

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

# **ЭФФЕКТ ДЖОУЛЯ-ТОМСОНА**

Выполнил:  
**Деревянченко Михаил**  
Группа:  
**Б03-106**

Долгопрудный, 2022

## Оглавление

1. Аннотация.....	3
2. Теоретические сведения.....	4
3. Методика измерений.....	9
4. Результаты измерений и обработка данных.....	12
5. Обсуждение результатов.....	16
6. Вывод.....	17

# 1. Аннотация

Целью данной работы являются:

1. Определение изменения температуры углекислого газа при протекании через малопроницаемую перегородку при разных начальных значениях давления и температуры;
2. Вычисление по результатам опытов коэффициентов Ван-дер-Ваальса «а» и «b».

## 2. Теоретические сведения

Эффектом Джоуля–Томсона называется изменение температуры газа, медленно протекающего из области высокого в область низкого давления в условиях хорошей тепловой изоляции. В разреженных газах, которые приближаются по своим свойствам к идеальному газу, при таком течении температура газа не меняется. Эффект Джоуля–Томсона демонстрирует отличие исследуемого газа от идеального.

В работе исследуется изменение температуры углекислого газа при медленном его течении по трубке с пористой перегородкой (рис. 1). Трубка 1 хорошо теплоизолирована. Газ из области повышенного давления  $P_1$  проходит через множество узких и длинных каналов пористой перегородки 2 в область с атмосферным давлением  $P_2$ . Перепад давления  $\Delta P = P_1 - P_2$  из-за большого сопротивления каналов может быть заметным даже при малой скорости течения газа в трубке. Величина эффекта Джоуля–Томсона определяется по разности температуры газа до и после перегородки. Рассмотрим стационарный поток газа между произвольными сечениями I и II трубки (до перегородки и после нее). Пусть, для определенности, через трубку прошел 1 моль углекислого газа;  $\mu$  — его молярная масса. Молярные объемы газа, его давления и отнесенные к молю внутренние энергии газа в сечениях I и II обозначим соответственно  $V_1, P_1, U_1$  и  $V_2, P_2, U_2$ . Для того чтобы ввести в трубку объем  $V_1$ , над газом нужно совершить работу  $A_1 = P_1 V_1$ . Проходя через сечение II, газ сам совершает работу  $A_2 = P_2 V_2$ . Так как через боковые стенки не происходит ни обмена теплом, ни передачи механической энергии, то:

$$A_1 - A_2 = \left( U_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} \right) - \left( U_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} \right) \quad (1)$$

В уравнении (1) учтено изменение как внутренней (первые члены в скобках), так и кинетической (вторые члены в скобках) энергии газа. Подставляя в (1) написанные выражения для  $A_1$  и  $A_2$  и перегруппировывая члены, найдем:

$$H_1 - H_2 = (U_1 + P_1 V_1) - (U_2 + P_2 V_2) = \frac{1}{2} \mu (v_2^2 - v_1^2) \quad (2)$$

Сделаем несколько замечаний. Прежде всего отметим, что в процессе Джоуля–Томсона газ испытывает в пористой перегородке существенное трение, приводящее к ее нагреву. Потери энергии на нагрев трубки в начале процесса могут быть очень существенными и сильно искажают ход явления. После того как температура трубки установится и газ станет уносить с собой все выделенное им в пробке тепло, формула (1) становится точной, если, конечно, теплоизоляция трубки достаточно хороша и не происходит утечек тепла наружу через ее стенки.

