

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

# **ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ**

Выполнил:  
**Деревянченко Михаил**  
Группа:  
**Б03-106**

Долгопрудный, 2022

## Оглавление

1. Аннотация.....	3
2. Теоретические сведения.....	4
3. Экспериментальная установка и методика измерений.....	8
4. Проведение измерений и обработка результатов.....	13
5. Обсуждение результатов.....	18
6. Вывод.....	19

# 1. Аннотация

Целью данной работы являются:

1. Определение характеристик шарообразных неодимовых магнитов.
2. Используя законы взаимодействия магнитных моментов с полем, измерить горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

## 2. Теоретические сведения

### Точечный магнитный диполь

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент  $P_m$  тонкого витка площадью  $S$  с током  $I$  равен:

$$\vec{P}_m = (I/c) \vec{S} = (I/c) S \vec{n} ,$$

где  $S \vec{n}$  - вектор площади контура, образующий с направлением тока правовинтовую систему. Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению с расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь  $\vec{P}_m$  называют элементарным или точечным.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле, аналогичной формуле для поля элементарного электрического диполя:

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{P}_m \vec{r}) \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3}$$

В магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$  на точечный магнитный диполь  $\vec{P}_m$  действует механический момент сил:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

Под действием вращающего момента  $\vec{M}$  виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это — положение устойчивого равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда  $\vec{P}_m$  и  $\vec{B}$  параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ( $M = 0$ ), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\vec{P}_m, \vec{B})$$

В неоднородном поле на точечный магнитный диполь, кроме момента сил, действует ещё и сила:

$$\vec{F} = (\vec{P}_m, \vec{\nabla}) \vec{B}$$

Используя формулы для момента силы, силы и энергии, не сложно выяснить, как ведёт себя свободный магнитный диполь в неоднородном магнитном поле: он выстраивается вдоль силовых линий магнитного поля и, кроме того, под действием результирующей силы, возникающей из-за неоднородности поля, втягивается в область более сильного магнитного поля, т.е. в

область, где он обладает меньшей энергией. Зная магнитные моменты  $P_1$  и  $P_2$  двух небольших постоянных магнитов, можно рассчитать силу их взаимодействия. Если магнитные моменты  $P_1=P_2=P_m$  двух одинаковых небольших магнитов направлены вдоль соединяющей их прямой, а расстояние между ними равно  $r$ , то магниты взаимодействуют с силой:

$$F = P_m \frac{\partial B}{\partial r} = P_m \frac{\partial (2 P_m / r^3)}{\partial r} = -6 \frac{P_m^2}{r^4}$$

Магниты притягиваются, если их магнитные моменты сонаправлены и отталкиваются, если моменты направлены противоположно друг другу. Если магнитные моменты направлены перпендикулярно соединяющей их прямой, то сила их взаимодействия окажется в два раза меньшей:

$$F = 3 \frac{P_m^2}{r^4}$$

## 1 Неодимовые магнитные шары

В настоящей работе используются неодимовые магниты 1 шарообразной формы. Для нас важно то, что:

- 1) шары намагничены однородно;
- 2) вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожёстким материалом.

Магнитное поле однородно намагниченного шара радиуса  $R$  на расстояниях  $r \geq R$  от центра шара совпадает с полем точечного

магнитного диполя  $\vec{P}_m$ , равного полному магнитному моменту шара и расположенного в его центре. Магнитожёсткость материала означает, что магнитные моменты шаров в нашей работе не изменяются под действием внешних магнитных полей, т.е. шар ведёт как жёсткий диполь. Поэтому, при расчетах можно считать, что шары взаимодействуют как жёсткие точечные магнитные диполи, расположенные в центрах шаров. Полный магнитный момент  $\vec{P}_m$  постоянного магнита определяется намагниченностью  $m_r$  вещества, из которого он изготовлен. По определению, намагниченность — это магнитный момент единицы объёма. Для однородно намагниченного шара намагниченность, очевидно, равна:

$$\vec{P}_m = \frac{\vec{P}_m}{V},$$

где  $V$  — объем шара.

