# Deep Learning

## Einführung - Thema 2


Silas Hoffmann

13. April 2020

Fachhochschule Wedel





Deep Learning

Einführung - Thema 2

Silas Hoffmann

13. April 2020

Fachhochschule Wedel

# Inhalt





Inhalt

Geschichtliche Entwicklung
McCulloch-Pitts-Neuron
Perceptron
Adeline

Aktuelle Entwicklung
Backpropagation
Convolutional Neural Network

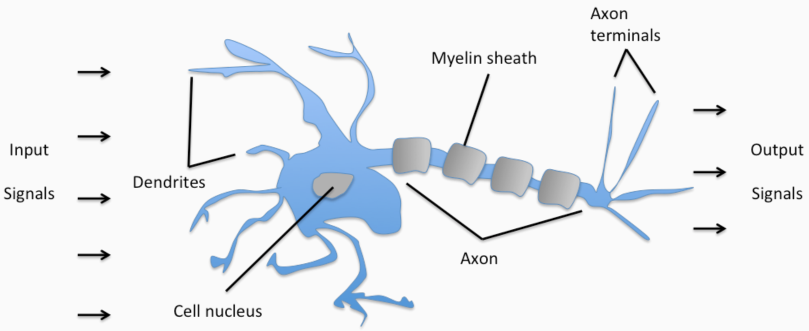
# Geschichtliche Entwicklung

## McCulloch-Pitts-Neuron



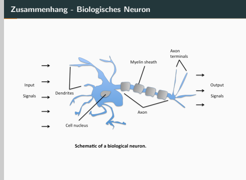
Geschichtliche Entwicklung
McCulloch-Pitts-Neuron

# Zusammenhang - Biologisches Neuron




**Schematic of a biological neuron.**

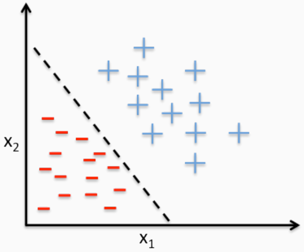




1. *Dendriten*: Nehmen Infos auf
   - besizten Rezeptoren und Signale anderer Dendriten aufzunehmen
2. Signale: bewirken elektrische Veränderungen
   - werden vom Zellkern (Soma) interpretiert / verarbeitet
   - Zellkern sammelt Infos, speichert diese im Axonhügel
3. Ursprung vom Axon / Neuriten
4. Wenn Signal stark genug: an Axon weitergeleitet
   - auch als *Aktionspotential bezeichnet*
   - Signal am Ende über Axonterminale per Neurotransmitter mit nächste Dendriten verbunden

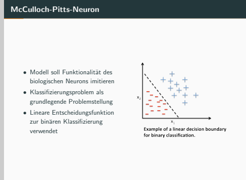
# McCulloch-Pitts-Neuron

- Modell soll Funktionalität des biologischen Neurons imitieren
- Klassifizierungsproblem als grundlegende Problemstellung
- Lineare Entscheidungsfunktion zur binären Klassifizierung verwendet



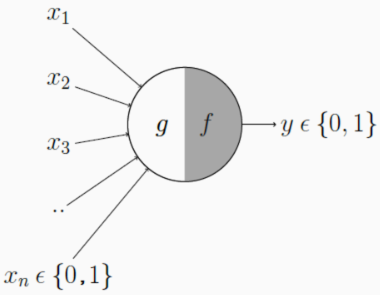

**Example of a linear decision boundary for binary classification.**





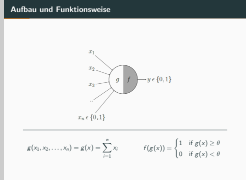
1. 1943: Warren McCulloch & Walter Pitts
2. soll biologisches Neuron imitieren
3. Klassifizierungsproblem: anhand vom geg. Merkmalsvektor entscheiden ob Objekt X in Klasse K liegt
4. hier lediglich binäre Klassifikation
   - Unterscheidung nur zwischen zwei Klassen
   - Sonderfall dieses Modells: nur boolesche Eingabewerte
5. muss mittels linearer Entscheidungsfunktion definierbar sein

# Aufbau und Funktionsweise



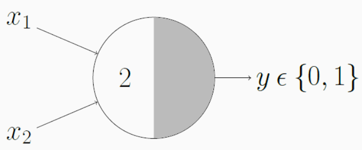

$$g(x_1, x_2, \ldots, x_n) = g(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad f(g(x)) = \begin{cases} 1 & \text{if } g(x) \geq \theta \\ 0 & \text{if } g(x) < \theta \end{cases}$$





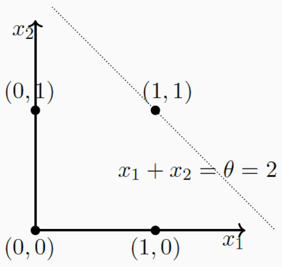
1. beliebig viele Eigabewerte
   - müssen boolescher Natur sein
2. Arbeitsschritte:
   - Alle Werte aufaddiert (Fkt. $g$)
   - Fkt. $f$ prüft ob Schwellwert überschritten
3. Es folgt: Logik Gattter mit Modell dargestellt

# Notation AND-Gatter

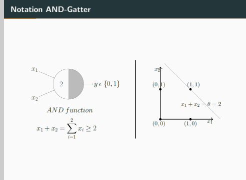



$AND\ function$

$$x_1 + x_2 = \sum_{i=1}^{2} x_i \geq 2$$

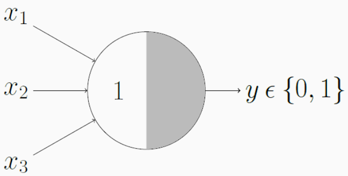




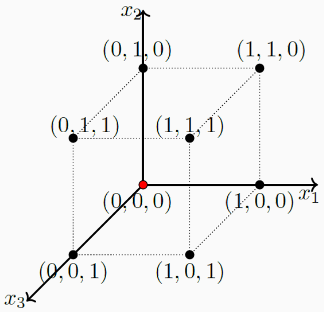

1. Anhand von Grafik erläutern
2. Schwellwert auf der linken Seite notiert

# Notation OR-Gatter

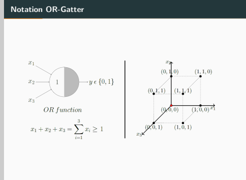



*OR function*

$$x_1 + x_2 + x_3 = \sum_{i=1}^{3} x_i \geq 1$$



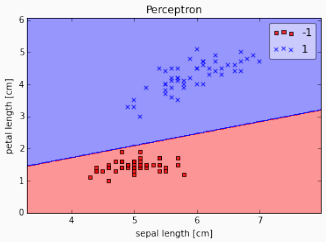


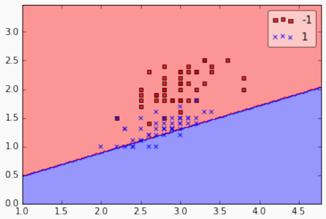



1. Anhand von Grafik erläutern, auch im 3d - Raum möglich

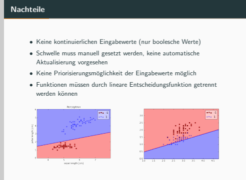
# Nachteile

- Keine kontinuierlichen Eingabewerte (nur boolesche Werte)
- Schwelle muss manuell gesetzt werden, keine automatische Aktualisierung vorgesehen
- Keine Priorisierungsmöglichkeit der Eingabewerte möglich
- Funktionen müssen durch lineare Entscheidungsfunktion getrennt werden können





1. keine kontinuierlichen Eingabewerte
   - nur boolesche Werte
   - Schwierig für komplexe Anwendungen
   - siehe Bilderkennung - Farbwerte
2. Schwelle muss manuelle gesetzt werden
   - Sprich kein Lernalgorithmus vorhanden
3. Keine Priorisierungsmöglichkeiten
   - siehe Gewichtete Eingaben
4. Funktionen durch lineare Entscheidungsfunktion getrennt
   - schwierig bei überlappenden Cluster
   - keine Polynome wie bei späteren Entwicklungen möglich
5. auch gedeckelte Fkt. wie XOR können nicht dargestellt werden
   - Schwelle muss genau getroffen werden

# Geschichtliche Entwicklung

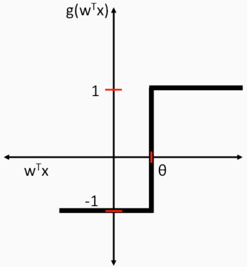
## Perceptron



Geschichtliche Entwicklung
Perceptron

# Perceptron

- Ähnliche Aktivierungsfunktion wie beim MP-Neuron
- Jedoch gewichtete Eingabewerte