Второе замечание связано с правой частью (2). Процесс Джоуля–Томсона в чистом виде осуществляется лишь в том случае, если правой частью можно пренебречь, т. е. если макроскопическая скорость газа с обеих сторон трубки достаточно мала. У нас сейчас нет критерия, который позволил бы установить, когда это можно сделать. Поэтому мы отложим на некоторое время обсуждение вопроса о правой части (2), а пока будем считать, что энтальпия газа не меняется.

$$\mu_{J-T} = \frac{\Delta T}{\Delta P} \approx \frac{\frac{2a}{RT} - b}{C_p}$$

Отсюда видно, что эффект Джоуля–Томсона для не очень плотного газа зависит от соотношения величин  $a$  и  $b$ , которые оказывают противоположное влияние на знак эффекта. Если силы взаимодействия между молекулами велики, так что превалирует «поправка на давление», то основную роль играет член, содержащий  $a$ , и

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} > 0$$

то есть газ при расширении охлаждается ( $\Delta T < 0$ , так как всегда  $\Delta P < 0$ ). В обратном случае (малые  $a$ )

$$\frac{\Delta T}{\Delta P} < 0$$

то есть газ нагревается ( $\Delta T > 0$ , так как по-прежнему  $\Delta P < 0$ ).

Этот результат нетрудно понять из энергетических соображений. Как мы уже знаем, у идеального газа эффект Джоуля–Томсона отсутствует. Идеальный газ отличается от реального тем, что в нем можно пренебречь потенциальной энергией взаимодействия молекул. Наличие этой энергии приводит к охлаждению или нагреванию реальных газов при расширении. При больших  $a$  велика энергия притяжения молекул. Это означает, что потенциальная энергия молекул при их сближении уменьшается, а при удалении — при расширении газа — возрастает. Возрастание потенциальной энергии молекул происходит за счет их кинетической энергии — температура газа при расширении падает. Аналогичные рассуждения позволяют понять, почему расширяющийся газ нагревается при больших значениях  $b$ .

Используя связь между коэффициентами  $a$  и  $b$  и критической температурой, найдем

$$T_{\text{инв}} = \frac{27}{4} T_{\text{кр}}$$

При температуре  $T_{\text{инв}}$  эффект Джоуля–Томсона меняет знак: ниже температуры инверсии эффект положителен ( $\mu_{\text{Д-Т}} > 0$ , газ охлаждается), выше  $T_{\text{инв}}$  эффект отрицателен ( $\mu_{\text{Д-Т}} < 0$ , газ нагревается).

Температура инверсии у всех газов лежит значительно выше критической. Для большинства газов  $T_{\text{инв}}/T_{\text{кр}} = 5 - 8$ . Например, для гелия  $T_{\text{инв}} = 46\text{К}$ ,  $T_{\text{кр}} = 5,2\text{К}$ ; для водорода  $T_{\text{инв}} = 205\text{К}$ ,  $T_{\text{кр}} = 33\text{К}$ ; для азота  $T_{\text{инв}} = 604\text{К}$ ,  $T_{\text{кр}} = 126\text{К}$ ; для воздуха  $T_{\text{инв}} = 650\text{К}$ ,  $T_{\text{кр}} = 132,6\text{К}$ ; для углекислого газа  $T_{\text{инв}} = 2050\text{К}$ ,  $T_{\text{кр}} = 304\text{К}$ . Температура инверсии у гелия и водорода значительно ниже комнатной, поэтому при обычных температурах эти газы при расширении нагреваются. Температура инверсии

остальных газов выше комнатной, и при нормальных условиях температура при расширении газа падает.

Сравнивая приведенные значения  $T_{инв}$  и  $T_{кр}$ , можно убедиться в том, что предсказания, следующие из формулы Ван-дер-Ваальса, у реальных газов выполняются не очень хорошо. Правильно передавая качественную картину поведения реальных газов, формула Ван-дер-Ваальса не претендует на хорошее количественное описание этой картины.

При больших изменениях давления, например, при дросселировании от 200 до 1 атм (интегральный эффект Джоуля–Томсона), как это нередко бывает в промышленных установках, разложением (1.28) пользоваться нельзя и приходится прибегать к общему соотношению (1.26). При этом связь между температурой и давлением находится с помощью специальных диаграмм, например, кривых  $H = \text{const}$ , проведенных в координатах температура-давление или температура-энтропия. Такие диаграммы строятся по экспериментальным данным и широко используются в технике.

