

Optisches Pumpen

M. Moseler & O. Pfaff

31. Juli 1990

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	3
2 Reale wasserstoffähnliche Atome	3
2.1 Das magnetische Moment	3
2.2 Energetische Struktur	5
2.2.1 Grundstruktur	5
2.2.2 Feinstruktur	6
2.2.3 Hyperfeinstruktur	8
2.2.4 Die Hyperfein-Wechselwirkung im Vektormodell	11
3 Der Zeeman-Effekt	15
4 Optische Übergänge	18
4.1 Einsteinkoeffizienten	18
4.1.1 Zeitabhängige Störungstheorie	18
4.1.2 Absorption und induzierte Emission	19
4.1.3 Spontane Emission	20
5 Optisches Pumpen	21
6 Der Laser	25
6.1 Die Wirkungsweise des Lasers	25
6.2 Heterostrukturen	27
6.3 Halbleiterlaser	29
7 Teil I des Versuches	31
7.1 Versuchsaufbau 1	31
7.2 Kenndaten der Laserdiode	31
7.3 Ausgangsspannung der Photodiode	32
7.4 Polarisationsgrad der emittierten Strahlung	34
7.5 Durchmesser des parallelen Laserstrahls	35
7.6 Strahlungsdichte	35
7.7 Spektrale Strahldichte	36
7.8 Modulierung der Laserleistung	36
7.9 Verstärkungsverhalten der vorhandenen Verstärker	37
7.9.1 Kleiner Verstärker im grauen Kästchen	37
7.9.2 HF-Verstärker	37
7.9.3 Großer Verstärker im schwarzen Kasten	37

8 Teil II des Versuches	38
8.1 Versuchsaufbau 2	38
8.2 Aufnahme der HFS-Spektren der Rb-Zellen	38
8.2.1 Kugelförmige Rubidium-Zelle	39
8.2.2 Zylinderförmige Rubidium-Zelle	40
8.3 Bestimmung der Kopplungskonstanten A	41
8.3.1 A-Wert für den $^2S_{\frac{1}{2}}$ -Zustand von ^{85}Rb	41
8.3.2 A-Wert für den $^2P_{\frac{1}{2}}$ -Zustand von ^{87}Rb	41
8.4 Natürliche Linienverbreiterung	42
8.5 Stoßverbreiterung	42
8.6 Doppler-Verbreiterung	43
9 Teil III des Versuches	44
9.1 Versuchsaufbau 3	44
9.2 Messungen	45
10 Teil IV des Versuches	46
10.1 Versuchsaufbau 4	46
11 Teil V des Versuches	49
11.1 Versuchsaufbau 5	49
11.2 Adiabatische Näherung	50
11.3 Anwendung der Adiabatischen Näherung	52
11.4 Experimentelle Ergebnisse	53
12 Teil VI des Versuchs	55
12.1 Versuchsaufbau 6	55
12.2 Theoretische Relaxationszeiten	55
12.3 Der Anstieg des Pumpsignals	57
12.4 Experimentelle Bestimmung	58
13 Teil VIb des Versuches	64
14 Schlußbemerkung	65
15 Literatur	66

1 Einleitung

Im Versuch Optisches Pumpen wollen wir prinzipiell mit "Magnet-Resonanz-Experimenten" Aufspaltungen im Magnetfeld (g-Faktoren) ausmessen. Zu diesem Zweck verwenden wir elektromagnetische Strahlung einer Laserdiode, um Emissions- und Absorptionsprozesse in einer Resonanzzelle zu erzielen.

2 Reale wasserstoffähnliche Atome

2.1 Das magnetische Moment

Klassisch gesehen, bewegen sich die Elektronen der Atome auf bestimmten "Bahnen" um den Kern. Diese Bewegung stellt einen elektrischen Kreisstrom dar und erzeugt somit ein magnetisches Dipolfeld:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{-e}{T} = \frac{-ev}{2\pi r}$$

I : Strom, e : Elementarladung, r : Bahnradius, v : Bahngeschwindigkeit

$$\Rightarrow \mu = \frac{IA}{c} = \frac{I\pi r^2}{c}$$

A : Fläche, c : Lichtgeschwindigkeit

Mit dem Drehimpuls $L = m_e \cdot v \cdot r \Rightarrow v = \frac{L}{m_e r}$, wobei m_e die Ruhemasse des Elektrons und v dessen Bahngeschwindigkeit¹ ist, erhält man das magnetische Moment

$$\vec{\mu} = \frac{-e}{2m_e c} \vec{L}. \quad (1)$$

Quantenmechanisch lässt sich dieses Modell übernehmen, allerdings sind nur Drehimpulse möglich, deren Betrag gequantelt ist ($\sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar$), bzw. deren Projektion auf die Quantisierungsachse ein Vielfaches von \hbar beträgt: $(\vec{L})_z = m_\ell \cdot \hbar$, mit $m_\ell = \ell, \ell-1, \dots, -\ell$.

¹ Da die Geschwindigkeit der Elektronen etwa $\alpha \cdot c$ mit $\alpha = \frac{1}{137}$ (Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante) beträgt, können wir in erster Näherung nichtrelativistisch rechnen!

Man erhält so das “Einheitsmoment”

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c} \cong 0.579 \cdot 10^{-4} \frac{eV}{T} \quad (2)$$

= “Bohrsches² Magneton”

Wegen des Korrespondenzprinzips erwartet man auch hier

$$\vec{\mu}_L \sim \mu_B \vec{L}$$

mit dem g_ℓ -Faktor als Proportionalitätskonstante³. Er ist dimensionslos und misst das Verhältnis von magnetischem Moment (in Bohrschen Magnetonen) zum Drehimpuls (in \hbar). Seine Abweichung von Eins gibt an, wie sehr sich das quantenelektrodynamische magnetische Moment vom klassisch berechneten unterscheidet.

Der oben berechnete magnetische Dipol hat in einem Magnetfeld der Induktion \vec{B} das Potential

$$V = -\vec{\mu}_L \cdot \vec{B}$$

Dies bewirkt eine Präzession des Drehimpulsvektors \vec{L} um die Feldrichtung von \vec{B} mit der Frequenz ω :

$$\omega = \frac{\mu B}{L} = \frac{-eB}{2m_e c}$$

Das Elektron besitzt nun noch einen Eigendrehimpuls, den Spin \vec{S} , welcher seinerseits ein magnetisches Moment μ_S erzeugt:

$$\vec{\mu}_S = g_s \mu_B \vec{S} \quad (3)$$

mit $g_s = 2$.

Der Spin hat nun zwei Einstellungsmöglichkeiten bezüglich des Bahndrehimpulses \vec{L} : parallel oder antiparallel.

Dieser Elektronenspin, oder präziser gesagt das dadurch hervorgerufene magnetische Moment tritt mit dem oben angeführten Magnetfeld in Wechselwirkung und erzeugt dadurch die *Feinstruktur-Aufspaltung*, was in Kapitel 2.2.2 erläutert wird.

²Bohr, Nils (1885-1951)

³Erstmals eingeführt von Landé, um, bei vorhandener Spin-Bahn-Kopplung, das Verhältnis von magn. Moment zum Gesamtdrehimpuls zu charakterisieren.

Zusätzlich zu der durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung hervorgerufenen sog. *Feinstruktur* der Niveaus gibt es noch eine weitere Aufspaltung, die sog. *Hyperfeinstruktur*, die energetischen Differenzen sind hierbei aber wesentlich geringer als bei der Feinstruktur. Die Hyperfeinstruktur, die in Kapitel 2.2.3 besprochen werden wird, röhrt her vom Magnetfeld, welches vom Kerndipolmoment erzeugt wird, und kann als eine Art permanenter *Zeeman-Effekt* (siehe Kapitel 3) aufgefaßt werden...

2.2 Energetische Struktur

Die Grundzustandskonfiguration eines Alkaliatoms⁴ besteht aus einer Reihe mit Elektronen aufgefüllter Schalen und einem äußeren Valenz- bzw. Leuchtelektron, womit es als "wasserstoffähnlich" bezeichnet werden kann. Das Rubidiumatom kann somit in guter Näherung als Einelektronenatom mit einem zentralsymmetrischen Potential $V(r)$, das jedoch nicht vom Coulombtyp ist, beschrieben werden.

2.2.1 Grundstruktur

In nullter Näherung hat also folgender Hamiltonoperator Gültigkeit:

$$H = \frac{\vec{p}_e^2}{2m_e} + V(r) \quad (4)$$

hierbei sind \vec{p}_e der Impulsoperator und m_e die Masse des Valenzelektrons, c ist die Lichtgeschwindigkeit und r der Abstand zwischen Kern und Valenzelektron.

Die Berechnung von $V(r)$ hängt von der Kenntnis der Wellenfunktionen der abgeschlossenen unteren Schalen ab und ist im allgemeinen schwierig (Hartree-Fock-Verfahren etc.). Wir gehen jedoch davon aus, daß $V(r)$ bereits bekannt ist, womit sich zumindest qualitative Aussagen über die Alkalispektren machen lassen. Die Eigenfunktionen von H lassen sich wie folgt berechnen:

$$|n, \ell, m_\ell\rangle = R_{n,\ell}(r)Y_{\ell,m_\ell}(\theta, \varphi) \quad (5)$$

hierbei sind θ und φ die bekannten Winkel die als Parameter beim Übergang von kartesischen- zu Kugelkoordinaten anfallen, $Y_{\ell,m_\ell}(\theta, \varphi)$ die Kugelflächenfunktionen, $R_{n,\ell}$ der Radialteil der Wellenfunktion (im Gegensatz

⁴Die Isotope ^{85}Rb und ^{87}Rb werden in unserem Versuch Verwendung finden.

zum Wasserstoff sind das hier keine Laguerrepolynome).

Die Quantenzahlen n, ℓ und m_ℓ erfüllen folgende Beziehungen:

$$H|n, \ell, m_\ell\rangle = E_{n,\ell}|n, \ell, m_\ell\rangle \quad (6)$$

$$\vec{L}^2|n, \ell, m_\ell\rangle = \ell(\ell+1)\hbar^2|n, \ell, m_\ell\rangle \quad (7)$$

$$L_z|n, \ell, m_\ell\rangle = m_\ell\hbar|n, \ell, m_\ell\rangle \quad (8)$$

mit dem Drehimpulsoperator \vec{L} des Valenzelektrons und dessen Energie $E_{n,\ell}$.

Die $|n, \ell, m_\ell\rangle$ sind (im Gegensatz zum Wasserstoff) in den ℓ -Quantenzahlen nicht entartet, da $V(r)$ nicht vom Coulombtyp ist. Die Entartung in den m_ℓ -Quantenzahlen bleibt jedoch bestehen und kann erst durch ein externes Magnetfeld (siehe Kapitel 3) aufgehoben werden.

Setzt man $V(r)$ aus einem Coulombpotential und einer kleinen Störung, die die Wirkung der unteren Schalen repräsentiert, zusammen, so läßt sich störungstheoretisch zeigen⁵, daß bei fester Quantenzahl n die Energie $E_{n,\ell}$ mit ℓ steigt.

2.2.2 Feinstruktur

Die Feinstruktur läßt sich nicht mit der Coulomb-Wechselwirkung zwischen Kern und Elektron erklären. Sie beruht vielmehr auf einer magnetischen Wechselwirkung zwischen Bahnmoment und Eigenmoment des Elektrons. Je nachdem, ob sich die beiden magnetischen Momente parallel oder antiparallel zueinander einstellen, ergeben sich etwas unterschiedliche Energiererme.

Wir berücksichtigen nun also, daß das Valenzelektron im elektrostatischen Feld $V(r)$ ein Magnetfeld verspürt. Dies führt zur sogenannten *Spin-Bahn-Kopplung* mit dem Störoperator:

$$H_{Fein} = \frac{1}{2m_e c^2} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} \vec{L} \cdot \vec{S} \quad (9)$$

\vec{S} : Spinoperator des Valenzelektrons

Da nun der Spinoperator wirksam wird, muß unser Satz von Eigenfunktionen zu H modifiziert werden: $|n, \ell, m_\ell, s, m_s\rangle$.

Die Quantenzahlen s und m_s sind definiert durch

$$\vec{S}^2|n, \ell, m_\ell, s, m_s\rangle = s(s+1)\hbar^2|n, \ell, m_\ell, s, m_s\rangle \quad (10)$$

⁵Grawert, Quantenmechanik S.302

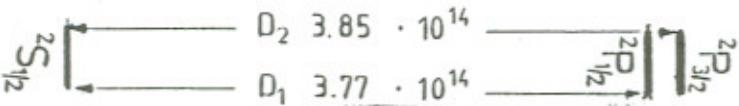


Abbildung 1: Feinstruktur des Rubidiums (Einheiten in Hz)

$$S_z |n, \ell, m_\ell, s, m_s\rangle = m_s \hbar |n, \ell, m_\ell, s, m_s\rangle \quad (11)$$

Wir fassen nun H_{Fein} als kleine Störung auf. Bei der Berechnung der Matrixelemente $\langle n, \ell, m_\ell, s, m_s | H_{Fein} | n, \ell, m_\ell, s, m_s \rangle$ stößt man auf Schwierigkeiten, so daß es besser ist, die Zustände $|n, \ell, m_\ell, s, m_s\rangle$ auf eine Basis $|n, \ell, s, j, m_j\rangle$ zu transformieren. Da der Gesamtdrehimpulsoperator $\vec{J} := \vec{L} + \vec{S}$ eine Konstante der Bewegung ist, stellen die Eigenwerte von \vec{J}^2 und J_z : j und m_j gute Quantenzahlen dar. Da $\vec{L} \cdot \vec{S} = 1/2(\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2)$ gilt, berechnen wir die Energiekorrektur wie folgt:

$$\langle n, \ell, s, j, m_j | H_{Fein} | n, \ell, s, j, m_j \rangle = \int_0^\infty |R_{n,\ell}(r)|^2 \frac{1}{2m_e c^2} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} r^2 dr \frac{1}{2} \hbar^2 (j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)) \quad (12)$$

$$\Delta E_{n,\ell,s,j,m_j} = \int_0^\infty |R_{n,\ell}(r)|^2 \frac{1}{2m_e c^2} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} r^2 dr \frac{1}{2} \hbar^2 \left\{ \begin{array}{ll} \ell & : j = \ell + \frac{1}{2} \\ -(\ell+1) & : j = \ell - \frac{1}{2} \end{array} \right. \quad (13)$$

d.h. im ersten angeregten Zustand ($\ell = 1$) bei festem n wird der Zustand mit $j = 3/2$ energetisch angehoben, während der Zustand mit $j = 1/2$ absinkt. Somit haben wir die Feinstruktur der Alkaliatome verstanden. Für das Rubidium ergibt sich dann das Termschema in Abb. 1.

2.2.3 Hyperfeinstruktur

Der Atomkern erzeugt das Zentralfeld, in dem sich die Atomelektronen bewegen. Darüber hinaus gibt es weitere Einflüsse des Kerns auf die Elektronspektren, zu deren Messung i.a. eine besonders hohe spektrale Auflösung erforderlich ist. Man spricht deshalb von *Hyperfeinstruktur* der Spektrallinien. Im Unterschied dazu bezeichnet man als Feinstruktur die im vorigen Kapitel behandelten Wechselwirkungseffekte der Elektronen untereinander sowie der Elektronen-Spins mit den Elektronen-Bahnmomenten.

