Deep Learning

Einführung - Thema 2

Silas Hoffmann

16. April 2020

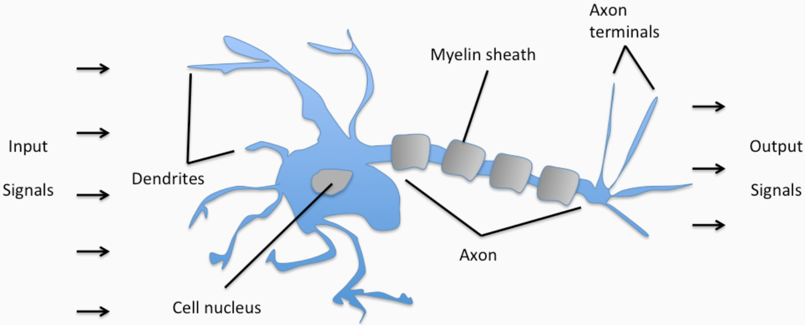
Fachhochschule Wedel

Inhalt

Geschichtliche Entwicklung

McCulloch-Pitts-Neuron

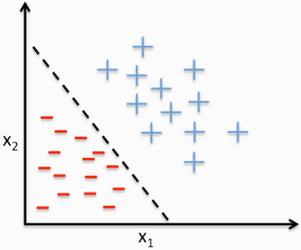
Zusammenhang - Biologisches Neuron



Schematic of a biological neuron.

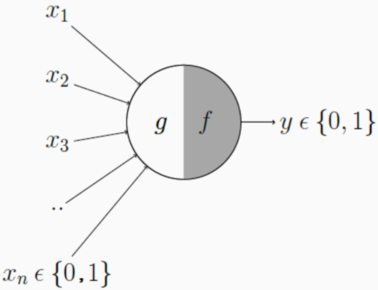
McCulloch-Pitts-Neuron

- Modell soll Funktionalität des biologischen Neurons imitieren
- Klassifizierungsproblem als grundlegende Problemstellung
- Lineare Entscheidungsfunktion zur binären Klassifizierung verwendet



Example of a linear decision boundary for binary classification.

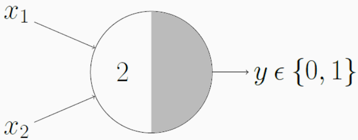
Aufbau und Funktionsweise



$$g(x_1, x_2, \ldots, x_n) = g(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i$$

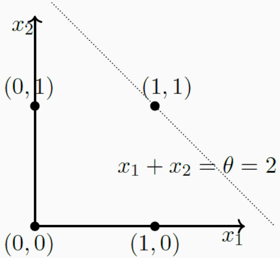
$$f(g(x)) = \begin{cases} 1 & \text{if } g(x) \geq \theta \\ 0 & \text{if } g(x) < \theta \end{cases}$$

Notation AND-Gatter

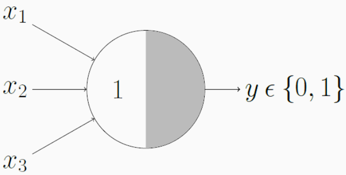


$AND \; function$

$$x_1 + x_2 = \sum_{i=1}^{2} x_i \geq 2$$

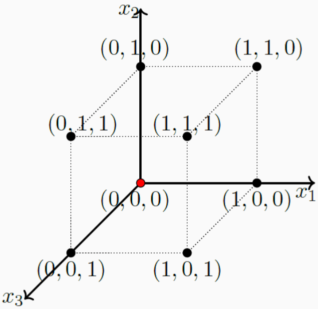


Notation OR-Gatter



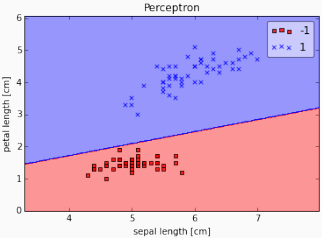
$OR\ function$

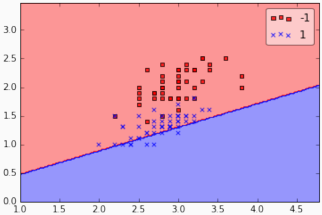
$$x_1 + x_2 + x_3 = \sum_{i=1}^{3} x_i \geq 1$$



Nachteile

- Keine kontinuierlichen Eingabewerte (nur boolesche Werte)
- Schwelle muss manuell gesetzt werden, keine automatische Aktualisierung vorgesehen
- Keine Priorisierungsmöglichkeit der Eingabewerte möglich
- Funktionen müssen durch lineare Entscheidungsfunktion getrennt werden können



