Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Физико-механический институт

Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики

Прикладная математика и информатика

Отчет по лабораторной работе №5

по дисциплине
"Интервальный анализ"

Выполнила студентка
группы 5030102/80201 Деркаченко Анна Олеговна

Проверил
доцент, к.ф.-м.н. Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2021 г.

Содержание

Список иллюстраций

1. Постановка задачи

Пусть дана задача восстановления зависимостей в уравнении типа $\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta$. Для случая линейной регрессии необходимо:

1) Задать набор значений: точечные входные вектора x и интервальный выходной вектор $\mathbf{y}$
2) Построить интервальное множество решений β
3) Сделать точечные оценки параметров
4) Построить коридор совместных зависимостей
5) По набору предсказаний внутри и вне x построить набор значений $\mathbf{y}$

2. Теория

Опр: ***решение задачи восстановления зависимости*** - любое (линейное) решение, проходящее через все исходные брусы $[y_i - \varepsilon_i, y_i + \varepsilon_i]$.

Опр: ***информационное множество*** - множество β значений параметров задачи восстановления зависимости, согласованных с исходными данными. Так как рассматриваемая задача является линейной, то информационное множество будет представлять собой выпуклое множество, ограниченное гиперплоскостями в R^n.

Точечные оценки информационного множества:

- Середина наибольшей диагонали
- Центр тяжести (среднее суммы всех вершин)
- Оценка β, полученная решением исходной задачи в точечной постановке (с серединами интервалов) методом наименьших квадратов

Опр: ***коридор совместных зависимостей*** - множество, образованное всеми решениями с параметрами из информационного множества.

Предсказание значений производится путем построения сечения коридора совместных зависимостей в указанных точках. При этом *показатель качества* построенной модели - соотношение предсказанных и исходных интервалов для исходных точек измерения.

3. Реализация

Реализация лабораторной работы проводилась с помощью встроенных средств в среде разработки Octave, библиотеки С.И.Жилина.

Исходный код лабораторной работы размещен в GitHub-репозитории.

URL: https://github.com/derkanw/IntervalAnalysis/tree/main/lab5

4. Результаты

Пусть $x = [2, 5, 10, 14]$, $y = [4, 8, 15, 23]$, $\varepsilon = [1, 3, 2, 2]$. Рассматриваемая задача восстановления зависимости является линейной.

Информационное множество β определяется 4 гиперплоскостями и точками $\beta_1 = (2.3333, 1.3333)$ и $\beta_2 = (-0.5, 1.75)$, образующими наибольшую диагональ множества.

Для данного информационного множества β были получены точечные оценки:

- середина наибольшей диагонали $\hat{\beta}_{max\ diag} = (0.9167, 1.5417)$
- центр тяжести $\hat{\beta}_{gravity} = (0.9583, 1.5208)$
- метод наименьших квадратов $\hat{\beta}_{lsm} = (0.3835, 1.5634)$