Als Hyperfeinstruktur im engeren Sinne (es gibt noch die Mitbewegung des Kerns und sog. Volumen- bzw. Isotopeneffekte) bezeichnet man eine Struktur in den Atomspektren, die auf der Existenz eines Spins und eines magnetischen Momentes von Atomkernen beruht. Die Existenz dieser Kerneigenschaften hat zum ersten Male Pauli⁶ im Jahre 1924 zur Erklärung spektroskopischer Beobachtungen postuliert.

Atomkerne besitzen einen mechanischen Drehimpuls

$$|\vec{I}| = \sqrt{I(I+1)}\hbar \quad (14)$$

Dabei ist die so definierte Quantenzahl I^7 ganz- oder halbzahlig. Man kennt Atomkerne mit I -Werten zwischen 0 und $15/2$ und sagt kurz "der Kern hat den Spin I " (man meint damit, daß die größte beobachtbare Komponente des Kerndrehimpulses \vec{I} den Wert $I \cdot \hbar$ hat).

Für die Projektion auf die Quantisierungsachse(z) gilt wie beim Elektronen-Spin:

$$(\vec{I})_z = m_I \hbar \quad \text{mit} \quad m_I = I, I-1, \dots, -I \quad . \quad (15)$$

Mit dem Drehimpuls des Kerns ist ein magnetisches Dipolmoment μ_I verbunden, das dem Drehimpuls proportional ist:

$$\vec{\mu}_I = \gamma \vec{I} \quad (16)$$

Die Proportionalitätskonstante γ bezeichnet man als gyromagnetisches Verhältnis. Als Einheit für dieses Kernmoment verwendet man das sog. *Kernmagneton* $\mu_K = \frac{e}{2m_p}\hbar$, wobei m_p die Masse des Protons ist. Das Kernmagneton ist damit um das Massenverhältnis von Elektron und Proton kleiner als das Bohrsche Magneton μ_B . Es gilt

$$\mu_K = \mu_B/1836 = 5.050824 \cdot 10^{-27} Am^2 \quad \text{oder} \quad JT^{-1}.$$

⁶Pauli, Wolfgang (1900-1958)

⁷Um Verwechslungen mit der imaginären Einheit oder Summationsindizes zu vermeiden, wollen wir diese Zahlen groß schreiben (was im übrigen Konvention ist).

Für das magnetische Kernmoment schreibt man damit

$$\vec{\mu}_I = \frac{g_I \mu_K}{\hbar} \vec{I} . \quad (17)$$

Der so definierte Kern-g-Faktor $g_I = \frac{\gamma \hbar}{\mu_K}$ ist eine dimensionslose Zahl. Er kann im Gegensatz zum g_J -Faktor⁸ der Hülle bisher nicht aus anderen Quantenzahlen berechnet werden. Im übrigen sind jedoch die Beziehungen zwischen Spin und magnetischem Moment bei Kernen und Elektronen analog. $\vec{\mu}_I$ erzeugt ein Vektorpotential

$$\vec{A} = \frac{\vec{\mu}_I \times \vec{r}}{r^3} = -\vec{\mu}_I \times \nabla \frac{1}{r} \quad (18)$$

und ein Magnetfeld

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = -\nabla \times \left(\vec{\mu}_I \times \nabla \frac{1}{r} \right) = -\{\vec{\mu}_I \Delta \frac{1}{r} - \nabla(\vec{\mu}_I \nabla) \frac{1}{r}\} \quad (19)$$

Die Wechselwirkung des magnetischen Moments des Elektrons mit dem Dipolfeld des Kerns \vec{B} ergibt die Hyperfeinwechselwirkung

$$H_{HFS} = \frac{e}{m_e c} \vec{S} \cdot \vec{B} = \frac{eg_I}{2m_e c} [\vec{S} \cdot \vec{I} \Delta \frac{1}{r} - (\vec{S} \cdot \nabla)(\vec{I} \cdot \nabla) \frac{1}{r}] . \quad (20)$$

Damit ergibt sich für den Grundzustand ($l=0$):

$$\int d^3r R_{n,0}^*(r) [(\vec{S} \cdot \nabla)(\vec{I} \cdot \nabla) \frac{1}{r}] R_{n,0}(r) = \sum_{i,k} S_i I_k \int d^3r |R_{n,0}(r)|^2 \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{1}{r} \quad (21)$$

Weil das Problem radiale Symmetrie hat, dürfen in der obigen Summe nur radialsymmetrische Terme auftreten, Summanden mit $i \neq k$ sind also id. null! Aus demselben Grund müssen die Integrale in (21), für die $i = k$ gilt, identisch sein. Man erhält also für (21):

$$\int d^3r R_{n,0}^*(r) [(\vec{S} \cdot \nabla)(\vec{I} \cdot \nabla) \frac{1}{r}] R_{n,0}(r) = \int d^3r R_{n,0}^*(r) [\frac{1}{3} \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \Delta \frac{1}{r}] R_{n,0}(r) \quad (22)$$

⁸ $g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$ ist der zwischen 1 und 2 liegende Landé-g-Faktor aus dem Zeeman-Effekt der Feinstruktur, was man mit Hilfe des Wigner-Eckhardt-Theorems leicht herleiten kann (siehe z.B. Grawert S. 318)!

Meines Wissens kann der g_J-Faktor abweichen (durch
Anteile, die nicht zwischen 0 und 1 liegen
(zumindest in ausgewählten Konfigurationen))

Es wird so

$$H_{HFS} = -\frac{eg_I}{2m_e\mu_I c} \vec{S} \cdot \vec{I} \frac{1}{4\pi} \Delta \frac{1}{r} = \frac{eg_I}{2m_e\mu_I c} \vec{S} \cdot \vec{I} \delta(\vec{r}) \quad (23)$$

Den Störoperator H_{HFS} könnten wir nun auf die Wellenfunktionen $|n, \ell, s, j, m_j, I, m_I\rangle$ anwenden. Wir würden merken, daß H_{HFS} bezüglich dieser Basis nicht diagonal ist. Definiert man jedoch den Gesamtdrehimpulsoperator des Systems Kern-Valenzelektron:

$$\vec{F} := \vec{I} + \vec{J} \quad (24)$$

und beachtet dabei, daß im Falle $\ell = 0$

$$\vec{F} := \vec{I} + \vec{S} \quad (25)$$

gilt, so wird

$$\vec{S} \cdot \vec{I} = \frac{1}{2} (\vec{F}^2 - \vec{S}^2 - \vec{I}^2) \quad (26)$$

und H_{HFS} bezüglich einer neuen Basis⁹ $|N, L, S, J, I, F, m_F\rangle$ (wobei $F(F+1)\hbar^2$ Eigenwert von \vec{F}^2 und $m_F\hbar$ Eigenwert von F_z ist) diagonal.

$$\vec{S} \cdot \vec{I} = \frac{\hbar^2}{2} (F(F+1) - S(S+1) - I(I+1)) = \frac{1}{2} \hbar^2 \begin{cases} I & : F = I + \frac{1}{2} \\ -(I+1) & : F = I - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (27)$$

Daraus folgt eine Anhebung der Energie des Zustandes mit $F = I + 1/2$ und eine Absenkung der Energie des Zustandes mit $F = I - 1/2$. Die HFS-Aufspaltung für Rubidium ist in Abb. 2 dargestellt.

⁹Der Übersicht wegen wollen wir ab sofort alle Quantenzahlen groß schreiben!

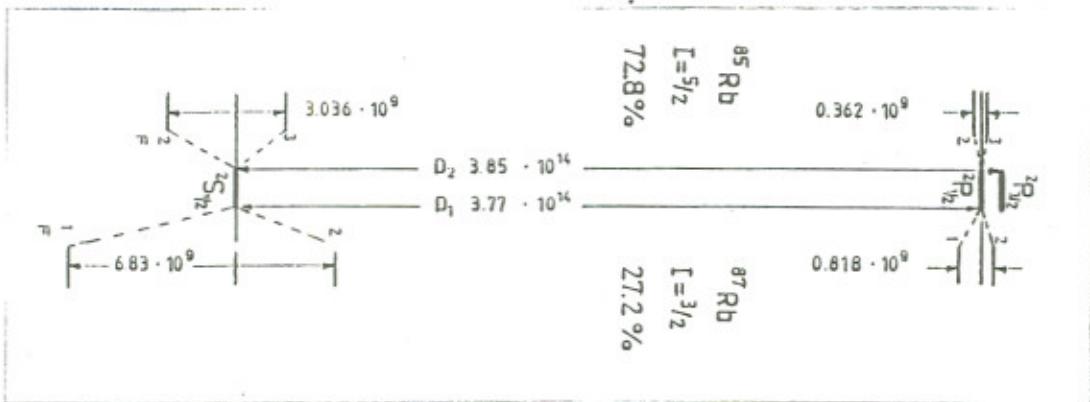


Abbildung 2: Hyperfeinstruktur des Rubidiums

2.2.4 Die Hyperfein-Wechselwirkung im Vektormodell

Die magnetische Zusatzenergie infolge der Hyperfein-Wechselwirkung beträgt

$$V_{HFS} = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}_J, \quad (28)$$

wenn \vec{B}_J das von der Elektronenhülle am Kernort erzeugte Magnetfeld ist, wie in Abb. 2.2.4 dargestellt wird.

Jeder der möglichen Einstellungen des Kernspins im Felde \vec{B}_J entspricht eine bestimmte potentielle Energie. Sie beträgt nach Gl.(28)

$$\begin{aligned} V_{HFS} &= -|\vec{\mu}_I| \cdot B_J \cdot \cos(\vec{\mu}_I, \vec{B}_J) \\ &= g_I \mu_K \sqrt{I(I+1)} B_J \cos(\vec{I}, \vec{J}) \end{aligned} \quad (29)$$

wenn wir für $|\vec{\mu}_I|$ nach (17) $g_I \mu_K \sqrt{I(I+1)}$ einsetzen. Das in der zweiten Zeile von (29) umgekehrte Vorzeichen folgt daraus, daß die Vektoren \vec{B}_J und \vec{J} zueinander antiparallel sind.

Ferner gilt in quantenmechanischer Fassung (dies kann man zeigen¹⁰) nach dem Cosinussatz

$$\cos(\vec{I}, \vec{J}) = \frac{F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{I(I+1)}} \quad (30)$$

¹⁰ Siehe z.B. Haken & Wolf (3. Aufl.) Abschn. 14.3

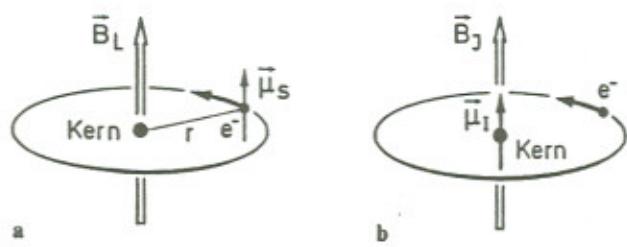


Abbildung 3: a) Zur Berechnung der Spin-Bahn-W.W.: Das magnetische Eigenmoment $\vec{\mu}_S$ der Elektronen tritt mit dem magnetischen Feld der Bahnbewegung \vec{B}_L in Wechselwirkung. b) Zur Berechnung der Hyperfein-W.W.: Das magnetische Moment $\vec{\mu}_I$ des Kerns tritt mit dem magnetischen Feld der Elektronenhülle \vec{B}_J in Wechselwirkung.

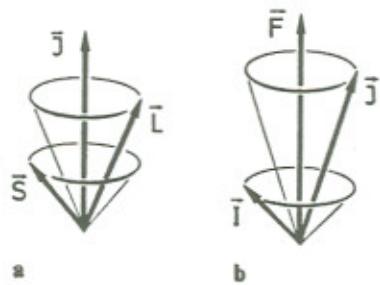


Abbildung 4: a) Kopplung der Vektoren \vec{S} (Spin) und \vec{L} (Bahndrehimpuls) zum Gesamt-Elektronendrehimpuls \vec{J} der Elektronenhülle. b) Kopplung der Vektoren \vec{J} (Elektronen-Drehimpuls) und \vec{I} (Kerndrehimpuls) zum Gesamtdrehimpuls \vec{F} des Atoms.

oder umgeformt

$$F(F+1) = J(J+1) + I(I+1) + 2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{I(I+1)} \cdot \cos(\vec{I}, \vec{J})$$

Damit erhält man schließlich für die Energieverschiebung¹¹ der Hyperfein-Wechselwirkung

$$\Delta E_{HFS} = \frac{A}{2}[F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)] \quad (31)$$

mit

$$A = \frac{g_I \mu_K B_J}{\sqrt{J(J+1)}} \quad (32)$$

Wir haben hier eine Meßgröße A definiert, die Kopplungs- oder Intervallkonstante¹² genannt wird.

Die Feldstärke B_J der Elektronen am Kernort kann man i.a. nicht unabhängig von den magnetischen Eigenschaften des Kernes messen. Um B_J aus der Hyperfein-Aufspaltung von Spektrallinien zu berechnen, muß man nach (32) das Kernmoment bzw. g_I kennen. Eine Berechnung von B_J ist nur in einfachen Sonderfällen, nämlich beim Wasserstoffatom, exakt möglich, weil hier die Wellenfunktionen genau bekannt sind!

Das Magnetfeld B_J der Elektronen am Kernort wird bei s-Elektronen überwiegend durch nichtverschwindende Aufenthaltswahrscheinlichkeit der s-Elektronen am Kernort verursacht. Ihr magnetisches Moment tritt dort in W.W. mit dem Kernmoment, das im endlichen Kernvolumen verteilt ist. Diese W.W. bezeichnet man auch als Kontakt-Wechselwirkung. Sie ist isotrop. Nach Fermi¹³ läßt sie sich für ein s-Elektron (${}^2S_{1/2}, J = 1/2$) exakt berechnen, also z.B. für die Grundzustände der Alkali-Atome. Man erhält für die Hyperfeinkonstante A den Ausdruck

$$A = \frac{2}{3} \mu_0 g_S \mu_B g_I \mu_K |\psi(0)|^2. \quad (33)$$

Dabei ist $\psi(0)$ die Wellenfunktion des Elektrons am Kernort, μ_0 ist die Induktionskonstante ($4\pi \cdot 10^{-7} VsA^{-1}m^{-1}$). Allgemein gilt in guter Näherung

¹¹ Hiermit ist die Anhebung bzw. Absenkung der aufzuspaltenden Linien gemeint.

¹² Da A zwar von I und J abhängt, nicht aber von F, gilt für das Energie-Intervall zweier benachbarter Niveaus (I gleich, J gleich) mit F und F - 1: $\Delta E = A \cdot F$

¹³ Fermi, Enrico (1901-1954)

für s-Elektronen in Wasserstoff-ähnlichen Atomen

$$|\psi(0)| = \frac{Z^3}{\pi n^3 r_H^3},$$

wenn r_H der Radius der ersten Bohrschen Bahn ist. Für Elektronen mit $\ell > 0$, also für p, d, \dots -Elektronen, verschwindet die Aufenthaltswahrscheinlichkeit am Kernort. Hier berechnet man das Feld B_J aus der Dipol-Dipol-Wechselwirkung zwischen dem Elektronen-Moment und dem Kernmoment. Die Hyperfeinkonstante A wird anisotrop.

Schon für p -Elektronen erhält man Werte von B_J , die um eine Größenordnung kleiner sind. Bei anderen Atomen als Wasserstoff ist man auf Näherungsverfahren angewiesen. Man findet jedoch allgemein:

- B_J und damit V_{HFS} sind groß, wenn die Elektronen nahe am Kern sind
- d.h. für großes Z , kleines n und kleines ℓ .
- Die Anzahl der aufgespaltenen Hyperfeinkomponenten ist für eine Atomsorte (d.h. bei fester Kernspin-Quantenzahl I) gleich groß in allen Anregungszuständen, sofern nur $J > I$ ist.
- Für verschwindenden Kernspin ($I = 0$) oder verschwindenden Elektronendrehimpuls ($J = 0$) ist $V_{HFS} = 0$ und damit keine Hyperfein-Aufspaltung vorhanden.