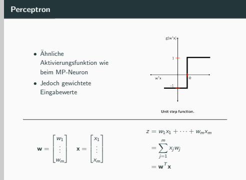

**Unit step function.**

---

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}$$

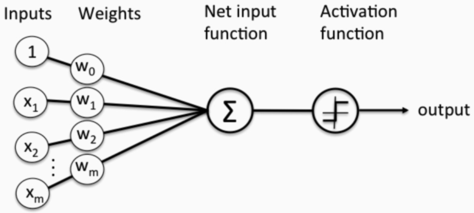
$$\begin{aligned} z &= w_1 x_1 + \cdots + w_m x_m \\ &= \sum_{j=1}^{m} x_j w_j \\ &= \mathbf{w}^T \mathbf{x} \end{aligned}$$





1. 1958: US-amerikanische Psychologe / Informatiker Frank Rosenblatt
2. älteste heutzutage noch genutzte NN
3. inspiriert vom Auge einer Fliege
   - Flugrichtung - Entscheidungen teils direkt im Auge getroffen
4. Weiterentwicklung der MP-Zelle
5. Eingabewerte mit Gewichten priorisiert
   - Auf Formel verweisen
6. Gleich bleibt jedoch die binäre Klassifikation
   - Verweis auf Unit step function
   - hier jedoch nicht Wahrheitswerte sondern -1 und 1

# Aufbau



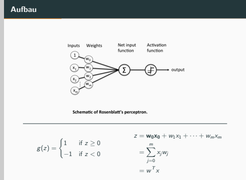

**Schematic of Rosenblatt's perceptron.**

---

$$g(z) = \begin{cases} 1 & \text{if } z \geq 0 \\ -1 & \text{if } z < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} z &= \mathbf{w_0 x_0} + w_1 x_1 + \cdots + w_m x_m \\ &= \sum_{j=0}^{m} x_j w_j \\ &= w^T x \end{aligned}$$





1. Grafik erläutern
2. Konvention:
   - erleichtert später Notation der Lernregel
   - Schwellwert auf andere Seite der z-Wert Gleichung ziehen

# Lernregel - Ablauf

- Modell übernimmt selbst die Anpassung der Gewichte
- Test mittels einer Menge von gelabelten Trainingsdatensätzen

**Grober Ablauf**

- Initialisiere die Gewichte mit einem sehr kleinen Wert oder 0.
- Für jeden Datensatz der Menge von Trainingsdatensätzen:
  - Berechne den Ausgabewert des Systems
  - Gleiche die Gewichte an



Lernregel - Ablauf
- Modell übernimmt selbst die Anpassung der Gewichte
- Test mittels einer Menge von gelabelten Trainingsdatensätzen
Grober Ablauf
- Initialisiere die Gewichte mit einem sehr kleinen Wert oder 0.
- Für jeden Datensatz der Menge von Trainingsdatensätzen:
  - Berechne den Ausgabewert des Systems
  - Gleiche die Gewichte an

1. Rosenblatt erfindet *lernenden* Algorithmus
2. Auf Menge von Trainingsdatensätzen zurückgegriffen
   - Datensätze bestehen aus Ein- und erwarteten Ausgabewerten
   - in Literatur auch *gelabelte* Werte genannt
3. Lernalgorithmus - grobe Zusammenfassung
   - Gewichte mit kleinem Wert / 0 vorinitialisieren
   - Datensätze durchiterieren
     - Ausgabewert berechnen
     - Gewichte angleichen

# Lernregel - Formel

**Angleichung der Gewichte**

- Gewichte komponentenweise angleichen: $w_j := w_j + \Delta w_j$
- Gewichtsänderung: $\Delta w_j = \eta\,(\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})\,x_j^{(i)}$

- Beispiel - Iteration mit zweidimensionalem Trainingsvektor:

$$\Delta w_0 = \eta(\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})$$
$$\Delta w_1 = \eta(\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})\,x_1^{(i)}$$
$$\Delta w_2 = \eta(\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})\,x_2^{(i)}$$



Lernregel - Formel
Angleichung der Gewichte
- Gewichte komponentenweise angleichen: $w_j := w_j + \Delta w_j$
- Gewichtsänderung: $\Delta w_j = \eta\,(\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})\,x_j^{(i)}$
- Beispiel - Iteration mit zweidimensionalem Trainingsvektor:
$\Delta w_0 = \eta(\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})$
$\Delta w_1 = \eta(\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})\,x_1^{(i)}$
$\Delta w_2 = \eta(\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})\,x_2^{(i)}$

1. Erste Formel auf Slide beschreiben
   - Gewichte können zu Gewichtsvektor zusammengezogen werden
     - hier komponentenweise betrachtet
   - Delta (Dreieck) wird stets als Änderung verstanden
2. Exponent *i* hierbei jeweils als Index des Trainingsvektors in Menge
3. Lernalgorithmus arbeitet inkrementell
   - Lernrate (eta) bestimmt wie stark die Gewichte pro Durchlauf angeglichen werden
   - Differenz mit Lernrate und Eingabewert multipliziert
4. Iteration mit 2d - Eingabevektor
   - w0 hierbei der Schwellwert selbst
   - Faktor x weggelassen da bereits gleich 1
   - Nutzung der beschriebenen Notation

# Lernregel - Trainingsbeispiele

**Gewichtsänderung**

$\Delta w_j = \eta\ (\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})\ x_j^{(i)}$

- Trainingsdatensatz richtig erkannt:

$$\Delta w_j = \eta\big((-1^{(i)}) - (-1^{(i)})\big)\ x_j^{(i)} = 0$$
$$\Delta w_j = \eta(1^{(i)} - 1^{(i)})\ x_j^{(i)} = 0$$

- Trainingsdatensatz falsch erkannt:

$$\Delta w_j = \eta\big(1^{(i)} - (-1^{(i)})\big)\ x_j^{(i)} = \eta(2)\ x_j^{(i)}$$
$$\Delta w_j = \eta\big((-1^{(i)}) - 1^{(i)}\big)\ x_j^{(i)} = \eta(-2)\ x_j^{(i)}$$



Lernregel - Trainingsbeispiele
Gewichtsänderung
$\Delta w_j = \eta\ (\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})\ x_j^{(i)}$
Trainingsdatensatz richtig erkannt:
$\Delta w_j = \eta\big((-1^{(i)}) - (-1^{(i)})\big)\ x_j^{(i)} = 0$
$\Delta w_j = \eta(1^{(i)} - 1^{(i)})\ x_j^{(i)} = 0$
Trainingsdatensatz falsch erkannt:
$\Delta w_j = \eta\big(1^{(i)} - (-1^{(i)})\big)\ x_j^{(i)} = \eta(2)\ x_j^{(i)}$
$\Delta w_j = \eta\big((-1^{(i)}) - 1^{(i)}\big)\ x_j^{(i)} = \eta(-2)\ x_j^{(i)}$

1. Erinnerung: erst target dann output
2. Richtig erkannt
   - Generell Ausgabe 0, keine Änderung
   - Beide Falsch: -1
   - Beide Richtig: +1
3. Falsch erkannt
   - output zu klein
     - erwartetet +1 bekommen -1
     - Positiver (Differenz-)Faktor
   - output zu groß
     - erwartetet -1 bekommen +1
     - Negativer (Differen-)Faktor

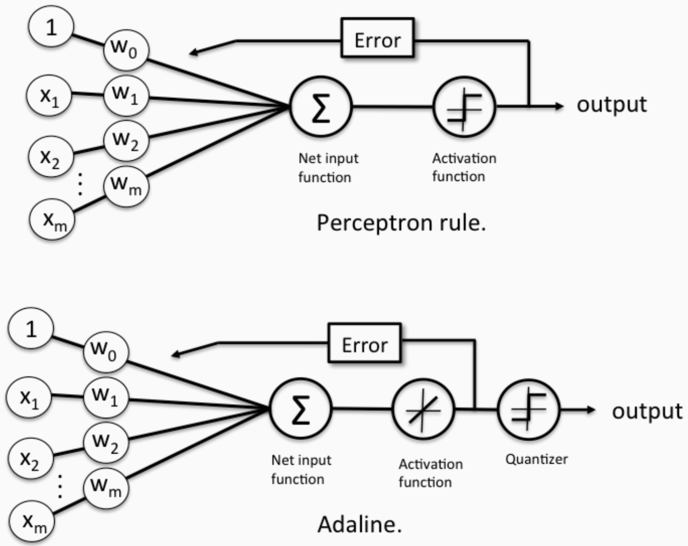
# Geschichtliche Entwicklung

## Adeline

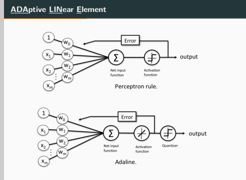


Geschichtliche Entwicklung
Adeline

# ADAptive LINear Element





1. 1959: Stanford Prof. Bernard Widrow & Elektroingenieur Marcian Edward Hoff
2. ADELINE: ADAptive LINear Element
3. Modell: Verzicht auf Einheitssprungfunktion bei Angleichung der Gewichte

