

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ $\frac{C_P}{C_V}$ ПО СКОРОСТИ ЗВУКА В ГАЗЕ

Выполнил:  
Деревянченко Михаил  
Группа:  
Б03-106

Долгопрудный, 2022

## Оглавление

1. Аннотация.....	3
2. Теоретические сведения.....	4
3. Методика измерений.....	7
4. Результаты измерений и обработка данных.....	10
5. Обсуждение результатов.....	17
6. Вывод.....	19

# 1. Аннотация

Целью данной работы являются:

1. Измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу.
2. Определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

В работе используются 2 метода измерения скорости звука и, соответственно, 2 установки: на одной проводятся измерения зависимости скорости звука от длины трубы, на другой — скорости звука от температуры/частоты. Установление частоты происходит с использованием осциллографа.

## 2. Теоретические сведения

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты  $\gamma$ . На измерение скорости звука основан один из наиболее точных методов определения показателя адиабаты.

Скорость звука в газах определяется формулой:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}$$

где  $R$  - газовая постоянная,  $T$  - температура газа, а  $\mu$  его молярная масса. Выразим показатель адиабаты:

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} c^2$$

Таким образом, для определения показателя адиабаты достаточно измерить температуру газа и скорость распространения звука.

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и,

вообще говоря, очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы  $L$  равна целому числу полуволен, то есть когда

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

где  $\lambda$  — длина волны звука в трубе, а  $n$  — любое целое число. Если это условие выполнено, то волна, отраженная от торца трубы, вернувшись к ее началу и вновь отраженная, совпадает по фазе с падающей. Совпадающие по фазе волны усиливают друг друга. Амплитуда звуковых колебаний при этом резко возрастает — наступает резонанс.

При звуковых колебаниях слои газа, прилегающие к торцам трубы, не испытывают смещения. Узлы смещения повторяются по всей длине трубы через  $\lambda/2$ . Между узлами находятся максимумы смещения.

Скорость звука  $c$  связана с его частотой  $f$  и длиной волны  $\lambda$  соотношением:

$$c = \lambda f$$

Подбор условий, при которых возникает резонанс, можно производить двояко:

1. При неизменной частоте  $f$  звукового генератора (а следовательно, и неизменной длине звуковой волны  $\lambda$ ) можно изменять длину трубы  $L$ . Для этого применяется раздвижная

труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Возникновение резонанса легко наблюдать на осциллографе по резкому увеличению амплитуды колебаний. Для последовательных резонансов имеем

$$L_n = n \frac{\lambda}{2} \quad L_{n+k} = n \frac{\lambda}{2} + k \frac{\lambda}{2}$$

т.е.  $\lambda/2$  равно угловому коэффициенту графика, изображающего зависимость длины трубы  $L$  от номера резонанса  $k$ .

2. При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту  $f$  звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны  $\lambda$ . Для последовательных резонансов получим

$$L = (n+k) \frac{\lambda_{k+1}}{2}$$

Тогда получаем:

$$f_{k+1} = f_1 + k \frac{c}{2L}$$

Скорость звука, деленная на  $2L$ , определяется, таким образом, по угловому коэффициенту графика зависимости частоты от номера резонанса.

# 3. Методика измерений

- Экспериментальная установка:

## 1 установка

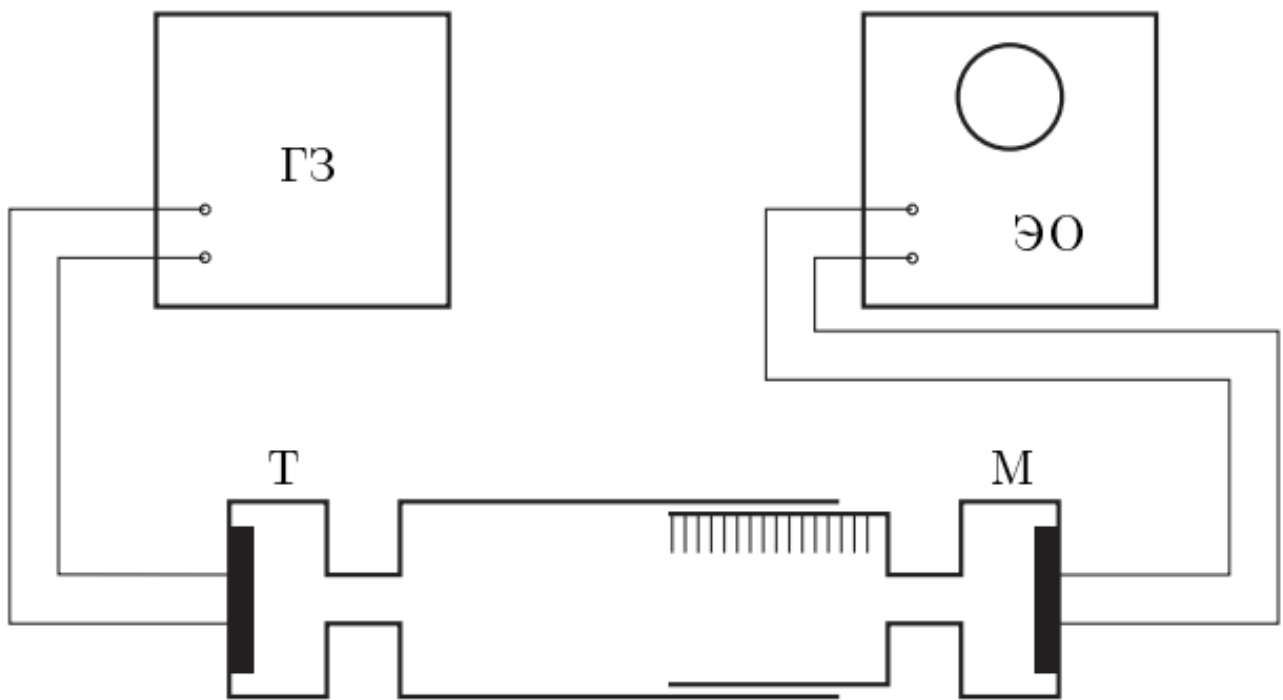


Рис. 1. Установка для измерения скорости звука при помощи раздвижной трубы

Методика измерений на 1 установке:

1. Расчет диапазон частот, в котором следует вести измерения.
2. Измерение зависимости номера резонанса от длины трубы.

3. По графику зависимости  $k$  (номер последовательного резонанса) от  $L$  найти длину полуволны и, соответственно, скорость звука.
4. Прodelать п.1-3 для углекислого газа.