Die folgende Tabelle enthält einige Zahlenwerte für B_J :

	n	$^2S_{1/2}$	$^2P_{1/2}$	$^2P_{3/2}$
Na	3	45	4.2	2.5
K	4	63	7.9	4.6
Rb	5	130	16	8.6
Cs	6	210	28	13

Magnetfeld $B_J[T]$ am Kernort, vom äußersten Elektron erzeugt, für verschiedene Terme

Man kann solche Felder B_J am Kernort aus der Messung der Hyperfein-Aufspaltung von Spektrallinien ermitteln, wenn die Kernmomente bekannt sind.

3 Der Zeeman-Effekt

Ein wichtiges Hilfsmittel zur Untersuchung der Hyperfeinstruktur-Wechselwirkung ist die Messung der Aufspaltung der optischen Spektrallinien in einem äußeren Magnetfeld \vec{B}_0 . Eine solche Aufspaltung von Spektrallinien im Magnetfeld beobachtete erstmals *Zeeman* 1896.

Wir wollen uns hier auf die Behandlung des anomalen Zeeman-Effektes (dies ist der allgemeine Fall) beschränken. Außerdem wollen wir nur seine Auswirkungen auf die Hyperfeinstruktur (die wir in unserem Versuch ausmessen wollen) behandeln.

Das äußere Feld \vec{B}_0 kommt zum inneren Feld \vec{B}_J hinzu. Die resultierende Termaufspaltung hängt von der relativen Größe dieser beiden Felder ab. Wenn das äußere Feld \vec{B}_0 so klein ist, daß die potentielle magnetische Energie des Atoms im Feld \vec{B}_0 klein ist gegen den energetischen Abstand der Hyperfein-Terme, dann spricht man vom *Zeeman-Effekt der Hyperfeinstruktur*.

In diesem Fall bleibt die Kopplung der Drehimpulsvektoren \vec{I} und \vec{J} zu \vec{F} erhalten.

Wenn das äußere Feld \vec{B}_0 stark genug ist, wird diese Kopplung aufgehoben und man spricht vom *Paschen-Back-Effekt der Hyperfeinstruktur*. Der Übergang vom Zeeman- zum Paschen-Back-Effekt erfolgt wegen der Kleinheit der Hyperfeinaufspaltung bei erheblich kleineren Feldern als bei der Feinstruktur. 0.1 T bedeuten bei der Hyperfeinstruktur i.a. schon "starkes Feld".

Der Fall des Zeeman-Effektes der Hyperfeinstruktur ist in Abb. 5 dargestellt. Die Drehimpulsvektoren \vec{I} und \vec{J} bleiben gekoppelt. Der resultierende Gesamtdrehimpuls-Vektor \vec{F} präzessiert um \vec{B}_0 . Die Präzessionsfrequenz von \vec{I} und \vec{J} um \vec{F} ist dabei schnell gegen diejenige von \vec{F} um \vec{B}_0 . Für die möglichen Orientierungen des Vektors \vec{F} relativ zu \vec{B}_0 gibt es $(2F + 1)$ Möglichkeiten, die durch die Quantenzahl m_F gegeben sind. Es muß gelten $|\vec{F}|_z = m_F \hbar$ mit $m_F = F, F - 1, \dots, -F$. Für optische Übergänge gilt die Auswahlregel $\Delta F = 0, 1$ und $\Delta m_F = 0, \pm 1$.

Die Größe der Zeeman-Aufspaltung mit Hyperfein-Wechselwirkung ergibt sich aus $V_{HFS} = -\vec{\mu}_F \cdot \vec{B}_0$ mit $\vec{\mu}_F = \vec{\mu}_J + \vec{\mu}_I$. Wir wollen uns hier auf die Angabe des Ergebnisses beschränken, da die quantenmechanische Behandlung mittels Störungstheorie wegen der unbekannten Wel-

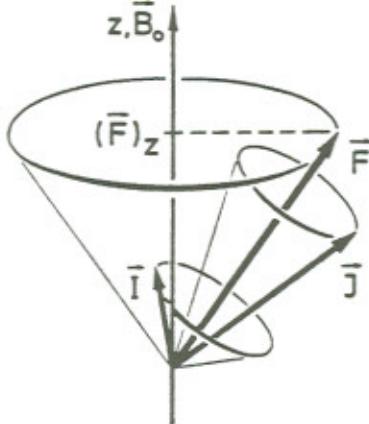


Abbildung 5: Hyperfeinstruktur im Magnetfeld, Vektordiagramm zum Zeeman-Effekt: Der aus \vec{I} und \vec{J} zusammengesetzte Gesamtdrehimpuls \vec{F} hat gequantelte Einstellmöglichkeiten zum äußeren Feld \vec{B}_0 . Meßbar ist nur die z-Komponente von \vec{F} .

lenfunktionen zu schwierig ist (man kann sowieso nur numerisch berechnete Näherungslösungen angeben)! Die Verschiebung der Atomterme durch Hyperfein-Aufspaltung im Magnetfeld beträgt im schwachen Feld

$$\Delta E_{HFS} = g_F \mu_B B_0 m_F \quad (34)$$

mit

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} - g_I \frac{\mu_K}{\mu_B} \frac{F(F+1) - J(J+1) + I(I+1)}{2F(F+1)}. \quad (35)$$

Der zweite Term kann wegen des Faktors $\mu_K/\mu_B = 1/1836$ gegen den ersten vernachlässigt werden. Die Aufspaltung der Terme im schwachen Feld erfolgt dann in $2F+1$ äquidistante Komponenten. Siehe dazu Abb. 6.

Anmerkung: Wir haben bisher stillschweigend den Kern als kugelförmig angesehen. Er ist dann von einem kugelsymmetrischen elektrischen Feld umgeben. Die nächst weniger einfache denkbare Ladungsverteilung ist diejenige eines elektrischen Dipols. Ein statisches elektrisches Dipolmoment

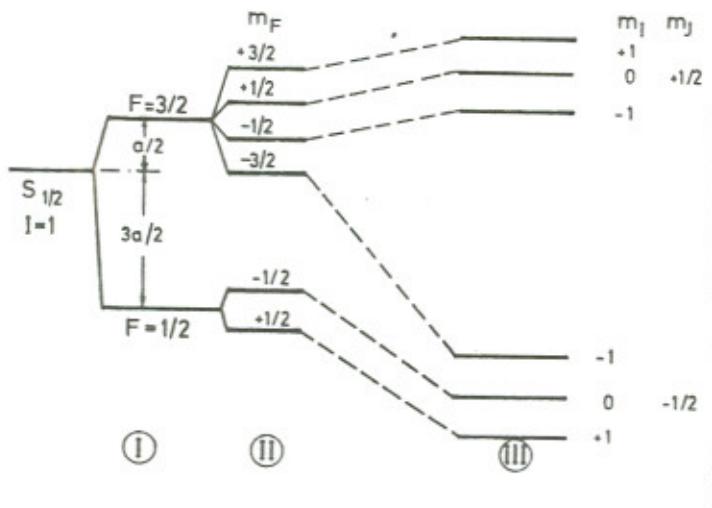


Abbildung 6: Hyperfeinstruktur eines $S_{1/2}$ -Zustandes mit $I = 1$: (I) ohne Feld, (II) im schwachen Feld - das ist der Zeeman-Effekt der Hyperfeinstruktur - und (III) im starken Feld - das ist der Paschen-Back-Effekt der Hyperfeinstruktur

hat man bei Kernen nicht gefunden.

Dagegen gibt es viele Kerne - nämlich alle Kerne mit Spin $I \geq 1$ - deren Gestalt offenbar nicht einer Kugel, sondern ein Rotationsellipsoid ist. Das elektrische Potential eines homogen mit Ladung erfüllten Rotationsellipsoides ist ebenfalls nicht mehr kugelsymmetrisch. Es wird in erster Näherung durch ein elektrisches Quadrupolmoment beschrieben ... die Energieniveaus verschieben sich infolge der elektrostatischen Wechselwirkung.

Eine quantitative Analyse von Quadrupolverschiebungen ist sehr schwierig und soll deshalb hier unterschlagen werden!

4 Optische Übergänge

Die Messung der Hyperfein-Aufspaltung V_{HFS} von Spektraltermen ist also eine Methode, mit der man ein Produkt aus Kerneigenschaften (g_I) und H̄lleneigenschaft (B_J) bestimmen kann. Man muß noch berücksichtigen, daß die beobachteten Spektrallinien Übergänge zwischen zwei Termen sind, die i.a. beide Hyperfein-Aufspaltungen aufweisen. Die Auswahlregel für optische Übergänge lautet $\Delta F = 0, \pm 1$; dies soll hier aber nicht auch noch hergeleitet werden.

4.1 Einsteinkoeffizienten

Bei Atomen gibt es verschiedene Strahlungsprozesse:

Absorption: Das Atom wird durch ein Photon getroffen und benutzt dessen Energie, um einen höherenergetischen Zustand einzunehmen.

Induzierte Emission: Ein Photon stimuliert ein angeregtes Atom zur Abstrahlung eines weiteren elektromagnetischen Quants, wodurch das Atom in einen niederenergetischeren Zustand übergeht.

Spontane Emission: Das angeregte Atom strahlt ohne äußeren Stimulus ein Photon ab und geht deshalb in einen niederenergetischeren Zustand über.

Im folgenden soll kurz skizziert werden, wie man quantenmechanisch für ein atomares System die Übergangswahrscheinlichkeiten für Absorption, induzierte und spontane Emission erhält.

4.1.1 Zeitabhängige Störungstheorie

Ein physikalisches System sei durch den Hamiltonoperator

$$H = H_0 + H_1(t) \quad (36)$$

charakterisiert. Hierbei ist H_0 der Operator des ungestörten Systems und $H_1(t)$ eine zeitabhängige Störung z.B. ein elektromagnetisches Strahlungsfeld. Eigenwerte E_n und Eigenfunktionen ϕ_n des Operators H_0 seien bekannt. Für einen beliebigen Zustand des Systems muß nun die zeitabh. Schrödingergl. gelten:

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi(t)}{\partial t} = H \psi(t) \quad (37)$$

Als Anfangsbedingung soll $\psi(0) = \phi_r$ sein. Wir setzen folgende Reihenentwicklung

$$\psi(t) = \sum_n \phi_n e^{-iE_n t/\hbar} c_n(t) \quad (38)$$

in (37) ein und erhalten¹⁴ in erster Näherung für die Koeffizienten $c_n(t)$:

$$c_n(t) \approx -\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' \langle \phi_n | H_1(t') | \phi_r \rangle e^{-i\omega_{rn} t'} \text{ mit } \omega_{rn} = \frac{E_r - E_n}{\hbar} \quad (39)$$

Die Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit definiert man nun durch

$$w(r \rightarrow n) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{|c_n(t)|}{t}. \quad (40)$$

4.1.2 Absorbtion und induzierte Emission

In Coulomb-Eichung ergibt sich nun für ein Atom mit Z Elektronen als Störoperator des elektromagnetischen Strahlungsfeldes:

$$H_1(t) = \sum_{j=1}^Z \left(-\frac{e}{m_e c} \vec{A}(\vec{r}_j, t) \cdot \vec{p}_j - \frac{e\hbar}{2m_e c} \vec{\sigma}_j \cdot \nabla \times \vec{A}(\vec{r}_j, t) \right). \quad (41)$$

Hierbei ist \vec{p}_j der Impuls- und $\vec{\sigma}_j$ der Spinoperator des j-ten Elektrons. Das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r}, t)$ einer elektromagnetischen Welle sei gegeben durch:

$$A(\vec{r}, t) = \hat{y} \frac{a}{k} \cos(\omega t - kx), \quad \text{mit } \omega = kc \quad \text{und} \quad a = \text{Amplitude} \quad (42)$$

Bringt man (41) und (42) in (39) ein und berücksichtigt (40), so erhält man nach längerer Rechnung¹⁵ für die Übergangswahrscheinlichkeiten für Absorption und induzierte Emission bei Einstrahlung von unpolarisierter, isotroper Strahlung mit der Energieverteilung $\rho(\omega)$:

$$w(n \rightarrow r)^{\text{unpol.}} = B_{nr} \rho(\omega) \quad (43)$$

mit den Einsteinkoeffizienten B_{nr}

$$B_{nr} = \frac{\pi e^2}{2\hbar^2 m_e^2 \omega^2} \int d\Omega_k |\langle \phi_n | \sum_{j=1}^Z e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_j} (\vec{p}_{j\perp} + \frac{\hbar}{2i} \vec{k} \times \vec{\sigma}_j) | \phi_r \rangle|^2 \text{ mit } \omega = \omega_{nr} \quad . \quad (44)$$

¹⁴ siehe Grawert, Quantenmechanik S.322

¹⁵ siehe Grawert, Quantenmechanik S.327 ff.

Hierbei bedeutet $\vec{p}_{j\perp}$ die zu \vec{k} senkrechte Komponente von \vec{p}_j .

Bemerkenswert ist, daß die jeweiligen Übergangswahrscheinlichkeiten für Absorption und induzierte Emission gleich sind.

4.1.3 Spontane Emission

Um die spontane Emissionswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit herzuleiten, müßte man entweder Quantenelektrodynamik betreiben oder aber Ergebnisse der klassischen Elektrodynamik korrespondenzmäßig in die Quantenmechanik übersetzen. Beides wollen wir uns ersparen und nur die Endformel für die Übergangswahrscheinlichkeit angeben:

$$A_{nr} = \frac{\omega e^2}{2\pi\hbar m_e^2 c^3} \int d\Omega_k |\langle \phi_n | \sum_{j=1}^Z e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_j} (\vec{p}_{j\perp} + \frac{\hbar}{2i} \vec{k} \times \vec{\sigma}_j) | \phi_r \rangle|^2 \text{ mit } \omega = \omega_{nr} \quad (45)$$

Es soll noch kurz erwähnt werden, daß die Einsteinkoeffizienten B_{nr} und A_{nr} bei der Einsteinschen Herleitung des Planckschen Strahlungsgesetzes Verwendung finden:

Im Gleichgewicht zwischen Materie und elektromagnetischer Strahlung muß die Zahl der Atome, die pro Zeiteinheit durch Absorption vom Zustand r in den Zustand n übergehen, gleich der Zahl derjenigen Atome sein, die in der Zeiteinheit unter Emission von Strahlung umgekehrt vom Zustand n zum Zustand r übergehen. Schreiben wir N_n für die Atome im Zustand n , so muß

$$N_r B_{nr} \rho(\omega_{nr}) = N_n (B_{nr} \rho(\omega_{nr}) + A_{nr}) \quad (46)$$

gelten. Aus der statistischen Mechanik folgt nun für das Verhältnis der Besetzungszahlen:

$$\frac{N_n}{N_r} = e^{-\frac{\Delta E}{kT}} \quad (47)$$

Daher folgt für die spektrale Energieverteilung der elektromagnetischen Strahlung bei der Temperatur T

$$\rho(\omega) = \frac{A_{nr}}{B_{nr}} \frac{N_n}{N_r - N_n} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \quad (48)$$

das *Plancksche Strahlungsgesetz*¹⁶.