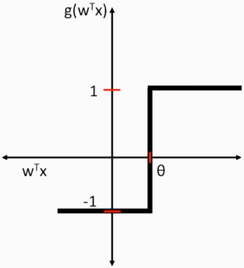


Geschichtliche Entwicklung

Perceptron

Perceptron

- Ähnliche Aktivierungsfunktion wie beim MP-Neuron
- Jedoch gewichtete Eingabewerte

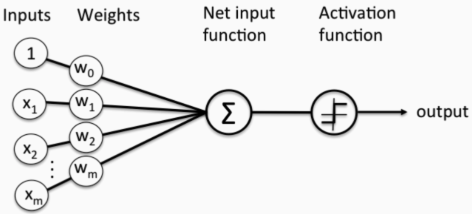


Unit step function.

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} z &= w_1 x_1 + \cdots + w_m x_m \\ &= \sum_{j=1}^{m} x_j w_j \\ &= \mathbf{w}^T \mathbf{x} \end{aligned}$$

Aufbau



Schematic of Rosenblatt's perceptron.

$$g(z) = \begin{cases} 1 & \text{if } z \geq 0 \\ -1 & \text{if } z < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} z &= \mathbf{w_0 x_0} + w_1 x_1 + \cdots + w_m x_m \\ &= \sum_{j=0}^{m} x_j w_j \\ &= w^T x \end{aligned}$$

Lernregel - Ablauf

- Modell übernimmt selbst die Anpassung der Gewichte
- Test mittels einer Menge von gelabelten Trainingsdatensätzen

Grober Ablauf

- Initialisiere die Gewichte mit einem sehr kleinen Wert oder 0.
- Für jeden Datensatz der Menge von Trainingsdatensätzen:
    - Berechne den Ausgabewert des Systems
    - Gleiche die Gewichte an

Lernregel - Formel

Angleichung der Gewichte

- Gewichte komponentenweise angleichen: $w_j := w_j + \Delta w_j$
- Gewichtsänderung: $\Delta w_j = \eta \, (\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)}) \, x_j^{(i)}$

- Beispiel - Iteration mit zweidimensionalem Trainingsvektor:

$$\Delta w_0 = \eta(\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})$$

$$\Delta w_1 = \eta(\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)}) \, x_1^{(i)}$$

$$\Delta w_2 = \eta(\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)}) \, x_2^{(i)}$$

Lernregel - Trainingsbeispiele

Gewichtsänderung

$\Delta w_j = \eta\ (\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})\ x_j^{(i)}$

- Trainingsdatensatz richtig erkannt:

$$\Delta w_j = \eta\big((-1^{(i)}) - (-1^{(i)})\big)\ x_j^{(i)} = 0$$
$$\Delta w_j = \eta(1^{(i)} - 1^{(i)})\ x_j^{(i)} = 0$$

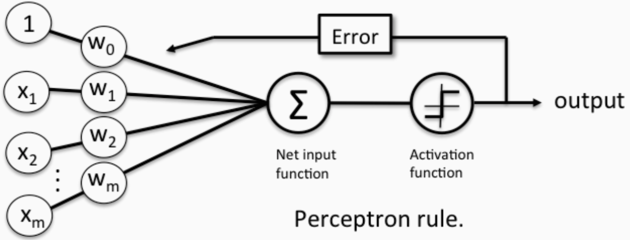
- Trainingsdatensatz falsch erkannt:

$$\Delta w_j = \eta\big(1^{(i)} - (-1^{(i)})\big)\ x_j^{(i)} = \eta(2)\ x_j^{(i)}$$
$$\Delta w_j = \eta\big((-1^{(i)}) - 1^{(i)}\big)\ x_j^{(i)} = \eta(-2)\ x_j^{(i)}$$

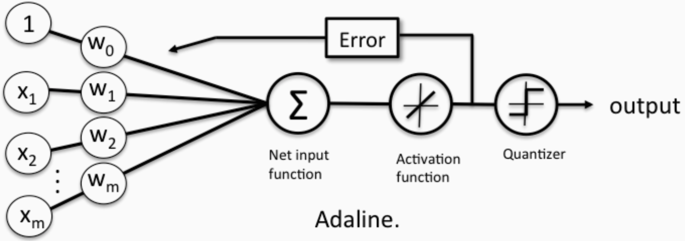
Geschichtliche Entwicklung

Adeline

ADAptive LINear Element



Perceptron rule.



Adaline.