### 2 установка

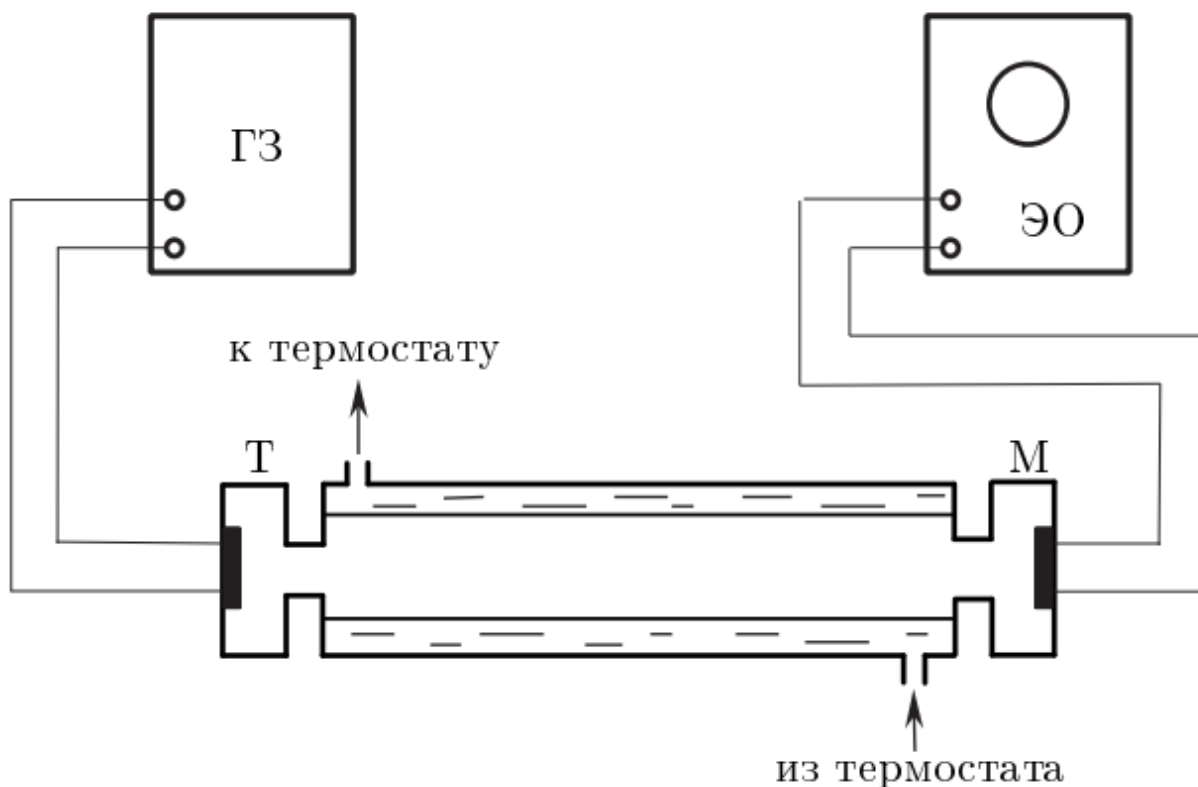


Рис. 2. Установка для изучения зависимости скорости звука от температуры

Методика измерений на 2 установке:

1. Увеличивая частоту генератора, отмечаем резонансные частоты.
2. По графику зависимости  $k$  от частоты генератора вычисляем значение скорости звука.



3. Включить термостат и проделать п.1-2 еще при трех значениях температуры в интервале от комнатной до 80°C.
4. Вычисление значения  $\gamma$ .

# 4. Результаты измерений и обработка данных

$T_k = 22^\circ\text{C}$ .

1 Метод:

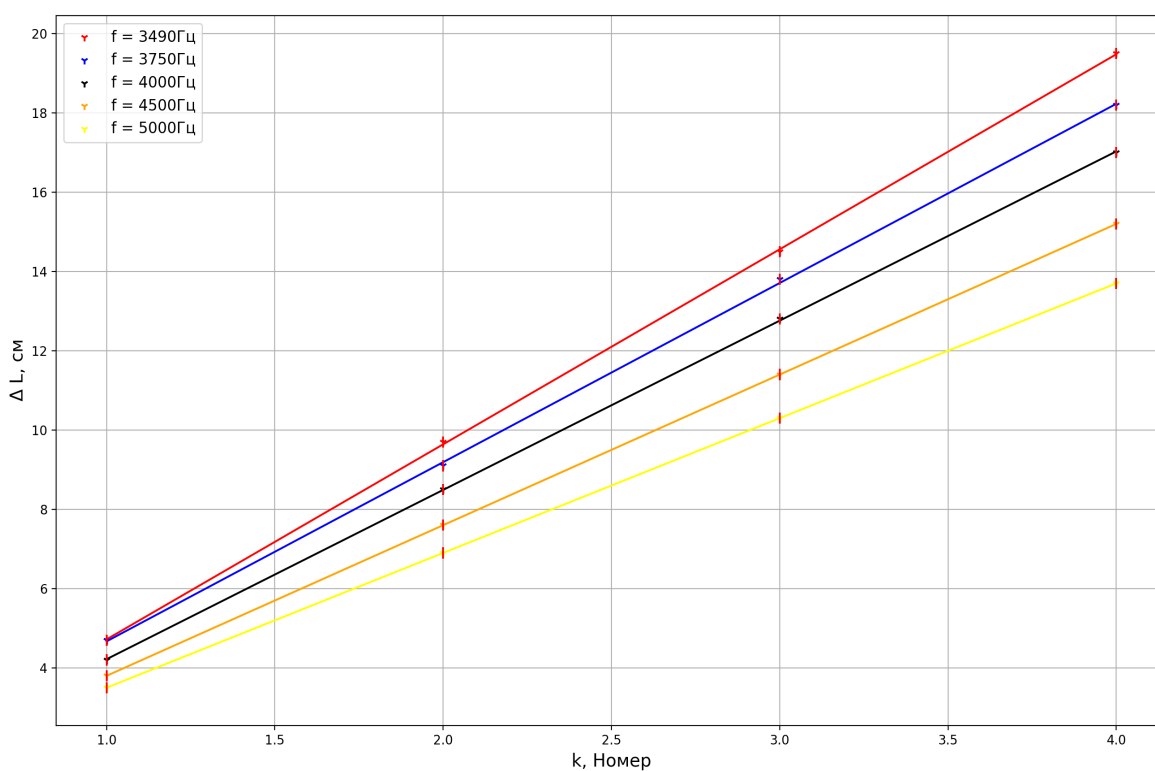
$L_0 = 570 \pm 5\text{мм}$

Воздух

	Длины при различных частотах, см				
$k \backslash f$	3490Гц	3750Гц	4000Гц	4500Гц	5000Гц
1	2,7	3,0	3,5	4,4	1,7
2	7,4	7,7	7,7	8,2	5,2
3	12,4	12,1	12,0	12,0	8,6
4	17,2	16,8	16,3	15,8	12,0
5	22,2	21,2	20,5	19,6	15,4

	$\Delta L$ , см (Разность длин между k-м и 1-м резонансом)				
$k \backslash f$	3490Гц	3750Гц	4000Гц	4500Гц	5000Гц
1	4,7	4,7	4,2	3,8	3,5
2	9,7	9,1	8,5	7,6	6,9
3	14,5	13,8	12,8	11,4	10,3
4	19,5	18,2	17,0	15,2	13,7

Зависимость удлинения трубы от номера резонанса k для воздуха



Угол наклона графика  $\Delta L(k)$  и погрешность его значения считаем по МНК:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{\langle \Delta L * k \rangle - \langle \Delta L \rangle \langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2}$$

$$\sigma_{\frac{\lambda}{2}}^{сл} = \sqrt{\frac{1}{4} \sqrt{\frac{\langle \Delta L^2 \rangle - \langle \Delta L \rangle^2}{\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2} - \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2}}$$

$$\sigma_{\frac{\lambda}{2}} = \sqrt{\sigma_{\frac{\lambda}{2}}^{сл2} + \sigma_L^2}$$

Относительная погрешность измерения скорости звука:

$$E_c = \sqrt{E_\lambda^2 + E_f^2} ,$$

причем  $\Delta f = 0.5 \Gamma_{\text{ц}}$ .

Относительная погрешность измерения показателя адиабаты:

$$E_y = \sqrt{4 E_c^2 + E_T^2} ,$$

причем  $E_T = 1\%$

<b>f, Гц</b>	3490Гц	3750Гц	4000Гц	4500Гц	5000Гц
<b><math>\lambda/2</math>, см</b>	$4,92 \pm 0,08$	$4,52 \pm 0,07$	$4,27 \pm 0,07$	$3,8 \pm 0,07$	$3,4 \pm 0,06$
<b>c, м/с</b>	$343,4 \pm 8,1$	$339,0 \pm 7,8$	$341,6 \pm 8,0$	$342,0 \pm 7,9$	$340,0 \pm 7,7$
<b><math>\gamma</math></b>	$1,39 \pm 0,09$	$1,35 \pm 0,08$	$1,38 \pm 0,08$	$1,38 \pm 0,09$	$1,37 \pm 0,08$

$$\gamma_{\text{cp}} = 1,37$$

Погрешность  $\gamma_{\text{cp}}$ :

$$\sigma_y^{om\partial} = \sqrt{\frac{1}{4} \sum_{i=1}^5 (\gamma_i - \gamma_{cp})^2}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^{om\partial 2} + (E_y^{cp} * \gamma_{cp})^2}$$