Намагниченность — важная характеристика вещества постоянных магнитов, определяющая, в частности, величину остаточной магнитной индукции  $B_r = 4\pi p_m$ . Индукция магнитного поля  $\vec{B}_p$  на полюсах однородно намагниченного шара связана с величиной намагниченности и остаточной магнитной индукцией формулами:

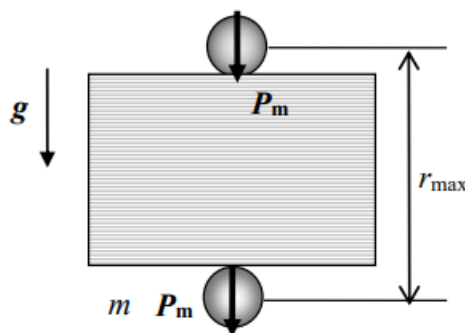
$$\vec{B}_p = \frac{8\pi}{3} \vec{p}_m = \frac{2}{3} \vec{B}_r$$

# 3. Экспериментальная установка и методика измерений

- Экспериментальное определение величины магнитного момента магнитных шариков(метод А)

Величину магнитного момента  $P_m$  одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу  $m$  и определив максимальное расстояние  $r_{max}$ , на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести. При максимальном расстоянии сила тяжести шариков равна силе их магнитного притяжения:

$$6 \frac{P_m^2}{r_{max}^4} = mg, P_m = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}}$$





По величине магнитного момента  $P_m$  можно рассчитать величину индукции магнитного поля вблизи любой точки на поверхности шара радиуса  $R$ . Максимальная величина индукции наблюдаются на полюсах:

$$\vec{B}_p = 2 \frac{\vec{P}_m}{R^3}$$

- **Определение величины магнитного момента по силе сцепления магнитных шариков (метод Б)**

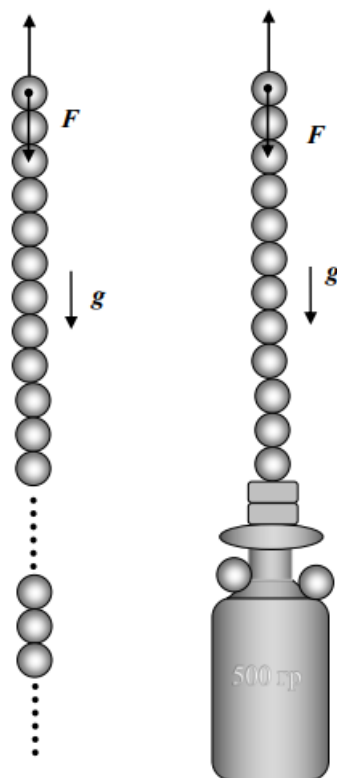
Величину магнитного момента шариков можно определить также по силе их сцепления. Она определяется как сила, необходимая для разрыва двух сцепившихся магнитных шариков. Сила сцепления максимальна, если шары соединяются своими противоположными полюсами.

Если сила сцепления двух одинаковых шаров диаметром  $d$  с магнитными моментами  $P_m$  равна:

$$F_0 = \frac{6 P_m^2}{d^4},$$

то минимальный вес цепочки, при которой она оторвется от верхнего шарика равен:  $F \approx 1.08 F_0$ .

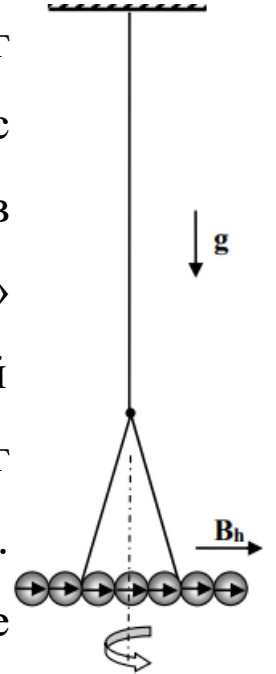
Тогда



$$P_m = \sqrt{\frac{Fd^4}{6.48}}$$

## 1 Измерение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли

«Магнитная стрелка» образована из сцепленных друг с другом противоположными полюсами шариков и с помощью  $\Lambda$ -образного подвеса подвешена в горизонтальном положении. При отклонении «стрелки» на угол  $\theta$  от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. Если пренебречь упругостью нити, то уравнение крутильных колебаний такого маятника определяется возвращающим моментом сил  $M = -P_0 B_h \sin \theta$ , действующим на «стрелку» со стороны магнитного поля Земли, и моментом инерции  $I_n$  «стрелки» относительно оси вращения.



При малых амплитудах ( $\sin \theta \approx \theta$ ) уравнение колебаний «стрелки» имеет вид:

$$I_n \frac{d^2 \theta}{dt^2} + P_0 B_h \theta = 0$$

Период колебаний равен:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_n}{n P_m B_h}}$$

где  $P_0 = nP_m$  – полный магнитный момент «магнитной» стрелки, составленной из  $n$  шариков.