Delta-Regel

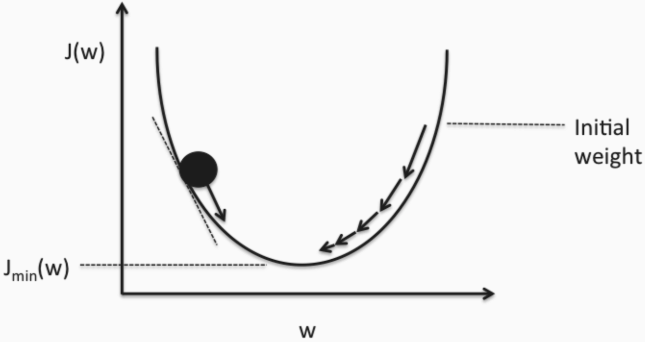
- Lernalgorithmus durch Erfinder geprägt
- auch unter *Least-Mean-Square*-Algrithmus bekannt
- Wesentlicher Vorteil: Ableitbare Kostenfunktion

Notation

$$J(w) = \frac{1}{2}\sum_i (\text{target}^{(i)} - \text{output}^{(i)})^2 \qquad \text{output}^{(i)} \in \mathbb{R}$$

Gradientenverfahren

- Ziel: Gradientenvektor für bestimmten Input bestimmen:
  $\nabla J \equiv \left(\frac{\partial J}{\partial w_1}, \ldots, \frac{\partial J}{\partial w_m} \right)^T$.



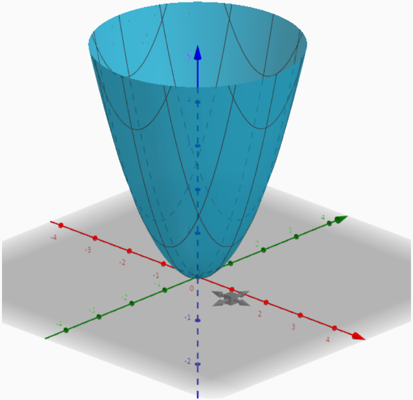
Schematic of gradient descent.

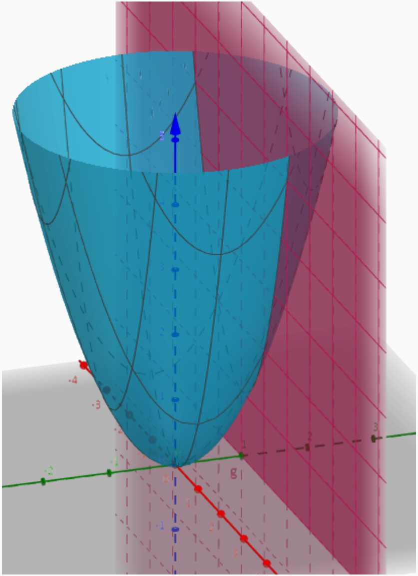
Partielle Ableitungen

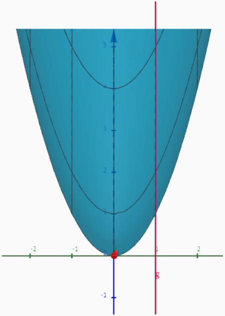
- Differenzieren von Funktionen mit mehreren Eingabewerten
- Beispiel: $z = f(x, y) = x^2 + y^2$

Partielle Ableitung - Notation

$$\frac{\partial Abzuleitende Fkt.}{\partial Betrachtete Komponente}$$





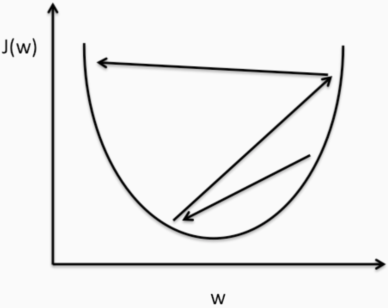


Ableitung - Beispiel

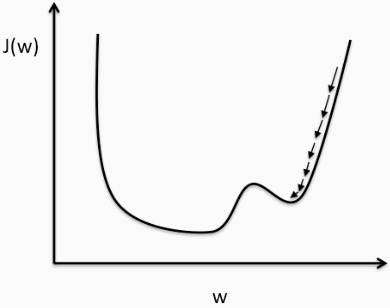
$$z = f(x, y) = x^2 + y^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = 2y$$