   – Stattdessen lineare Aktierungsfunktion
   – erstmal nur Identitätsfunktion verwendet
   – Entscheidungsfunktion für output weiterhin verwendet

# Delta-Regel

- Leralgorithmus durch Erfinder geprägt
- auch unter *Least-Mean-Square*-Algrithmus bekannt
- Wesentlicher Vorteil: Ableitbare Kostenfunktion

**Notation**

$$J(w) = \frac{1}{2}\sum_i (\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})^2 \qquad \text{output}^{(i)} \in \mathbb{R}$$



Delta-Regel

- Leralgorithmus durch Erfinder geprägt
- auch unter *Least-Mean-Square*-Algrithmus bekannt
- Wesentlicher Vorteil: Ableitbare Kostenfunktion

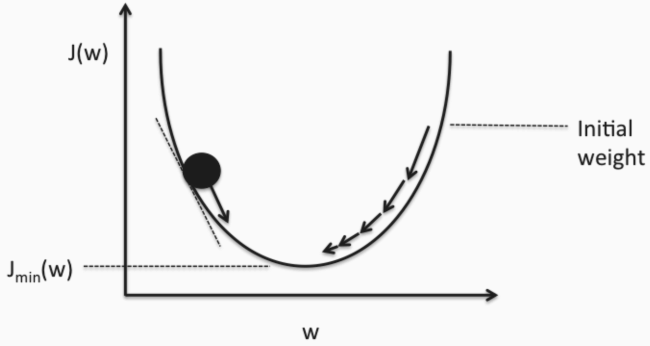
Notation

$$J(w) = \frac{1}{2}\sum_i (\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})^2 \qquad \text{output}^{(i)} \in \mathbb{R}$$

1. Auch unter *Least-Mean-Square-Algorithmus* bzw. *Regressionsquadratsumme* bekannt
   - noch heute relevant
2. Funktion stellt Kostenfunktion dar
   - Fehler bei Kostenfunktion soll mithilfe der Lernregel minimiert werden
3. Vorteil dieses Ansatzes: Ableitbare Kostenfunktion
4. Formel erläutern:
   - Differenz quadriert um Vorzeichen zu verlieren
   - Faktor 1 / 2 vorschieben um Ableitung einfacher zu gestalten
   - über alle Trainingsdatensätze der Menge iterieren
     - Größe i
5. Für genaueres Verständnis erstmal Einschub mit Gradientenverfahren

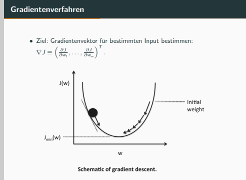
# Gradientenverfahren

- Ziel: Gradientenvektor für bestimmten Input bestimmen: $\nabla J \equiv \left(\frac{\partial J}{\partial w_1}, \ldots, \frac{\partial J}{\partial w_m}\right)^T$.




**Schematic of gradient descent.**





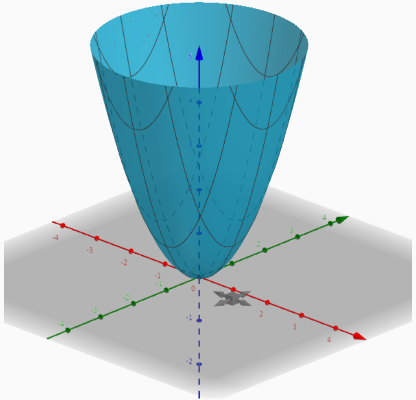
1. Wesentlicher Nachteil der Sprungfunktion: Nicht stetig & damit nicht differenzierbar
2. Adeline verwendet Identitätsfunktion
3. Abbildung erläutern, Metapher: Ball rollt Hügel herunter
   - Abbildung erstmal nur mit einem einzelnen Gewicht geplottet
   - Ableitung an einer bestimmten Stelle gleich der Steigung
   - Gradientenvektor gibt diese Richtung an
     - Mehrdimensional wenn mehreren Eingabeargumenten vorhanden
   - Steigung muss invertiert werden
4. Es folgt: Exkurs - Partielle Ableitungen

# Partielle Ableitungen

- Differenzieren von Funktionen mit mehreren Eingabewerten
- Beispiel: $z = f(x, y) = x^2 + y^2$

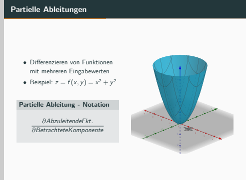
**Partielle Ableitung - Notation**

$$\frac{\partial AbzuleitendeFkt.}{\partial BetrachteteKomponente}$$

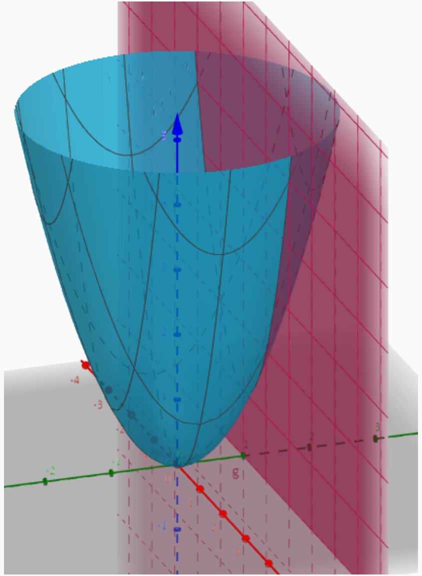


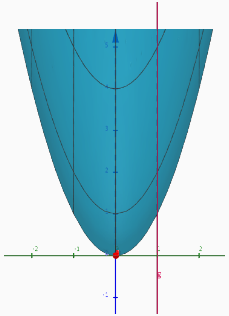
2020-04-13

Deep Learning
└ Geschichtliche Entwicklung
  └ Adeline
    └ Partielle Ableitungen



1. Notation: Bruch
   - Zähler: Abzuleitende Funktion
   - Nenner: Betrachtete Komponente
2. Abbildung: Fkt. geplottet mit 2 Eingabekomponenten
   - Funktion: $z = f(x) = x^2 + y^2$
   - Metapher: Blickwinkel erläutern
   - nächste Folie miteinbeziehen



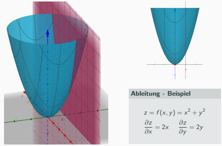


### Ableitung - Beispiel

$$z = f(x, y) = x^2 + y^2$$

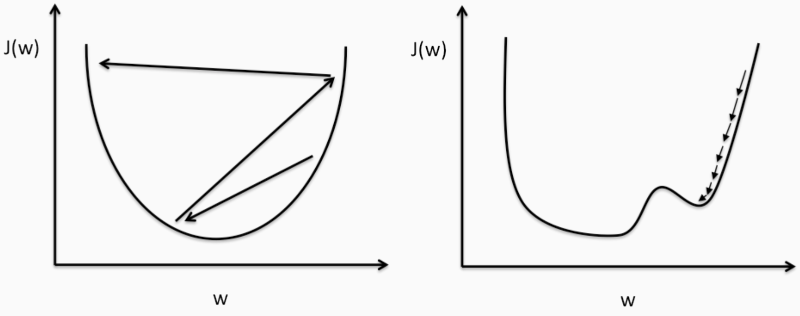
$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = 2y$$