Вернемся к влиянию правой части уравнения (2) на изменение температуры расширяющегося газа. Для этого сравним изменение температуры, происходящее вследствие эффекта Джоуля–Томсона, с изменением температуры, возникающим из-за изменения кинетической энергии газа. Увеличение кинетической энергии газа вызывает заметное и приблизительно одинаковое понижение его температуры как у реальных, так и у идеальных газов. Поэтому при оценках нет смысла пользоваться сложными формулами для газа Ван-дер-Ваальса.

$$\Delta T = \frac{\mu}{2} C_p (v_2^2 - v_1^2)$$

В условиях нашего опыта расход газа  $Q$  на выходе из пористой перегородки не превышает  $10 \text{ см}^3/\text{с}$ , а диаметр трубки равен 3 мм. Поэтому

$$v_2 \frac{4Q}{\pi d^2} = 140 \text{ см/с}$$

Скорость  $v_1$  газа у входа в пробку относится к скорости  $v_2$  у выхода из нее как давление  $P_2$  относится к  $P_1$ . В нашей установке  $P_1 = 4$  атм, а  $P_2 = 1$  атм, поэтому

$$v_1 = \frac{P_2}{P_1} v_2 = 35 \text{ см/с}$$

Для углекислого газа  $\mu = 44$  г/моль,  $C_p = 40$  Дж/(моль · К); имеем

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_p} (v_2^2 - v_1^2) = 7 \cdot 10^{-4} \text{ К}$$

Это изменение температуры ничтожно мало по сравнению с измеряемым эффектом (несколько градусов).

В данной лабораторной работе исследуется коэффициент дифференциального эффекта Джоуля–Томсона для углекислого газа. По экспериментальным результатам оценивается коэффициент теплового расширения, постоянные в уравнении Ван-дер-Ваальса и температура инверсии углекислого газа. Начальная температура газа  $T_1$  задается термостатом. Измерения проводились при 4 температурах.



# 3. Методика измерений

- Экспериментальная установка:

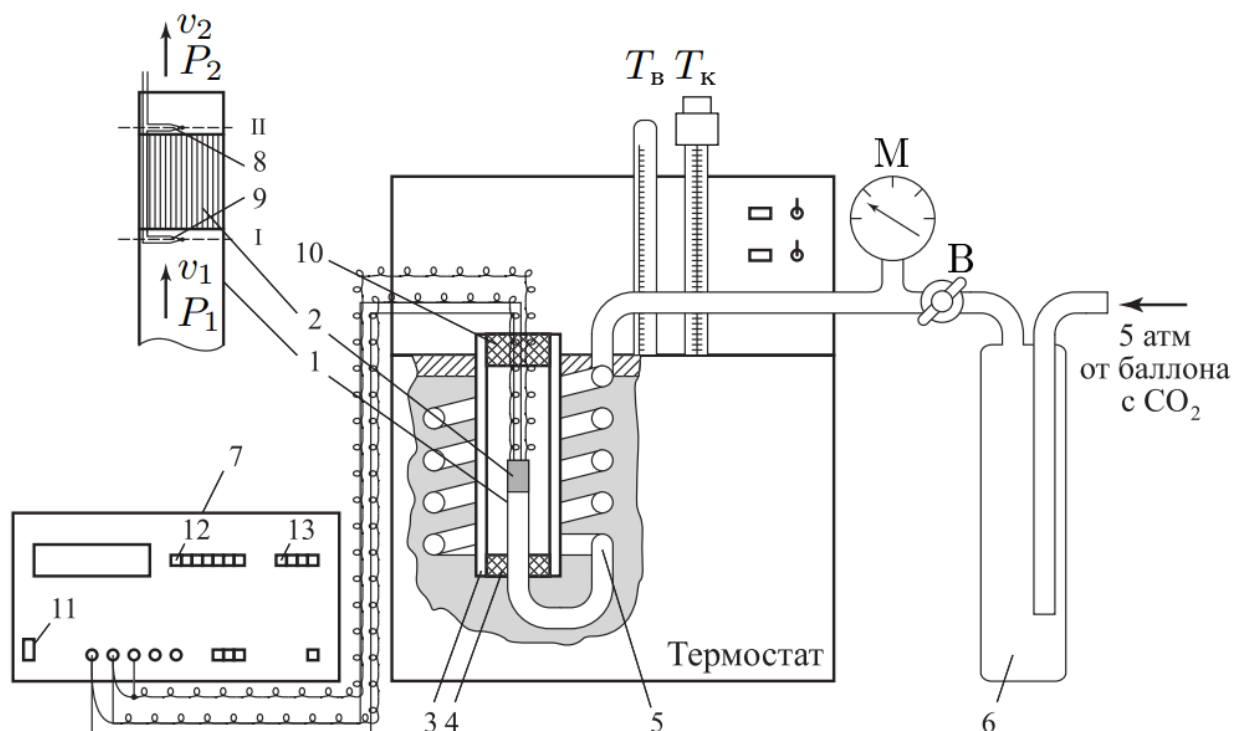


Рис. 1. Схема установки для изучения эффекта Джоуля–Томсона

Схема установки для исследования эффекта Джоуля–Томсона в углекислом газе см. рис. 1. Основным элементом установки является трубка 1 с пористой перегородкой 2, через которую пропускается исследуемый газ. Трубка имеет длину 80 мм и сделана из нержавеющей стали, обладающей, как известно, малой теплопроводностью. Диаметр трубки  $d = 3$  мм, толщина стенок 0,2 мм. Пористая перегородка расположена в конце трубки и представляет собой стеклянную пористую пробку со множеством узких и длинных каналов. Пористость и толщина пробки ( $l = 5$  мм) подобраны так, чтобы обеспечить оптимальный поток газа при перепаде давлений  $\Delta P$  4 атм (расход газа

составляет около 10 см<sup>3</sup>/с); при этом в результате эффекта Джоуля–Томсона создается достаточная разность температур.

- **Методика измерений:** Углекислый газ под повышенным давлением поступает в трубку через змеевик 5 из балластного баллона 6. Медный змеевик омывается водой и нагревает медленно протекающий через него газ до температуры воды в термостате. Температура воды измеряется термометром Тв, помещенным в термостате. Требуемая температура воды устанавливается и поддерживается во время эксперимента при помощи контактного термометра Тк. Давление газа в трубке измеряется манометром М и регулируется вентилем В (при открывании вентиля В, то есть при повороте ручки против часовой стрелки, давление Р1 повышается). Манометр М измеряет разность между давлением внутри трубки и наружным (атмосферным) давлением. Так как углекислый газ после пористой перегородки выходит в область с атмосферным давлением Р2, то этот манометр непосредственно измеряет перепад давления на входе и на выходе трубки  $\Delta P = P1 - P2$ . Разность температур газа до перегородки и после нее измеряется дифференциальной термопарой медь-константан. Константановая проволока диаметром 0,1 мм соединяет спаи 8 и 9, а медные проволоки (того же диаметра) подсоединены к цифровому вольтметру 7. Отвод тепла через проволоку столь малого сечения пренебрежимо мал. Для уменьшения теплоотвода трубка с пористой перегородкой помещена в трубу Дьюара 3, стенки которой посеребрены, для уменьшения теплоотдачи, связанной с излучением. Для уменьшения теплоотдачи за счет конвекции один конец трубы Дьюара уплотнен кольцом 4, а другой закрыт пробкой 10 из пенопласта. Такая пробка практически не создает перепада давлений между внутренней полостью трубы и атмосферой.

**Используемое оборудование:**

трубка с пористой перегородкой; труба Дьюара; термостат; термометры; дифференциальная термопара; микровольтметр; балластный баллон; манометр.

# 4. Результаты измерений и обработка данных

$$\Delta T = \frac{U}{\alpha},$$

$\alpha$  — коэффициент пересчета напряжения в разницу температур.

