgeleitet.

Formelzeichen: D

Definition: $D = \frac{Q}{A}$

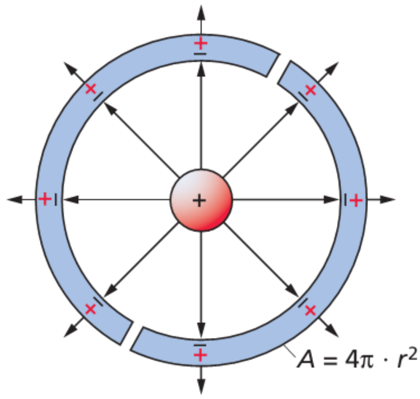
Einheit: $1\,\frac{C}{m^2}$

Zusammenhang zwischen elektrischer Flussdichte und Feldstärke:

$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E}}$ mit ε_0 ... elektrische Feldkonstante

ε_r ... Permittivitätszahl

Betrachtung des inhomogenen **Radialfeldes** einer Punktladung:



Um eine geladene Kugel werden zwei große Halbkugelschalen gelegt. Die durch Influenz auf den Halbkugelschalen hervorgerufene Ladung ist genau so groß wie die Ladung der Kugel.

Elektrische Flussdichte $D = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi \cdot r^2}$

Elektrische Feldstärke $E = \frac{D}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}$

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

Befindet sich im Radialfeld mit der felderzeugenden Ladung Q_1 ein Körper mit der Ladung Q_2, dann beträgt die Feldkraft auf diesen geladenen Körper:

$$F = E \cdot Q_2$$

$$\boxed{F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}}$$ … Coulombsches Gesetz

Wirken auf einen geladenen Körper mehrere elektrische Felder, dann gilt das **Superpositionsprinzip**. Die resultierende Kraft auf den Körper ergibt sich als Vektorsumme der einzelnen Feldkräfte.

3. Arbeit und Energie im elektrischen Feld

Arbeit im elektrischen Feld:

Wird ein geladener Körper unter Kraftaufwendung im elektrischen Feld verschoben oder infolge der Feldkraft bewegt, so wird an diesem Körper mechanische Arbeit verrichtet (Analogie zur Verrichtung von Hubarbeit im Gravitationsfeld). Im **homogenen elektrischen Feld** eines Plattenkondensators ist die Feldkraft F = E · Q = konstant. Zwischen Ausgangs- und Endpunkt der Verschiebung ergibt sich eine Spannung von U = E · s. Bei der Bewegung in Richtung der Feldlinien beträgt die verrichtete Arbeit:

$W = F \cdot s$
$W = E \cdot Q \cdot s$
$\boxed{W = Q \cdot U}$

mit Q … Ladung des Körpers
E … konstante Feldstärke
s … Weg parallel zu den Feldlinien
U … Spannung zwischen Ausgangs- und Endpunkt

Bei der Bewegung eines geladenen Körpers im inhomogenen elektrischen Feld ist die Feldkraft nicht konstant. Für das **Radialfeld** einer Punktladung gilt:

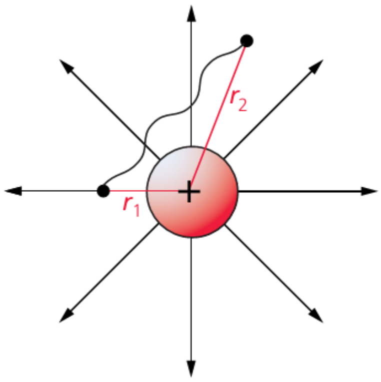
$$W = \int_{r_1}^{r_2} F(r)\, dr$$

Coloumbsches Gesetz

$$F = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$W = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\,\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r^2}\, dr$$

$$\boxed{W = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\,\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}$$



Die im elektrischen Feld oder vom Feld verrichtete Arbeit an einem geladenen Körper hängt nur von Anfangs- und Endpunkt der Verschiebung ab. Sie ist unabhängig von der Bahn zwischen diesen beiden Punkten.

Energie im elektrischen Feld:

Die von einem Körper oder an einem Körper verrichtete Arbeit (Prozessgröße) ist gleich der Änderung seiner Energie (Änderung der Zustandsgröße).

$W = \Delta E$ mit E … Energie

Dabei muss zwischen der Energie des geladenen Körpers im elektrischen Feld und der Feldenergie unterschieden werden.

Bei der Verschiebung eines positiv geladenen Körpers entgegen der Richtung der Feldlinien im homogenen elektrischen Feld eines Plattenkondensators wird am Körper Arbeit verrichtet und die **potenzielle Energie** des Körpers vergrößert sich. Bei der Bewegung in Feldlinienrichtung wird vom Körper Arbeit verrichtet und die **potenzielle Energie** des Körpers nimmt ab.