1. Metapher: Blickwinkel erläutern

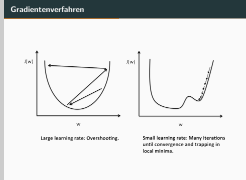
# Gradientenverfahren




**Large learning rate: Overshooting.**

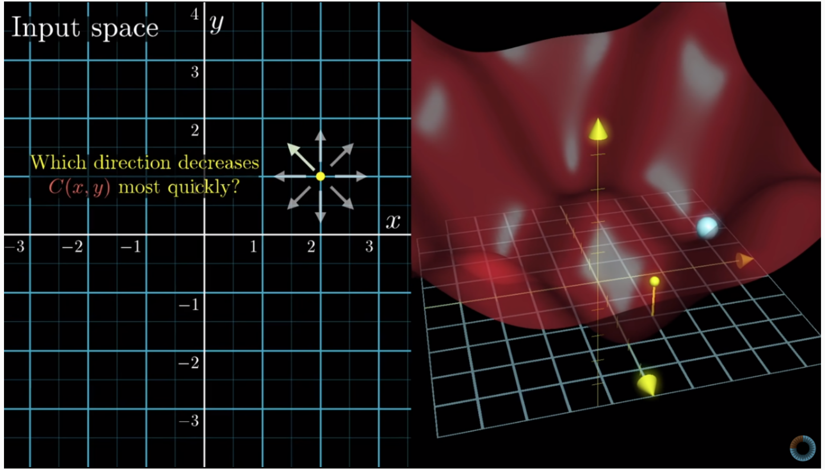
**Small learning rate: Many iterations until convergence and trapping in local minima.**



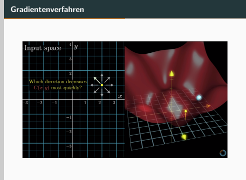


1. Lernrate kann als Schrittweite verstanden werden
2. Zwei mögliche Probleme:
   - Overshooting: Schrittweite zu groß - Minimum wird nicht erkannt
   - Lokales Minimum wird gefunden - Globales bleibt unerkannt
3. Gradientenabstieg bisher nur in 2 Dimensionen (siehe nächste Folie

# Gradientenverfahren

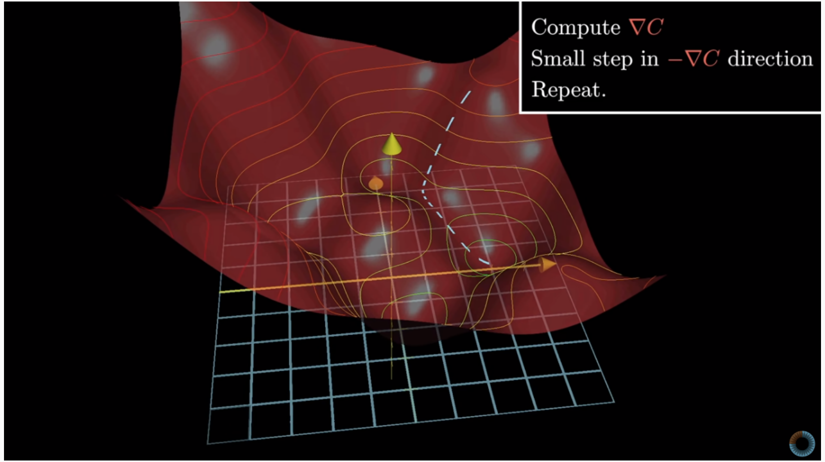




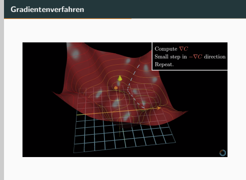




1. Abbildung: Gradientenabstieg in 3 Dimensionen geplottet
2. Hier Ball-Metapher dargestellt
3. Es folgt kompletter Durchlauf des Gradientenabsiegs

# Gradientenverfahren






1. Abbildung: Gradientenabstieg in 3 Dimensionen geplottet
2. Hier durchgeführter Gradientenabstieg

## Gradientenverfahren - Anwendung

- Gradientenvektor

$$\nabla J \equiv \left( \frac{\partial J}{\partial w_1}, \ldots, \frac{\partial J}{\partial w_m} \right)^T.$$

- Allgemein: Vektorielle Darstellung

$$\Delta w = -\eta \nabla J(w)$$

- Für die jeweiligen Gewichte: Komponentenweise Darstellung

$$\Delta w_j = -\eta \frac{\partial J}{\partial w_j}$$

- Angleichung der Gewichte $w = w + \Delta w$



Gradientenverfahren

Gradientenverfahren - Anwendung

- Gradientenvektor $\nabla J \equiv \left( \frac{\partial J}{\partial w_1}, \ldots, \frac{\partial J}{\partial w_m} \right)^T.$
- Allgemein: Vektorielle Darstellung $\Delta w = -\eta \nabla J(w)$
- Für die jeweiligen Gewichte: Komponentenweise Darstellung $\Delta w_j = -\eta \frac{\partial J}{\partial w_j}$
- Angleichung der Gewichte $w = w + \Delta w$

1. Gradientenvektor: Richtung des *Abstiegs*
   - mit *Nabla* dargestellt (Dreieck)
   - kann auch mehrdimensional sein
2. Vektorielle Darstellung
   - Eingabeparameter werden als Vektor verstanden
   - mit Gradientenvektor und Negativer Lernrate verrechnet / multipliziert
3. Komponentenweise Darstellung
   - negative Lernrate mit partieller Ableitung verrechnet
4. Angleichung der Gewichte:
   - wie schon bei vorherigen Modellen
   - Mathematische Darstellung: $w = w + \Delta w$

# Kostenfunktion ableiten

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial J}{\partial w_j} &= \frac{\partial}{\partial w_j}\frac{1}{2}\sum_i (t^{(i)} - o^{(i)})^2 \\
&= \frac{1}{2}\sum_i \frac{\partial}{\partial w_j}(t^{(i)} - o^{(i)})^2 \\
&= \frac{1}{2}\sum_i 2(t^{(i)} - o^{(i)})\frac{\partial}{\partial w_j}(t^{(i)} - o^{(i)}) \\
&= \sum_i (t^{(i)} - o^{(i)})\frac{\partial}{\partial w_j}\left(t^{(i)} - \sum_j w_j x_j^{(i)}\right) \\
&= \sum_i (t^{(i)} - o^{(i)})(-x_j^{(i)})
\end{aligned}
$$



Kostenfunktion ableiten

1. Ableiten der bisher vorgestellten Kostenfuntion (Least-Mean-Square)
2. Summe und Faktor vorziehen
3. Kettenregel anwenden
   - äußere Ableitung bereits bestimmt (Vorfaktor 2)
   - innere Ableitung steht noch aus
4. Faktor 2 kann vorgezogen werden, wird mit 1/2 verrechnet
5. Ursprüngliche Notation für die Ausgabe wird eingesetzt:
   - Ausgabe: $\sum_j w_j x_j^{(i)}$
6. Summe aufgelöst
   - es wird nach $w_j$ abgeleitet
   - alle Summanden in denen dieser Faktor nicht vorkommt entfallen

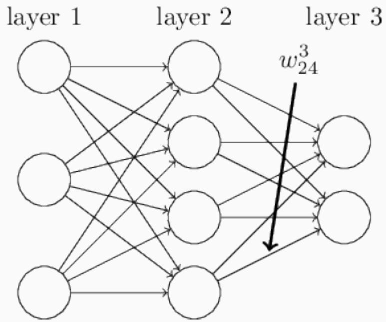
# Aktuelle Entwicklung

## Backpropagation



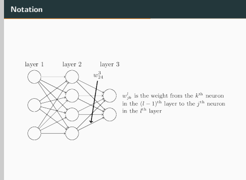
Aktuelle Entwicklung
Backpropagation

# Notation



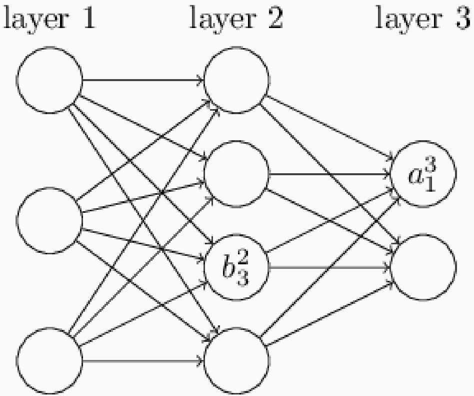

$w^l_{jk}$ is the weight from the $k^{\text{th}}$ neuron in the $(l-1)^{\text{th}}$ layer to the $j^{\text{th}}$ neuron in the $l^{\text{th}}$ layer





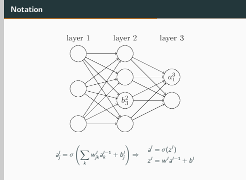

1. l: Exponent, steht für die Schicht
   – l - 1, weil man stets von hinten nach vorne schaut
2. Eingabe wird auch als eigene Schicht verstanden
3. j: Index Zielneuron
4. k: Index Startneuron

# Notation




$$a_j^l = \sigma\left(\sum_k w_{jk}^l a_k^{l-1} + b_j^l\right) \Rightarrow \begin{aligned} a^l &= \sigma(z^l) \\ z^l &= w^l a^{l-1} + b^l \end{aligned}$$





