CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

PESEL

Miejsce na naklejkę.
Sprawdź, czy kod na naklejce to **E-100**.
Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

DATA: **5 maja 2022 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **170 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **45**

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę
- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią.

EMAP-P0-**100**-2205

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 25 stron (zadania 1–35). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
4. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
5. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–28) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ■ i zaznacz właściwe.
6. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (29–35) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
10. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Układ graficzny
© CKE 2021

W każdym z zadań od 1. do 28. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\left(2\sqrt{8}-3\sqrt{2}\right)^2$ jest równa $(a^2+b^2)=a^2+2ab+b^2$

A. 2 **B.** 1 **C.** 26 **D.** 14

$(2\sqrt{8}-3\sqrt{2})^2=(2\sqrt{8})^2-2(2\sqrt{8})\cdot(3\sqrt{2})+(3\sqrt{2})^2=32-12\sqrt{16}+18=32-48+18=2$

Zadanie 2. (0–1)

Dodatnie liczby x i y spełniają warunek $2x=3y$. Wynika stąd, że wartość wyrażenia $\frac{x^2+y^2}{x\cdot y}$ jest równa

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{13}{6}$ **C.** $\frac{6}{13}$ **D.** $\frac{3}{2}$

$2x=3y$
$x=\frac{3}{2}y$

$\frac{x^2+y^2}{x\cdot y}=\frac{(\frac{3}{2}y)^2+y^2}{\frac{3}{2}y\cdot y}=\frac{\frac{9}{4}y^2+y^2}{\frac{3}{2}y^2}=\frac{\frac{13}{4}y^2}{\frac{3}{2}y^2}=\frac{13}{6}$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $4\log_4 2+2\log_4 8$ jest równa $\log_a c=b \Rightarrow a^b=c$

A. $6\log_4 10$ **B.** 16 **C.** 5 **D.** $6\log_4 16$

$4\log_4 2+2\log_4 8=\log_4 2^4+\log_4 8^2=\log_4 16+\log_4 64=2+3=5$

$\log_4 16=b$
$4^b=16 \quad b=2$

$\log_4 64=b_2$
$4^{b_2}=64 \quad b_2=3$

Zadanie 4. (0–1)

Cena działki po kolejnych dwóch obniżkach, za każdym razem o 10% w odniesieniu do ceny obowiązującej w danym momencie, jest równa $78\,732$ zł. Cena tej działki przed obiema obniżkami była, w zaokrągleniu do 1 zł, równa

A. $98\,732$ zł **B.** $97\,200$ zł **C.** $95\,266$ zł **D.** $94\,478$ zł

x – cena początkowa
$x-10\%x=0{,}9x=y$ – cena po I obniżce
$y-10\%y=0{,}9y=0{,}9\cdot0{,}9x=0{,}81x$ – cena po II obniżce

$0{,}81x=78\,732 \;/:0{,}81$
$x=97\,200$

Zadanie 5. (0–1)

Liczba $3^{2+\frac{1}{4}}$ jest równa $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$

A. $3^2\cdot\sqrt[4]{3}$ **B.** $\sqrt[4]{3^3}$ **C.** $3^2+\sqrt[4]{3}$ **D.** $3^2+\sqrt{3^4}$

$3^{2+\frac{1}{4}}=3^2\cdot3^{\frac{1}{4}}=3^2\cdot\sqrt[4]{3}$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 6. (0–1)

Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 11x - 11y = 1 \\ 22x + 22y = -1 \end{cases}$ jest para liczb: $x = x_0$, $y = y_0$. Wtedy

$\begin{cases} 11x - 11y = 1 & /\cdot 2 \\ 22x + 22y = -1 \end{cases}$

$\begin{cases} 22x - 22y = 2 \\ 22x + 22y = -1 \end{cases}$ +

$44x = 1$

$x = \frac{1}{44} > 0$

$11 \cdot \frac{1}{44} - 11y = 1$

$\frac{1}{4} - 11y = 1$

$-11y = 1 - \frac{1}{4}$

$-11y = \frac{3}{4} \quad /:(-11)$

$y = -\frac{3}{44} < 0$

A. $x_0 > 0$ i $y_0 > 0$

B. $x_0 > 0$ i $y_0 < 0$

C. $x_0 < 0$ i $y_0 > 0$

D. $x_0 < 0$ i $y_0 < 0$

Zadanie 7. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{2}{5} - \frac{x}{3} > \frac{x}{5}$ jest przedział