Момент инерции «стрелки» равен:

$$I_n = 1/12 n^3 m d^2$$

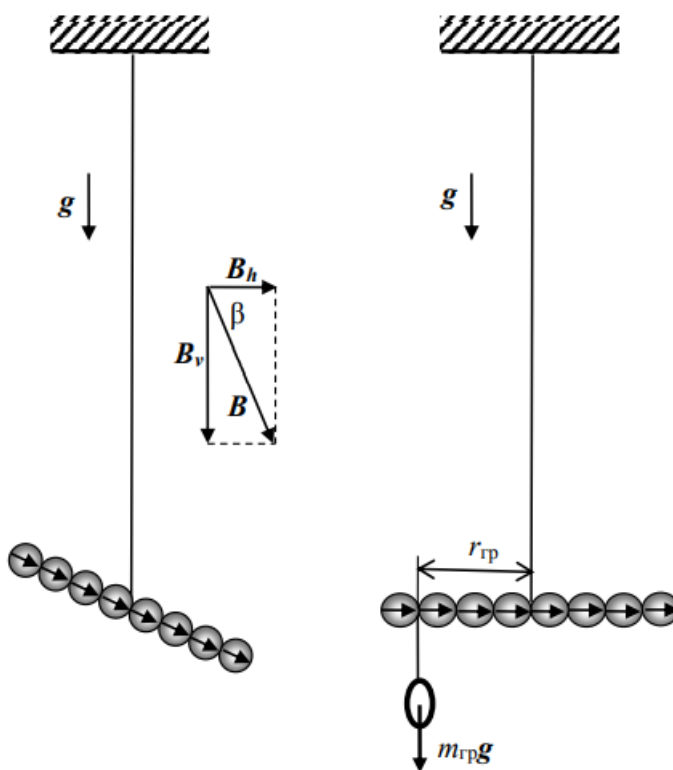
Таким образом, в нашем приближении период колебаний маятника оказывается пропорциональным числу шаров  $n$ , составляющих «стрелку»:

$$T(n) = \pi n \sqrt{\frac{m d^2}{3 P_m B_h}}, T = k n$$

$$B_h = \frac{\pi^2 m d^2}{3 k^2 P_m}$$

## 2 Измерение вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли

Магнитная «стрелка», составленная из чётного числа шариков и подвешенная на тонкой нити за середину, расположится не горизонтально, а под некоторым, отличным от нуля, углом к горизонту. Это связано с тем, что вектор  $\vec{B}$  индукции магнитного поля Земли в общем случае не горизонтален,



а образует с горизонтом угол  $\beta$ , зависящим от географической широты  $\varphi$  места, где проводится опыт. Величина угла  $\beta$  называется магнитным наклоном.

С помощью небольшого дополнительного грузика «стрелку» можно «выровнять», расположив её горизонтально: в этом случае момент силы тяжести груза относительно точки подвеса будет равен моменту сил, действующих на «стрелку» со стороны магнитного поля Земли. Момент  $M(n)$  силы тяжести уравнивающего груза пропорционален числу  $n$  шариков, образующих магнитную «стрелку»  $M(n) = An$ ,  $A = P_m B_v$ , то есть

$$B_v = \frac{A}{P_m}$$

# 4. Проведение измерений и обработка результатов

## 1 Определение магнитного момента, намагниченности и остаточной магнитной индукции вещества магнитных шариков.

- Метод А:

### Параметры шариков

m, г	d, мм	B <sub>магн</sub> , мТл
0.829±0.001	5.90±0.05	325.7±0.1

### Измеренные величины

r <sub>max</sub> , мм	P <sub>м</sub> , эрг/Гс	p <sub>м</sub> , Гс	B <sub>p</sub> , Гс	B <sub>r</sub> , Гс
24.0±0.1	67.1±0.9	354±8.1	5219±73	7829±118

$$\epsilon_p = \sqrt{0.5 \epsilon_m^2 + 4 \epsilon_r^2}$$

$$\epsilon_p = \sqrt{\epsilon_p^2 + 9 \epsilon_d^2} = \epsilon_{B_p} = \epsilon_{B_r}$$

• **Метод Б:**

n	m, г	$F_0, \text{Н} \cdot 10^{-5}$	$P_m, \text{эрг/Гс}$	$B_p, \text{Гс}$	$B_r, \text{Гс}$
22	$311.620 \pm 0.001$	$283054 \pm 1$	$74.8 \pm 1.3$	$5827 \pm 98$	$8894 \pm 141$

Сравнивая полученную остаточную индукцию магнитного поля неодимового шарика из методов А и Б с табличным при заданной температуре:  $B_r = 11200 \text{ Гс}$  можно сказать, что второй способ оказался более точным, поэтому далее будем использовать магнитный момент шарика равный  $P_m = 74.8 \pm 1.3 \text{ эрг/Гс}$ .