1. Ähnlich zu Gewichtsnotation
   - l bezieht sich hierbei jedoch auf aktuelle Schicht
   - j wie gehabt Index in Schicht
   - Notation gilt auch für Aktivierung a
2. Wichtig: $\sigma$ bezieht sich auf Vektor $\Rightarrow$ Vektorielle Funktion
3. Jede Komponente einzeln mit $\sigma$ verarbeitet
4. Abstraktion vom Ausgabewert vor der Aktivierungsfkt
   - *Unterschied zwischen Aktivierung und Z-Wert erläutern*
   - hilft später beim Ableiten

# Backpropagation

- Kostenfunktion soll minimiert werden
- Ziel: Optimale Gewichte und Schwellwerte finden
- Grobe Vorgehensweise: Iterativer Prozess
  - Fehlervektor der letzten Schicht berechnen
  - Fehler schichtweise zum Eingabelayer zurückführen
  - Parameter schichtweise nach Gradienten angleichen



Backpropagation
- Kostenfunktion soll minimiert werden
- Ziel: Optimale Gewichte und Schwellwerte finden
- Grobe Vorgehensweise: Iterativer Prozess
  - Fehlervektor der letzten Schicht berechnen
  - Fehler schichtweise zum Eingabelayer zurückführen
  - Parameter schichtweise nach Gradienten angleichen

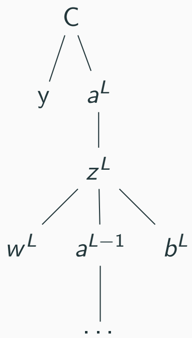
1. 1970er entwickelt, 1986 von Rummelhart, Hilten und Williams in Paper bekannt gemacht
2. Kostenfunktion wie bei Gradientenabstieg / Adeline
   - Unterschied: Hier mehrschichtiges Netz
   - Gradientenabstieg grob erläutert, ausgeblieben -
     - Anwendung im mehrschichtigen Netz und mehrdimensionale Kostenfunktion
3. Fehlervektor der letzten Schicht berechnen
   - Fehler schichtweise zum Eingabelayer zurückführen
4. Parameter schichtweise nach Gradienten angleichen

# Fehler - Ausgabeschicht

$$
\begin{aligned}
\delta_j^L &= \frac{\partial C}{\partial z_j^L} \\
&= \sum_k \frac{\partial C}{\partial a_k^L} \frac{\partial a_k^L}{\partial z_j^L} \\
&= \frac{\partial C}{\partial a_j^L} \frac{\partial a_j^L}{\partial z_j^L} \\
&= \frac{\partial C}{\partial a_j^L} \sigma'(z_j^L)
\end{aligned}
$$

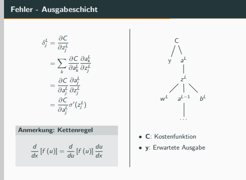
**Anmerkung: Kettenregel**

$$\frac{d}{dx}\left[f\left(u\right)\right] = \frac{d}{du}\left[f\left(u\right)\right]\frac{du}{dx}$$




- **C**: Kostenfunktion
- **y**: Erwartete Ausgabe





1. Baum nur für Netz mit einer einzigen Aktivierung repräsentativ
2. Zusammenhang mit Kettenregel erläutern
3. Großes L immer für Ausgabeschicht
4. Summfunktion: für mehrere Neuronen pro Schicht generalisiert

# Fehler - Ausgabeschicht

## Zusammenfassung

- Um den Fehlervektor der letzten Schicht zu bestimmen:

$$\delta^L = \nabla_a C \odot \sigma'(z^L)$$

- Äquivalent zu:

$$\delta^L = (a^L - y) \odot \sigma'(z^L)$$

- Um die Fehler komponentenweise zu bestimmen:

$$\delta_j^L = \frac{\partial C}{\partial a_j^L} \sigma'(z_j^L)$$



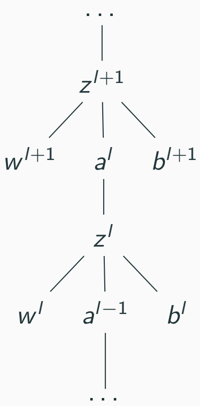
Fehler - Ausgabeschicht
Zusammenfassung
- Um den Fehlervektor der letzten Schicht zu bestimmen: $\delta^L = \nabla_a C \odot \sigma'(z^L)$
- Äquivalent zu: $\delta^L = (a^L - y) \odot \sigma'(z^L)$
- Um die Fehler komponentenweise zu bestimmen: $\delta_j^L = \frac{\partial C}{\partial a_j^L} \sigma'(z_j^L)$

1. Um den Fehlervektor der letzten Schicht zu bestimmen:
   $\delta^L = \nabla_a C \odot \sigma'(z^L)$
   - $\nabla_a C$ entspricht dabei Vektor aller $\frac{\partial C}{\partial a_j^L}$ einer Schicht
   - $\odot$: Hadamard-Produkt
     - Komponentenweise Multiplikation zweier Vektoren
     - Ausgabe ebenfalls wieder ein Vektor
2. Äquivalent zu: $\delta^L = (a^L - y) \odot \sigma'(z^L)$
   - $(a^L - y)$ Ausgabe des Systems minus erwartete Ausgabe
3. Um die Fehler komponentenweise zu bestimmen: $\delta_j^L = \frac{\partial C}{\partial a_j^L} \sigma'(z_j^L)$

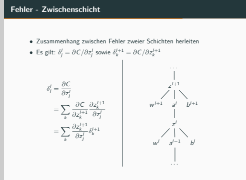
# Fehler - Zwischenschicht

- Zusammenhang zwischen Fehler zweier Schichten herleiten
- Es gilt: $\delta_j^l = \partial C / \partial z_j^l$ sowie $\delta_k^{l+1} = \partial C / \partial z_k^{l+1}$

$$\begin{aligned}
\delta_j^l &= \frac{\partial C}{\partial z_j^l} \\
&= \sum_k \frac{\partial C}{\partial z_k^{l+1}} \frac{\partial z_k^{l+1}}{\partial z_j^l} \\
&= \sum_k \frac{\partial z_k^{l+1}}{\partial z_j^l} \delta_k^{l+1}
\end{aligned}$$





1. Um von letzter Schicht auf vorherige Fehler zu schließen: $\delta_k^{l+1} = \partial C / \partial z_k^{l+1}$
2. Baum: Netz-Ausschnitt mit nur einem Neuron pro Schicht
3. Über Kettenregel wird nach aktuellem Z-Wert abgeleitet
4. Reihenfolge vertauscht
   - Letzter Term mit Definition $\delta_k^{l+1} = \partial C / \partial z_k^{l+1}$ ausgetauscht

# Fehler - Zwischenschicht

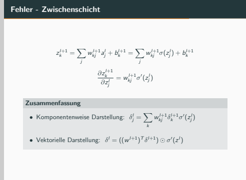
$$z_k^{l+1} = \sum_j w_{kj}^{l+1} a_j^l + b_k^{l+1} = \sum_j w_{kj}^{l+1} \sigma(z_j^l) + b_k^{l+1}$$

$$\frac{\partial z_k^{l+1}}{\partial z_j^l} = w_{kj}^{l+1} \sigma'(z_j^l)$$

## Zusammenfassung

- Komponentenweise Darstellung: $\delta_j^l = \sum_k w_{kj}^{l+1} \delta_k^{l+1} \sigma'(z_j^l)$
- Vektorielle Darstellung: $\delta^l = ((w^{l+1})^T \delta^{l+1}) \odot \sigma'(z^l)$





1. Zwischenschritt: Z-Wert des nächsten Layers
   - Definition Z-Wert eingesetzt
   - Aktivierung wird mit Sigma-Funktion ausgetauscht
2. Diese Gleichung wird nun nach $\partial z_j^l$ abgeleitet
3. Komponentenweise Darstellung: $\delta_j^l = \sum_k w_{kj}^{l+1} \delta_k^{l+1} \sigma'(z_j^l)$
   - vorherigen Zwischenschritte wurden wieder in die ursprüngliche Form eingesetzt $\sum_k \frac{\partial z_k^{l+1}}{\partial z_j^l} \delta_k^{l+1}$
   - Reihenfolge der Faktoren wurde lediglich etwas verändert
4. Vektorielle Darstellung: $\delta^l = ((w^{l+1})^T \delta^{l+1}) \odot \sigma'(z^l)$
   - Summfunktion durch Vektormultiplikation ausgetauscht