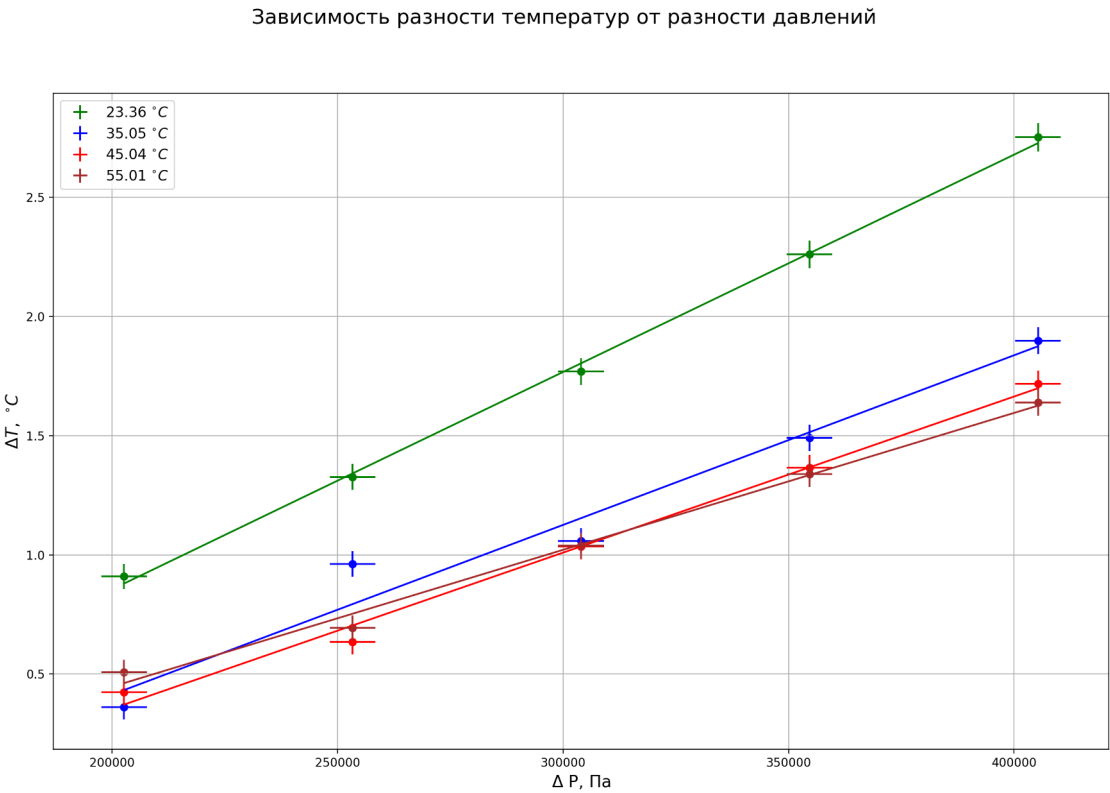
$$\sigma_U = 0,0035 U + 0,0005 * 100$$

$$\sigma_{\Delta T} = \left(\frac{\sigma_U}{U}\right) \Delta T$$

T, °C	$\Delta P$ , атм	U, мВ	U(P) – U(0), мВ	$\Delta T$ , °C
23,36	0	0,046	0	0
	4	0,128	0,112	2,75
	3,5	0,108	0,092	2,26
	3,0	0,088	0,072	1,77
	2,5	0,070	0,054	1,33
	2,0	0,053	0,037	0,9
35,05	0	0,046	0	0
	4	0,125	0,079	1,89
	3,5	0,108	0,062	1,49
	3	0,090	0,044	1,06
	2,5	0,076	0,030	0,96
	2	0,061	0,015	0,36
45,04	0	0,045	0	0
	4	0,118	0,073	1,72
	3,5	0,103	0,058	1,36
	3	0,089	0,044	1,03

	2,5	0,072	0,027	0,63
	2	0,063	0,018	0,42
55,01	0	0,041	0	0
	4	0,112	0,071	1,64
	3,5	0,099	0,058	1,34
	3	0,086	0,045	1,04
	2,5	0,071	0,030	0,69
	2	0,063	0,022	0,51

Строим график зависимости ΔT(ΔP) и, используя МНК находим μ<sub>Д-Т</sub> для каждой температуры.