A. $(-\infty, 0)$

B. $(0, +\infty)$

C. $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right)$

D. $\left(\frac{3}{4}, +\infty\right)$

$\frac{2}{5} - \frac{x}{3} > \frac{x}{5} \quad /\cdot 15$

$\frac{2}{5} \cdot 15 - \frac{x}{3} \cdot 15 > \frac{x}{5} \cdot 15$

$6 - 5x > 3x$

$-5x - 3x > -6$

$-8x > -6 \quad /:(-8)$

$x < \frac{6}{8}$

$x < \frac{3}{4}$

Zadanie 8. (0–1)

Iloczyn wszystkich rozwiązań równania $2x(x^2 - 9)(x + 1) = 0$ jest równy

$2x = 0$, $x_1 = 0$ ∨ $x^2 - 9 = 0$, $x_2 = 3 \vee x_3 = -3$ ∨ $x + 1 = 0$, $x_4 = -1$

A. (-3)

B. 3

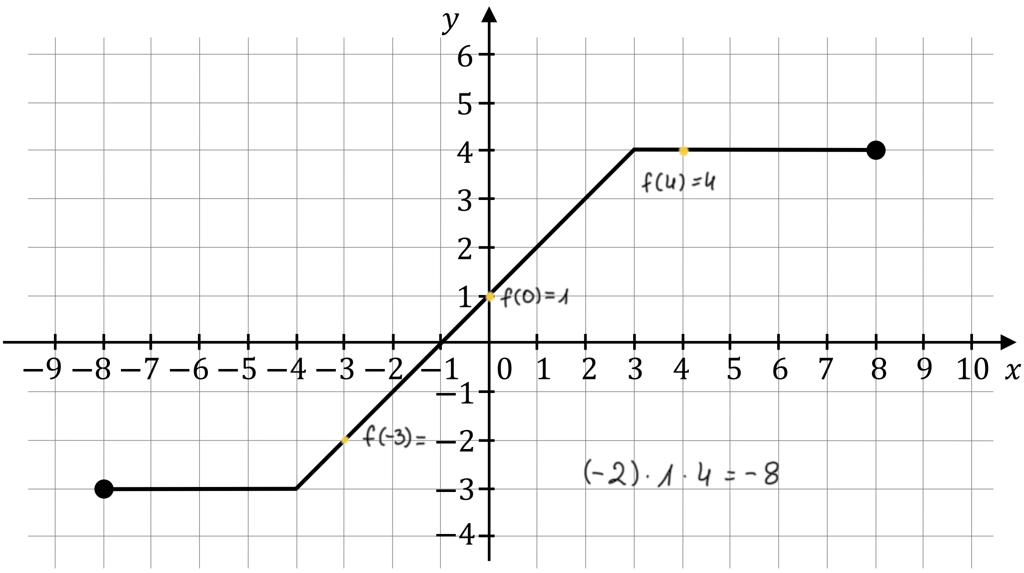
C. 0

D. 9

$0 \cdot 3 \cdot (-3) \cdot (-1) = 0$

Zadanie 9. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f.



Iloczyn $f(-3) \cdot f(0) \cdot f(4)$ jest równy

A. (-12)

B. (-8)

C. 0

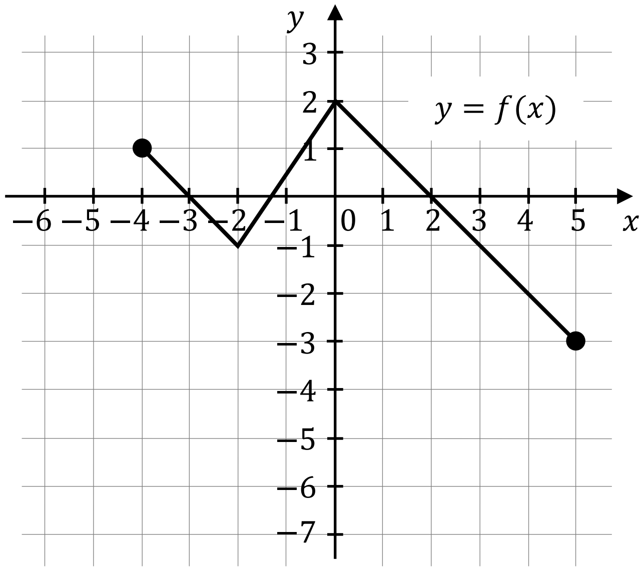
D. 16

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 10. (0–1)