# Fehler - Schwellwerte & Gewichte

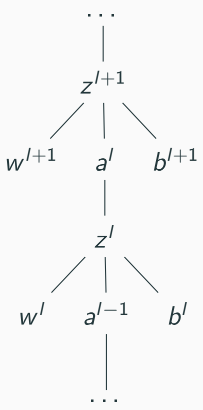
$$z_k^l = \sum_j w_{kj}^l a_j^{l-1} + b_k^l = \sum_j w_{kj}^l \sigma(z_j^{l-1}) + b_k^l$$

**Schwellwerte**

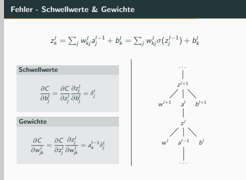
$$\frac{\partial C}{\partial b_j^l} = \frac{\partial C}{\partial z_j^l} \frac{\partial z_j^l}{\partial b_j^l} = \delta_j^l$$

**Gewichte**

$$\frac{\partial C}{\partial w_{jk}^l} = \frac{\partial C}{\partial z_j^l} \frac{\partial z_j^l}{\partial w_{jk}^l} = a_k^{l-1} \delta_j^l$$





1. Bisher nur die Ableitung nach Z-Wert betrachtet
   - Nun nach Schwellwerten & Gewichten
2. Kettenregel: Ableitung nach dem Z-Wert vor Ableitung nach Gewicht / Schwellwert schalten
3. **Schwellwerte**: der hintere Bruch entfällt komplett
   - vordere Teil $\frac{\partial C}{\partial z_j^l}$ entspricht bereits $\delta_j^l$
4. **Gewichte**: obere Z-Wert Gleichung nach Gewicht abgeleitet
   - $w_{kj}^l a_j^{l-1} \rightarrow a_k^{l-1}$
   - Fehler per Kettenregel angehängt

# Anwendung

- Menge an Trainingsdatensätzen auswählen
- Für jeden einzelnen Datensatz:
  1. **Feedforward**: Z-Wert und Aktivierung für jede Schicht $l = 2, 3, \dots, L$ berechnen.
     - Z-Wert: $z^{x,l} = w^l a^{l-1} + b^l$
     - Aktivierung $a^{x,l} = \sigma(z^l)$
  2. **Ausgabe-Fehler** $\delta^{x,L}$: Fehlervektor der Ausgabeschicht berechnen.
     - $\delta^L = \nabla_a C \odot \sigma'(z^L)$
  3. **Backpropagation-Fehler**: Rückwirkend Fehlervektor aller Schichten berechnen.
     - $\delta^{x,l} = ((w^{l+1})^T \delta^{x,l+1}) \odot \sigma'(z^{x,l})$
- **Gradientenabstieg**: Gewichte und Schwellwerte getrennt anpassen.
  - Gewichte: $w^l \rightarrow w^l - \frac{\eta}{m} \sum_x \delta^{x,l} (a^{x,l-1})^T$
  - Schwellwerte: $b^l \rightarrow b^l - \frac{\eta}{m} \sum_x \delta^{x,l}$



1. Menge an Trainingsdatensätzen auswählen
   - Siehe Stachastischer Gradientenabstieg
2. Für jeden Datensatz
   - *Feedforward* Aktivierungsvektor / Z-Wert jeder Schicht berechnen
   - *Ausgabe-Fehler*: Fehler letzter Schicht berechnen
   - *Backpropagation-Fehler*: Ausgehend von letzter Schicht Fehler bis hin zur Ersten berechnen
3. Gradientenabstieg mit Ergebnissen
   - Gewichte: $w^l \rightarrow w^l - \frac{\eta}{m} \sum_x \delta^{x,l} (a^{x,l-1})^T$
     - hintere Teil: durchschnittlicher Fehler über alle $m$ Trainingsdatensätze
     - Lernrate als Faktor davorgehängt
   - Schwellwerte: $b^l \rightarrow b^l - \frac{\eta}{m} \sum_x \delta^{x,l}$

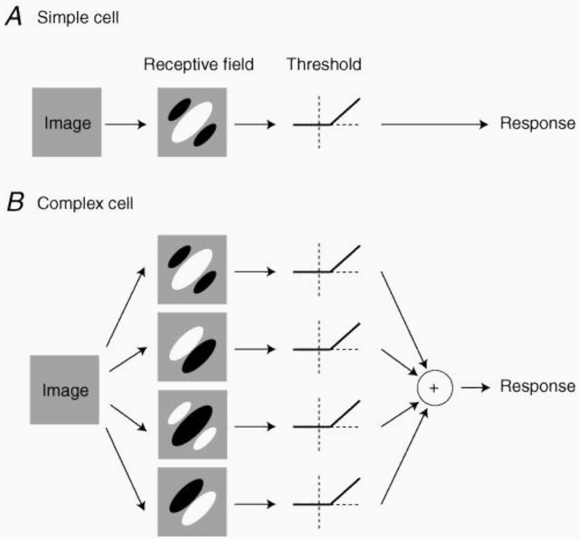
# Aktuelle Entwicklung

## Convolutional Neural Network

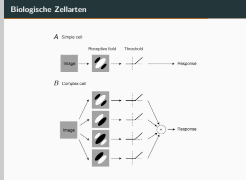


Aktuelle Entwicklung
Convolutional Neural Network

# Biologische Zellarten



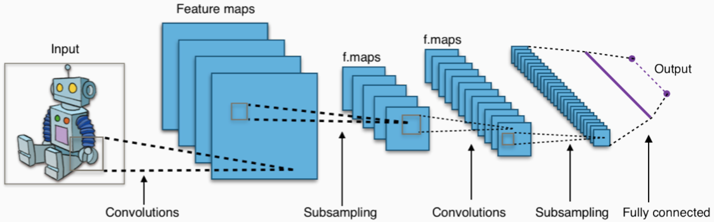


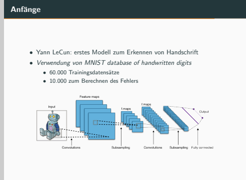

1. 1962: zwei Neurophysiologen Torsten Wiesel und David Hubel
2. Konzept der simple und complex cells
   - nicht positionsbunden - spatial invariance, räumliche Invarianz
3. Arten von Zellen zur Erkennung einfacher Kanten und Balken
   - *simple cells*: ist Positionsgebunden
   - *complex cells*: Muster können an beliebigen Positionen auftauchen
4. 1962: Konzept wie im Bild
5. 1980er Dr. Kunihiko Fukushima: erstes Modell nach diesem Konzept

# Anfänge

- Yann LeCun: erstes Modell zum Erkennen von Handschrift
- *Verwendung von MNIST database of handwritten digits*
  - 60.000 Trainingsdatensätze
  - 10.000 zum Berechnen des Fehlers



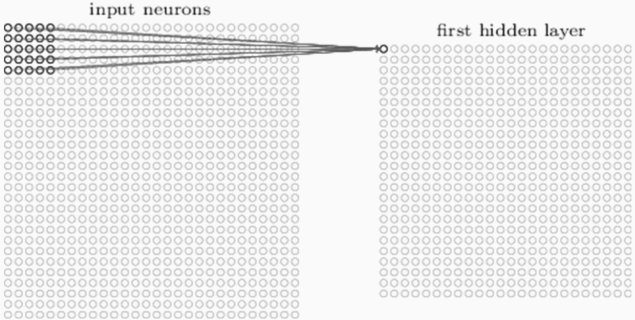


1. Pioniere, fr. Informatiker Yann LeCun
2. Bekannteste Ausarbeitung über CNN für Handschriften
3. *Verwendung von MNIST database of handwritten digits*
   - 60.000 Trainingsdatensätze
   - 10.000 zum Berechnen des Fehlers
   - unterschiedliche Personen für Trainings- und Evaluierungsdatensätze
4. soll erkennen ob ein Bild zu einer (oder mehreren) bestimmten Klasse(n) gehört
   - von *low-level* Eigenschaften auf komplexe Formen schließen
5. Covolutional NN: zwei wesentliche Komponenten
   - *Convolutional layer*: Filter
   - *Pooling Layer*: Aggregations-Schichten
   - wiederholen sich abwechselnd

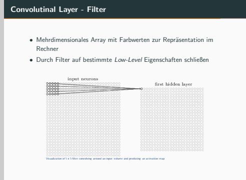
# Convolutinal Layer - Filter

- Mehrdimensionales Array mit Farbwerten zur Repräsentation im Rechner
- Durch Filter auf bestimmte *Low-Level* Eigenschaften schließen