¹⁶Siehe auch Versuchsteil I

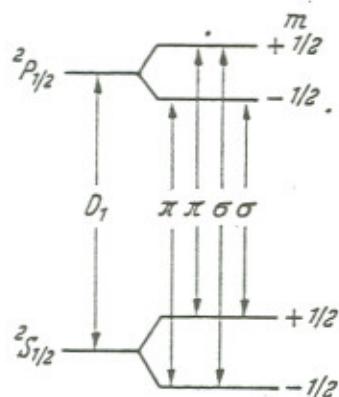


Abbildung 7: Termschema, Erläuterung siehe Text

5 Optisches Pumpen

Eine Möglichkeit kleinste Energieabstände in atomaren Systemen mit höchster Präzision zu messen, bieten sogenannte Resonanzexperimente. Hierbei werden mittels Photonen, die die entsprechende Energie besitzen müssen, Übergänge zwischen den zwei Niveaus, deren Energieabstand man messen will, angeregt. Zuvor muß mit einem noch zu besprechenden Verfahren eine ungleiche Besetzung der beiden Niveaus hergestellt worden sein, da sonst genau so viele Photonen absorbiert werden, wie mittels induzierter Emission freigesetzt würden. Es wäre also überhaupt kein Effekt beobachtbar. Das Erzeugen dieser ungleichen Besetzungen erfolgt durch **Optisches Pumpen**. Dies soll anhand des vereinfachten Termschemas des Rubidium erklärt werden. Wir nehmen zunächst an der Kern des Rubidium habe kein magnetisches Moment. Somit tritt keine Hyperfeinstruktur auf. Liegt ein externes Magnetfeld an dem Rubidium an, so ergibt sich auf Grund des Zeeman-Effekts das Termschema in Abb. 7 für den Grund- und den ersten angeregten Zustand.

Die Pfeile auf der rechten Seite der Abbildung verdeutlichen die möglichen anregbaren optischen Übergänge, wobei sich für Übergänge mit $\Delta m = 0$ linear (π), mit $\Delta m = 1$ rechtszirkular (σ^+) und mit $\Delta m = -1$ linkszirkular (σ^-) polarisiertes Licht ergibt. Die folgende Graphik zeigt nochmals, wie sich die einzelnen Übergänge anregen lassen. Zusätzlich sind noch die relativen Übergangs wahrscheinlichkeiten für Absorption bzw. induzierte Emission, die im Verhältnis 1:2:2:1 stehen, eingetragen. Anhand des Schemas in Abb. 8 erkennt man sofort, was bei einer Anregung durch σ^+ -Licht

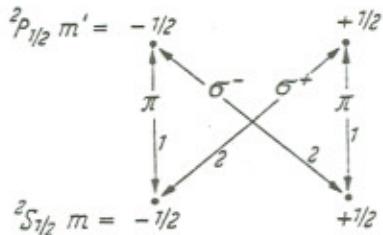


Abbildung 8: Mögliche Übergänge, Erläuterung siehe Text

passiert. Der Übergang von ($^2S_{1/2}, m = -1/2$) nach ($^2P_{1/2}, m' = 1/2$) wird angeregt. Der angeregte ($^2P_{1/2}, m' = 1/2$) zerfällt sowohl in ($^2S_{1/2}, m = 1/2$) wie ($^2S_{1/2}, m = -1/2$). Betrachtet man die relativen Übergangswahrscheinlichkeiten, so sieht man, daß von drei angeregten Atomen nur zwei nach ($^2S_{1/2}, m = -1/2$) zurückfallen, das Dritte bevölkert den ($^2S_{1/2}, m = 1/2$)-Zustand. Da dieser Prozeß laufend vorstatten geht, reichert sich der ($^2S_{1/2}, m = 1/2$)-Zustand aus dem ($^2S_{1/2}, m = -1/2$)-Zustand an. Theoretisch könnte man durch fortlaufendes Einstrahlen von σ^+ -Licht den ($^2S_{1/2}, m = 1/2$)-Zustand vollkommen leer pumpen. Da jedoch der ($^2S_{1/2}, m = 1/2$)-Zustand durch Kollision mit dem umgebenden Rubidiumgas umgebenden Zellwand in den ($^2S_{1/2}, m = -1/2$)-Zustand übergeht, ist dies nie ganz möglich.

Durch das optische Pumpen erreicht man dennoch eine makroskopische Ausrichtung der Spins und spricht deshalb von einem optisch ausgerichteten Gas. Schon mit einer einfachen Apparatur kann optisch gepumpt werden. Durch Einstrahlen des entsprechenden σ^+ -Lichts, das von einem Laser geliefert und mittels eines Polarisationsfilters vor einem $\frac{1}{4}$ -Plättchen zirkular polarisiert wird, in einen mit Rubidiumgas gefüllten Glasbehälter kann der Pumpprozeß in Gang kommen. Das aus der Zelle wieder austretende σ^+ -Licht wird an einer Photodiode registriert. Zu Beginn des Pumpvorganges wird die Intensität an der Photodiode stark abnehmen, da ein Großteil des σ^+ -Lichtes zum Pumpen benötigt wird. Ist das Gas jedoch optisch ausgerichtet, so wird es transparent, d.h. die registrierte Intensität wird fast so groß als wäre keine Absorptionszelle im Strahlengang des Lasers.

Nun kann die Resonanzmessung beginnen. Der Übergang des ($^2S_{1/2}$,

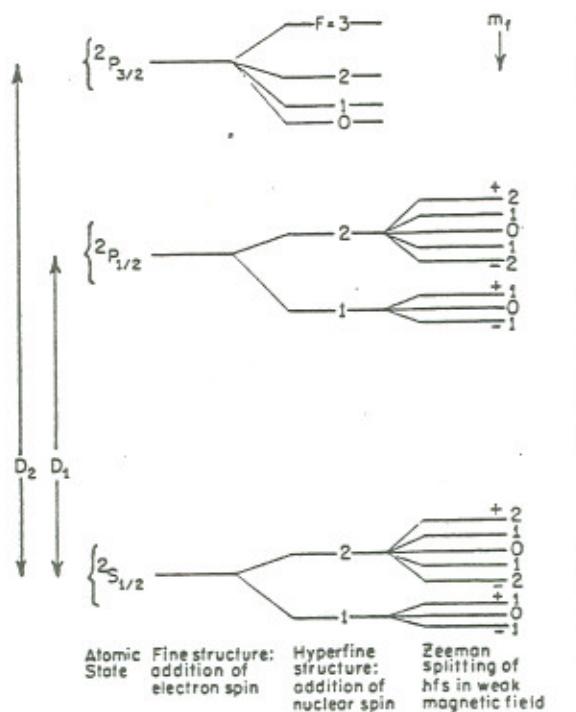


Abbildung 9: Termschema, Erläuterung siehe Text

$m = 1/2$ -Zustand in den ($^2S_{1/2}$, $m = -1/2$)-Zustand durch spontane Emission ist "verboten". Er ist lediglich durch den oben bereits erwähnten Relaxationsprozeß mit der Zellwand realisiert. Dieser Übergang kann jedoch mittels induzierter Emission angeregt werden (Resonanz). Durch Einstrahlen von Photonen der entsprechenden Energie wird der ($^2S_{1/2}$, $m = -1/2$)-Zustand wieder vermehrt besetzt. Deshalb kann wieder gepumpt werden und das Gas verliert an Transparenz. Man kann somit an der Photodiodenspannung ablesen, ob die eingestrahlten Photonen die richtige Energie haben und ermittelt damit den Energieabstand des Überganges.

Jetzt wollen wir noch die Hyperfeinstruktur mitberücksichtigen. Dazu betrachten wir das ^{87}Rb (Kernspin $I = 3/2$), dessen HFS-Termschema inklusive Zeemanaufspaltung in Abb.9 zu sehen ist (siehe auch Abb. 10). Durch Einstrahlen von Licht in der Größenordnung der D_1 -Linie werden nun Übergänge von den $^2S_{1/2}$ -Zeeman-Niveaus zu den $^2P_{1/2}$ -Zeeman-Niveaus erzwungen. Ist dieses Licht σ^+ -polarisiert, so muß bei dem Übergang $\Delta m_f = 1$ sein. Betrachten wir den $^2S_{1/2}$, $F = 1$, $m_F = -1$ Zustand. Dieser kann lediglich in den $^2P_{1/2}$, $F = 1$, $m_F = 0$ Zustand übergehen. Zerstrahlen kann der ($^2P_{1/2}$, $F = 1$, $m_F = 0$)-Zustand jedoch gemäß der Auswahlregel $\Delta m_F = 0, \pm 1$. Deshalb hat das angeregte Atom eine Wahrscheinlichkeit von

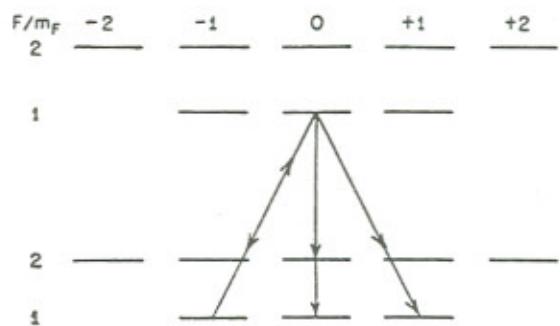


Abbildung 10: Mögliche Übergänge, Erläuterung siehe Text

2/3 in einen Grundzustand mit einem größeren Wert als $m_F = -1$ zurückzukehren. Nach vielen derartigen Absorptions- und Relaxationsprozessen wird das Atom deshalb in den ($^2S_{1/2}$, $F = 2$, $m_F = 2$)-Zustand "gepumpt". Haben alle Rb-Atome diesen Zustand erreicht, so können sie die D_1 -Linie nicht mehr absorbieren und das Gas wird transparent.

Analog wird beim ^{85}Rb der ($^2S_{1/2}$, $F = 3$, $m_F = 3$)-Zustand vollgepumpt.

Es sei noch erwähnt, daß man, um den oben erwähnten Relaxationsprozeß an der Zellwand zu dämpfen, dem Rb-Gas ein Puffergas zugeben kann, welches die Rb-Atome auf ihrem Weg zur Gasummantelung behindert, so daß die mittlere Zeit, die ein Rb-Atom zur Relaxierung (Relaxationszeit) braucht, um ein Vielfaches verlängert wird. Näheres hierüber wird jedoch noch im Experimentalteil zu lesen sein.

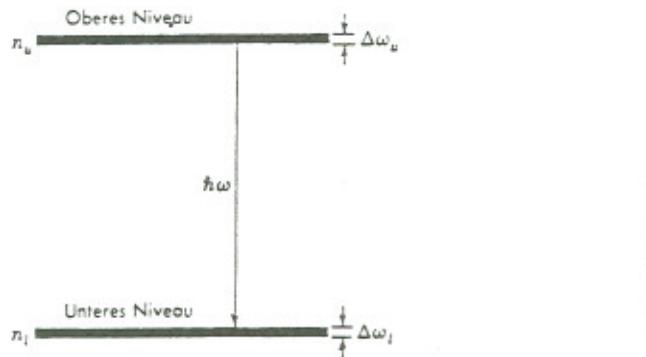


Abbildung 11: Zwei-Niveau-System zur Erklärung der Laserwirkung. Die Besetzungszahlen des oberen und des unteren Niveaus seien n_u und n_l . Die emittierte Strahlung besitzt die Frequenz ω ; die gemeinsame Breite der beiden Zustände ist $\Delta\omega = \Delta\omega_u + \Delta\omega_l$.

6 Der Laser

6.1 Die Wirkungsweise des Lasers

Kristalle können als Lichtverstärker und als Quellen kohärenter Strahlung benutzt werden. Der Laser verstärkt Licht durch stimulierte Emission von Strahlung. Das Prinzip, das Townes entdeckte, kann man mit Hilfe eines magnetischen Systems, das zwei Niveaus besitzt, verstehen (Abb. 11).

n_u Atome befinden sich auf dem oberen, n_l auf dem unteren Niveau. Wir strahlen in das System mit der Frequenz ω ein. Die Amplitude der magnetischen Komponenten des Strahlungsfeldes sei B_{rf} . Die Übergangswahrscheinlichkeit vom oberen zum unteren Niveau pro Atom und pro Zeiteinheit ist

$$\wp = \left(\frac{\mu B_{rf}}{\hbar}\right)^2 \frac{1}{\Delta\omega} \quad (49)$$

μ ist das magnetische Moment, und $\Delta\omega$ die gemeinsame Breite der beiden Niveaus. Gleichung (49) ist ein Standardergebnis der quantenmechanischen Störungsrechnung, oft auch Fermis goldene Regel genannt. Die von den Atomen im oberen und unteren Zustand pro Zeiteinheit nach außen abgestrahlte Energie ist

$$P = \left(\frac{\mu B_{rf}}{\hbar}\right)^2 \frac{1}{\Delta\omega} \cdot \hbar\omega \cdot (n_u - n_l) \quad (50)$$

Hier gibt P die abgegebene Leistung an, $\hbar\omega$ ist die Energie pro Photon und $n_u - n_l$ der Überschuß an Atomen n_u , die anfangs ein Photon emittieren können, gegenüber den Atomen n_l , die ein Photon absorbieren können. Im thermischen Gleichgewicht gilt $n_u < n_l$, so daß insgesamt keine Energie nach außen abgestrahlt werden kann; im Nichtgleichgewicht aber, wenn $n_u > n_l$ ist, wird das System Energie abstrahlen. Wenn wir mit $n_u > n_l$ beginnen und die emittierte Strahlung in das System zurückreflektieren, vergrößern wir B_{rf} und steigern so die Emissionsrate. Diese Steigerung hält solange an, bis die Bevölkerung des oberen Niveaus abnimmt und schließlich die Besetzungszahlen der beiden Niveaus gleich groß sind. Setzen wir den Kristall in einen Hohlraumresonator, so wird sich die Intensität des Strahlungsfeldes in der gewünschten Weise aufbauen. Das ist einer Mehrfachreflexion an den Wänden des Hohlraumresonators ähnlich. In den Wänden des Resonators wird es einen gewissen Leistungsverlust geben; die Verlustrate ist

$$P_L = \frac{B_{rf}^2 V}{8\pi} \cdot \frac{\omega}{Q} \quad (51)$$

wobei V das Volumen und Q die Güte des Resonators ist. B_{rf}^2 soll ein über das Volumen gemitteltes Magnetfeld sein. Damit der Laser funktioniert, muß die ausgestrahlte Leistung P größer sein als der Leistungsverlust P_L , beide Größen enthalten B_{rf}^2 . Die Laserbedingung kann man durch den notwendigen Bevölkerungsüberschuß im oberen Niveau ausdrücken:

$$n_u - n_l > \frac{\Delta B V}{8\pi\mu Q} \quad (52)$$

wobei μ das magnetische Moment ist, und die Linienbreite ΔB definiert ist über die gemeinsame Linienbreite $\Delta\omega$ des oberen und unteren Zustandes durch $\mu\Delta B = \hbar\Delta\omega$. Das Hauptproblem für den Betrieb eines Lasers ist es also, einen genügend großen Bevölkerungsüberschuß im höhergelegenen Niveau zu erzeugen. Man erreicht dies in den unterschiedlichsten Apparaturen auf verschiedenen Wegen.

6.2 Heterostrukturen

Heterostrukturen von Halbleitern sind Schichten von zwei oder mehr verschiedenen Halbleitern, die kohärent gezüchtet werden und eine gemeinsame Kristallstruktur besitzen. Heteroübergänge eröffnen zusätzliche Freiheitsgrade bei der Herstellung von Halbleiterbauelementen, weil sowohl die Dotierung als auch die Verschiebung des Leitungs- und Valenzbandes am Übergang eingestellt werden können.