$$\mu_{Д-Т}=\frac{\langle \Delta T \Delta P \rangle - \langle \Delta T \rangle \langle \Delta P \rangle}{\langle \Delta P^2 \rangle - \langle \Delta P \rangle^2}$$

$$\sigma_{\mu}^{cn}=\sqrt{\frac{1}{5}\sqrt{\frac{\langle \Delta T^2 \rangle - \langle \Delta T \rangle^2}{\langle \Delta P^2 \rangle - \langle \Delta P \rangle^2}}-\mu^2}$$

$$\varepsilon_{\mu}^{cism} = \sqrt{\varepsilon_{\Delta T}^2 + \varepsilon_{\Delta P}^2}$$

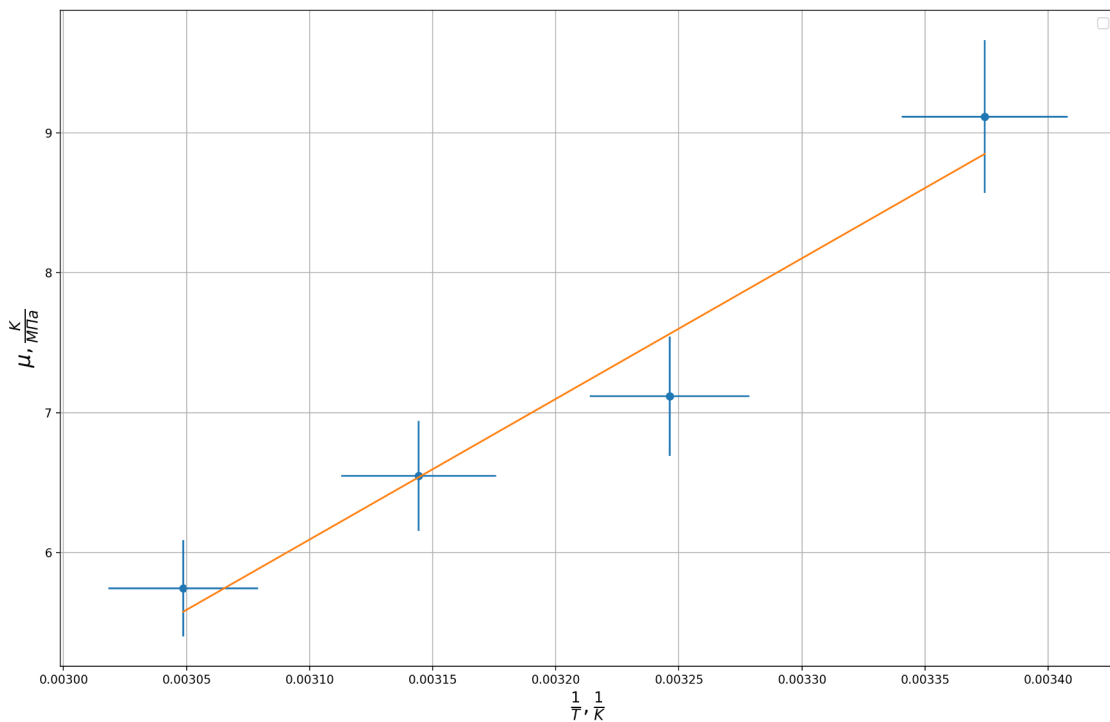
$$\sigma_{\mu} = \sqrt{(\sigma_{\mu}^{cl})^2 + (\mu \varepsilon_{\mu}^{cp})^2}$$

T, °C	23,36	35,05	45,04	55,01
$\mu_{Д-Т}$ , °C/МПа	9,1±0,5	7,1±0,4	6,5±0,4	5,7±0,3

Построим график зависимости  $\mu(1/T)$ , получим уравнение, ее аппроксимирующее, и, следовательно, коэффициенты а и b.

