Universidad de las Fuerzas Armadas "ESPE"

Departamento de Ciencias Exactas.

Estadística 1.

Nombre: Narváez López Jilson Ariel NRC: 4627

Tarea N° 1.

Ejercicio 1.

Obtenga un intervalo de confianza de $100(1-\alpha)\%$ para la media poblacional si

a. $\alpha = 0{,}01$
$n = 26$
$\bar{x} = 120$
$\theta = 4.$
$n-1 = 25$
$\frac{\alpha}{2} = 0{,}005$

$$\left(\bar{x} - t_{\alpha/2}(n-1)\cdot\frac{\theta}{\sqrt{n}} \;;\; \bar{x} + t_{\alpha/2}(n-1)\cdot\frac{\theta}{\sqrt{n}}\right) \rightarrow (LIC, LSC)$$

$$\left(120 - 2{,}787\cdot\frac{4}{\sqrt{26}} \;;\; 120 + 2{,}787\cdot\frac{4}{\sqrt{26}}\right)$$

$$(117{,}81 \;;\; 122{,}18).$$

$t(n-1) = t(25)$
$\alpha/2 \quad 0{,}005$
$= 2{,}7874$

b. $\alpha = 0{,}05$
$n = 65$
$\bar{x} = 222$
$\theta^2 = 51$
$\theta = \sqrt{51}$
$\theta = 7{,}14.$
$n-1 = 64$
$\frac{\alpha}{2} = 0{,}0025$

$t(64)$
$0{,}0025$

$$\left(222 - 2{,}907\left(\frac{7{,}14}{\sqrt{65}}\right) \;;\; 222 + 2{,}907\left(\frac{7{,}14}{\sqrt{65}}\right)\right)$$

$$(219{,}42 \;;\; 224{,}57)$$

c. $\alpha = 0{,}1$
$n = 90$
$\bar{x} = 66$
$\theta^2 = 2.5$
$\theta = 1{,}58$
$\frac{\alpha}{2} = 0{,}05$

$t(n-1) = t(89)$
$\alpha/2 \quad 0{,}05$
$= 1{,}662$

$$\left(66 - 1{,}662\left(\frac{1{,}58}{\sqrt{90}}\right) \;;\; 66 + 1{,}662\left(\frac{1{,}58}{\sqrt{90}}\right)\right)$$

$$= (65{,}72 \;;\; 66{,}27)$$

d) $\alpha = 0{,}04$
$n = 55 \rightarrow n-1 = 54$
$\bar{x} = -37$
$\theta^2 = 18.$
$\theta = 4{,}24$
$\frac{\alpha}{2} = 0{,}02$

$t(54) = 2{,}397$
$0{,}02$

$$\left(-37 - 2{,}397\left(\frac{4{,}24}{\sqrt{55}}\right) \;;\; -37 + 2{,}397\left(\frac{4{,}24}{\sqrt{55}}\right)\right)$$

$$(-38{,}37 \;;\; -35{,}62).$$

Ejercicio 2.

Determine un intervalo en el que se pueda decir que se encuentra el valor de la media con casi toda seguridad si:

a. $n = 36$ $\quad n-1 = 35$

$\bar{x} = 100$ $\quad t(35) = 2{,}724$

$\theta = 4.2$ $\quad 0{,}005$

99% casi con toda seguridad

$1-\alpha = 0{,}99$

$\alpha = 0{,}01$

$\frac{\alpha}{2} = 0{,}005$

$$\left(100 - 2{,}724\left(\frac{4{,}2}{\sqrt{36}}\right) ; 100 + 2{,}724\left(\frac{4{,}2}{\sqrt{36}}\right)\right)$$

$(98{,}09 ; 101{,}90)$ //

b. $n = 44$ $\quad 1-\alpha = 0{,}99$ $\quad t(43)$

$\bar{x} = 53$ $\quad \alpha = 0{,}01$ $\quad 0{,}005$

$\theta^2 = 71$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}005$ $\quad = 2{,}6951$

$\theta = 8{,}42$

$n-1 = 43$

$$\left(53 - 2{,}695\left(\frac{8{,}42}{\sqrt{44}}\right) ; 53 + 2{,}695\left(\frac{8{,}42}{\sqrt{44}}\right)\right)$$

$(49{,}57 ; 56{,}42)$ //

c. $n = 81$ $\quad 1-\alpha = 0{,}99$ $\quad t(80)$

$\bar{x} = 86$ $\quad \alpha = 0{,}01$ $\quad 0{,}005$

$\theta^2 = 22.5$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}005$ $\quad = 2{,}638$