Eine Heterostruktur kann als ein Einkristall betrachtet werden, bei dem sich die Besetzung der Gitterplätze an der Grenzfläche ändert. Beispielsweise kann auf einer Seite der Grenzfläche Ge sein und auf der anderen GaAs: beide Gitterkonstanten sind 0,565 nm, eine Seite hat Diamantstruktur und die andere kubische Zinksulfidstruktur. Beide Strukturen sind aus kovalenten tetraedrischen Bindungen aufgebaut und passen kohärent zusammen, als ob sie ein Einkristall wären. Nur wenige Stufenversetzungen verringern die Spannungen in der Nähe der Grenzfläche.

Die verbotenen Zonen sind jedoch unterschiedlich, und dieser Unterschied ist die Ursache für das Interesse an Heterostrukturen, abgesehen von der technischen Kunstfertigkeit bei der Herstellung der Strukturen. Die verbotene Zone beträgt für Ge 0,67 eV und für GaAs 1,43 eV bei 300 K. Es gibt mehrere Möglichkeiten, die Leitungs- und Valenzbandkanten zueinander zu positionieren, wie in Abb. 12 gezeigt wird.

Berechnungen¹⁷ ergaben, daß die obere Valenzbandkante in Ge etwa 0,42 eV höher als in GaAs liegen sollte. Die untere Leitungsbandkante in Ge sollte ungefähr 0,35 eV niedriger als in GaAs liegen, so daß die Verschiebungen der Bänder zum normalen Typ in Abb. 12 gehören.

Stufen in den Bandkanten wirken als Potentialbarrieren und zwar für Elektronen und für Löcher in entgegengesetztem Sinn. Wir erinnern daran, daß die Energie von Elektronen kleiner wird, wenn sie im Bändermodell absinken, die Energie der Löcher wird dagegen geringer, wenn sie in derselben Darstellung nach oben steigen. Bei der normalen Anordnung (Abb. 12) werden sowohl Elektronen als auch Löcher über die Barriere von der breiten verbotenen Zone zur schmalen verbotenen Zone des Heteroüberganges fließen können.

¹⁷Siehe Tabelle 10-1 in W.A. Harrison, Elektronische Struktur und Eigenschaften von Festkörpern, Freeman, 1980. Vergleiche auch H. Krömer, Theorie von Heteroübergängen: ein kritischer Überblick, Erice Sommerschule, 1983.

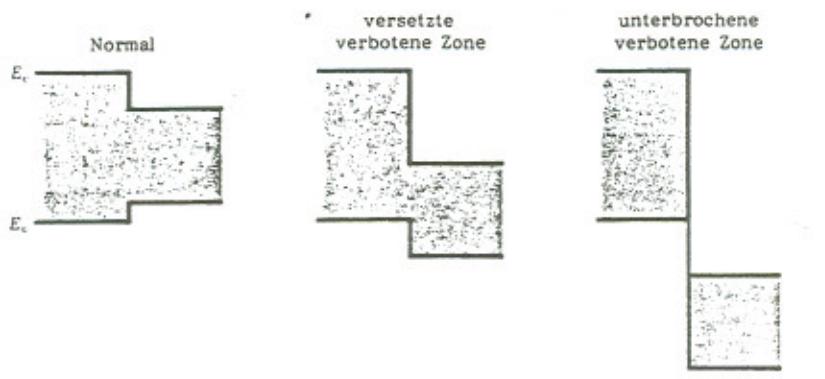


Abbildung 12: Drei Arten von Bandkanntenverschiebungen bei Heterogrenzflächen. Die verbotenen Zonen sind schattiert dargestellt. Die als normal bezeichnete Verschiebung tritt z.B. bei GaAs/InAs auf. Die als unterbrochene verbotene Zone bezeichnete Verschiebung tritt beim GaSb/InAs-Heteroübergang auf.

Andere wichtige Halbleiterpaare, die für Heterostrukturen Verwendung finden, sind AlAs/GaAs, InAs/GaSb, GaP/Si und ZnSe/GaAs. Eine gute Gitteranpassung zwischen 0,1 und 1% wird häufig durch Zusätze von verschiedenen Elementen erreicht. Damit können auch die Breiten der verbotenen Zonen entsprechend den Anforderungen für spezielle Bauelemente eingestellt werden.

6.3 Halbleiterlaser

Stimulierte Strahlungsemision kann bei direkten Halbleitern auftreten, wenn Elektronen und Löcher rekombinieren. Die Elektronen- und Löcherkonzentrationen, die durch Beleuchtung erzeugt werden, sind größer als ihre Gleichgewichtskonzentrationen. Die Rekombinationszeiten für die Überschussladungsträger sind viel länger als die Zeiten, die Leitungselektronen benötigen, um miteinander im Leitungsband ins thermische Gleichgewicht zu gelangen und auch länger als die Zeiten, die Löcher benötigen, um miteinander im Valenzband ins thermische Gleichgewicht zu gelangen. Diese stationäre Bedingung für Elektronen- und Löcherbesetzungen wird durch getrennte Fermi-Niveaus μ_c und μ_v für die beiden Bänder, die sogenannten *Quasi-Fermi-Niveaus*, beschrieben.

Bezieht man μ_c und μ_v auf ihre Bandkanten, so gilt für eine Besetzungsinversion die Bedingung

$$\mu_c > \mu_v + \epsilon_g \quad (53)$$

Für eine Emission von Laserstrahlung müssen die Quasi-Fermi-Niveaus um mehr als die Breite der verbotenen Zone voneinander getrennt sein. Besetzungsinversion und Emission von Laserstrahlung kann man erhalten, wenn an normale GaAs- oder InP-Übergänge eine Spannung in Durchlaßrichtung angelegt wird; aber fast alle tatsächlich angewandten Injektionslaser sind Doppel-Heterostrukturen, die von H.Krömer vorgeschlagen wurden (Abb. 13). Dabei ist der Laserstrahlung emittierende Halbleiter zwischen zwei Halbleiterbereiche mit breiter verbotener Zone und entgegengesetzter Dotierung eingebettet. Ein Beispiel ist GaAs, das in (Al,Ga)As-Schichten eingebettet wird. In solch einer Struktur gibt es eine Potentialbarriere, die das Abfließen der Elektronen in den *p*-Bereich verhindert, eine entgegengesetzte Potentialbarriere verhindert das Abfließen der Löcher in den *n*-Bereich.

Der Wert von μ_c in der optisch aktiven Schicht gleicht sich im *n*-Kontakt μ_n an, ähnlich gleicht sich μ_v im *p*-Kontakt μ_p an. Eine Besetzungsinversion kann erhalten werden, wenn eine Spannung angelegt wird, die größer als das Spannungsäquivalent der verbotenen Zone in der aktiven Schicht ist.

Die Diode ist ihr eigener elektromagnetischer Resonatorhohlraum, da die Reflexion an der Halbleiterkristall-Luft-Grenzfläche hoch ist. Die Kristallflächen sind normalerweise Spaltflächen, damit zwei ebene parallele Oberflächen vorhanden sind. Die Strahlung wird in der Ebene des Heteroüberganges emittiert.

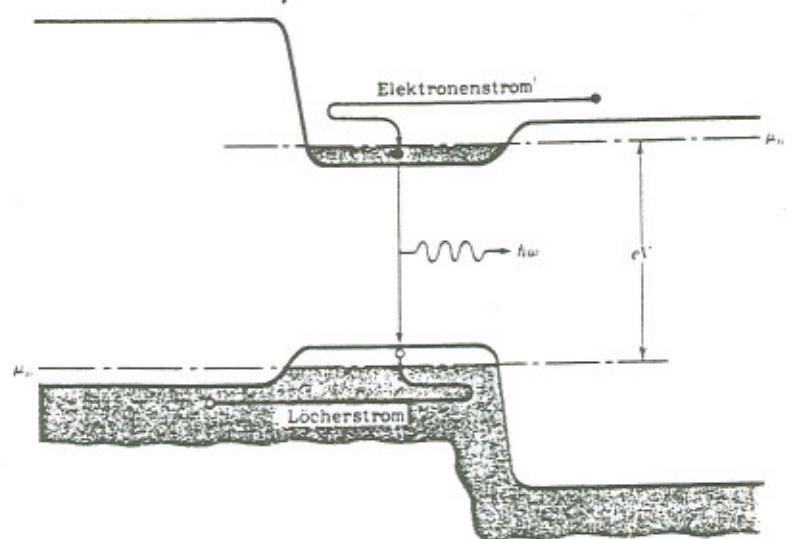


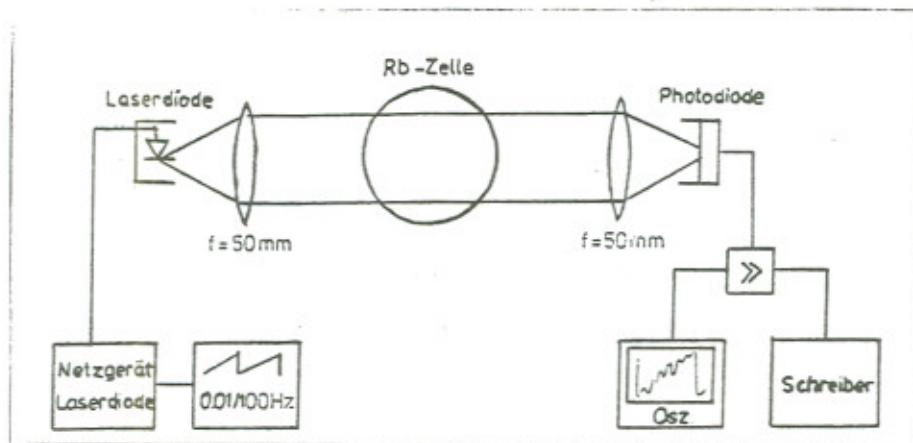
Abbildung 13: Doppel-Heterostruktur-Injektionslaser. Die Elektronen fließen von rechts in die optisch aktive Schicht, in der sie ein entartetes Elektronengas bilden. Die Potentialbarriere, die durch die breite verbotene Zone im p -Gebiet gebildet wird, verhindert, daß die Elektronen nach links abfließen. Die Löcher fließen von links in die aktive Schicht und können nach rechts nicht entweichen.

GaAs ist als optisch aktive Schicht ausführlich untersucht worden. Es emittiert bei ca. 838 nm oder 1,48 eV im nahen Infrarot, die genaue emittierte Wellenlänge hängt von der Temperatur ab. In einem Heteroübergang ist das System sehr effizient: das Verhältnis von austretender Lichtenergie zu elektrischer Gleichstrom-Eingangsenergie ist nahezu 50%, und die differentielle Ausbeute ist bei geringen Änderungen über 70%.

Die Wellenlänge kann in weiten Bereichen in dem Legierungssystem $Ga_xIn_{1-x}P_yAs_{1-y}$ verändert werden, so daß die Laserwellenlänge z.B. an ein Absorptionsminimum von Glasfasern angepaßt werden kann. Die Kombination aus Doppel-Heterostruktur-Lasern und Glasfasern bildet die Basis der Lichtleiternachrichtentechnik, die die Signalübertragung mit Kupferkabeln ablösen soll.

7 Teil I des Versuches

7.1 Versuchsaufbau 1



7.2 Kenndaten der Laserdiode

Für diesen Versuch wird die Laserdiode HL 7801 der Firma HITACHI benutzt. Es handelt sich hierbei um eine GaAlAs-Doppelhetero-Streifenlaserdiode, die im erlaubten Temperaturbereich zwischen etwa 785 nm (-10°C) und 800 nm ($+60^{\circ}\text{C}$) emittiert. Die im Experiment benötigte Wellenlänge von 795 nm wird bei etwa 30°C ausgestrahlt.

Spektrale Charakteristik:

Die Diode arbeitet im Single Mode Betrieb, die Halbwertsbreite ist jedoch nicht bekannt. Aus dem Vergleich der Absorptionslinien mit dem Dopplerprofil soll sich aber schließen lassen, daß der Laser schmalbandiger als 100 MHz (0.0002 nm) sein soll.

Ausgangsleistung als Funktion des Diodenstroms:

Die Ausgangsleistung der Laserdiode wird über eine fest eingebaute Pindiode direkt gemessen. Die äußere Beschaltung der Laser- und der Pindiode ist durch ein Netzgerät mit eingebauter Strom- und Leistungsanzeige vorgegeben.

Die Temperatur der Laserdiode kann mit einem Peltier-Element verändert werden, welches am Netzgerät über eine digitale Temperaturanzeige (Ablesegenauigkeit 0.1°C) geregelt werden kann.

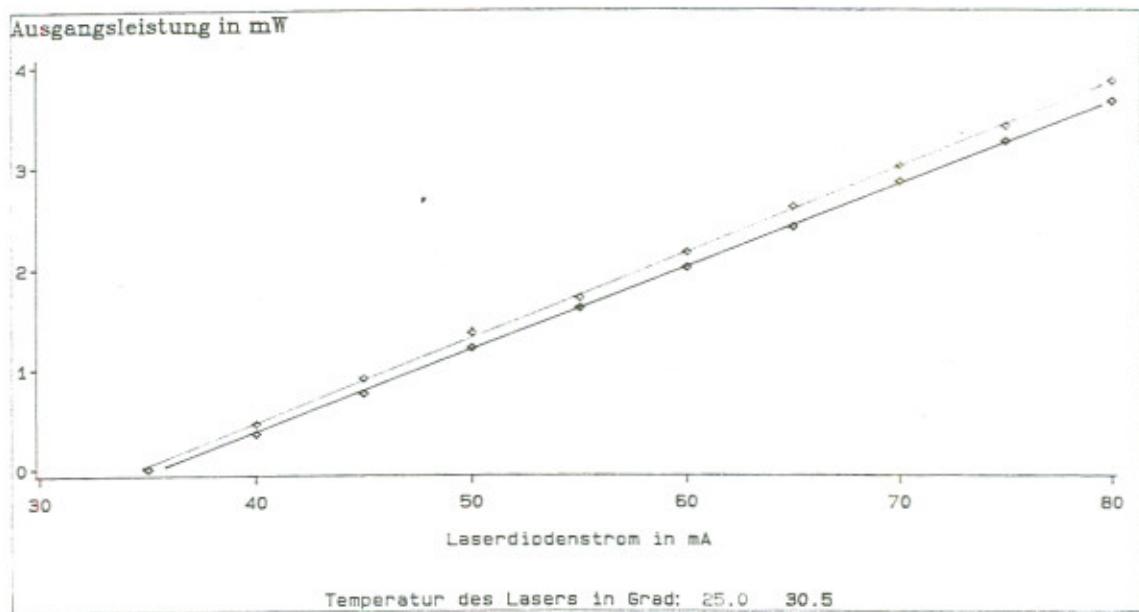


Abbildung 14: Ausgangsleistung der Laserdiode

Bei der ersten Messung betrug die Temperatur 25.0°C:

Laserdiodenstrom [mA]	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
Ausgangsleistung [mW]	0.00	0.45	0.90	1.35	1.70	2.15	2.60	3.00	3.40	3.85

Bei der zweiten Messung betrug die Temperatur 30.5°C:

Laserdiodenstrom [mA]	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
Ausgangsleistung [mW]	0.00	0.35	0.75	1.20	1.60	2.00	2.40	2.85	3.25	3.65

Die Ableseungenauigkeiten liegen für den Strom bei ± 2.5 mA und für die Leistung bei ± 0.05 mW.