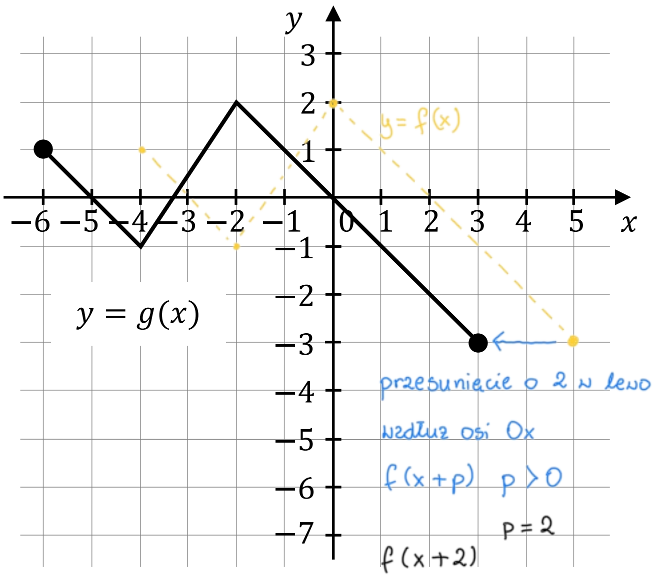
Na rysunku 1. przedstawiono wykres funkcji f określonej na zbiorze $\langle -4, 5 \rangle$.

Rysunek 1.



Funkcję g określono za pomocą funkcji f. Wykres funkcji g przedstawiono na rysunku 2.

Rysunek 2.



Wynika stąd, że

A. $g(x) = f(x) - 2$

B. $g(x) = f(x - 2)$

C. $g(x) = f(x) + 2$

D. $g(x) = f(x + 2)$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 11. (0–1)

Miejscem zerowym funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = -\frac{1}{3}(x+3)+5$ jest liczba

$f(x)=0$

$-\frac{1}{3}(x+3)+5=0$

$-\frac{1}{3}x-1+5=0$

$-\frac{1}{3}x=-4 \quad /:(-\frac{1}{3})$

$x=12$

A. (-3) **B.** $\frac{9}{2}$ **C.** 5 **D.** 12

Zadanie 12. (0–1)

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = 3x^2 + bx + c$ jest parabola o wierzchołku w punkcie $W = (-3, 2)$. Wzór tej funkcji w postaci kanonicznej to

$f(x)=a(x-p)^2+q \quad p=-\frac{b}{2a} \quad q=-\frac{\Delta}{4a}$

$W(-3,2) \quad p=-3 \quad q=2$

$f(x)=a(x+3)^2+2$

$f(x)=3(x+3)^2+2$

A. $f(x) = 3(x-3)^2 + 2$

B. $f(x) = 3(x+3)^2 + 2$

C. $f(x) = (x-3)^2 + 2$

D. $f(x) = (x+3)^2 + 2$

Zadanie 13. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{2n^2-30n}{n}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wtedy a_7 jest równy

$a_7 = \frac{2\cdot 7^2 - 30\cdot 7}{7} = \frac{98-210}{7} = \frac{-112}{7} = -16$

A. (-196) **B.** (-32) **C.** (-26) **D.** (-16)

Zadanie 14. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, $a_5 = -31$ oraz $a_{10} = -66$. Różnica tego ciągu jest równa

$a_n = a_1 + (n-1)r$

$a_{10} = a_5 + 5r$

$-66 = -31 + 5r$

$5r = -35$

$r = -7$

A. (-7) **B.** $(-19{,}4)$ **C.** 7 **D.** $19{,}4$

Zadanie 15. (0–1)

Wszystkie wyrazy nieskończonego ciągu geometrycznego (a_n), określonego dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, są dodatnie i $9a_5 = 4a_3$. Wtedy iloraz tego ciągu jest równy