Gradientenverfahren

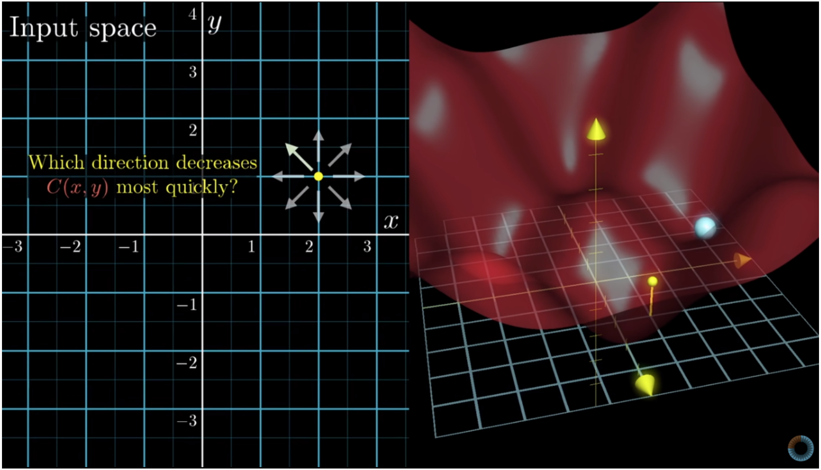


Large learning rate: Overshooting.

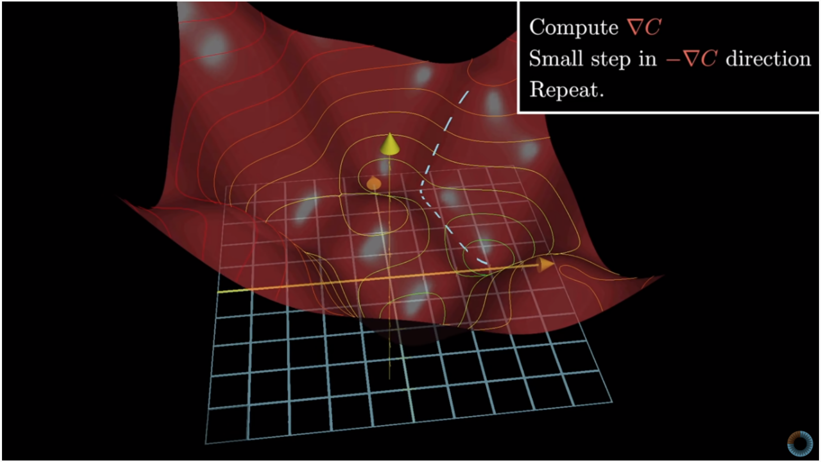


Small learning rate: Many iterations until convergence and trapping in local minima.

Gradientenverfahren



Gradientenverfahren



Kostenfunktion ableiten

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial J}{\partial w_j} &= \frac{\partial}{\partial w_j} \frac{1}{2} \sum_i (t^{(i)} - o^{(i)})^2 \\
&= \frac{1}{2} \sum_i \frac{\partial}{\partial w_j} (t^{(i)} - o^{(i)})^2 \\
&= \frac{1}{2} \sum_i 2(t^{(i)} - o^{(i)}) \frac{\partial}{\partial w_j} (t^{(i)} - o^{(i)}) \\
&= \sum_i (t^{(i)} - o^{(i)}) \frac{\partial}{\partial w_j} \left(t^{(i)} - \sum_j w_j x_j^{(i)} \right) \\
&= \sum_i (t^{(i)} - o^{(i)})(-x_j^{(i)})
\end{aligned}
$$

Gradientenverfahren

Gradientenverfahren - Anwendung

- Gradientenvektor

$$\nabla J \equiv \left(\frac{\partial J}{\partial w_1}, \ldots, \frac{\partial J}{\partial w_m} \right)^T .$$

- Allgemein: Vektorielle Darstellung

$$\Delta w = -\eta \nabla J(w)$$

- Für die jeweiligen Gewichte: Komponentenweise Darstellung

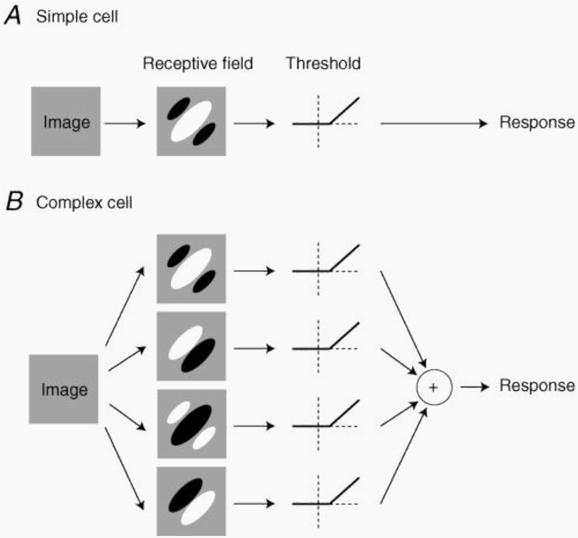
$$\Delta w_j = -\eta \frac{\partial J}{\partial w_j}$$