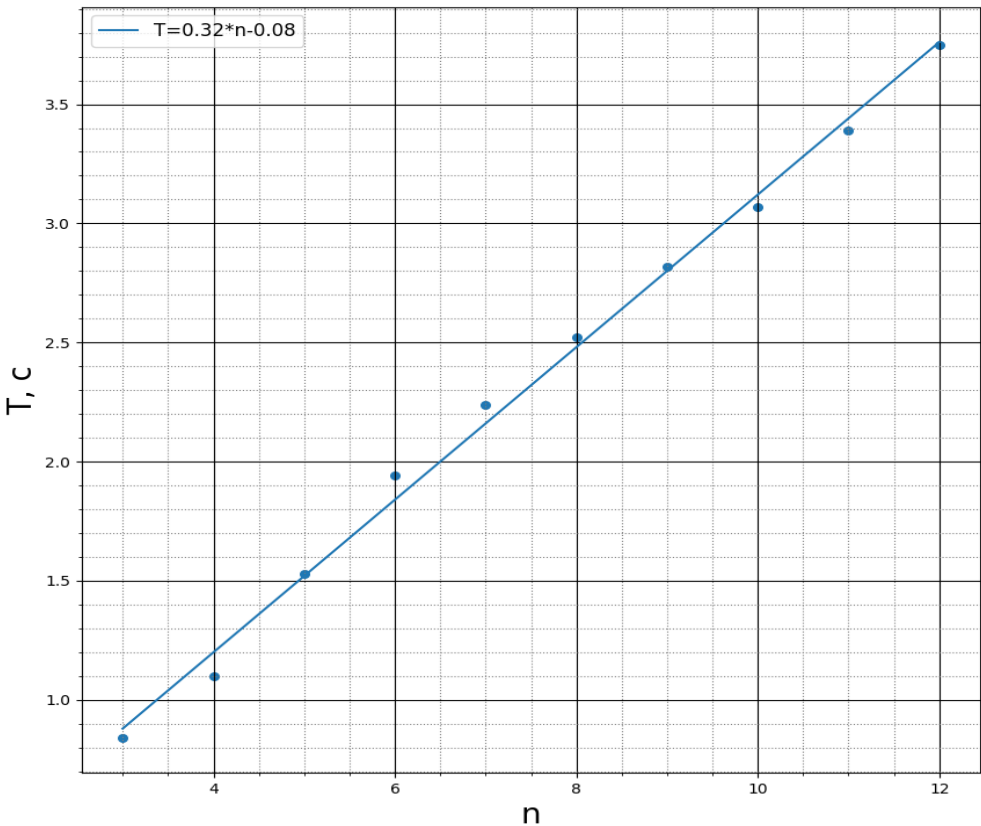
## 2 Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

n (количество шаров)	N (количество колебаний)	t, с (полное время)	T, с
3	10	8.4	0.84
4		11.00	1.1
5		15.31	1.53
6		19.40	1.94

7		22.38	2.24
8		25.37	2.54
9		28.16	2.82
10		30.69	3.07
11		33.85	3.39
12		37.53	3.75
Стрелка, свернутая в кольцо	1	60.47	

Сравнивая период  $T_1$  колебаний стрелки, свернутой в кольцо, с периодом  $T_2$  обычной магнитной стрелкой, можно сделать вывод, что упругость нити при расчете колебаний можно не учитывать, так как  $T_2 \ll T_1$ .