(Zur graphischen Sichtung der Werte: siehe Abb. 14)

7.3 Ausgangsspannung der Photodiode

Zuerst wurden die beiden Linsen (siehe Versuchsaufbau 1) so lange verschoben, bis die Photodiodenspannung ein Maximum angenommen hat. Die Messung erfolgte bei einer Diodentemperatur von 30.3°C.

Abschlußwiderstand $R = 0.5 \text{ k}\Omega$:

Laserleistung [mW]	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Ausgangsspannung [mV]	233	343	392	417	434	444

Abschlußwiderstand $R = 1.0 \text{ k}\Omega$:

Laserleistung [mW]	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Ausgangsspannung [mV]	352	411	437	454	466	474

Abschlußwiderstand $R = 1.5 \text{ k}\Omega$:

Laserleistung [mW]	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Ausgangsspannung [mV]	390	430	453	467	478	484

Abschlußwiderstand $R = 2.0 \text{ k}\Omega$:

Laserleistung [mW]	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Ausgangsspannung [mV]	405	440	459	472	482	489

Die Meßfehler betrugen jeweils:

- für die Laserleistung $\pm 0.05 \text{ mW}$
- für den Abschlußwiderstand $\pm 0.1\text{k}\Omega$
- für die gemessenen Spannungen $\pm 0.1 \text{ mV}$ bis 200 mV und 1 mV über 200 mV .

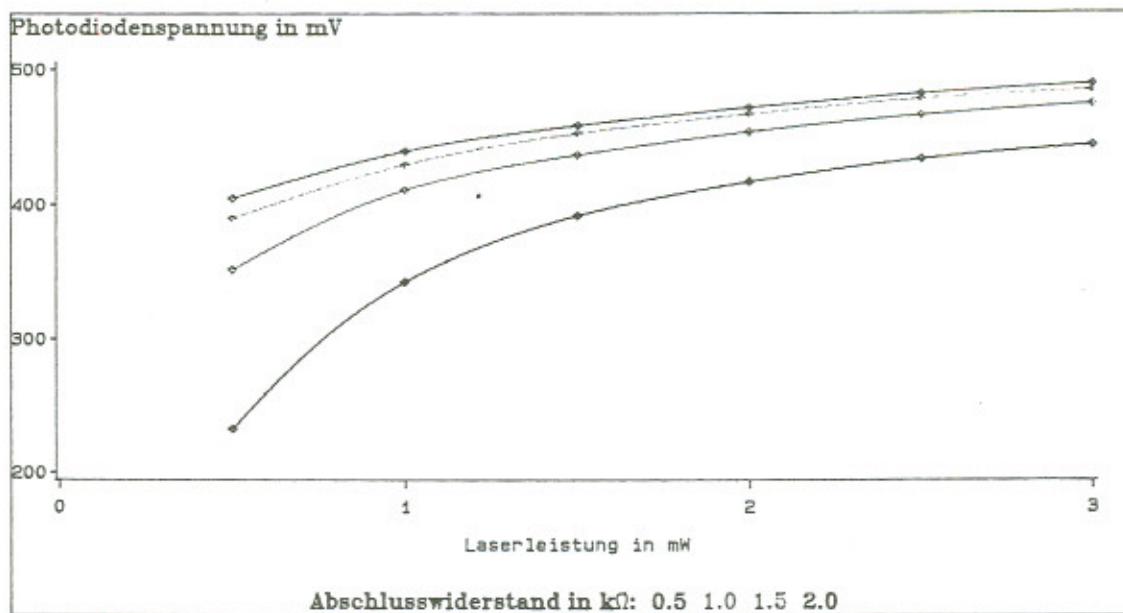


Abbildung 15: Ausgangsspannungen der Photodiode

7.4 Polarisationsgrad der emittierten Strahlung

Hier wurde die Photodiodenspannung bei zwei verschiedenen Einstellungen des Polarisationsfilters in Abhängigkeit von der Laserleistung gemessen.

Laserleistung [mW]	Polarisationswinkel 0°[mV]	Polarisationswinkel 90°[mV]	Polarisationsgrad: $= U(90^\circ)/U(0^\circ)$
0.5	16	76	4.75
1.0	31	133	4.29
1.5	45	188	4.18
2.0	59	234	3.97
2.5	66	254	3.85
3.0	73	268	3.67

Mit steigender Laserleistung wurde der Anteil des mit 0° linear polarisierten Lichtes etwas größer, den Polarisationsgrad kann man aber wohl noch als stabil bezeichnen.

7.5 Durchmesser des parallelen Laserstrahls

Mit Hilfe einer Lochblende wurde hier die Ausdehnung des parallelen Laserstrahls (also zwischen den Linsen, siehe Versuchsaufbau) sowohl in horizontaler (x) als auch in vertikaler (y) Richtung ausgemessen.

Gemessen wurde der Strahldurchmesser in x-Richtung zu 1.7 cm und in y-Richtung zu 1.5 cm, der Fehler betrug jeweils ca. 0.3 cm.

Da die Brennweite der Linsen $f = 5.0$ cm betrug, ergibt sich für die Strahldivergenzen:

$$d_x = (1.7 \pm 0.3) \text{ cm} \Rightarrow \tan \alpha_x = \frac{d_x}{2f} \Rightarrow \alpha_x = (9.7 \pm 1.7)^\circ$$

$$d_y = (1.5 \pm 0.3) \text{ cm} \Rightarrow \tan \alpha_y = \frac{d_y}{2f} \Rightarrow \alpha_y = (8.5 \pm 1.7)^\circ$$

Die oben berechneten Werte sind auf Grund der Meßungenauigkeiten als Abschätzungen anzusehen!

7.6 Strahlungsdichte

Berechnung der Strahldichte ρ unter der Annahme eines elliptisch geformten parallelen Strahls:

$$\rho = \frac{\text{Leistung}}{\text{Fläche}} = \frac{p}{2,55 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}$$

Bei einer Leistung von 1 mW ergibt sich damit $\rho_{\text{Laser}} = 3,92 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$. Der Fehler liegt in der Größenordnung von $1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

Für die Sonne gilt mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz:

$$\rho_{\text{Sonne}} = \sigma \cdot T^4 = 73,5 \cdot 10^6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2},$$

$$\text{mit } \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}^4} \text{ und } T \approx 6000^\circ \text{K}.$$

Für die Strahldichte der Sonnenstrahlung auf der Erdoberfläche gilt:

$$\rho_{\text{Erdoberfläche}} = u_{\text{Sonne}} \cdot \frac{4\pi R_{\text{Sonne}}^2}{4\pi R_{\text{Bahn}}^2} \cong 1,6 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$

Für eine konventionelle Alkali-Dampflampe gilt ungefähr:

$$\rho = 8,12 \cdot 10^{18} \frac{h \cdot \nu}{m^2 \cdot sec} \cong 2 \frac{W}{m^2}, \text{ wobei } \nu \cong 3,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz ist}^{18}.$$

7.7 Spektrale Strahldichte

Für die spektrale Verteilung der Emission eines Einmodenlasers erhält man ein Lorentz-Profil:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \nu} = \rho_\nu = \frac{\rho_\nu^0}{(\nu_0 - \nu)^2 + \frac{D^2}{4}}$$

D ist die Halbwertsbreite der Kurve. Für eine Laserdiode gilt $D \cong 10^8 \text{ Hz}$ und $\nu_0 \cong 3,75 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

Für die spektrale Strahldichte der Sonne gilt näherungsweise die *Plank-sche Strahlungsformel*:

$$\rho_\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Für die Rb-Dampflampe ist die spektrale Verteilung ebenfalls durch eine Lorentz-Kurve gegeben. Die Halbwertsbreite D ist jedoch wesentlich durch die Doppler-Verbreiterung beeinflußt. Es gilt (ohne Puffergas):

$$D \cong 1,5 \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

7.8 Modulierung der Laserleistung

An das Netzgerät der Laserdiode wurde ein Sägezahngenerator angeschlossen. Oberhalb einer Grenzfrequenz von ca. 150 Hz wird der Sägezahn nur noch verzerrt von der Photodiode wiedergegeben. Die Photodiode kann der schnellen Intensitätsänderung des Strahls nicht mehr folgen!
Bei nicht zu hohen Amplituden ($U_{Sägezahn} \leq 3,5 \text{ V}$) und relativ niedrigen Frequenzen ($< 150 \text{ Hz}$) arbeitet die Photodiode im linearen Bereich.

glänze ich
nicht?
Photodioden
in Nullblitzen
Sägen in
Bereich von 10^{-5} s .

¹⁸Siehe A. Corney, Atomic and Laser Spectroscopy

7.9 Verstärkungsverhalten der vorhandenen Verstärker

Zur Messung standen uns drei verschiedene Verstärker zur Verfügung, gemessen wurde jeweils der Verstärkungsfaktor für verschiedene Frequenzen:

7.9.1 Kleiner Verstärker im grauen Kästchen

Der Verstärkungsfaktor liegt bei ca. 100.

Die Grenzfrequenz liegt bei ca. 1 kHz. Für Frequenzen über 1 kHz wird der Verstärkungsfaktor deutlich kleiner. Die maximale Eingangsamplitude liegt bei $\pm 0,15$ V. Für höhere Eingangsamplituden wird die Sinuskurve oben und unten abgeschnitten (klar, weil die Stromversorgung des Verstärkers eine Spannung von ± 15 V hat).

7.9.2 HF-Verstärker

Der Verstärkungsfaktor ist stark frequenzabhängig und reicht von ca. 1000 bei 200 kHz über ca. 15000 bei 1 kHz bis zu 22000 bei 100 Hz.

Die maximale Eingangsamplitude ist durch die maximale Ausgangsamplitude von ± 15 V gegeben.

7.9.3 Großer Verstärker im schwarzen Kasten

Wie unter 7.9.2 ist auch hier der Verstärkungsfaktor stark frequenzabhängig und reicht von ca. 10 bei 100 Hz über ca. 16 bei 1 kHz bis zu 22 bei 10 kHz. Der günstigste Verstärkungsbereich liegt bei Frequenzen um 1 kHz.

Worum?

Für Frequenzen im Kiloherzbereich und darüber ist eine unverzerrte Verstärkung nur für sehr kleine Eingangsamplituden ($< 0,1$ mV) möglich.

8 Teil II des Versuches

8.1 Versuchsaufbau 2

Der Versuchsaufbau ist nahezu identisch mit dem von **Teil I** und deshalb dort zu entnehmen!

Bemerkungen:

- In der Rubidium-Zelle befindet sich festes Rb, welches mit einer Heizung verdampft wird.
- Die Sägezahnspannung besitzt immer noch einen Gleichspannungsanteil, um im linearen Bereich der Laserdiode zu arbeiten.

8.2 Aufnahme der HFS-Spektren der Rb-Zellen

Über den angeschlossenen Sägezahngenerator wird der Laserdiodenstrom und damit die Laserfrequenz moduliert. Absorption findet in der Rb-Zelle genau dann statt, wenn eine der Übergangslinien "getroffen" wird. Dies macht sich durch einen Intensitätsabfall an der Photodiode bemerkbar und kann somit auf dem Oszi beobachtet werden. Die Tiefe der Absorptionspeaks hängt im wesentlichen vom statistischen Gewicht der beiden zugehörigen Energieniveaus und der Häufigkeit des betreffenden Rb-Isotops in der Zelle ab. Da das ^{85}Rb zu 72.8% und das ^{87}Rb zu 27.8% in der Zelle vorliegt und die Multiplizität für große F-Quantenzahl auch größer ist, erwartet man die größten Absorptionspeaks für die Übergänge des ^{85}Rb -Isotops.

Auf Grund der Linienbreite der Resonanzsignale sind die Übergänge des ^{85}Rb -Isotops mit $F=2$ nach $F=2$ und $F=2$ nach $F=3$, sowie von $F=3$ nach $F=2$ und $F=3$ nach $F=3$ nicht getrennt wahrnehmbar.

Die Übergänge des ^{87}Rb -Isotops sind nur teilweise durch schwache Peaks im Meßsignal erkennbar.

Das beste Ergebnis erhielten wir mit einer Laserdiotentemperatur von 30.4°C. Da der Transientenschreiber in Verbindung mit seinem Rekorder kein befriedigendes Ergebnis (im Vergleich mit dem auf dem Oszi beobachtbaren Signal) lieferte, benutzten wir zur Aufnahme des HFS-Spektrums einen Speicher-Oszi mit dem dazugehörenden Schreiber!

8.2.1 Kugelförmige Rubidium-Zelle

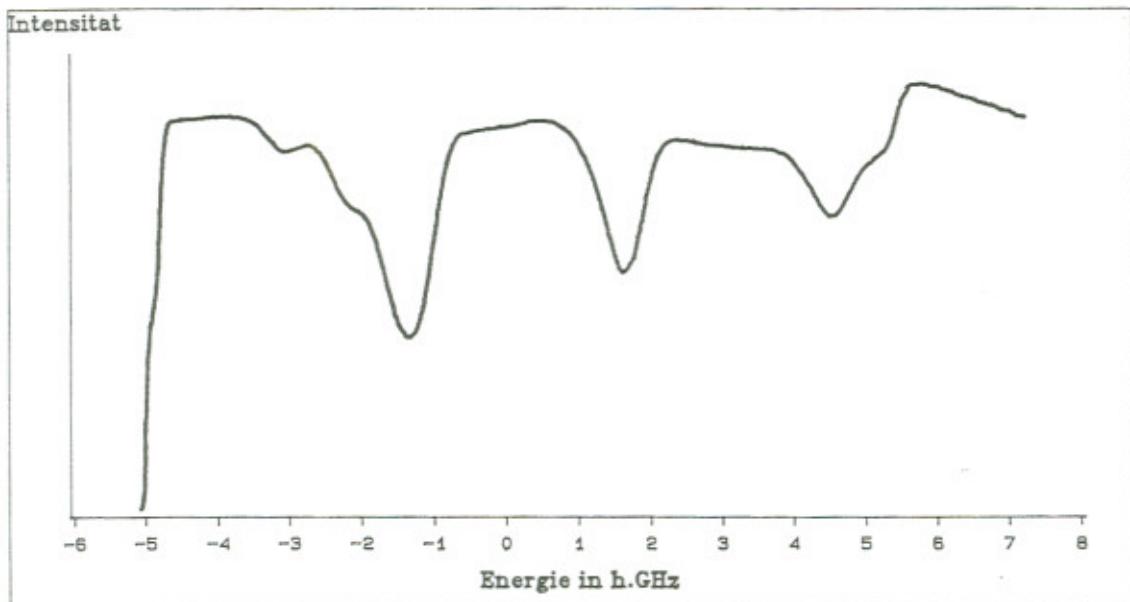


Abbildung 16: Die Peaks bei $(D_1 - 3,07 \cdot 10^9 \text{ Hz})$ und $(D_1 + 4,56 \cdot 10^9 \text{ Hz})$ wurden zur Eichung der Frequenz verwendet. Der Fehler resultiert im wesentlichen aus der Ableseungenauigkeit der Intensitätsminima und liegt bei ca. 10^8 Hz . Der lineare Intensitätsanstieg, bedingt durch die ansteigende Laserleistung, wurde der Übersicht wegen abgezogen. Am rechten Rand erkennt man den lästigen Modensprung als aufgesetzten Peak, er war auch ohne Zelle vorhanden! In dieser Zelle befindet sich 1 mbar Krypton als Puffergas.