- Angleichung der Gewichte $w = w + \Delta w$

Aktuelle Entwicklung

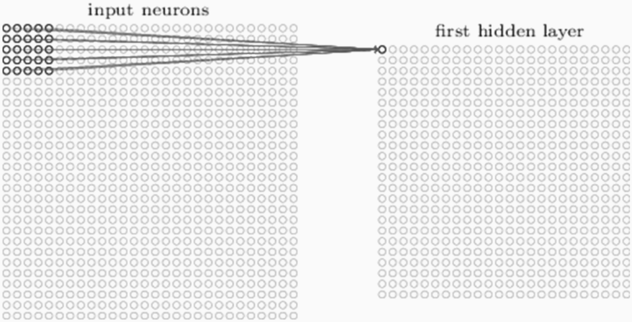
Convolutional Neural Network

Biologische Zellarten



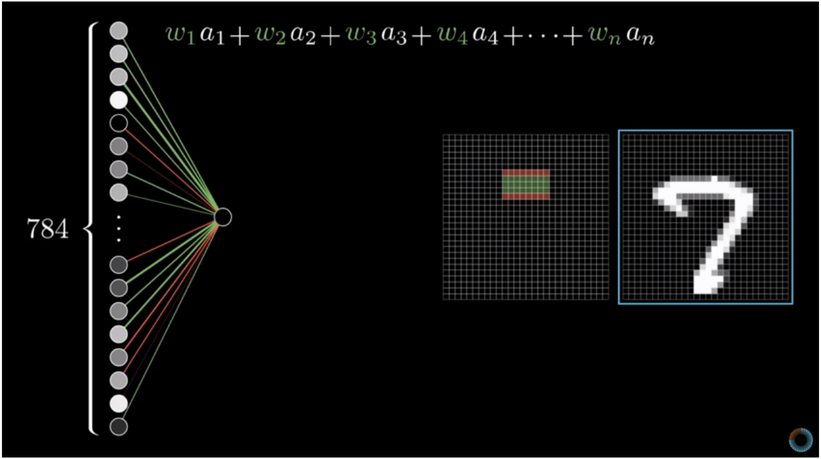
Convolutinal Layer - Filter

- Mehrdimensionales Array mit Farbwerten zur Repräsentation im Rechner
- Durch Filter auf bestimmte *Low-Level* Eigenschaften schließen



Visualization of 5 x 5 filter convolving around an input volume and producing an activation map

Filter - Funktionsweise

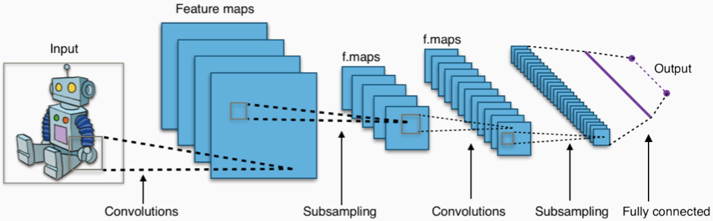


Pooling Layer

- Aggregiert die Ergebnisse von Convolutional Layern
- Ziele
  - Nur die relevantesten Signale an nächste Schicht weitergeben
  - Anzahl der Parameter im Netz reduzieren
- *MaxPooling Layer* am weitesten verbreitet

Fully Connected Layer

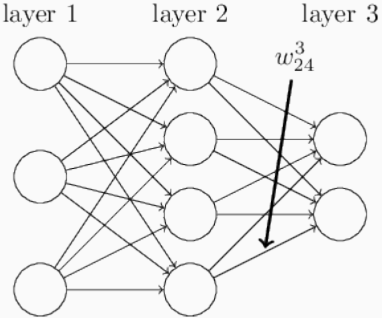
- Ausgangspunkt: *High-Level* Merkmale bereits durch frühere Schichten erkannt
- Alle Neuronen der Ausgabeschicht sowie dieser Merkmale direkt miteinander verbunden
- Ausgabe sollte mit den richtigen Gewichten / Schwellwerten relativ eindeutige Ausgaben generieren