Elektrisches Potenzial und elektrische Spannung:

Die potenzielle Energie des Körpers im elektrischen Feld wird auf seine Ladung bezogen.

Formelzeichen: φ ... elektrisches Potenzial

Einheit: $1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} = 1\,\frac{\mathrm{V \cdot A \cdot s}}{\mathrm{A \cdot s}} = 1\,\mathrm{V}$

Im **homogenen elektrischen Feld** beträgt das Potenzial im Punkt P_1:

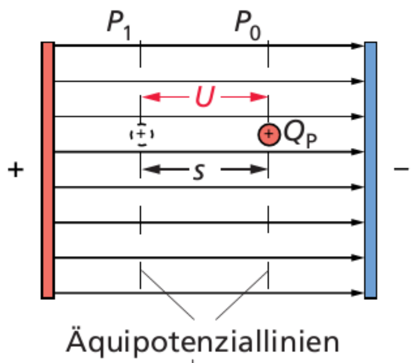
$$\varphi = \frac{E \cdot Q_P \cdot s}{Q_P} = E \cdot s$$

E ... konstante Feldstärke

Q_P ... Probeladung

s ... Weg parallel zu den Feldlinien

Im Ausgangspunkt P_0 wird das Potenzial mit null angenommen.

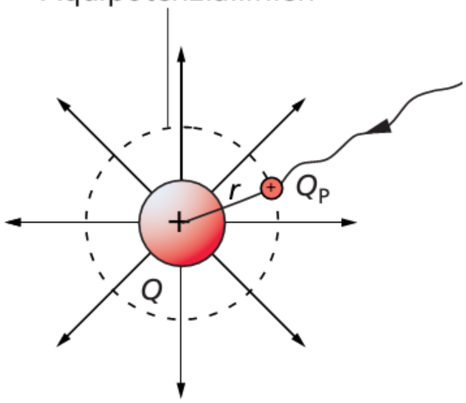


Im **Radialfeld** beträgt das Potenzial am Ort der Probeladung:

$$\varphi = \frac{1}{4\,\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{Q}{r}$$

Q ... felderzeugende Ladung

r ... Abstand zur Probeladung



Der Bezugspunkt für das Nullpotenzial liegt im Unendlichen.

Das **Potenzial** hängt nur vom Ort und von der elektrischen Feldstärke (Größe der felderzeugenden Ladung) ab. Es ist unabhängig von der Probeladung.

Äquipotenziallinien stellen Linien oder Flächen gleichen Potenzials dar. Sie stehen senkrecht zu den Feldlinien.

Die **elektrische Spannung** zwischen zwei Punkten im elektrischen Feld ist gleich der Potenzialdifferenz.

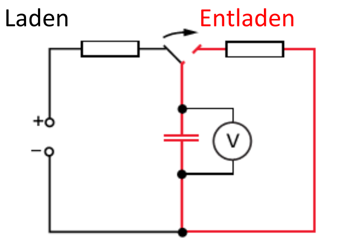
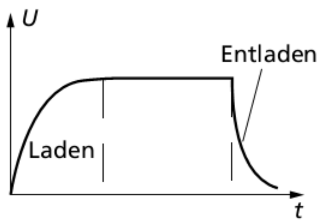
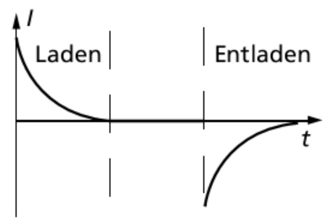
$$\boxed{U = \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1}$$

Für zwei Punkte auf einer Äquipotenzialfläche ist die Spannung zwischen ihnen null.

A

4. Kapazität eines Plattenkondensators

Ein Kondensator dient der Speicherung elektrischer Ladung bzw. elektrischer Energie. Zwei leitende Schichten werden durch ein **Dielektrikum** (Isolator) voneinander getrennt.

<table>
<tr><th>Schaltung</th><th>Verlauf der Spannung</th><th>Verlauf der Stromstärke</th></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Die **Kapazität** eines Kondensators gibt an, wie viel elektrische Ladung bei einer Spannung von 1 V gespeichert werden kann.

