

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ (КОМПЬЮТЕРНЫЙ ВАРИАНТ)

Выполнил:
Деревянченко Михаил
Группа:
Б03-106

Долгопрудный, 2022

Оглавление

1. Аннотация.....	3
2. Теоретические сведения.....	4
3. Экспериментальная установка и методика измерений.....	7
4. Проведение измерений и обработка результатов.....	9

1. Аннотация

Целью данной работы являются:

1. В работе изучаются спектры периодических электрических сигналов различной формы (последовательности прямоугольных импульсов и цугов, а также амплитудно- и фазомодулированных гармонических колебаний). Спектры этих сигналов наблюдаются с помощью спектроанализатора, входящего в состав USB-осциллографа и сравниваются с рассчитанными теоретически.

2. Теоретические сведения

При изучении линейных систем возникает необходимость представления произвольного сигнала $f(t)$ в виде суммы гармонических функций:

$$f(t) = \sum_n c_n e^{i\omega_n t}.$$

Данное представление называется разложением сигнала $f(t)$ в ряд Фурье, а отдельные слагаемые ряда (составляющие гармонические колебания) $c_n e^{i\omega_n t}$ называют гармониками. Совокупность коэффициентов $\{c_n\}$ называется спектром функции $f(t)$. Коэффициент c_n представим в виде $c_n = a_n e^{i\phi_n}$, где модуль $a_n = |c_n|$ определяет амплитуду гармоники частоты ω_n , а аргумент $\phi_n = \arg(c_n)$ — начальную фазу.

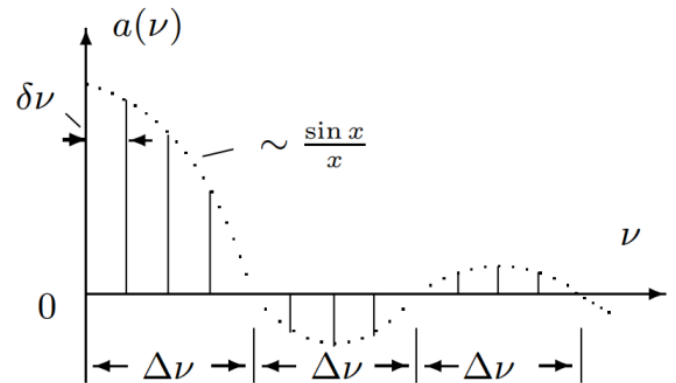
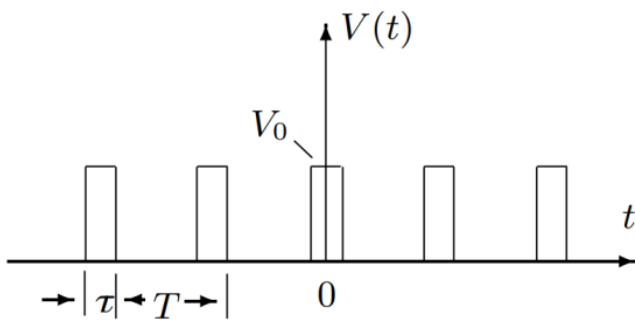
Периодический сигнал может быть представлен в виде ряда Фурье:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\Omega_1 t - \psi_n))$$

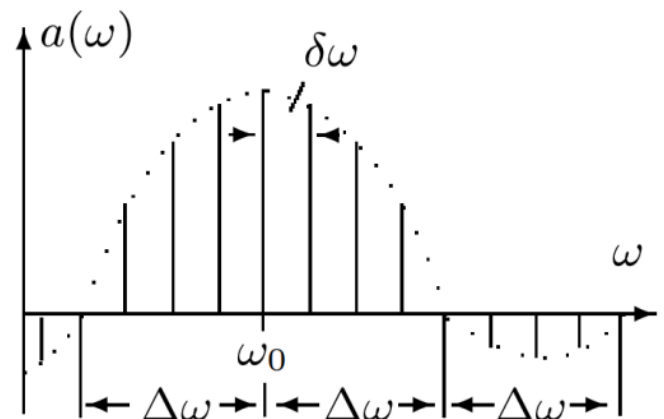
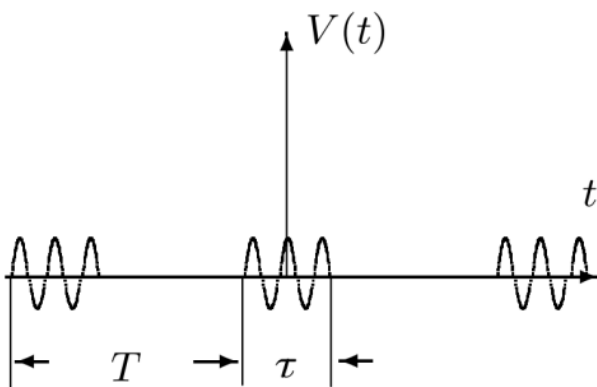
где $a_0/2 = \text{const}$ — среднее значение функции, A_n — амплитуды членов разложения. Спектр любой периодической функции можно

представить в виде набора гармонических колебаний с дискретными частотами $\Omega_1 = 1/T_1$, $2\Omega_1$, ... и постоянной составляющей с нулевой частотой. Такой спектр называется линейчатым или дискретным.