$\theta = 4{,}74$

$n-1 = 80$

$$\left(86 - 2{,}638\left(\frac{4{,}74}{\sqrt{81}}\right) ; 86 + 2{,}638\left(\frac{4{,}74}{\sqrt{81}}\right)\right)$$

$(84{,}61 ; 87{,}39)$ //

d) $n = 120+1$ $\quad 1-\alpha = 0{,}99$ $\quad t(120)$

$\bar{x} = -37$ $\quad \alpha = 0{,}01$ $\quad 0{,}005$

$\theta^2 = 84{,}1$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}005$ $\quad = 2{,}575$

$\theta = 9{,}17$

$n-1 = 120$

$$\left(-37 - 2{,}575\left(\frac{9{,}17}{\sqrt{121}}\right) ; -37 + 2{,}575\left(\frac{9{,}17}{\sqrt{121}}\right)\right)$$

$(-39{,}14 ; -34{,}85)$. //

Ejercicio 3.

La cantidad mínima requerida para que un anestésico surta efecto en una intervención quirúrgica fue, por término medio de 50 mg, con una desviación estándar de 10,2 mg en una muestra de 60 pacientes. Obtenga un intervalo de confianza para la media al 97% suponiendo que la muestra se extrajo mediante muestreo aleatorio simple sobre una población normal. Interprete.

$\bar{x} = 50$ mg $\quad 1-\alpha = 0{,}97$ $\quad t(59)$

$\theta = 10{,}2$ mg $\quad \alpha = 0{,}03$ $\quad 0{,}015$

$n = 60$ $\quad \frac{\alpha}{2} = 0{,}015$ $\quad = 2{,}39.$

Confianza 97%

$n-1 = 59.$

$$\left(50 - 2{,}39\left(\frac{10{,}2}{\sqrt{60}}\right) ; 50 + 2{,}39\left(\frac{10{,}2}{\sqrt{60}}\right)\right)$$

$(46{,}85 ; 53{,}14)$. //

Ejercicio 4.

En cierto barrio se seleccionó, al azar, una muestra de 100 personas cuyo promedio de ingresos mensuales es $\bar{x} = 460$ y una desviación estándar de $\theta = 200$ dólares.

a. Si se toma un nivel de confianza del 97% ¿Cuál es el intervalo de confianza para la media de los ingresos mensuales de toda la población?

$n = 100$ $\quad n-1 = 99$ $\quad \left(460 - 2,17\left(\frac{200}{\sqrt{100}}\right) ; 460 + 2,17\left(\frac{200}{\sqrt{100}}\right)\right)$

$\bar{x} = 460$ $\quad (99)$

$\sigma = 200$ $\quad 0,015$

$1-\alpha = 0,97$ $\quad = 2,17$ $\quad (410,6 \; ; \; 503,4)$ //.

$\alpha = 0,03$

$\frac{\alpha}{2} = 0,015$

b. Si se toma un nivel de confianza de 99% ¿Cual es el tamaño muestral necesario para estimar la media de ingresos mensuales con un error menor a 30 dolares.

$1-\alpha = 0,99$ $\quad \left(\frac{200}{\sqrt{n}}\right) \cdot 2,57 < 20+10$

$\alpha = 0,01$

$\frac{\alpha}{2} = 0,005$ $\quad \frac{514}{\sqrt{n}} < 30 \rightarrow \left(\frac{514}{30}\right)^2 < (\sqrt{n})^2 \rightarrow n > 293,5 \approx 294$

$z_{\alpha/2} = 2,57$

Ejercicio 5

Se tomo una muestra aleatoria de 88 invitados a los que se midio el nivel de glucosa en la sangre, obteniendo una media muestral de 110 mg/cm³. Se sabe que la desviacion estandar de la poblacion es 20 mg/cm³

a. Obtenga un intervalo de confianza para el nivel de glucosa en sangre de la poblacion, al 90% de confianza.

$n = 88$ $\quad z_{\alpha/2} = 1,65$

$\bar{x} = 110 \text{ mg/cm}^3$

$\sigma = 20 \text{ mg/cm}^3$ $\quad \left(110 - 1,65\left(\frac{20}{\sqrt{88}}\right) ; 110 + 1,65\left(\frac{20}{\sqrt{88}}\right)\right)$

$C = 90\% = 0,9$

$1-\alpha = 0,9$

$\alpha = 0,1$ $\quad (106,48 \; ; \; 113,5)$ //.

$\frac{\alpha}{2} = 0,05$

b. ¿Que error maximo se comete con la estimación anterior?

$E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,65 \cdot \frac{20}{\sqrt{100}} = 3,29$ //.

Ejercicio 6

La media de edad de los alumnos que se presentan a las pruebas de acceso a la universidad es de 18,1 años y la desviacion estandar 0,6 años. De los alumnos se elige, al azar, una muestra de 120.

a) ¿Cual es la probabilidad de que la media de edad de la muestra este comprendida entre 17,95 y 18,25 años?