$$\sigma_\gamma = 0,08$$

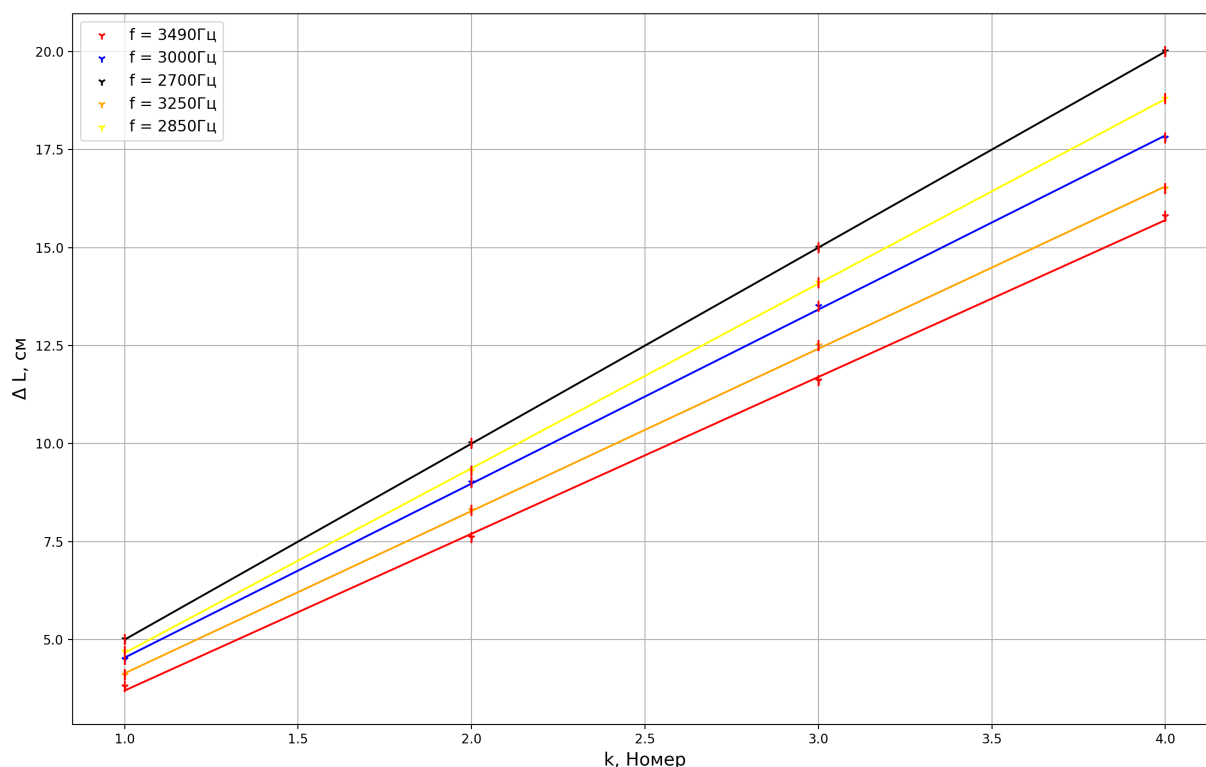
$$\gamma_{\text{cp}} = 1,37 \pm 0,08$$

## Углекислый газ(CO<sub>2</sub>)

	Длины при различных частотах, см				
k\f	3490Гц	3000Гц	2700Гц	3250Гц	2850Гц
<b>1</b>	1,1	1,2	2,9	1,8	0,5
<b>2</b>	4,9	5,7	7,9	5,9	5,2
<b>3</b>	8,7	10,2	12,9	10,1	9,8
<b>4</b>	12,5	14,7	17,9	14,3	14,6
<b>5</b>	16,6	19,0	22,9	16,3	19,3

	$\Delta L$ , см (Разность длин между k-м и 1-м резонансом)				
k\f	3490Гц	3000Гц	2700Гц	3250Гц	2850Гц
<b>1</b>	3,8	4,5	5,0	4,1	4,7
<b>2</b>	7,6	9,0	10,0	8,3	9,3
<b>3</b>	11,4	13,5	15,0	12,5	14,1
<b>4</b>	15,5	17,8	20,0	16,5	18,8

Зависимость удлинения трубы от номера резонанса k для углекислого газа



Все погрешности считаем аналогично предыдущим формулам при исследовании воздуха.

<b>f, Гц</b>	3490Гц	3000Гц	2700Гц	3250Гц	2850Гц
<b><math>\lambda/2</math>, см</b>	4,01 ± 0,07	4,44 ± 0,08	5,01 ± 0,09	4,14 ± 0,07	4,71 ± 0,08
<b>c, м/с</b>	271,5 ± 6,1	266,4 ± 6,3	270,0 ± 6,7	269,1 ± 6,3	268,47 ± 6,6
<b><math>\gamma</math></b>	1,32±0,08	1,28±0,07	1,31±0,08	1,30±0,07	1,29±0,08