Для периодического прямоугольного сигнала $\langle V \rangle = V_0 \frac{\tau}{T}$, $A_n \sim \sin x / x$. Здесь и далее шириной спектра $\Delta \nu$ называем расстояние от главного максимума до 1-го нуля огибающей. При этом выполнено соотношение неопределённости $\Delta \nu \tau \simeq 1$.



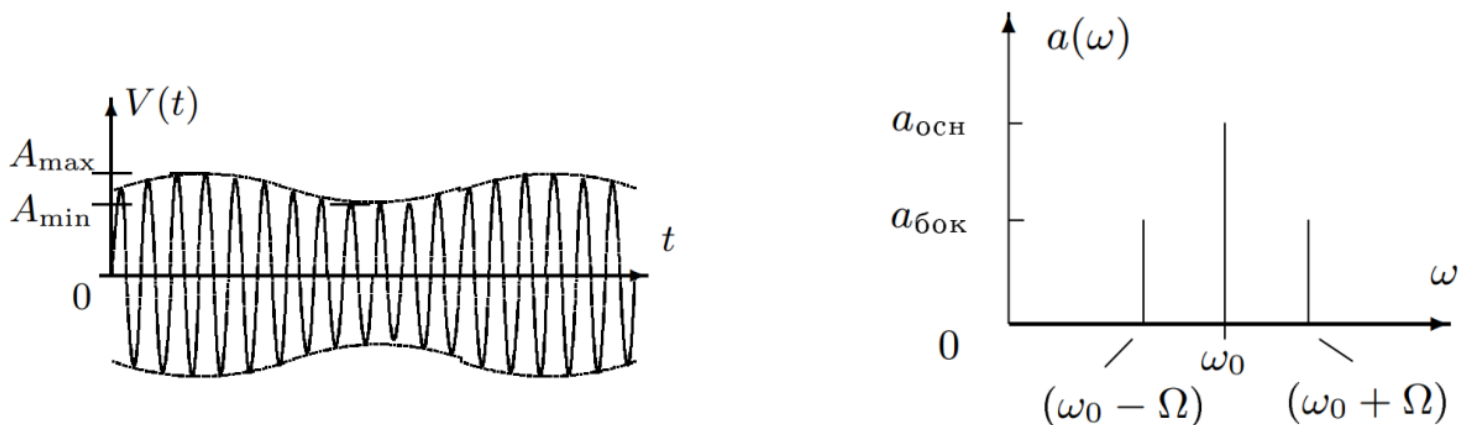
Для последовательности цугов с длительностью τ и периодом T разложение в спектр представлено на следующих рисунках:



В случае АМ-колебаний, сигнал определяется формулой:

$$f(t) = A_0 (1 + m \cos \Omega t) \cos \omega_0 t$$

где m – глубина модуляции. Спектр такого сигнала представлен на рисунке ниже.



Причём амплитуды синусов $\omega_0 \pm \Omega$ равны $m/2$, а все начальные фазы одинаковы. То есть

$$\frac{a_{\text{бок}}}{a_{\text{осн}}} = \frac{U_{\min}^S}{U_{\max}^S} = \frac{m}{2}$$

Глубину модуляции можно рассчитать по формуле:

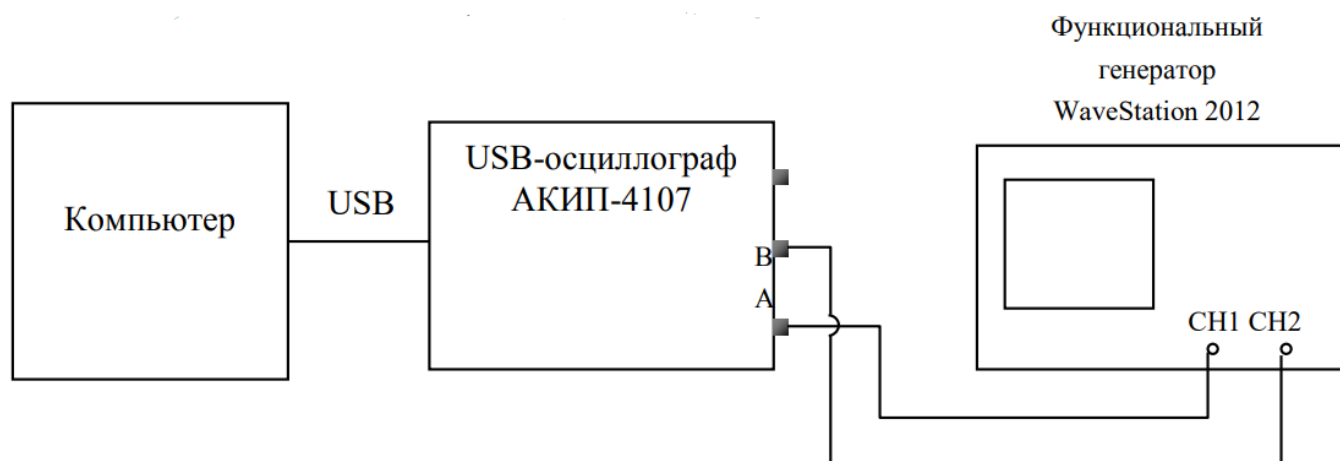
$$m = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}}$$