Aktuelle Entwicklung

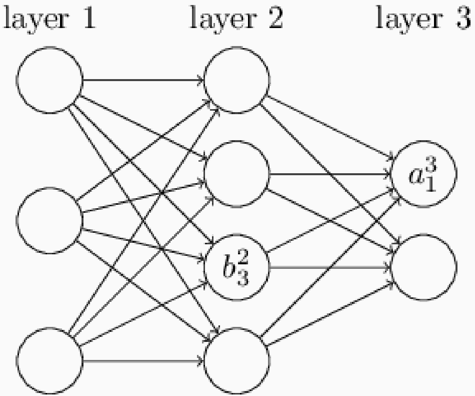
Backpropagation

Notation



w^l_{jk} is the weight from the k^{th} neuron in the $(l-1)^{\text{th}}$ layer to the j^{th} neuron in the l^{th} layer

Notation



$$a_j^l = \sigma\left(\sum_k w_{jk}^l a_k^{l-1} + b_j^l\right) \Rightarrow \quad \begin{aligned} a^l &= \sigma(z^l) \\ z^l &= w^l a^{l-1} + b^l \end{aligned}$$

Backpropagation

- Kostenfunktion soll minimiert werden
- Ziel: Optimale Gewichte und Schwellwerte finden

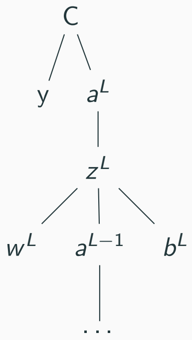
- Grobe Vorgehensweise: Iterativer Prozess
    - Fehlervektor der letzten Schicht berechnen
    - Fehler schichtweise zum Eingabelayer zurückführen
    - Parameter schichtweise nach Gradienten angleichen

Fehler - Ausgabeschicht

$$
\begin{aligned}
\delta_j^L &= \frac{\partial C}{\partial z_j^L} \\
&= \sum_k \frac{\partial C}{\partial a_k^L} \frac{\partial a_k^L}{\partial z_j^L} \\
&= \frac{\partial C}{\partial a_j^L} \frac{\partial a_j^L}{\partial z_j^L} \\
&= \frac{\partial C}{\partial a_j^L} \sigma'(z_j^L)
\end{aligned}
$$

Anmerkung: Kettenregel

$$\frac{d}{dx}\left[f\left(u\right)\right] = \frac{d}{du}\left[f\left(u\right)\right]\frac{du}{dx}$$



- **C**: Kostenfunktion
- **y**: Erwartete Ausgabe

Fehler - Ausgabeschicht

Zusammenfassung

- Um den Fehlervektor der letzten Schicht zu bestimmen:

$$\delta^L = \nabla_a C \odot \sigma'(z^L)$$

- Äquivalent zu:

$$\delta^L = (a^L - y) \odot \sigma'(z^L)$$

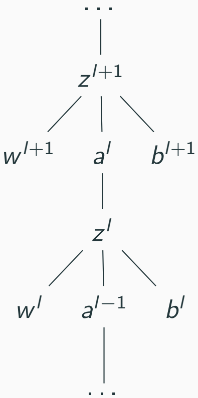
- Um die Fehler komponentenweise zu bestimmen:

$$\delta_j^L = \frac{\partial C}{\partial a_j^L} \sigma'(z_j^L)$$

Fehler - Zwischenschicht

- Zusammenhang zwischen Fehler zweier Schichten herleiten
- Es gilt: $\delta_j^l = \partial C / \partial z_j^l$ sowie $\delta_k^{l+1} = \partial C / \partial z_k^{l+1}$

$$\begin{aligned}
\delta_j^l &= \frac{\partial C}{\partial z_j^l} \\
&= \sum_k \frac{\partial C}{\partial z_k^{l+1}} \frac{\partial z_k^{l+1}}{\partial z_j^l} \\
&= \sum_k \frac{\partial z_k^{l+1}}{\partial z_j^l} \delta_k^{l+1}
\end{aligned}$$



Fehler - Zwischenschicht

$$z_k^{l+1} = \sum_j w_{kj}^{l+1} a_j^l + b_k^{l+1} = \sum_j w_{kj}^{l+1} \sigma(z_j^l) + b_k^{l+1}$$

$$\frac{\partial z_k^{l+1}}{\partial z_j^l} = w_{kj}^{l+1} \sigma'(z_j^l)$$

Zusammenfassung

- Komponentenweise Darstellung: $\delta_j^l = \sum_k w_{kj}^{l+1} \delta_k^{l+1} \sigma'(z_j^l)$
- Vektorielle Darstellung: $\delta^l = ((w^{l+1})^T \delta^{l+1}) \odot \sigma'(z^l)$