*Wenn möglich, wie du
ein Differenzspektrum
(Laser an/aus) schon gewesen.*

8.2.2 Zylinderförmige Rubidium-Zelle

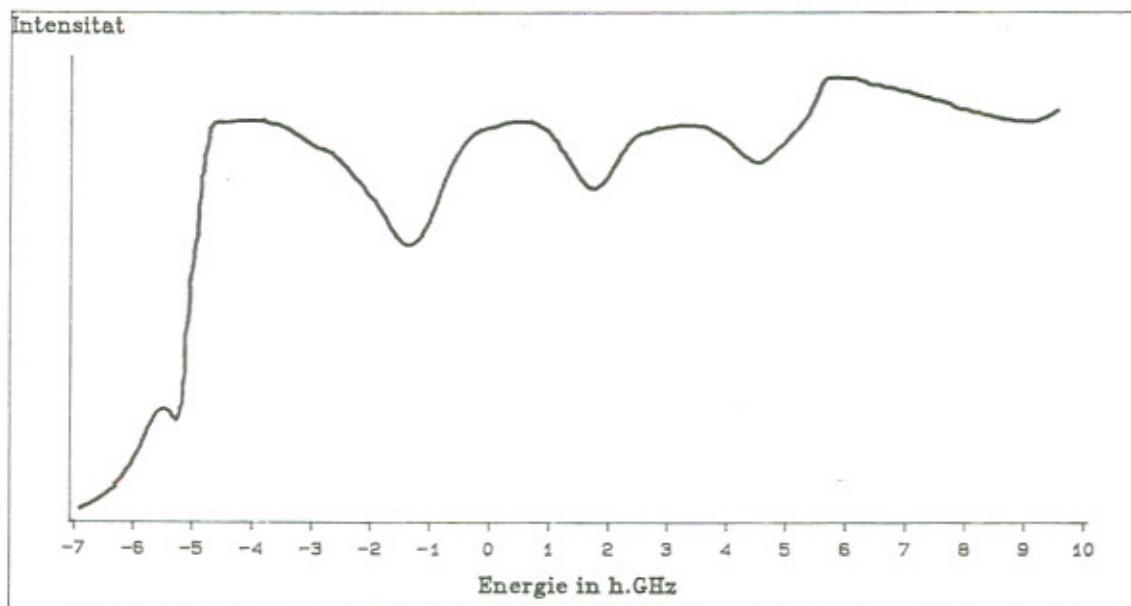


Abbildung 17: Der lineare Intensitätsanstieg, bedingt durch die ansteigende Laserleistung, wurde der Übersicht wegen abgezogen. Am rechten Rand erkennt man den lästigen Modensprung als aufgesetzten Peak, er war auch ohne Zelle vorhanden! In dieser Zelle befindet sich 65 mbar Neon als Puffergas, so daß auf Grund der Stoßverbreiterung die Linienbreite größer ist. Daher sind hier nur 4 Peaks sichtbar.

8.3 Bestimmung der Kopplungskonstanten A

Für die Energiedifferenz zweier benachbarter Hyperfein-Niveaus (d.h. selbes I , selbes J und $\Delta F = 1$) gilt:

$$\Delta E = A \cdot F' . \quad (54)$$

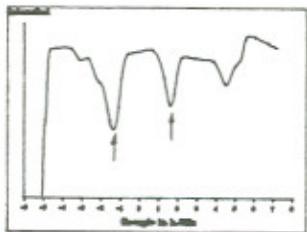
Hierbei ist F' die größere der beiden F -Quantenzahlen.
Aus ΔE und F' erhält man dann A.

8.3.1 A-Wert für den $^2S_{\frac{1}{2}}$ -Zustand von ^{85}Rb

Gemessen: $\Delta E = h \cdot (2,99 \pm 0,25) \cdot 10^9 \text{ Hz}$

$$F' = 3 \rightarrow A = \frac{\Delta E}{3} = (0,997 \pm 0,083) \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

Theoretischer Wert: $A = h \cdot 1,012 \cdot 10^9 \text{ Hz}$



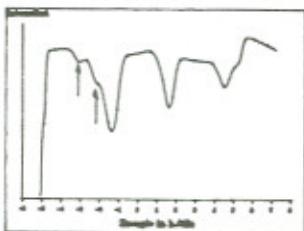
Skizze zur Bestimmung der Energie-Aufspaltung

8.3.2 A-Wert für den $^2P_{\frac{1}{2}}$ -Zustand von ^{87}Rb

Gemessen: $\Delta E = h \cdot (0,88 \pm 0,12) \cdot 10^9 \text{ Hz}$

$$F' = 2 \rightarrow A = \frac{\Delta E}{2} = (0,44 \pm 0,06) \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

Theoretischer Wert: $A = h \cdot 0,41 \cdot 10^9 \text{ Hz}$



Skizze zur Bestimmung der Energie-Aufspaltung

8.4 Natürliche Linienverbreiterung

Die natürliche Linienbreite erhält man aus der mittleren Lebensdauer $\tau \approx 10^{-8}$ sec:

$$\Delta\nu_N = \frac{1}{2\pi\cdot\tau} \approx 1,6 \cdot 10^7 \text{ Hz.}$$

8.5 Stoßverbreiterung

Für die Stoßverbreiterung gilt näherungsweise:

$$\Delta\nu_S = \frac{1}{2\pi \cdot \underbrace{\frac{\sqrt{2}}{n \cdot \sigma \cdot (\bar{v}_1 + \bar{v}_2)}}_{\tau_s}}$$

mit

$$n = \frac{p}{kT}, \sigma = \pi(r_1 + r_2)^2 \text{ und } \bar{v}_i = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_i}}, i = 1, 2.$$

n ist die Anzahl der Puffergasatome pro Volumen, p der Partialdruck des Puffergases und die \bar{v}_i sind die mittleren Geschwindigkeiten der Puffergasatome bzw. die der Rb-Atome.

(Stöße der Rubidiumatome untereinander sind hier nicht berücksichtigt)

Für die Stoßverbreiterung erhalten wir damit

$$\Delta\nu_S \approx 6,8 \cdot 10^7 \text{ Hz}$$

8.6 Doppler-Verbreiterung

Theoretisch gilt für die Doppler-Verbreiterung:

$$\Delta\nu_D = \nu_0 \cdot \sqrt{\frac{8kT}{\pi mc^2}}$$

k : Boltzmann-Konstante, T : Temperatur, m : Masse des Rb-Isotops und c : Lichtgeschwindigkeit

Mit $k \cong 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$, $T \cong 300^\circ K$ $m \cong 1,42 \cdot 10^{-25} kg$ und $c \cong 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ ergibt sich dann

$$\Delta\nu \approx 4 \cdot 10^8 \text{ Hz.}$$

Die mittlere gemessene Linienbreite liegt in einer Größenordnung von $8 \cdot 10^8$ Hz und stimmt damit mit der der Doppler-Verbreiterung überein. Da die Hyperfeinstruktur-Aufspaltung des $^2P_{1/2}$ -Zustandes von ^{85}Rb nicht meßbar ist, muß der Frequenzabstand kleiner als die halbe gemessene Linienbreite sein. Es folgt also:

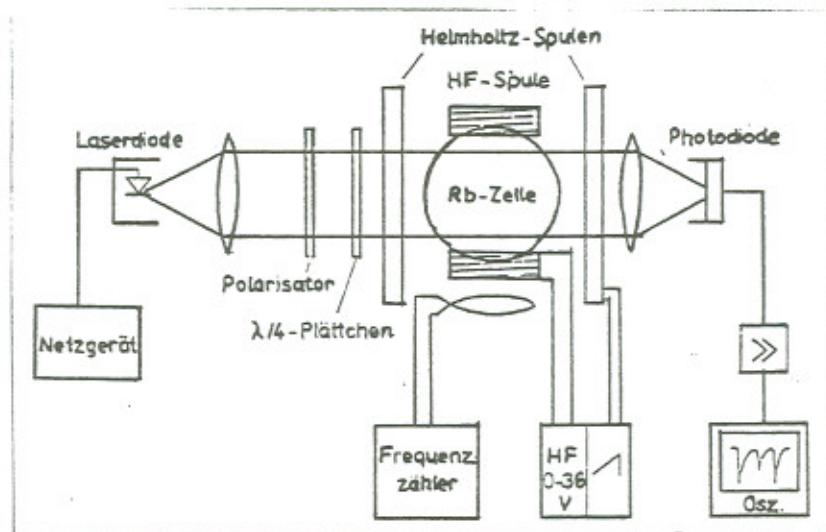
$$\Delta E_{HFS} \leq h \cdot 4 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

Theoretischer Wert: $\Delta E_{HFS} = h \cdot 3,62 \cdot 10^8 \text{ Hz}$

9 Teil III des Versuches

Durch optisches Pumpen werden Besetzungsunterschiede der im Magnetfeld aufgespaltenen Niveaus erzeugt. Durch ein senkrecht dazu orientiertes Hochfrequenzfeld wird im Resonanzfall die Ausrichtung der Spins wieder zerstört.

9.1 Versuchsaufbau 3



Der Polarisationsfilter und das $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen erzeugen zirkular polarisiertes Licht.

Die Rb-Zelle befindet sich durch die Helmholtz-Spule in einem homogenen Magnetfeld, dessen Feldstärke (Flußdichte) $B(t)$ geringfügig sinusförmig mit 50 Hz um den Wert B_0 schwankt.

B_0 kann mit Hilfe einer angegebenen Eichkurve aus dem Gleichstromanteil, der am Strommeßgerät abgelesen werden kann, bestimmt werden.

Die Hochfrequenz-Spulen erzeugen ein magnetisches Dipolfeld, das Übergänge mit $\Delta L = 0$, $\Delta J = 0$, $\Delta F = 0$ und $\Delta m_F = \pm 1$ induziert. Wird mit der Laserdiode optisch gepumpt, und ist die Magnetfeldstärke (Flußdichte) B_0 geeignet eingestellt, so wird durch das magnetische Dipolfeld "zurück" gepumpt. In diesem Fall verringert sich die Transparenz der

Rb-Zelle, was mit der Photodiode meßbar ist.

Die exakte Resonanz-Feldstärke B_0 wird durch die Frequenzverdopplung des Resonanzsignals bestimmt (Modulationsmethode).

9.2 Messungen

Die Frequenzen der Laserdiode wurden mit den Ergebnissen von Teil II eingestellt. Eine Feineinstellung, bzw. die Korrektur wg. zeitlicher Drifts, erfolgte direkt über das Resonanzsignal. Leider konnte die Laserfrequenz nicht über einen längeren Zeitraum konstant gehalten werden, vielmehr mußte ihr ständig mehr Strom zugeführt werden, was die Messung erheblich erschwert.

Resonanzsignale konnten bei den folgenden Hyperfeinstrukturübergängen festgestellt werden:

1) $^2S_{\frac{1}{2}} (F=2) \rightarrow ^2P_{\frac{1}{2}} (F=2)$ von ^{87}Rb

Strom [mA]	$B_0 [10^{-4}\text{T}]$	Frequenz [kHz]	g_F -Faktor
65 ± 2.5	0.68 ± 0.02	482.20	0.506 ± 0.015
135 ± 2.5	1.24 ± 0.02	856.44	0.493 ± 0.008
175 ± 2.5	1.54 ± 0.02	1115.61	0.518 ± 0.007
205 ± 2.5	1.80 ± 0.02	1273.30	0.505 ± 0.006

Als Mittelwert der vier Messungen ergibt sich: $g_F = 0.506 \pm 0.010$.

Theoretischer Wert: $g_F = \frac{1}{2}$.

2) $^2S_{\frac{1}{2}} (F=3) \rightarrow ^2P_{\frac{1}{2}} (F=2 \text{ und } F=3)$ von ^{85}Rb
(durch die Linienbreite werden beide gleichzeitig angeregt!)

Strom [mA]	$B_0 [10^{-4}\text{T}]$	Frequenz [kHz]	g_F -Faktor
210 ± 2.5	1.84 ± 0.02	856.44	0.333 ± 0.004
250 ± 2.5	2.14 ± 0.02	1008.60	0.337 ± 0.003
285 ± 2.5	2.44 ± 0.02	1159.94	0.340 ± 0.003
310 ± 2.5	2.64 ± 0.02	1252.33	0.339 ± 0.003

Als Mittelwert der vier Messungen ergibt sich: $g_F = 0.337 \pm 0.003$.

Theoretischer Wert: $g_F = \frac{1}{3}$.

Bemerkung: Von den relativ guten Ergebnissen waren wir auf Grund der oben genannten Schwierigkeiten selbst überrascht!

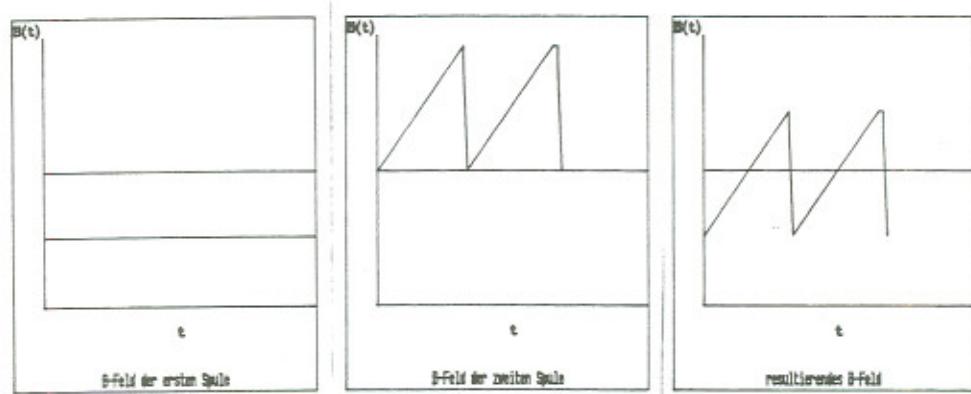
10 Teil IV des Versuches

Beeinflussung des durch optisches Pumpen ausgerichteten Ensembles durch langsames bzw. schnelles Umpolen des Magnetfeldes.

10.1 Versuchsaufbau 4

Der Versuchsaufbau ist nahezu identisch mit dem von Teil III und deshalb dort zu entnehmen!

Bemerkung: Durch die beiden Helmholtz-Spulenpaare wird erreicht, daß sich das Magnetfeld $B(t)$ in Richtung und Betrag zeitlich ändert:



Das Erdmagnetfeld $B_{Stör}$ spielt in diesem Teil des Versuches eine entscheidende Rolle und muß deshalb zusätzlich zu $B(t)$ berücksichtigt werden. Besonders wichtig ist das zeitliche Verhalten des Magnetfeldes $B(t)$ beim Nulldurchgang. Prinzipiell muß man drei Fälle unterscheiden:

1. Die zeitliche Änderung des Magnetfeldes beim Nulldurchgang ist langsam. Die Zeit, die das Magnetfeld für den Nulldurchgang braucht, ist größer als die Relaxationszeit des ausgerichteten Rubidium-Spin-Ensembles.

In diesem Fall kann das ausgerichtete System dem resultierenden Magnetfeld $B(t) + B_{Stör}$ folgen. Die resultierende Magnetfeldrichtung ändert sich näherungsweise um 180° . Im Bereich des Nulldurchgangs kann durch das senkrecht eingestrahlte zirkular polarisierte Licht die

Ausrichtung des Systems nicht mehr aufrecht erhalten werden, das System wird durch Relaxationsprozesse desorientiert. Daher kann im Bereich des Nulldurchgangs das zirkular polarisierte Licht wieder absorbiert werden. Wenn sich das Magnetfeld $B(t)$ um 180° gedreht hat, werden durch das zirkular polarisierte Licht Übergänge mit $\Delta m = -1$ induziert. Daher wird das System mit umgedrehtem Spin ausgerichtet, so daß man bei vollständiger Ausrichtung vollständige Transparenz der Zelle erhält. Da dieser Vorgang kontinuierlich verläuft, ist das Absorptionssignal breit und flach.