Простым тригонометрическим преобразованием уравнения сигнала АМ-колебаний можно найти спектр колебаний:

$$f(t) = A_0 \cos \omega_0 t + \frac{A_0 m}{2} \cos (\omega_0 + \Omega) t + \frac{A_0 m}{2} \cos (\omega_0 - \Omega) t$$

3. Экспериментальная установка и методика измерений

- Экспериментальная установка:



Функциональный генератор «WaveStation» 2012 позволяет сформировать два различных электрических сигнала, которые выводятся на два независимых канала — CH1 и CH2. Сигнал с канала CH1 подается на вход А, а сигнал с канала CH2 – на вход В USB-осциллографа. Затем эти сигналы подаются на вход компьютера через USB-соединение. При работе USB-

осциллографа в режиме осциллографа, на экране компьютера можно наблюдать каждый из сигналов в отдельности, а также их произведение. В режиме спектроанализатора можно наблюдать спектры этих сигналов.

4. Проведение измерений и обработка результатов

1) Исследование спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов

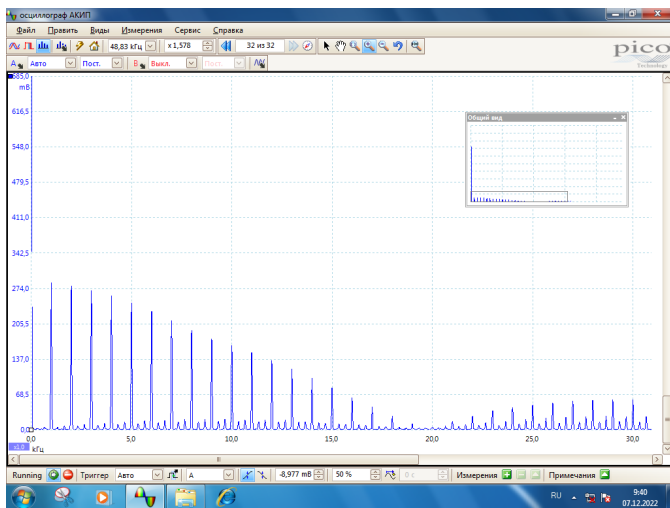


Рисунок 1: 1кГц, 50мкс

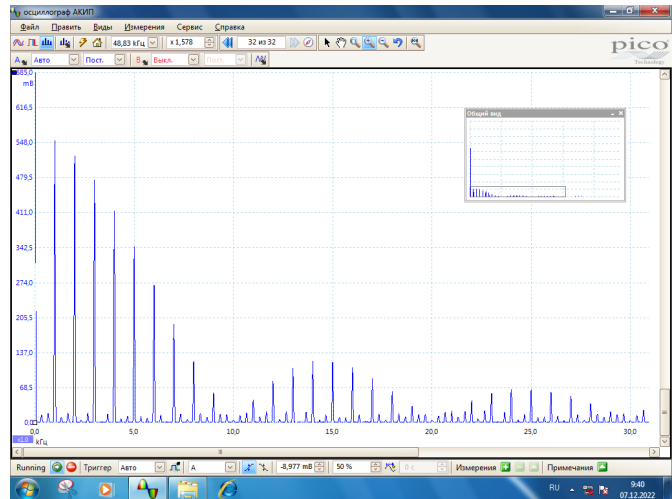


Рисунок 2: 1кГц, 100мкс

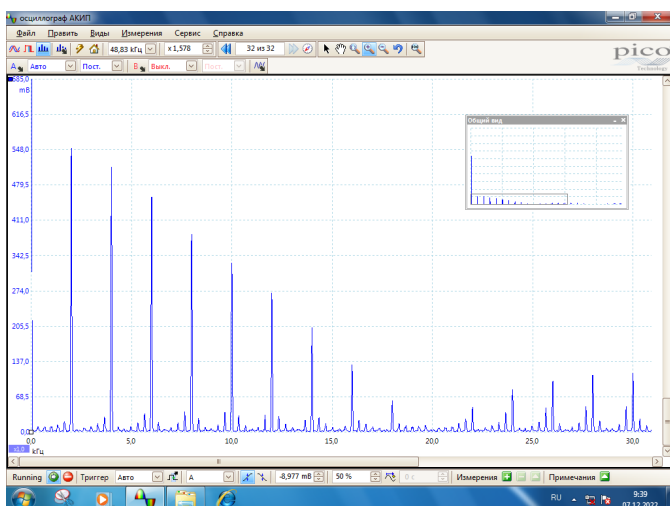


Рисунок 3: 2кГц, 50мкс

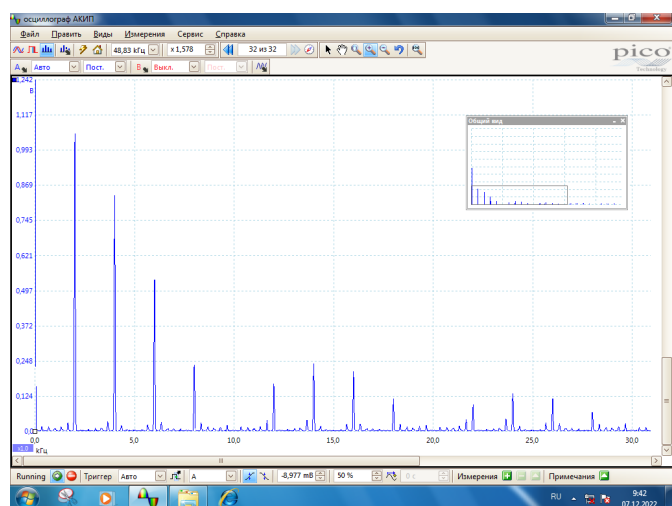
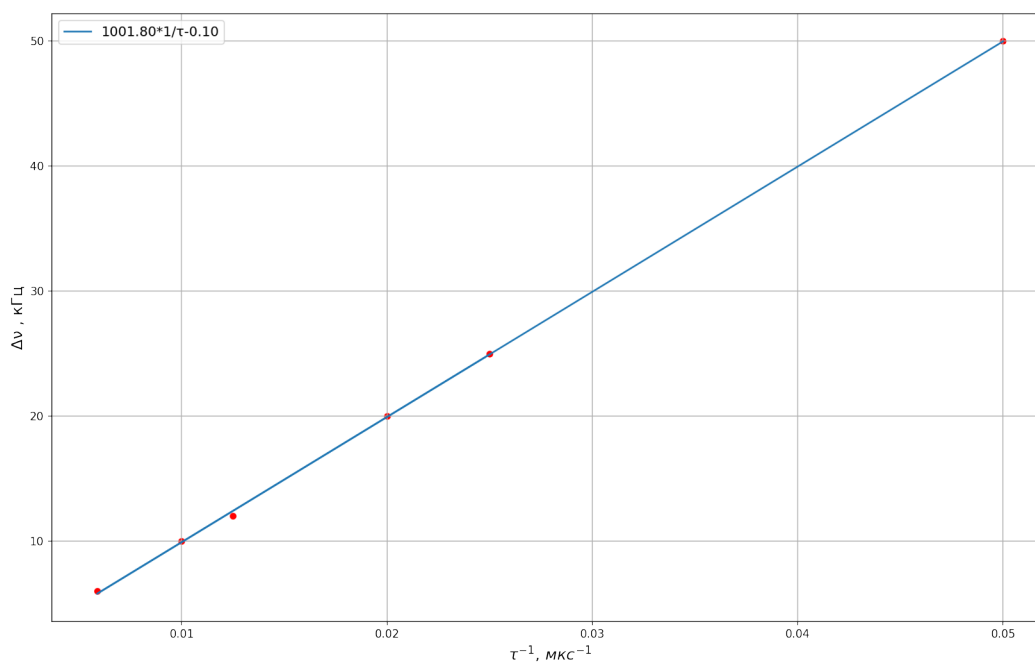


Рисунок 4: 2кГц, 100мкс

$\nu = 2\text{кГц}, \tau = 100\text{мкс}$							
N	0	1	2	3	4	5	6
$\omega, \text{кГц}$	0	2	4	6	8	10	12
U, мВ	2400	1040	835	539	236	0	162

$\nu = 2\text{кГц}$						
$\tau, \text{мкс}$	20	50	80	100	170	40
$\Delta\nu, \text{кГц}$	50	20	12	10	6	25

Зависимость ширины спектра от обратной величины длительности импульса



Из графика очевидно, что соотношение неопределённости выполняется.