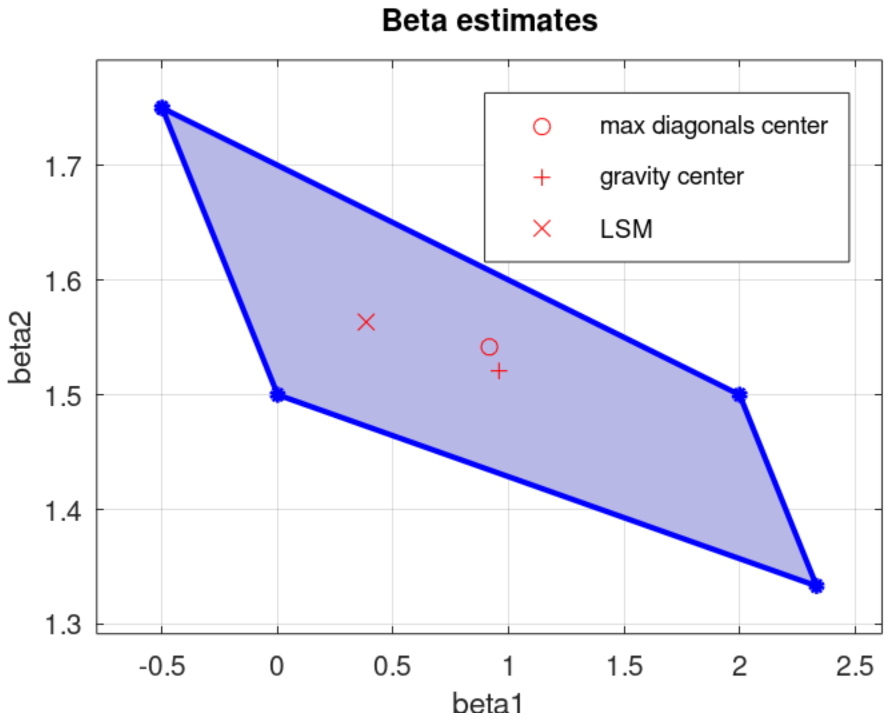

Рис. 1. Точечные оценки информационного множества

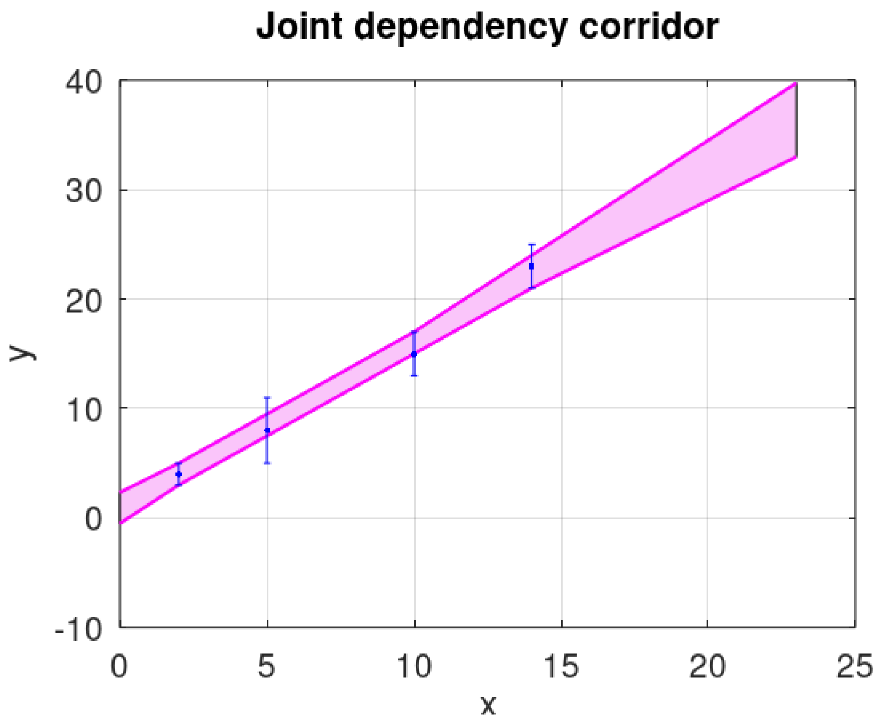

Рис. 2. Коридор совместных зависимостей и исходные измерения

Предсказание велось по следующему набору точек: $x_p = [3, 6, 8, 11, 15]$. Для них был получено предсказание $y_p = ([4.5, 6.5], [9, 11], [12, 14], [16.5, 18.75], [22, 3333, 25.75])$.

5. Обсуждение

На графике точечных оценок информационного множества заметно, что все точечные оценки имеют различные значения, но находятся почти в середине множества. Для оценок середины наибольшей диагонали и центра тяжести эта особенность характерна в большей степени, и их значения достаточно близки друг к другу.

На графике коридора совместных зависимостей наблюдается влияние всех интервалов на данный коридор, кроме второго. Это объясняется тем, что ни одна из границ данного интервала не касается коридора. Так же при выходе из последнего интервала заметно постепенное расширение границ коридора, то есть увеличение неопределенности.

Таким образом, предсказания вне исходного отрезка имеют большую неопределенность по сравнению с предсказаниями по точкам внутри исходного отрезка.