Fehler - Schwellwerte & Gewichte

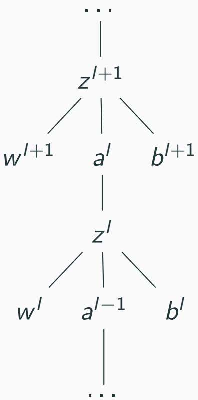
$$z_k^l = \sum_j w_{kj}^l a_j^{l-1} + b_k^l = \sum_j w_{kj}^l \sigma(z_j^{l-1}) + b_k^l$$

Schwellwerte

$$\frac{\partial C}{\partial b_j^l} = \frac{\partial C}{\partial z_j^l} \frac{\partial z_j^l}{\partial b_j^l} = \delta_j^l$$

Gewichte

$$\frac{\partial C}{\partial w_{jk}^l} = \frac{\partial C}{\partial z_j^l} \frac{\partial z_j^l}{\partial w_{jk}^l} = a_k^{l-1} \delta_j^l$$



Anwendung

- Menge an Trainingsdatensätzen auswählen
- Für jeden einzelnen Datensatz:
  1. **Feedforward**: Z-Wert und Aktivierung für jede Schicht $l = 2, 3, \ldots, L$ berechnen.
     - Z-Wert: $z^{x,l} = w^l a^{l-1} + b^l$
     - Aktivierung $a^{x,l} = \sigma(z^l)$
  2. **Ausgabe-Fehler** $\delta^{x,L}$: Fehlervektor der Ausgabeschicht berechnen.
     - $\delta^L = \nabla_a C \odot \sigma'(z^L)$
  3. **Backpropagation-Fehler**: Rückwirkend Fehlervektor aller Schichten berechnen.
     - $\delta^{x,l} = ((w^{l+1})^T \delta^{x,l+1}) \odot \sigma'(z^{x,l})$
- **Gradientenabstieg**: Gewichte und Schwellwerte getrennt anpassen.
  - Gewichte: $w^l \to w^l - \frac{\eta}{m} \sum_x \delta^{x,l} (a^{x,l-1})^T$
  - Schwellwerte: $b^l \to b^l - \frac{\eta}{m} \sum_x \delta^{x,l}$

Deep Learning

Einführung - Thema 2

Silas Hoffmann

16. April 2020

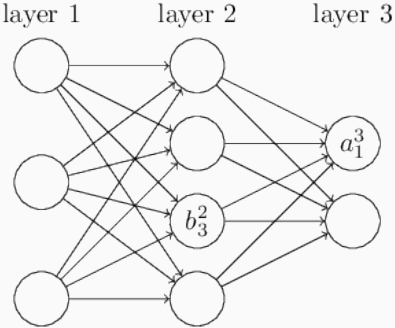
Fachhochschule Wedel

Backup Slides

Multilayer Perceptron

Multilayer Perceptron

- In Grundzügen bereits beim Backpropagation Algorithmus erläutert



Anwendungsbereiche:

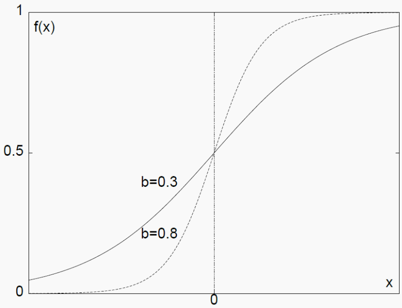
- Mustererkennung
- Funktionenapproximation
- Klassifizierung
- Prognose
- Diagnose
- Steuerung
- Optimierung