2) Исследование спектра периодической последовательности цугов

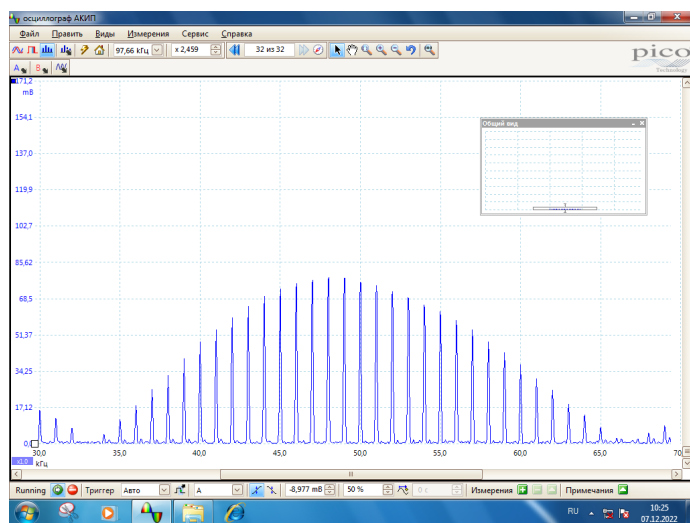


Рисунок 6: 1мс, 3 периода, 50кГц

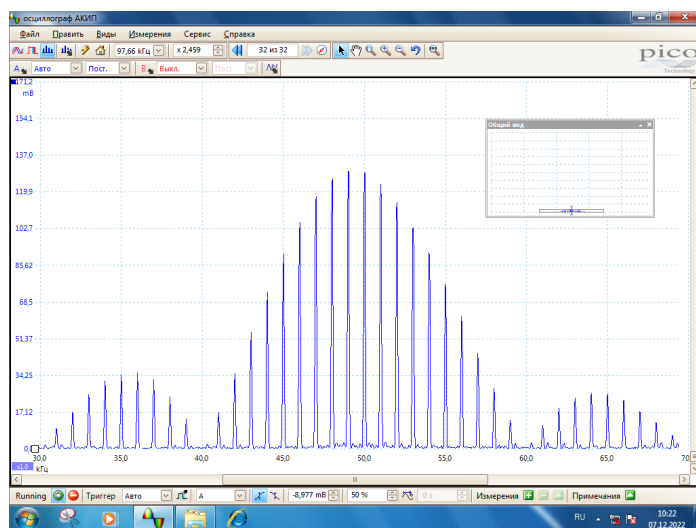


Рисунок 5: 1мс, 5 периодов, 50кГц

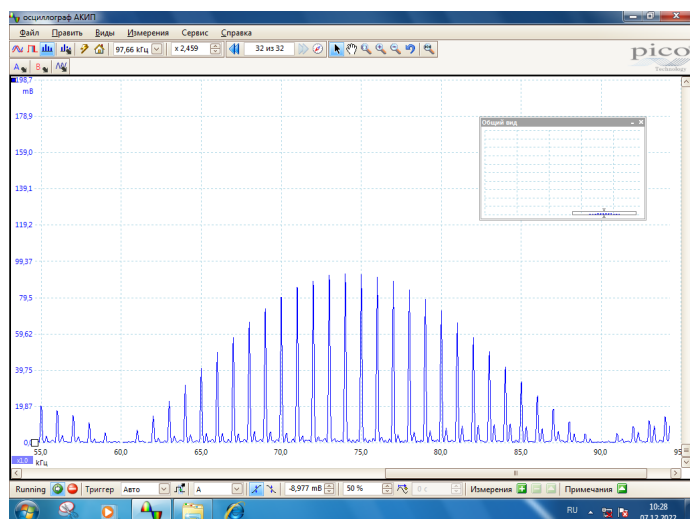


Рисунок 7: 1мс, 5 периодов, 75кГц

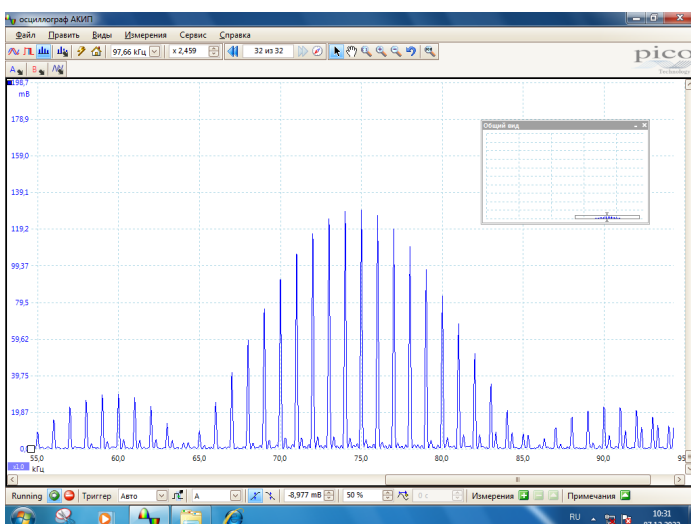


Рисунок 8: 1мс, 7 периодов, 75кГц