$$\gamma_{\text{ср}} = 1,30 \pm 0,08$$

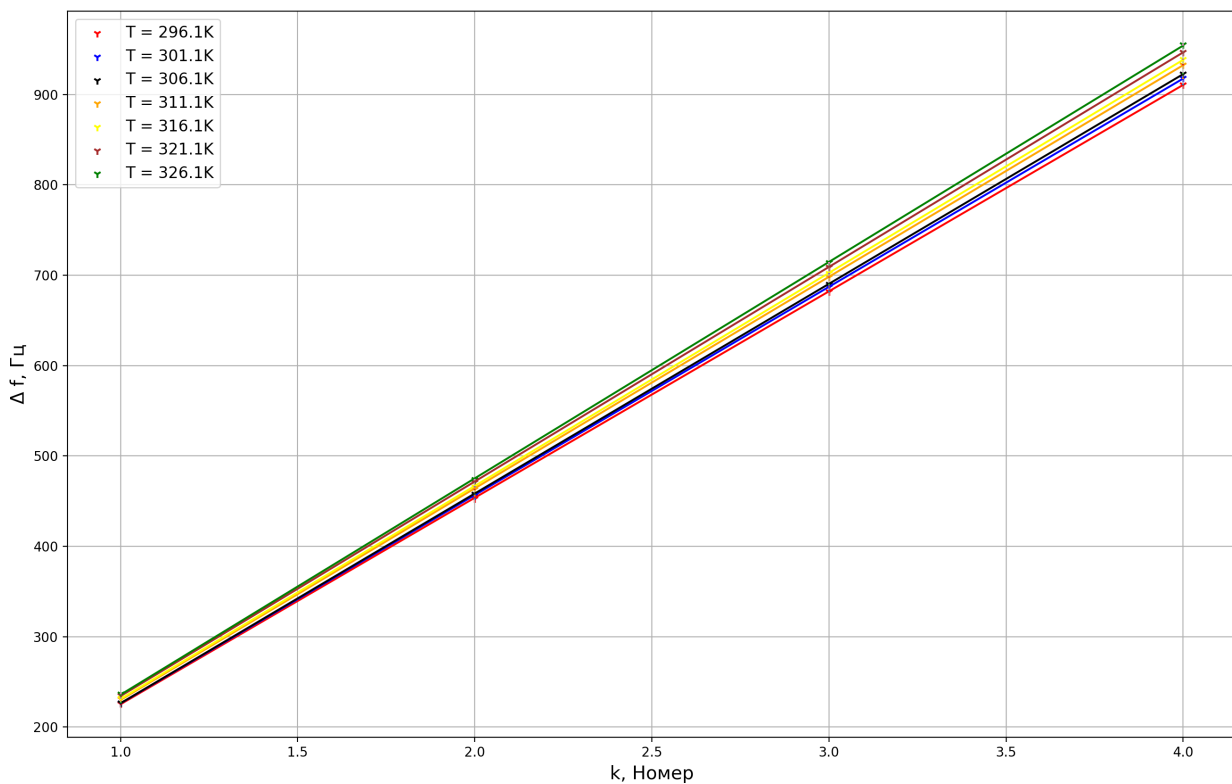
## 2 Метод:

$$L = 740 \pm 1 \text{ мм. } \Delta L = 1 \text{ мм.}$$

	<b>Частоты при различных температурах, Гц</b>						
<b>k\T</b>	<b>296,1K</b>	<b>301,1K</b>	<b>306,1K</b>	<b>311,1K</b>	<b>316,1K</b>	<b>321,1K</b>	<b>326,1K</b>
<b>1</b>	250	253	257	257	260	261	263
<b>2</b>	476	480	484	488	492	496	500
<b>3</b>	703	709	715	720	726	732	737
<b>4</b>	932	940	947	955	962	970	977
<b>5</b>	1161	1171	1180	1190	1199	1208	1218

	<b>Разность частот(i-й и 1-й) при различных температурах, Гц</b>						
<b>k\T</b>	<b>296,1K</b>	<b>301,1K</b>	<b>306,1K</b>	<b>311,1K</b>	<b>316,1K</b>	<b>321,1K</b>	<b>326,1K</b>
<b>1</b>	226	227	227	231	232	235	237
<b>2</b>	453	456	458	463	466	471	474
<b>3</b>	682	687	690	698	702	709	714
<b>4</b>	911	918	923	933	939	947	955

Зависимость разности k+1-й и 1-й частот от номера резонанса k



Расчет погрешностей проводим аналогично методу 1.