Formelzeichen: C

Definition: $C = \frac{Q}{U}$ mit Q ... elektrische Ladung
U ... elektrische Spannung

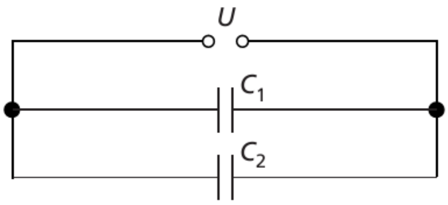
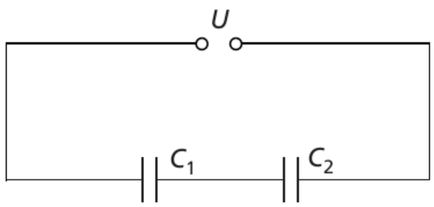
Einheit: 1 F (Farad) = $1\,\frac{C}{V} = 1\,\frac{A \cdot s}{V}$

Bei einem **Plattenkondensator** ist die Kapazität umso größer, je größer die Platten und je kleiner der Abstand zwischen ihnen ist.

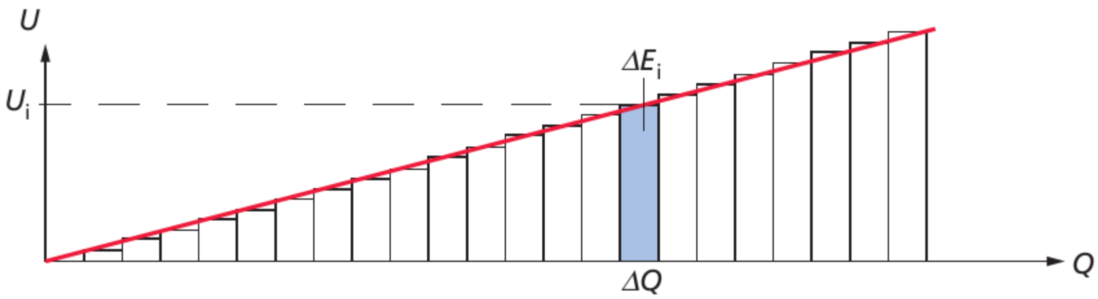
$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$ mit A ... Fläche der Platten
d ... Abstand der Platten
ε_0 ... elektrische Feldkonstante
ε_r ... Permittivitätszahl (Dielektrizitätszahl)

Die Permittivitätszahl ist eine Materialkonstante, die den Einfluss des Dielektrikums auf die Kapazität des Kondensators angibt. Durch die Verwendung spezieller Werkstoffe kann die Speicherfähigkeit erhöht werden.

Für die Schaltung von Kondensatoren gelten folgende Gesetze:

	Parallelschaltung	**Reihenschaltung**
		
Kapazität	$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$	$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$
Spannung	$U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n$	$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$
Ladung	$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n$	$Q = Q_1 = Q_2 = \ldots = Q_n$

Zwischen den Platten baut sich beim Aufladen eines Kondensators ein elektrisches Feld auf. Dieses elektrische Feld ist Träger der Energie. Der Betrag der im geladenen Kondensator gespeicherten **Feldenergie** hängt von seiner Kapazität und der Ladespannung ab.



Beim Aufladen wird Ladung zu den Kondensatorplatten transportiert. Die dabei verrichtete Arbeit und damit auch die gespeicherte Feldenergie entsprechen der Fläche unter der ansteigenden Geraden im Diagramm. Für ein Ladungselement gilt: $\Delta E_i = W_i = \Delta Q \cdot U_i$

Die Gesamtarbeit bzw. die im Kondensator gespeicherte Feldenergie (Arbeit = Energieänderung) ergeben sich als Summe aller Anteile.

Allgemein gilt: $\Delta E = W = \int_0^Q U\, dQ$

Spezieller Fall: $\Delta E = W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U$ mit $Q = C \cdot U$

$\Delta E = W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$ mit Q … Ladung des Kondensators

U … Spannung des Kondensators

A

C … Kapazität des Kondensators

5. Geladene Teilchen in elektrischen Feldern

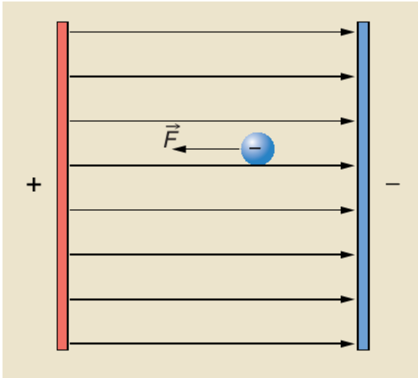
Auf geladene Teilchen wirkt eine Feldkraft.

F = E · Q mit E … Feldstärke und Q … Ladung

Elektronen im homogenen Längsfeld:

Befindet sich ein Elektron mit der Elementarladung e in einem **homogenen Längsfeld**, ist die Feldkraft konstant.