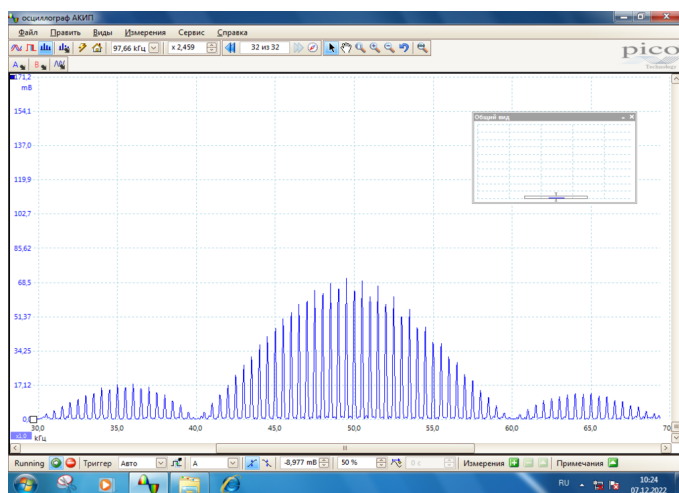


Рисунок 10: 2мс, 5 периодов, 50кГц

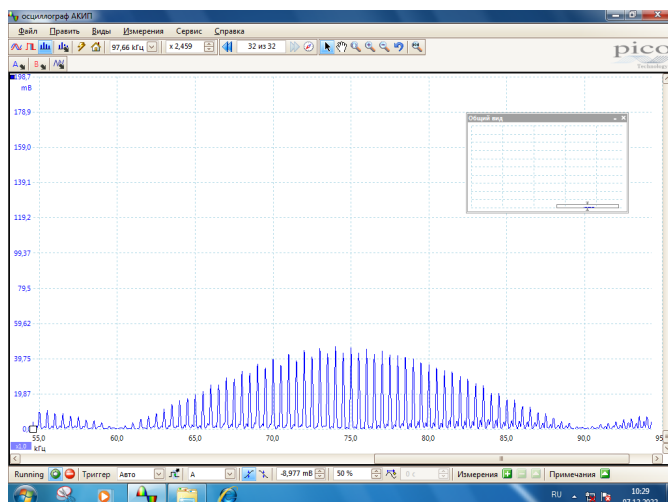
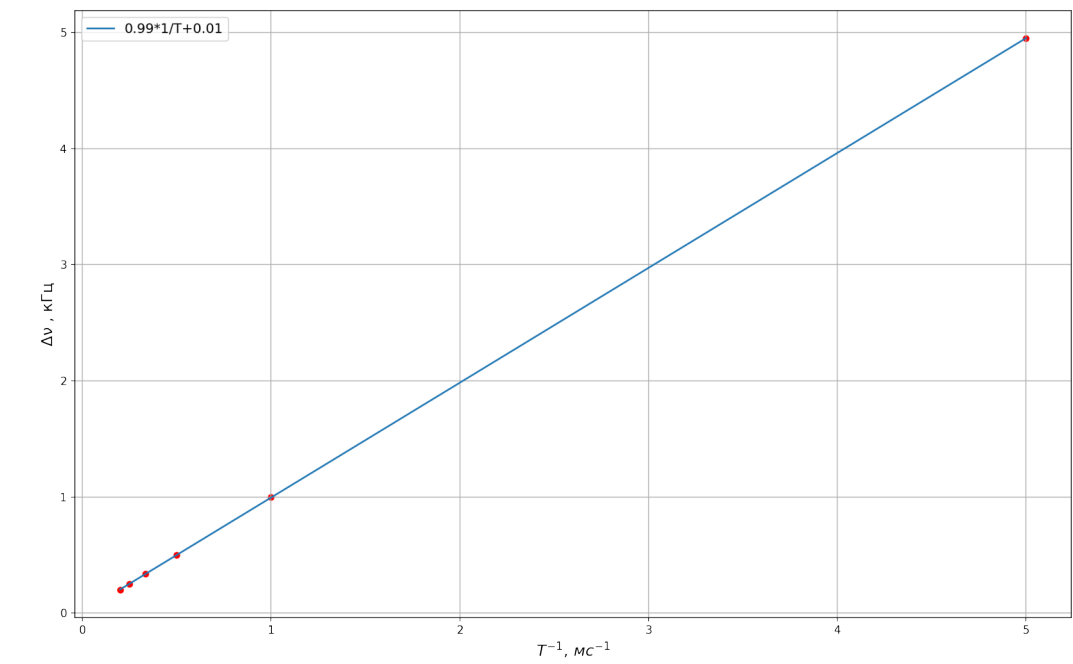


Рисунок 9: 2мс, 5 периодов, 75кГц

$\nu = 50\text{кГц}, N = 5$						
$T, \text{мс}$	0.2	1	2	3	4	5
$\Delta\nu, \text{кГц}$	4.95	1	0.5	0.339	0.25	0.2

Зависимость расстояния между соседними спектральными компонентами от частот повторения импульсов