Аналогично используем МНК для нахождения коэффициента угла наклона и свободного члена:

Зависимость коэффициента Джоуля-Томсона от обратной температуры



$$k = \frac{\langle \mu \frac{1}{T} \rangle - \langle \mu \rangle \langle \frac{1}{T} \rangle}{\langle \frac{1}{T^2} \rangle - \langle \frac{1}{T} \rangle^2},$$

где  $k = \frac{2a}{RC_p}$ .

$$c = \langle \mu \rangle - k \langle \frac{1}{T} \rangle,$$

где  $c = \frac{-b}{C_p}$ .

$$\sigma_k^{cl} = \sqrt{\frac{1}{5} \left( \frac{\langle \mu^2 \rangle - \langle \mu \rangle^2}{\langle \frac{1}{T^2} \rangle - \langle \frac{1}{T} \rangle^2} - k^2 \right)} = 1009 \frac{K^2}{МПа}$$

$$\sigma_c^{cl} = \sigma_k \sqrt{\langle \frac{1}{T^2} \rangle - \langle \frac{1}{T} \rangle^2} = 0,12 \frac{K}{МПа}$$

$\varepsilon^{сум} = \sqrt{\varepsilon_{\frac{1}{T}}^2 + \varepsilon_{\mu}^2}$  - усредняем это значение и используем в итоговой погрешности.

$$\sigma_{k/c} = \sqrt{(\sigma_{k/c}^{cl})^2 + (k/c * \varepsilon_{cp}^{сум})^2}$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon_k \quad \varepsilon_b = \varepsilon_c$$

Итоговые формулы и значения для а и b:

$$a = \frac{kRC_p}{2} = 1,67 \pm 0,25 \frac{H * M^4}{моль^2} \quad b = -c * C_p = 1000 \pm 93 \frac{см^3}{моль}$$

Вычислив а и b, найдем температуру инверсии  $T_i = \frac{2a}{Rb}$

$$\varepsilon_T = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2} = 0,21$$

$$T_i = 401 \pm 84,21 K$$

## 5. Обсуждение результатов

В ходе работы была исследована зависимость разности температуры газа от разности его давления на входе и выходе  $\Delta T(\Delta P)$ . Зависимость оказалась линейной, в результате чего с помощью МНК был посчитан коэффициент Джоуля-Томсона и его погрешность, которая составила  $\approx 6-8\%$ .

Для определения коэффициентов  $a$  и  $b$  в уравнении газа Ван-дер-Ваальса был построен график зависимости  $\mu(1/T)$ . Аналогично с помощью МНК были получены угловой коэффициент и свободный член уравнения, описывающего данную

зависимость  $\mu_{d-T} \approx \frac{\frac{2a}{RT} - b}{C_p}$ , и, следовательно, значения  $a$  и  $b$ . Также была вычислена инвариантная температура. Сравним полученные значения с табличными.

- Экспериментально полученные величины:

$$a = 1,67 \pm 0,25 \frac{H * M^4}{\text{моль}^2}$$

$$b = 1000 \pm 93 \frac{см^3}{\text{моль}}$$

$$T_i = 401 \pm 84,21 K$$

- Табличные значения:

$$a = 0,36 \frac{H * M^4}{\text{моль}^2}$$

$$b = 42,7 \frac{см^3}{\text{моль}}$$

$$T_i = 2050 K$$

Сравнивая вышеприведенные данные можно с уверенностью сказать, что экспериментально полученные значения совершенно не сходятся с табличными,



даже несмотря на довольно большую погрешность(15-20%), которая в основном обуславливается систематическими погрешностями приборов, а также значительной случайной погрешностью, связанной как с неверным описанием газа с помощью формул, так и с не полностью затухнувшими переходными процессами. Из этого можно сделать вывод, что модель газа, описываемая уравнением Ван-дер-Ваальса, совершенно не сходится с моделью реального газа.

## 6. Вывод

В данном эксперименте была экспериментально исследована зависимость  $\Delta T(\Delta P)$ , получена зависимость коэффициента Джоуля-Томсона от температуры газа, и найдены коэффициенты  $a$  и  $b$  в уравнении Ван-дер-Ваальса. В итоге было подтверждено начальное предположение о том, что данное уравнение неверно описывает модель реального газа.