F = E · e



Ein frei bewegliches Elektron wird entgegen der Feldrichtung beschleunigt.

$$a = \frac{F}{m} = E \cdot \frac{e}{m}$$

Definition der spezifischen (massebezogenen) Ladung eines Elektrons:

$$\frac{e}{m} = 1{,}759 \cdot 10^{11}\, \frac{C}{kg}$$

Während der Beschleunigung wird Feldenergie in kinetische Energie des Elektrons umgewandelt.

$$e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Das Elektron erreicht im **homogenen Längsfeld** eine Geschwindigkeit von:

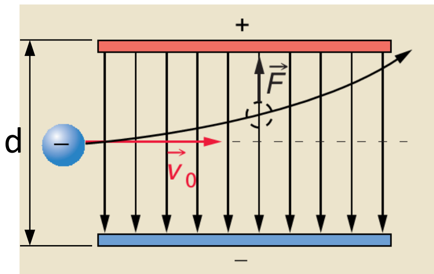
A $$\boxed{v = \sqrt{2 \cdot U \cdot \frac{e}{m}}}$$ mit U … Beschleunigungsspannung

Elektronen im homogenen Querfeld:

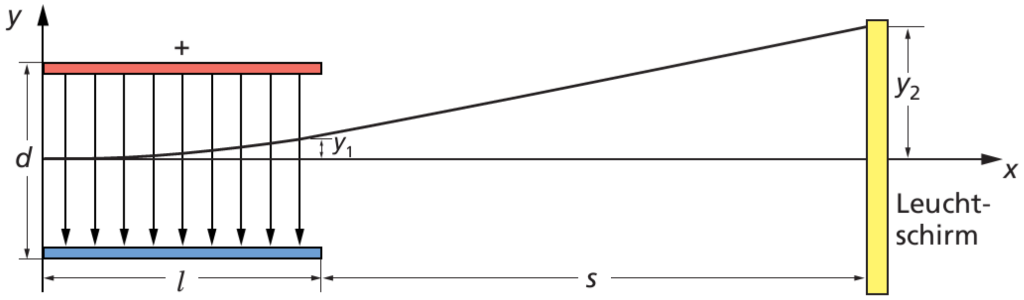
Tritt ein Elektron mit der Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0$ senkrecht zu den Feldlinien in ein homogenes elektrisches Feld ein, dann wirkt eine konstante Feldkraft mit dem Betrag:

$$F = E \cdot e = \frac{U_A}{d} \cdot e$$ mit U_A … Ablenkspannung

Diese Feldkraft bewirkt eine Ablenkung des Elektrons aus der ursprünglichen Ausbreitungsrichtung. Das Elektron bewegt sich auf einer parabelförmigen Bahn (vgl. waagerechter Wurf eines Körpers unter Einwirkung der Gewichtskraft).



Bahnkurve für die Ablenkung von Ladungsträgern im **homogenen Querfeld**:



Innerhalb des Querfeldes überlagert sich eine gleichförmige Bewegung in x-Richtung mit einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung in y-Richtung.

x-Richtung	y-Richtung
$x = v_0 \cdot t$ $t = \frac{x}{v_0}$ Einsetzen →	$y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ $y = \frac{1}{2} \cdot E \cdot \frac{e}{m} \cdot t^2$ $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_A}{d} \cdot \frac{e}{m} \cdot t^2$ $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_A}{d} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{x^2}{v_0^2}$ $y_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_A}{d} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{l^2}{v_0^2}$ im Kondensator $y_2 = \frac{U_A}{d} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{l}{v_0^2} \cdot \left(\frac{l}{2} + s\right)$ auf dem Schirm

Für die Ablenkung auf dem Leuchtschirm ergibt sich in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung U_B:

$$y_2 = \frac{U_A}{d} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{l}{v_0^2} \cdot \left(\frac{l}{2} + s\right) \quad \text{mit} \quad v_0 = \sqrt{2 \cdot U_B \cdot \frac{e}{m}}$$

$$y_2 = \frac{U_A}{d} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{l \cdot m}{2 \cdot U_B \cdot e} \cdot \left(\frac{l}{2} + s\right)$$

$$\boxed{y_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_A}{d} \cdot \frac{l}{U_B} \cdot \left(\frac{l}{2} + s\right)} \quad \text{mit } U_A \text{ … Ablenkspannung}$$

Technische Anwendung findet die Ablenkung von Elektronenstrahlen in **Braunschen Röhren** (Elektronenstrahlröhren) für Oszillografen zur Anzeige des Zeitverlaufs von elektrischen Spannungen.

Das Bild zeigt den Aufbau einer **Elektronenstrahlröhre**.