$$\frac{\Delta \nu}{f_{повт}} = 0.99 \pm 0.01$$

3) Исследование спектра амплитудно-модулированного сигнала

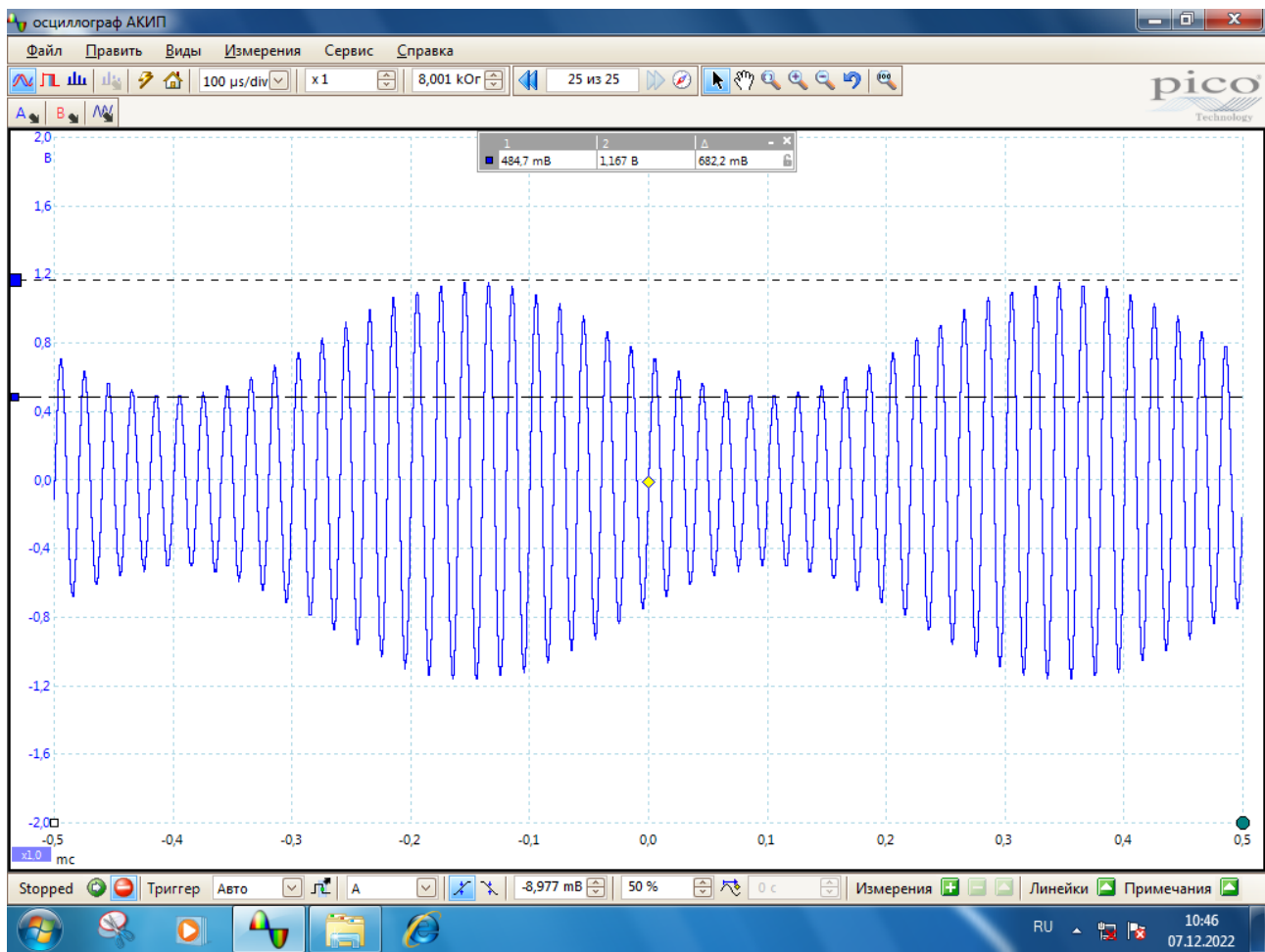


Рисунок 11: Амплитудно-модулированный сигнал(50кГц, 2кГц)