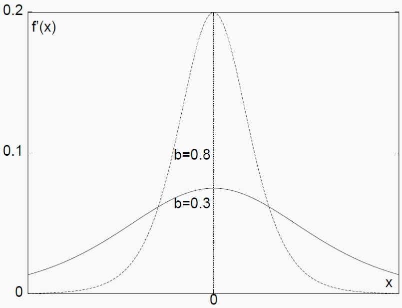
Sigmoid Aktivierungsfunktion

- Einfach / schnell zu berechnen
- Einfach / schnell abzuleiten

$$f(x) = \frac{1}{1 + exp(-b * x)}$$

$$f'(x) = b * f(x)(1 - f(x))$$



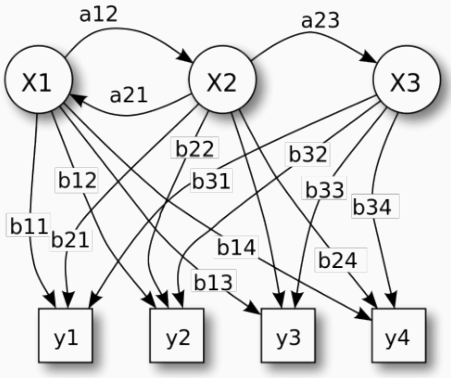


Backup Slides

Recurrent Neural Network

Recurrent Neural Network

- Eingangssignale sowohl durch Trainingsdatensatz als auch durch Rückkopplungen



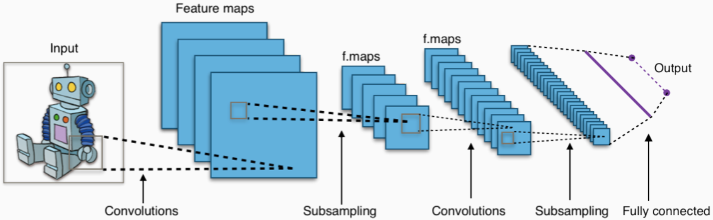
- Mustererkennung
- Muster ergänzen
- Sprachanalyse

Backup Slides

Convolutional NN - Zusatz

Anfänge

- Yann LeCun: erstes Modell zum Erkennen von Handschrift
- *Verwendung von MNIST database of handwritten digits*
    - 60.000 Trainingsdatensätze
    - 10.000 zum Berechnen des Fehlers



Filter

- Generell
  - Besitzt feste Pixelgröße (*Kernelsize*) & Schrittweite
  - Scannt Bild zeilenweise
  - *Padding* legt Verfahren für Rand des Bildes fest
  - Ausgabe wird *activation* oder *feature map* genannt
- Praxis
  - Jeder Filter generiert eigene Ausgabematrix
  - Nächster Convolutional Layer verwendet Ausgabematrizen als Input
  - Ausgabe wird in *Pooling Layer* gesteckt

Alle Meterialen sind unter folgender URL zu finden:

https://github.com/derMacon/deeplearning_seminar

- 3Blue1Brown - Videokurs zur Einführung in die Neuralen Netze.
  https://www.youtube.com/watch?v=aircAruvnKk&list=PLZHQObOWTQDNU6R1_67000Dx_ZCJB-3pi.
  Aufgerufen am: 16-03-2020.
- Übersicht - verschiedene Architekturen.
  https://www.asimovinstitute.org/neural-network-zoo/.
  Aufgerufen am: 22-03-2020.
- Definition Klassifizierungsproblem.
  http://ekpwww.physik.uni-karlsruhe.de/~tkuhr/HauptseminarWS1112/Keck_handout.pdf.
  Aufgerufen am: 15-03-2020.

Einführung Convolutional neural network.
https://adeshpande3.github.io/A-Beginner%27s-Guide-To-Understanding-Convolutional-Neural-Networks/.
Aufgerufen am: 18-03-2020.

Öffentliche Datensätze - Übersicht.
https://github.com/awesomedata/awesome-public-datasets.
Aufgerufen am: 18-03-2020.

Funktionsweise - CNN.
https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1890437/.
Aufgerufen am: 18-03-2020.

Funktionsweise - CNN.
https://bit.ly/2QGK0Ej.
Aufgerufen am: 18-03-2020.

- Geschichte der Convolutional neuronalen Netze.
  https://glassboxmedicine.com/2019/04/13/a-short-history-of-convolutional-neural-networks/.
  Aufgerufen am: 18-03-2020.
- Khan Academy - Partielle Ableitungen (Funktion mit zwei Eingabewerten).
  https://www.youtube.com/watch?v=1CMDS4-PKKQ&t=542s.
  Aufgerufen am: 16-03-2020.
- Künstliche Neuronale Netzwerke und Deep Learning - Stefan Stelle.
  https://www.htwsaar.de/wiwi/fakultaet/personen/profile/selle-stefan/Selle2018e_Kuenstliche_Neuronale_Netzwerke.pdf/at_download/file.
  Aufgerufen am: 24-03-2020.

- McCulloch-Pitts Neuron.
  https://towardsdatascience.com/mcculloch-pitts-model-5fdf65ac5dd1.
  Aufgerufen am: 14-03-2020.
- Perceptron - Python Implementierung.
  https://github.com/rasbt/mlxtend/blob/master/mlxtend/classifier/perceptron.py.
  Aufgerufen am: 16-03-2020.
- Single-Layer Neural Networks and Gradient Descent.
  https://sebastianraschka.com/Articles/2015_singlelayer_neurons.html.
  Aufgerufen am: 14-03-2020.
- M. Nielsen.
  Neural Networks and Deep Learning.
  Determination Press, 2015.