Угол наклона графика  $\Delta f(k)$  и погрешность его значения считаем по МНК:

$$\frac{c}{2L} = \frac{\langle \Delta f * k \rangle - \langle \Delta f \rangle \langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2}$$

$$\sigma_{\frac{c}{2L}} = \sqrt{\frac{1}{4} \sqrt{\frac{\langle \Delta f^2 \rangle - \langle \Delta f \rangle^2}{\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2} - \left(\frac{c}{2L}\right)^2}}$$

Систематическая погрешность частоты меньше 0.5% и много меньше случайной — пренебрегаем ею.

Относительная погрешность измерения скорости звука:

$$E_c = \sqrt{E_{\frac{c}{2L}}^2 + E_l^2}$$

Относительная погрешность измерения показателя адиабаты:

$$E_\gamma = \sqrt{4 E_c^2 + E_T^2} ,$$

T, K	296,1K	301,1K	306,1K	311,1K
c/2L, c <sup>-1</sup>	228,40 ± 0,24	230,40 ± 0,24	232,00 ± 0,22	234,10 ± 0,37
c, м/с	338,0 ± 1,6	341,0 ± 1,6	343,4 ± 1,6	346,5 ± 1,6
γ	1,347 ± 0,017	1,348 ± 0,017	1,344 ± 0,017	1,346 ± 0,017

T, K	316,1K	321,1K	326,1K
c/2L, c <sup>-1</sup>	235,70 ± 0,34	237,40 ± 0,24	239,40 ± 0,46
c, м/с	348,8 ± 1,6	351,3 ± 1,6	354,3 ± 1,6
γ	1,343 ± 0,017	1,341 ± 0,017	1,343 ± 0,017

$$\gamma_{cp} = 1,344$$

Погрешность  $\gamma_{cp}$ :

$$\sigma_\gamma^{om\partial} = \sqrt{\frac{1}{6} \sum_{i=1}^7 (\gamma_i - \gamma_{cp})^2}$$

$$\sigma_\gamma = \sqrt{\sigma_\gamma^{om\partial 2} + (E_\gamma^{cp} * \gamma_{cp})^2}$$

$$\sigma_\gamma = 0,026$$

$$\gamma_{cp} = 1,344 \pm 0,026$$



## 5. Обсуждение результатов

В ходе работы показатель адиабаты для воздуха был измерен двумя разными способами. Сначала измерения проводились при фиксированной частоте звукового сигнала и переменной длины трубы. В ходе таких измерения было получено:

$$\gamma_{\text{ср}} = 1,37 \pm 0,08$$

Затем измерения проводились на второй установке, на которой длина трубы оставалась постоянной на протяжении всего опыта, а резонанса мы добивались при помощи изменения частоты звукового сигнала. В ходе этих измерений также исследовалась зависимость коэффициента адиабаты  $\gamma$  от температуры газа. Было получено, что показатель адиабаты не зависит от температуры в диапазоне температур 23 – 53°C и равняется

$$\gamma_{\text{ср}} = 1,344 \pm 0,026.$$

Сравнивая полученные значения с табличными данными

$$\gamma_{\text{т}} = 1,4$$

можно заметить, что результат 1-го измерения в пределах погрешности совпадает с табличным значением, в то время как результат 2-го измерения немного отличается от него. Это может

быть связано с недостаточной точностью и мощностью калориметра(в результате чего он не мог поддерживать постоянную температуру длительное время), недостаточной используемой точностью частоты генератора(возможно, следовало бы измерять частоты с точностью до десятых, но тогда погрешность измерений уменьшилась бы в разы и табличное значение не обязательно бы входило в предел погрешности 2 измерения).

Также в ходе работы был измерен показатель адиабаты для углекислого газа. Измерения проводились на первой установке. В итоге получили

$$\gamma_{\text{ср}} = 1,30 \pm 0,08$$

Сравнивая с табличным значением

$$\gamma_{\text{т}} = 1,3$$

можно заметить, что эти значение совпадают с большой точностью. Одной из причин является большая погрешность, которая обусловлена погрешностью измерений длины и трудностями, связанными с определением резонанса на осциллографе).

В итоге, в данной работе следует использовать 1 метод измерений при исправной работе всех компонентов установки.

## 6. ВЫВОД

В данной работе были успешно экспериментально измерены 2-мя способами показатели адиабаты для воздуха и для углекислого газа(1-м способом). Было установлено, что в измеряемом промежутке температур показатель адиабаты не зависит от этого параметра, а также вычислены скорости звука в системе, в зависимости от ее параметров.