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$9a_5 = 4a_3$

$9\cdot a_1 \cdot q^4 = 4\cdot a_1 \cdot q^2 \quad /:a_1$

$9q^4 = 4q^2 \quad /:q^2$

$9q^2 = 4 \quad /:9$

$q^2 = \frac{4}{9} \quad q = \frac{2}{3} \quad \vee \, q = -\frac{2}{3}$

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{2}{9}$ **D.** $\frac{9}{2}$

Zadanie 16. (0–1)

Liczba $\cos 12° \cdot \sin 78° + \sin 12° \cdot \cos 78°$ jest równa

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** 1

$\cos 12° \cdot \sin 78° + \sin 12° \cdot \cos 78° = \cos(90°-78°)\cdot \sin 78° + \sin(90°-78°)\cdot \cos 78° =$

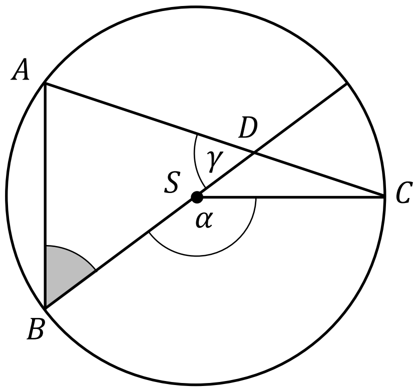
$= \sin 78° \cdot \sin 78° + \cos 78° \cdot \cos 78° = \sin^2 78° + \cos^2 78° = 1$

jedynka trygonometryczna

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 17. (0–1)

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku S. Punkt D jest punktem przecięcia cięciwy AC i średnicy okręgu poprowadzonej z punktu B. Miara kąta BSC jest równa α, a miara kąta ADB jest równa γ (zobacz rysunek).

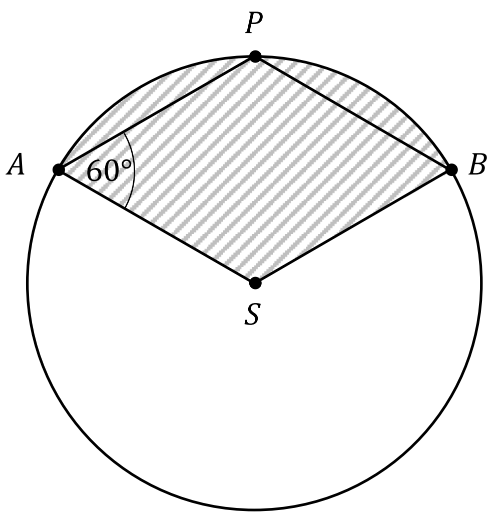


Wtedy kąt ABD ma miarę

A. $\frac{\alpha}{2}+\gamma-180^\circ$ **B.** $180^\circ-\frac{\alpha}{2}-\gamma$ **C.** $180^\circ-\alpha-\gamma$ **D.** $\alpha+\gamma-180^\circ$

Zadanie 18. (0–1)

Punkty A, B, P leżą na okręgu o środku S i promieniu 6. Czworokąt $ASBP$ jest rombem, w którym kąt ostry PAS ma miarę 60° (zobacz rysunek).



Pole zakreskowanej na rysunku figury jest równe

A. 6π **B.** 9π **C.** 10π **D.** 12π

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 19. (0–1)

Wysokość trójkąta równobocznego jest równa $6\sqrt{3}$. Pole tego trójkąta jest równe

A. $3\sqrt{3}$ **B.** $4\sqrt{3}$ **C.** $27\sqrt{3}$ **D.** $36\sqrt{3}$

Zadanie 20. (0–1)

Boki równoległoboku mają długości 6 i 10, a kąt rozwarty między tymi bokami ma miarę $120°$. Pole tego równoległoboku jest równe

A. $30\sqrt{3}$ **B.** 30 **C.** $60\sqrt{3}$ **D.** 60

Zadanie 21. (0–1)

Punkty $A = (-2, 6)$ oraz $B = (3, b)$ leżą na prostej, która przechodzi przez początek układu współrzędnych. Wtedy b jest równe

A. 9 **B.** (-9) **C.** (-4) **D.** 4

Zadanie 22. (0–1)

Dane są cztery proste k, l, m, n o równaniach:

$k\colon\ y = -x + 1$ $l\colon\ y = \frac{2}{3}x + 1$

$m\colon\ y = -\frac{3}{2}x + 4$ $n\colon\ y = -\frac{2}{3}x - 1$

Wśród tych prostych prostopadłe są

A. proste k oraz l.

B. proste k oraz n.

C. proste l oraz m.

D. proste m oraz n.

Zadanie 23. (0–1)

Punkty $K = (4, -10)$ i $L = (b, 2)$ są końcami odcinka KL. Pierwsza współrzędna środka odcinka KL jest równa (-12). Wynika stąd, że

A. $b = -28$

B. $b = -14$

C. $b = -24$

D. $b = -10$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 24. (0–1)

Punkty $A = (-4, 4)$ i $B = (4, 0)$ są sąsiednimi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Przekątna tego kwadratu ma długość

A. $4\sqrt{10}$ **B.** $4\sqrt{2}$ **C.** $4\sqrt{5}$ **D.** $4\sqrt{7}$

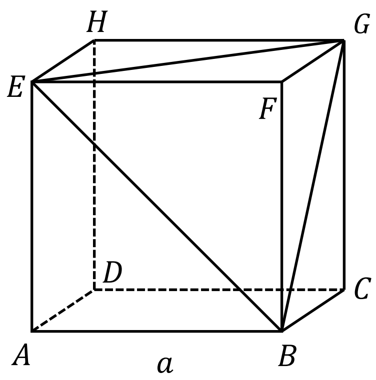
Zadanie 25. (0–1)

Podstawą graniastosłupa prostego jest romb o przekątnych długości 7 cm i 10 cm. Wysokość tego graniastosłupa jest krótsza od dłuższej przekątnej rombu o 2 cm. Wtedy objętość graniastosłupa jest równa

A. 560 cm³ **B.** 280 cm³ **C.** $\frac{280}{3}$ cm³ **D.** $\frac{560}{3}$ cm³

Zadanie 26. (0–1)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości a. Punkty E, F, G, B są wierzchołkami ostrosłupa $EFGB$ (zobacz rysunek).



Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa $EFGB$ jest równe

A. a^2 **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$ **C.** $\frac{3}{2}a^2$ **D.** $\frac{3+\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$

Zadanie 27. (0–1)

Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych nieparzystych podzielnych przez 5 jest

A. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 2$ **B.** $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 1$ **C.** $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2$ **D.** $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 1$

Zadanie 28. (0–1)

Średnia arytmetyczna zestawu sześciu liczb: $2x, 4, 6, 8, 11, 13$, jest równa 5. Wynika stąd, że

A. $x = -1$ **B.** $x = 7$ **C.** $x = -6$ **D.** $x = 6$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność:

$$3x^2 - 2x - 9 \geq 7$$

Zadanie 30. (0–2)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, $a_1 = -1$ i $a_4 = 8$. Oblicz sumę stu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	29.	30.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 31. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej a i każdej liczby rzeczywistej b takich, że $b \neq a$, spełniona jest nierówność

$$\frac{a^2 + b^2}{2} > \left(\frac{a + b}{2}\right)^2$$

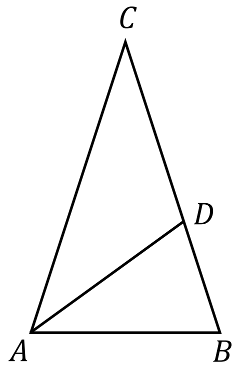
Zadanie 32. (0–2)

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg}\alpha = 2$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin^2\alpha$.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	31.	32.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 33. (0–2)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Dwusieczna kąta BAC przecina bok BC w takim punkcie D, że trójkąty ABC i BDA są podobne (zobacz rysunek). Oblicz miarę kąta BAC.



Zadanie 34. (0–2)

Ze zbioru dziewięcioelementowego $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ losujemy kolejno ze zwracaniem dwa razy po jednej liczbie. Zdarzenie A polega na wylosowaniu dwóch liczb ze zbioru M, których iloczyn jest równy 24. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	33.	34.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 35. (0–5)

Wykres funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma z prostą o równaniu $y = 6$ dokładnie jeden punkt wspólny. Punkty $A = (-5, 0)$ i $B = (3, 0)$ należą do wykresu funkcji f. Oblicz wartości współczynników a, b oraz c.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	35.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)