Visualization of 5 x 5 filter convolving around an input volume and producing an activation map





1. Array als Eingabe
   - Repräsentiert die Pixel im Bild
2. Farbwertearray kann pro Pixel mehrere Werte enthalten
   - entsprechend eventuell auch mehrere Dimensionen im Array
3. Fenster *läuft* Eingabematrix ab
   - dadurch simple Formen erkennen
   - Beispiel folgt
4. Hidden Layer kann als Ansammlung von low-level Merkmalen verstanden werden

# Filter

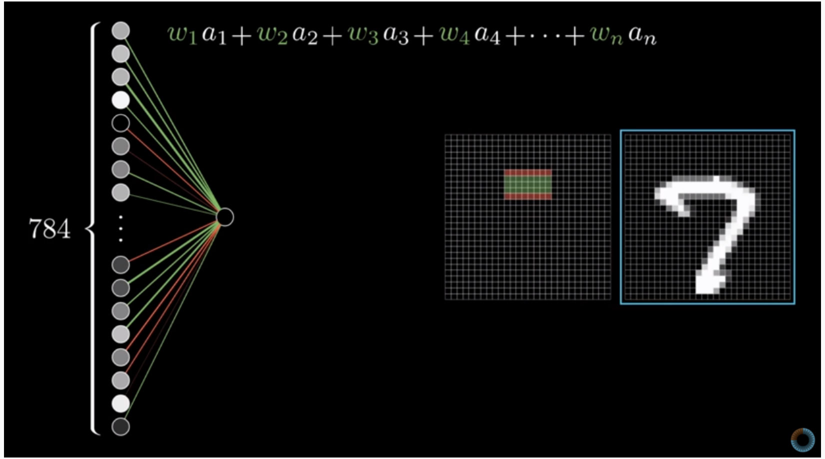
- Generell
  - Besitzt feste Pixelgröße (*Kernelsize*) & Schrittweite
  - Scannt Bild Zeilenweise
  - *Padding* legt Verfahren für Rand des Bildes fest
  - Ausgabe wird *activation* oder *feature map* genannt
- Praxis
  - Jeder Filter generiert eigene Ausgabematrix
  - Nächster Convolutional Layer verwendet Ausgabematrizen als Input
  - Ausgabe wird in *Pooling Layer* gesteckt



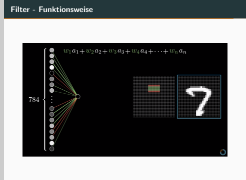
Filter
- Generell
  - Besitzt feste Pixelgröße (*Kernelsize*) & Schrittweite
  - Scannt Bild Zeilenweise
  - *Padding* legt Verfahren für Rand des Bildes fest
  - Ausgabe wird *activation* oder *feature map* genannt
- Praxis
  - Jeder Filter generiert eigene Ausgabematrix
  - Nächster Convolutional Layer verwendet Ausgabematrizen als Input
  - Ausgabe wird in *Pooling Layer* gesteckt

1. Bsp. Filter 2 x 2, Schrittweite: 2 - führt zu Halbierung der InputMatrix
   – Im Bsp. hängen immer 4 Pixel an einem Filter, die Eingabematrix wird gefaltet (convolute)
2. Filter generieren eigene Ausgabematrix
3. Filter können auch auf Filter folgen
4. von Filtern generierte Ausgaben werden auch *activation map* oder *feature map* genannt

# Filter - Funktionsweise






1. Bild erläutern
   - Beispiel: Ziffer 7
   - Strich am oberen Rand
   - Gewichtsmatrix hier getrennt aufgeführt
   - rot: negative Werte
   - grün: positive Werte
2. Dieses Feature (oberer Strich) kann aber auch bei anderen Ziffern auftauchen
   - Bsp. schlecht geschriebene Ziffer Null
3. Erkannte Merkmale können von weiteren Filtern genutzt werden
   - erinnert an ganz alte Prinzipien
   - wie schonn beim Adeline Modell, hier jedoch mit mehreren Schichten

# Pooling Layer

- Aggregiert die Ergebnisse von Convolutional Layern
- Ziele
  - Nur die relevantesten Signale an nächste Schicht weitergeben
  - Anzahl der Parameter im Netz reduzieren
- *MaxPooling Layer* am weitesten verbreitet



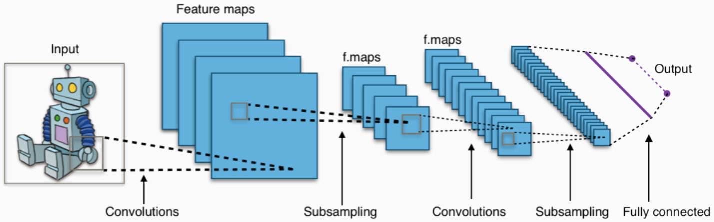
Pooling Layer

- Aggregiert die Ergebnisse von Convolutional Layern
- Ziele
  - Nur die relevantesten Signale an nächste Schicht weitergeben
  - Anzahl der Parameter im Netz reduzieren
- *MaxPooling Layer* am weitesten verbreitet

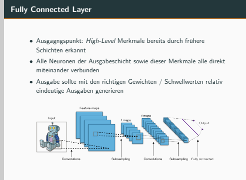
1. Pooling Layer
   - aggregiert Ergebnisse von Convolutional Layern
   - Zweck: nur die relevantesten Signale an die nächste Schicht weitergeben
2. *während die Größe des Inputs durch die Faltungen und das Pooling immer weiter reduziert wird, erhöht sich die Anzahl der Filter zur Erkennung von übergeordneten Signalen zunehmend*
3. Verschiedene Pooling-Mechanismen:
   - MaxPooling:
     - am weitesten verbreitet
     - maximale Eingabewert wird weitergegeben
   - fractional max pooling
   - lp pooling
   - mean pooling
   - stochastic pooling
   - spatial pooling

# Fully Connected Layer

- Ausgagngspunkt: *High-Level* Merkmale bereits durch frühere Schichten erkannt
- Alle Neuronen der Ausgabeschicht sowie dieser Merkmale alle direkt miteinander verbunden
- Ausgabe sollte mit den richtigen Gewichten / Schwellwerten relativ eindeutige Ausgaben generieren





1. auch *dense Layer* genannt
2. Ausgagngspunkt: *High-Level* Merkmale bereits durch frühere Schichten erkannt
   - Neuronen halten diese Eigenschaften
3. Ausgabeneuronen repräsentieren verschienden Klassen
   - siehe Klassifizierungsproblem
   - Fully connected Layer: stellt verbindung zwischen letztem hidden Layer und Ausgabelayer bereit
4. Beispiel: Schnörkel zu Ziffern interpretieren
   - 10 dimensionaler Ausgabevektor bei Ziffern

# Deep Learning

## Einführung - Thema 2

Silas Hoffmann
13. April 2020
Fachhochschule Wedel



Deep Learning
Einführung - Thema 2
Silas Hoffmann
13. April 2020
Fachhochschule Wedel

# Backup Slides

## Multilayer Perceptron

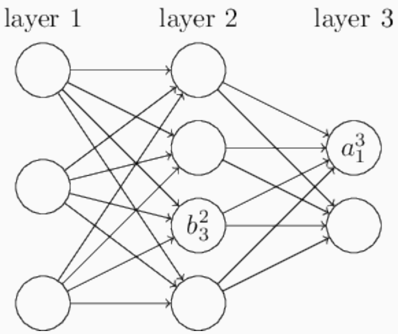



Backup Slides

Multilayer Perceptron

# Multilayer Perceptron

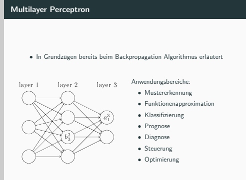
- In Grundzügen bereits beim Backpropagation Algorithmus erläutert




Anwendungsbereiche:

- Mustererkennung
- Funktionenapproximation
- Klassifizierung
- Prognose
- Diagnose
- Steuerung
- Optimierung