Зависимость периода крутильных колебаний «стрелки» от количества шариков



$$T = kn, k = 0.32 \pm 0.02 \text{ с}$$

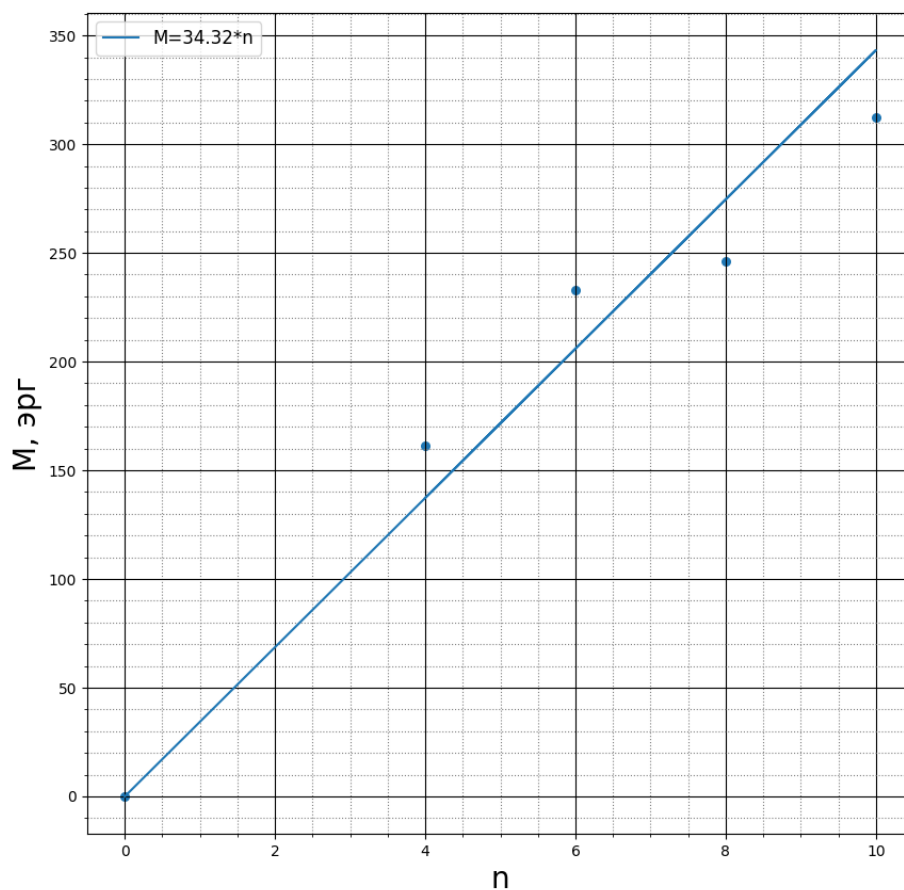
$$B_h = 0.124 \pm 0.011 \text{ Гс}$$

### 3 Определение вертикальной составляющей магнитного поля Земли

Вертикальная составляющая

n	m, г	l, см (плечо)	M, эрг
4	0.279	0.59	161.5
6	0.18, 0.042	1.18, 0.59	232.7
8	0.18, 0.065	1.18, 0.59	246.0
10	0.18	1.77	312.5

Зависимость момента от количества шариков





$$A=34.32\pm 2.73, B_v=\frac{A}{P_m}$$

$$B_v = 0.459\pm 0.035 \text{ Гс}$$

#### **4 Итоговое значение индукции поля**

$$B=\sqrt{B_p^2+B_h^2}=0.475\pm 0.039 \text{ Гс}$$

$$\beta = \arccos \frac{B_h}{B} = 74.31^\circ$$

## 5. Обсуждение результатов

Вычислив итоговые значения индукции магнитного поля (горизонтальная, вертикальная и полная составляющая), можно сравнить их с реальными значениями:

	$B_h$ , Гс	$B_v$ , Гс	$B$ , Гс	$\beta$
Экспериментальные значения	$0.124 \pm 0.011$	$0.459 \pm 0.035$	$0.475 \pm 0.042$	$74.31^\circ$
Реальные значения	0.165	0.503	0.529	$71.77^\circ$

Полученные значения заметно отличаются от реальных, но лежат в пределах  $2\sigma$ . Несмотря на это, с учетом всех погрешностей и неточностей, связанных с уменьшением остаточной индукции магнитного поля шарика, в результате чего стрелка искривлялась при измерении вертикальной составляющей поля, с наличием источников магнитных полей в комнате, вектор индукции магнитного поля Земли был успешно померен.

## 6. Вывод

В результате работы были измерены магнитный момент неодимового шарика и остаточная индукция его магнитного поля несколькими способами; вертикальная и горизонтальная составляющие магнитного поля Земли и магнитное наклонение, которые оказались близки с реальными значениями.