Sea x = edad $\quad \bar{x} \sim N(\mu, \sigma/\sqrt{n}) = N\left(18,1 \; ; \frac{0,6}{\sqrt{120}}\right) = N(18,1 \; ; 0,05)$

$\bar{x}$ = media de la edad

$n = 120$

Edinacho

$$p(17,95 \le \bar{x} \le 18,25) = Pr\left(\frac{17,95-18,1}{0,05} \le \frac{\bar{x}-18,1}{0,05} \le \frac{18,2-18,1}{0,05}\right)$$

$$= Pr(-3 \le z \le 2) = Pr(z \le 3,33) + p(z \le 1,67) - 1$$
$$= 0,999 + 0,952 - 1$$
$$= 0,9521$$

R: la probabilidad de que la media de edad de la muestra es 0,952 = 95,2%

b. ¿Que tamaño debe tener una muestra de dicha poblacion para que su media este comprendi entre 17,9 y 18,3 años, con una confianza del 99,5%?

Dado que $n \ge 30$ $\quad IC: \left(\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\theta}{\sqrt{n}}\right)$

$IC = (17,9 ; 18,3) \rightarrow \frac{18,3-17,9}{2} = 0,2$ → error maximo

$1-\alpha = 0,995 \rightarrow$

$\alpha = 0,005$ $\qquad E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\theta}{\sqrt{n}} \rightarrow 0,2 = 2,81 \cdot \frac{0,6}{\sqrt{n}} \rightarrow \sqrt{n} = \frac{2,81 \cdot 0,5}{0,2} = 8,43$

$1 - \frac{\alpha}{2} = 0,9975$

$z_{\alpha/2} = 2,81$ $\qquad \rightarrow (8,43)^2 = 71,06 = n = 72$ //

9. Una fabrica produce varillas de hierro con una desviacion estandar de 25cm. La empresa recibe un pedido de varillas que indica que la longitud promedio debe tener una desviacion maxima de 10cm de la longitud requerida. ¿Cuantas varillas se tendran que predecir para cumplir con la especificación, con casi toda seguridad?

$\theta_1 = 25cm$ $\qquad 1-\alpha = 0,99$ $\qquad \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\theta}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\theta}{\sqrt{n}}\right) \rightarrow LSC - LIC$

$\theta_2 = 10cm$ $\qquad \alpha = 0,01$

$C = 99\%$ $\qquad \frac{\alpha}{2} = 0,005$

$$\rightarrow \left[\left(\bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\theta}{\sqrt{n}}\right) - \left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\theta}{\sqrt{n}}\right)\right] \Rightarrow 1 = \left[\bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\theta}{\sqrt{n}} - \bar{x} z_{\alpha/2}\frac{\theta}{\sqrt{n}}\right]$$

$$= 1 = 2\left(z_{\alpha/2}\frac{\theta}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\sqrt{n} = 2\left(z_{\alpha/2} \cdot \theta\right)$$

Si $\theta = 25$ $\qquad$ Si $\theta_2 = 10$

$n_1 = (2(z_{\alpha/2} \cdot \theta_1))^2$ $\qquad n_2 = (2(z_{\alpha/2} \cdot \theta_2))^2$

$n_1 = (2(z_{0,005}(25))^2$ $\qquad n_2 = (2(z_{0,005}(10))^2$

$n_1 = (2(2,58 \cdot 25))^2$ $\qquad n_2 = (2(2,58 \cdot 10))^2$

$n_1 = 16641$ $\qquad n_2 = 2662,56$

$n = n_1 - n_2$

$n = 16641 - 2662,56$

$n = 13978,44$ //

10. se realizaron 169 mediciones del voltaje de la red de alumbrado publico y se registro un promedio de 108 voltios y desviacion estandar de 5 voltios.

a. ¿ Cuales son los limites de confianza, a un nivel del 98%, para el voltaje medio de red de alumbrado publico?

$n = 169$ $\quad 1-\alpha = 0{,}98$

$\bar{x} = 108$ $\quad \alpha = 0{,}02$

$\theta = 5.$ $\quad \alpha/2 = 0{,}01.$

$n/2 = 84{,}5$ $\quad 1-\alpha/2 = 0{,}99$

$n/2 - 1 = 83{,}5$

$$\left(\frac{83{,}5(5)^2}{112{,}33} ; \frac{83{,}5(5)^2}{53{,}54} \right) = (18{,}58 ; 38{,}94).$$

b. A que nivel de confianza puede decirse que la estimacion de la media incluye el valor 109 voltios.