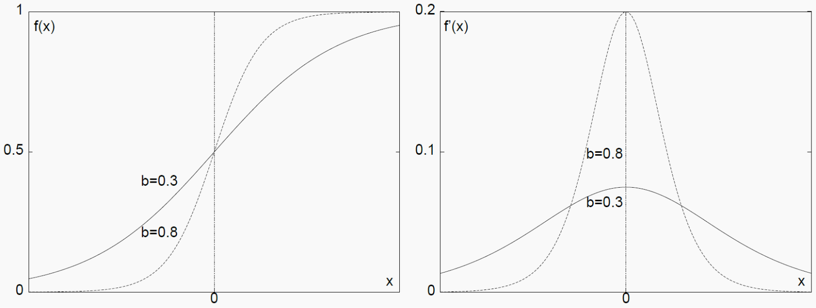
1. vielfältige Struktur
2. Mehrschichtiges Netz, bereits beim Backpropagationalgorithmus verwendet
3. Zu tiefe Netz: Probleme beim Training
   - Techniken unter Deep learning zusammengefasst
4. Stuktur: mehrschichtiges forwärtsgekoppeltes Netz
5. Feedforward: durchiterieren von Eingabewerten
6. Anwendungsbereiche
   - Mustererkennung
   - Funktionenapproximation
   - Klassifizierung
   - Prognose
   - Diagnose
   - Steuerung
   - Optimierung

# Sigmoid Aktivierungsfunktion

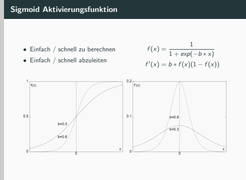
- Einfach / schnell zu berechnen
- Einfach / schnell abzuleiten

$$f(x) = \frac{1}{1 + exp(-b * x)}$$

$$f'(x) = b * f(x)(1 - f(x))$$





1. Wertebereich: zwischen 0 und 1
2. Konstante berschreibt Steilheit der Kurve
3. Über die komplette Domäne differenzierbar

# Backup Slides

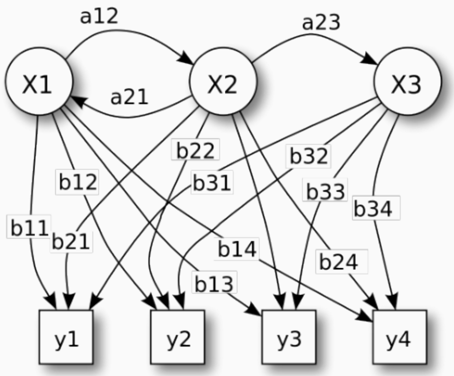
## Recurrent Neural Network



Backup Slides
Recurrent Neural Network

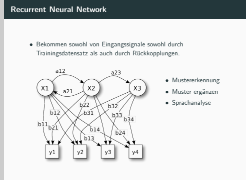
# Recurrent Neural Network

- Bekommen sowohl von Eingangssignale sowohl durch Trainingsdatensatz als auch durch Rückkopplungen.




- Mustererkennung
- Muster ergänzen
- Sprachanalyse





1. Bisher nur feedforward NN
   - Eingangssignale ohne Bezug auf vorherige Durchläufe
2. Hierbei Reihenfolge von Bedeutung
   - RNNs bekommen sowohl Eingagssignale durch den Trainingsdatensatz als auch durch Rückkopplungen während der Ausführung
3. Viele Anwendungsbereiche
   - besonders gut um Muster zu erkennen bzw. zu Ergänzen
   - aber auch in der Sprachanalyse sehr wichtig

**Alle Meterialen sind unter folgender URL zu finden:**

`https://github.com/derMacon/deeplearning_seminar`



Alle Meterialen sind unter folgender URL zu finden:
https://github.com/derMacon/deeplearning_seminar

# References i


- 3Blue1Brown - Videokurs zur Einführung in die Neuralen Netze.
  `https://www.youtube.com/watch?v=aircAruvnKk&list=PLZHQObOWTQDNU6R1_67000Dx_ZCJB-3pi`.
  Aufgerufen am: 16-03-2020.
- Übersicht - verschiedene Architekturen.
  `https://www.asimovinstitute.org/neural-network-zoo/`.
  Aufgerufen am: 22-03-2020.
- Definition Klassifizierungssproblem.
  `http://ekpwww.physik.uni-karlsruhe.de/~tkuhr/HauptseminarWS1112/Keck_handout.pdf`.
  Aufgerufen am: 15-03-2020.


2020-04-13

Deep Learning
└─ Backup Slides
  └─ Recurrent Neural Network
    └─ References


References i

3Blue1Brown - Videokurs zur Einführung in die Neuralen Netze. https://www.youtube.com/watch?v=aircAruvnKk&list=PLZHQObOWTQDNU6R1_67000Dx_ZCJB-3pi. Aufgerufen am: 16-03-2020.
Übersicht - verschiedene Architekturen. https://www.asimovinstitute.org/neural-network-zoo/. Aufgerufen am: 22-03-2020.
Definition Klassifizierungssproblem. http://ekpwww.physik.uni-karlsruhe.de/~tkuhr/HauptseminarWS1112/Keck_handout.pdf. Aufgerufen am: 15-03-2020.

# References ii


- Einführung Convolutional neural network.
  https://adeshpande3.github.io/A-Beginner%27s-Guide-To-Understanding-Convolutional-Neural-Networks/.
  Aufgerufen am: 18-03-2020.
- Öffentliche Datensätze - Übersicht.
  https://github.com/awesomedata/awesome-public-datasets.
  Aufgerufen am: 18-03-2020.
- Funktionsweise - CNN.
  https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1890437/.
  Aufgerufen am: 18-03-2020.
- Funktionsweise - CNN.
  https://bit.ly/2QGK0Ej.
  Aufgerufen am: 18-03-2020.





References ii

Einführung Convolutional neural network. https://adeshpande3.github.io/A-Beginner%27s-Guide-To-Understanding-Convolutional-Neural-Networks/. Aufgerufen am: 18-03-2020.
Öffentliche Datensätze - Übersicht. https://github.com/awesomedata/awesome-public-datasets. Aufgerufen am: 18-03-2020.
Funktionsweise - CNN. https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1890437/. Aufgerufen am: 18-03-2020.
Funktionsweise - CNN. https://bit.ly/2QGK0Ej. Aufgerufen am: 18-03-2020.

# References iii


- Geschichte der Convolutional neuronalen Netze.
  `https://glassboxmedicine.com/2019/04/13/a-short-history-of-convolutional-neural-networks/`.
  Aufgerufen am: 18-03-2020.
- Khan Academy - Partielle Ableitungen (Funktion mit zwei Eingabewerten.
  `https://www.youtube.com/watch?v=1CMDS4-PKKQ&t=542s`.
  Aufgerufen am: 16-03-2020.
- Künstliche Neuronale Netzwerke und Deep Learning - Stefan Stelle.
  `https://www.htwsaar.de/wiwi/fakultaet/personen/profile/selle-stefan/Selle2018e_Kuenstliche_Neuronale_Netzwerke.pdf/at_download/file`.
  Aufgerufen am: 24-03-2020.





References iii

Geschichte der Convolutional neuronalen Netze. https://glassboxmedicine.com/2019/04/13/a-short-history-of-convolutional-neural-networks/. Aufgerufen am: 18-03-2020.

Khan Academy - Partielle Ableitungen (Funktion mit zwei Eingabewerten. https://www.youtube.com/watch?v=1CMDS4-PKKQ&t=542s. Aufgerufen am: 16-03-2020.

Künstliche Neuronale Netzwerke und Deep Learning - Stefan Stelle. https://www.htwsaar.de/wiwi/fakultaet/personen/profile/selle-stefan/Selle2018e_Kuenstliche_Neuronale_Netzwerke.pdf/at_download/file. Aufgerufen am: 24-03-2020.

# References iv


- McCulloch-Pitts Neuron.
  https://towardsdatascience.com/mcculloch-pitts-model-5fdf65ac5dd1.
  Aufgerufen am: 14-03-2020.
- Perceptron - Python Implementierung.
  https://github.com/rasbt/mlxtend/blob/master/mlxtend/classifier/perceptron.py.
  Aufgerufen am: 16-03-2020.
- Single-Layer Neural Networks and Gradient Descent.
  https://sebastianraschka.com/Articles/2015_singlelayer_neurons.html.
  Aufgerufen am: 14-03-2020.
- M. Nielsen.
  **Neural Networks and Deep Learning.**
  Determination Press, 2015.





References iv

McCulloch-Pitts Neuron. https://towardsdatascience.com/mcculloch-pitts-model-5fdf65ac5dd1. Aufgerufen am: 14-03-2020.
Perceptron - Python Implementierung. https://github.com/rasbt/mlxtend/blob/master/mlxtend/classifier/perceptron.py. Aufgerufen am: 16-03-2020.
Single-Layer Neural Networks and Gradient Descent. https://sebastianraschka.com/Articles/2015_singlelayer_neurons.html. Aufgerufen am: 14-03-2020.
M. Nielsen. Neural Networks and Deep Learning. Determination Press, 2015.