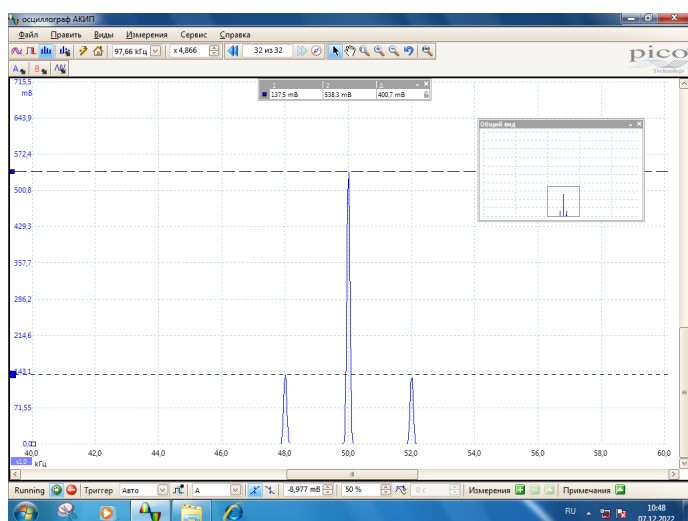


Рисунок 13: 50кГц, 2кГц



Рисунок 12: 50кГц, 4кГц

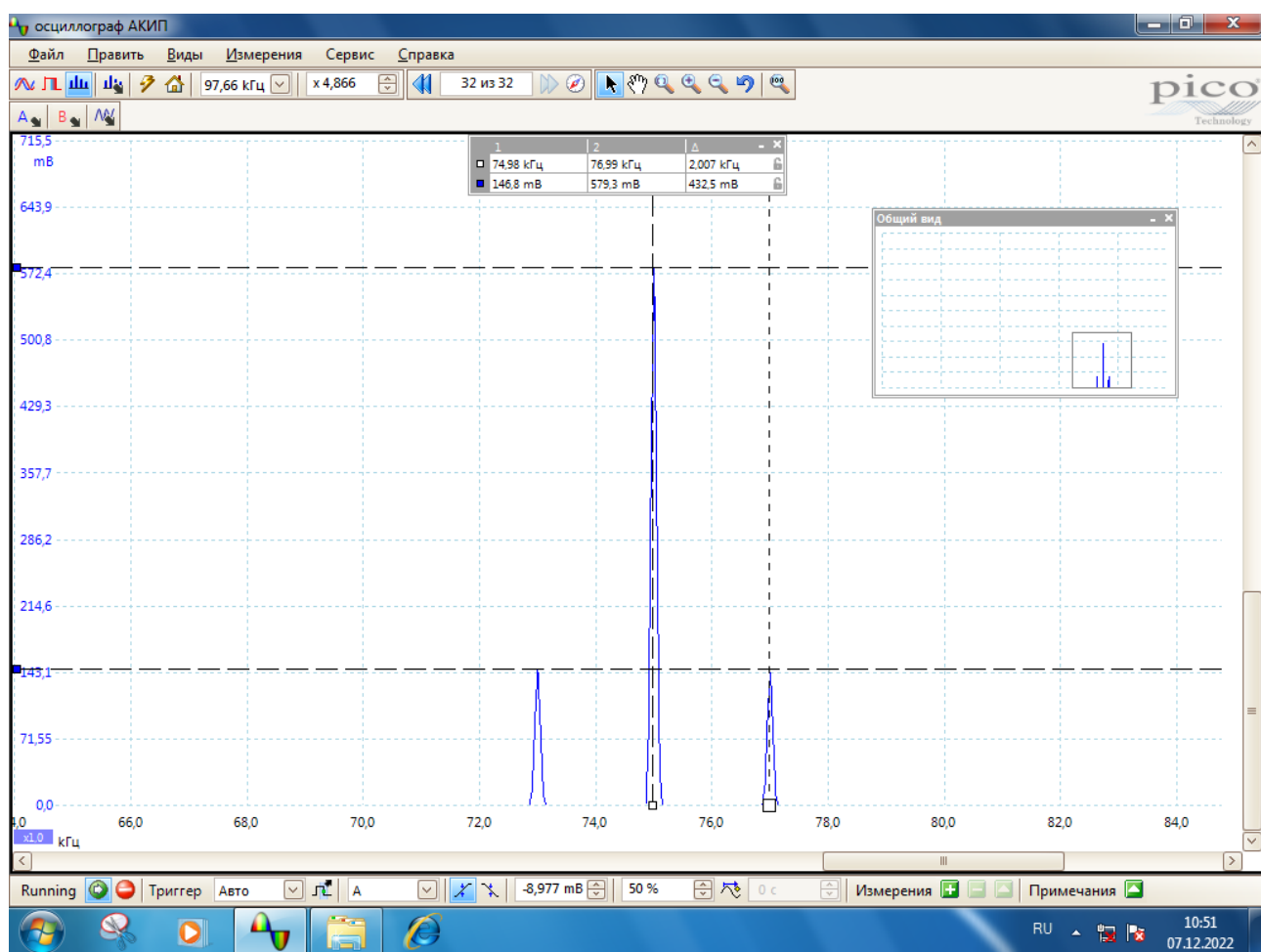
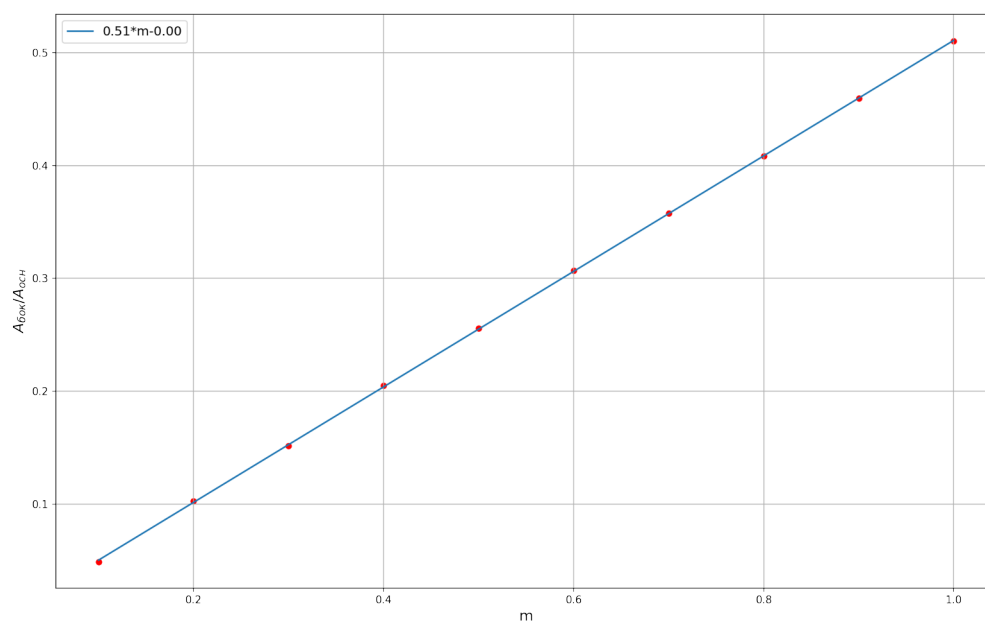


Рисунок 14: 75кГц, 2кГц



$\nu = 50\text{кГц}, \nu_{\text{мод}} = 2\text{кГц}$										
m, %	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$A_{\text{осн}}, \text{мВ}$	545.4	539.1	536.6	536.6	536.6	536.6	536.6	536.6	536.6	536.6
$A_{\text{бок}}, \text{мВ}$	26.5	55.3	81.34	109.9	137.2	164.6	191.9	219.2	246.6	273.9

$$\frac{A_{\text{бок}}}{A_{\text{осн}} * m} = 0.51 \pm 0.02$$

3) Исследование спектра частотно-модулированного сигнала