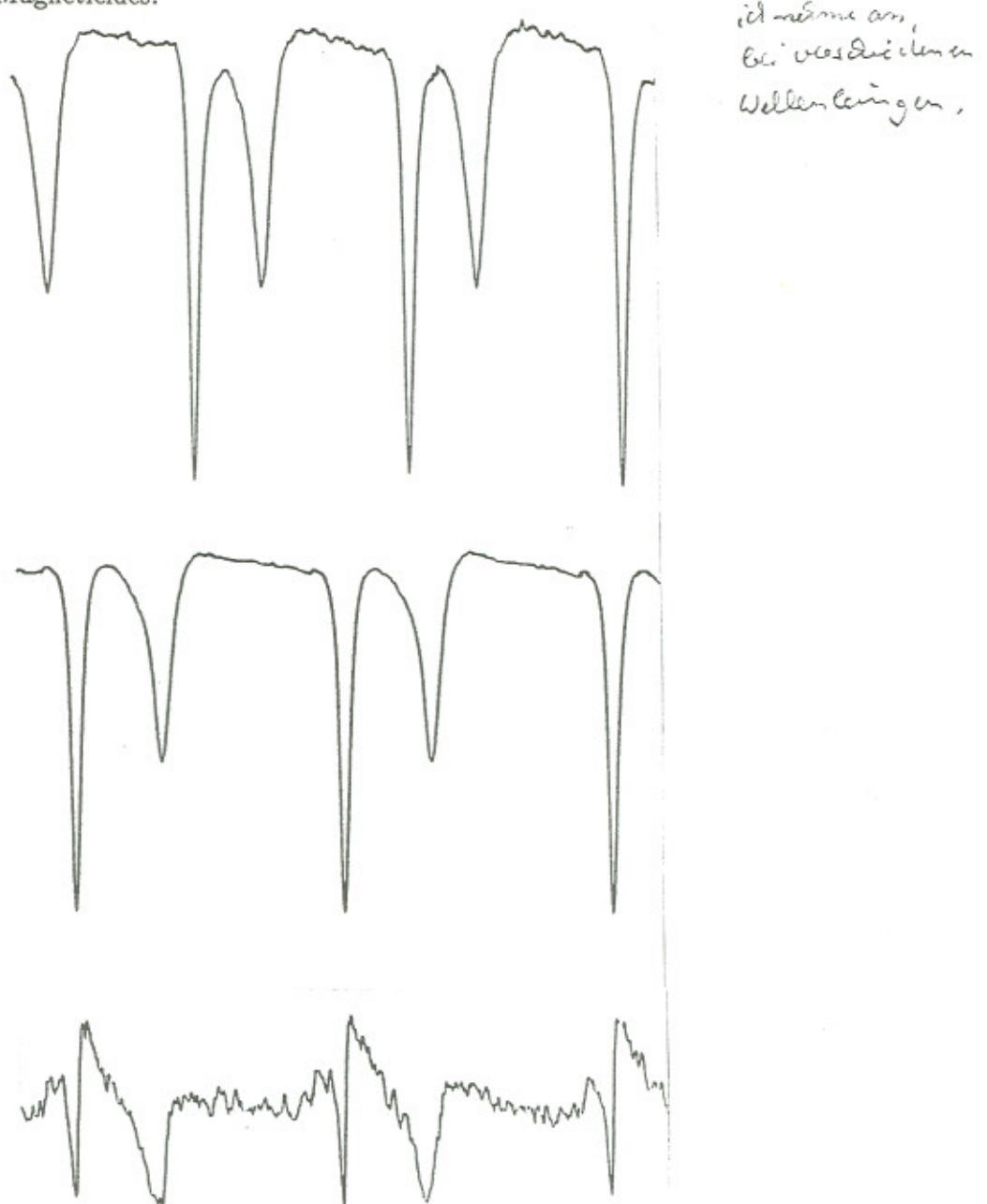
2. Die Zeit, die das Magnetfeld für den Nulldurchgang braucht, ist kurz im Vergleich zur Relaxationszeit, aber langsam im Vergleich zur Präzessionsperiodendauer der Atome.

Das ausgerichtete System kann dem resultierenden Magnetfeld folgen, aber es finden näherungsweise keine Relaxationsprozesse statt. Nach der Drehung des externen Magnetfeldes können alle Atome des zirkular polarisierten Licht absorbieren. Der Gesamtspin des Systems wird umgedreht ausgerichtet. Der Absorptionspeak ist tief und schmal.

3. Die Zeit des Nulldurchgangs ist schnell im Vergleich zur Präzessionsperiodendauer der Atome (diabatisches Verhalten). Das ausgerichtete System kann der Änderung des Magnetfeldes nicht folgen. Nach der Drehung des Magnetfeldes befindet sich das Atomgas in einem ausgerichteten Zustand mit umgedrehtem Spin. Da das zirkular polarisierte Licht nun aber Übergänge mit $\Delta m = -1$ induziert, ist keine Änderung des Resonanzsignals zu erwarten.

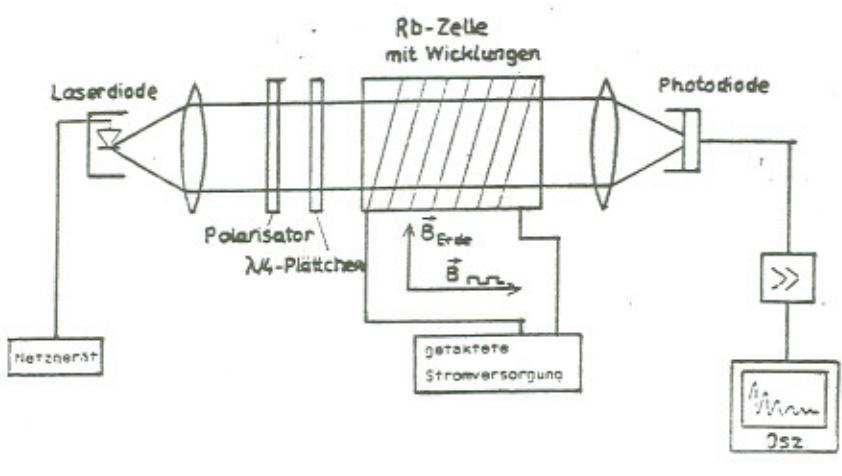
Mit dem von uns verwendeten Sägezahngenerator traten abwechselnd der erste und der zweite Fall auf. Die aufgenommenen Resonanzkurven haben deshalb einen Verlauf (siehe Abb. 18), der sich aus den ersten zwei der obigen Überlegungen ergibt.

Abbildung 18: Beeinflussung des durch optisches Pumpen ausgerichteten Ensembles durch schnelles (tiefe Peaks) bzw. langsames (flache Peaks) Umpolen des Magnetfeldes.



11 Teil V des Versuches

11.1 Versuchsaufbau 5



Die zylinderförmige Rubidiumzelle wurde nun der Resultierenden aus dem Erdmagnetfeld und dem magnetischen Feld einer um die Zelle gewickelten Spule (Windungszahl=10) ausgesetzt. Der Spulenstrom wurde mittels einer getakteten Stromquelle ein- und ausgeschaltet, woraus sich eine Zeitabhängigkeit des Hamiltonoperators ergibt:

Der Zeeman-Störoperator

$$H_{Zeeman} = g_F \mu_B \vec{B} \cdot \vec{F} \quad (55)$$

variiert zeitlich, da das Spulenfeld nach Unterbrechen der Stromzufuhr exponentiell abnimmt:

$$B_{Spule} = B_0 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (56)$$

R : Spulenwiderstand, L : Induktivität der Spule,

B_0 : Feld der Spule zur Zeit $t = 0$.

Legen wir die z-Achse in Richtung des Erdmagnetfeldes und nennen den Winkel zwischen Erdmagnetfeld und Spulenachse α , so erhalten wir folgenden Störoperator:

$$H_{Zeeman} = g_F \mu_B (B_{Erde} F_z + B_{Spule} (F_z \cos \alpha + F_x \sin \alpha)) \quad (57)$$

Der Operator wird sich also unmittelbar nach Ausschalten der Spule stark ändern. Nach kurzer Zeit jedoch wird er sich asymptotisch einem Störoperator angleichen, der nur durch die Erdfeldstärke bestimmt wird. Diese Verhalten ist als adiabatisch zu bezeichnen, da der Hamiltonian sich nun nur noch unmerklich verändert.

11.2 Adiabatische Näherung

Ein quantenmechanisches System befindet sich in einem nichtentarteten Zustand $u_m(0)$ mit der Energie $E_m(0)$ zur Zeit $t=0$, wobei gilt:

$$H(t)u_n(t) = E_n(t)u_n(t) \quad (58)$$

Die $u_n(t)$ seien eine Basis des Zustandsraumes, $H(t)$ ist der zeitabhängige Hamiltonoperator des Systems.

Verändert sich $H(t)$ nur sehr wenig, so ist es sehr wahrscheinlich, daß sich das System zur Zeit t im Zustand $u_m(t)$ befindet. (Dies gilt jedoch nur approximativ!) Durch die zeitliche Entwicklung von H werden natürlich auch noch andere Zustände beigemischt werden.

Sei nun ψ ein beliebiger Zustand des Systems:

Einsetzen der Entwicklung

$$\psi = \sum_n a_n(t)u_n(t)e^{\frac{1}{i\hbar} \int_0^t E_n(t')dt'} \quad (59)$$

in die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H(t)\psi \quad (60)$$

liefert

$$\dot{a}_k(t) = - \sum_n a_n(t) \langle u_k(t) | \frac{\partial}{\partial t} | u_n(t) \rangle e^{\frac{1}{i\hbar} \int_0^t E_n(t')dt'}. \quad (61)$$

Die Matrixelemente in (61) lassen sich einfach durch eine zeitliche Differenzierung von (58) berechnen:

$$\langle u_k(t) | \frac{\partial}{\partial t} | u_n(t) \rangle = \frac{\langle u_k(t) | \frac{\partial H(t)}{\partial t} | u_n(t) \rangle}{E_n(t) - E_k(t)} \text{ für } k \neq n \quad (62)$$

Für $k = n$:

$$\langle u_n(t) | \frac{\partial u_n(t)}{\partial t} \rangle + \langle \frac{\partial u_n(t)}{\partial t} | u_n(t) \rangle = 0 \quad \Rightarrow \quad \langle u_n(t) | \frac{\partial}{\partial t} | u_n(t) \rangle \text{ ist rein imaginär!} \quad (63)$$

Es läßt sich also wählen:

$$\langle u_n(t) | \frac{\partial}{\partial t} | u_n(t) \rangle = i\alpha(t) ; \quad \alpha(t) : \text{real} \quad (64)$$

Die Phase der $u_n(t)$ ist nicht eindeutig, denn $u'_n(t) = u_n(t)e^{i\gamma(t)}$ ist ebenso Eigenvektor von (58). Berechnen wir nun

$$\langle u'_n(t) | \frac{\partial}{\partial t} | u'_n(t) \rangle = \langle u_n(t) | \frac{\partial}{\partial t} | u_n(t) \rangle + i\dot{\gamma}(t) = i(\alpha(t) + \dot{\gamma}(t)) \quad (65)$$

d.h. durch Wahl von γ , so daß $\alpha(t) = -\dot{\gamma}(t)$, dann ergibt sich

$$\langle u'_n(t) | \frac{\partial}{\partial t} | u'_n(t) \rangle = 0 \quad (66)$$

(Im folgenden seien die Striche der $u'_n(t)$ unterdrückt.)

$$\dot{a}_k(t) = \sum_{n \neq k} \frac{a_n(t)}{\hbar\omega_{kn}} \langle u_k(t) | \frac{\partial H(t)}{\partial t} | u_n(t) \rangle e^{i \int_0^t \omega_{kn}(t') dt'} \quad \text{mit } \omega_{kn}(t) = \frac{E_k(t) - E_n(t)}{\hbar} \quad (67)$$

a_n, ω_{kn}, u_n und $\frac{\partial H(t)}{\partial t}$ ändern sich nur sehr langsam mit der Zeit und können deshalb als konstant angenommen werden.

Des Weiteren sei das System im Zustand $u_m(0)$ zur Zeit $t=0$, was $a_n = \delta_{nm}$ bedeutet.

$$\dot{a}_k(t) = \frac{1}{\hbar\omega_{km}} \langle u_k | \frac{\partial H(t)}{\partial t} | u_n \rangle e^{i\omega_{km}t} \Rightarrow \quad (68)$$

$$a_k(t) = \frac{1}{\hbar\omega_{km}^2} \langle u_k | \frac{\partial H(t)}{\partial t} | u_n \rangle (e^{i\omega_{km}t} - 1) \quad (69)$$

Die Wahrscheinlichkeit zur Zeit t einen Zustand u_k anzutreffen ergibt sich deshalb zu:

$$|a_k(t)|^2 = \frac{1}{\hbar^2 \omega_{km}^4} |\langle u_k | \frac{\partial H(t)}{\partial t} | u_n \rangle|^2 2(1 - \cos \omega_{km}t) \quad (70)$$

d.h. dem Zustand u_m werden die anderen Zustände oszillierend beigemischt.

11.3 Anwendung der Adiabatische Näherung

In Teil V des Experiments befinden sich alle Valenzelektronen durch optisches Pumpen im Grundzustand mit $m_F = 2$ (Quantisierungsachse ist zunächst die Resultierende aus Erdmagnetfeld und vollem Spulenfeld). Durch Abschalten des Spulenstromes ändert sich der Hamiltonoperator und damit die Quantisierungsachse rapide und es kann zunächst wieder verstärkt gepumpt werden (Tiefe Absorption zu Beginn der Stromlosen Phase). Der Grundzustand mit $m_F = 2$ bezüglich der neuen Quantisierungsachse wird dadurch wieder vollständig belegt. Anschließend tritt jedoch wie oben bereits erwähnt eine adiabatische Annäherung der Resultierenden an das Erdmagnetfeld ein. Jetzt haben wir die Situation, wie sie im vorigen Unterabschnitt verlangt wurde. Das bedeutet für uns nun, daß die Wahrscheinlichkeit Elektronen in anderen Niveaus als dem Grundzustand mit $m_F = 2$ anzutreffen, zeitlich oszilliert. Es kann deshalb ein oszillierendes Pumpsignal beobachtet werden. Die Frequenz dieses Signals ist über die Energiedifferenz zwischen dem Grundzustand mit $m_F = 2$ und den benachbarten Zeeman-Niveaus gegeben:

$$\Delta E = g_F \mu_B B_{Erde} \text{ und } \Delta E = \nu_{osz} h \quad (71)$$

Deshalb gilt für das Erdmagnetfeld:

$$B_{Erde} = \frac{\hbar 2\pi \nu_{osz}}{g_F \mu_B} \quad (72)$$

Es läßt sich ebenso ein zeitliches Abklingen der Amplitude des oszillierenden Pumpsignal verzeichnen, was sich ebenfalls erklären läßt. Dazu berechnen wir das Matrixelement in (70). Da die Zeitabhängigkeit des Gesamt-Hamiltonoperator durch H_{Zeeman} zustandekommt, gilt:

$$\frac{\partial H(t)}{\partial t} = \frac{\partial H_{Zeeman}}{\partial t} = -\frac{R}{L} g_F \mu_B B_0 e^{-\frac{R}{L}t} (F_z \cos \alpha + F_x \sin \alpha) \quad (73)$$

Daraus ersieht man sofort, daß $\langle u_k | \frac{\partial H(t)}{\partial t} | u_n \rangle$ exponentiell nach null strebt.

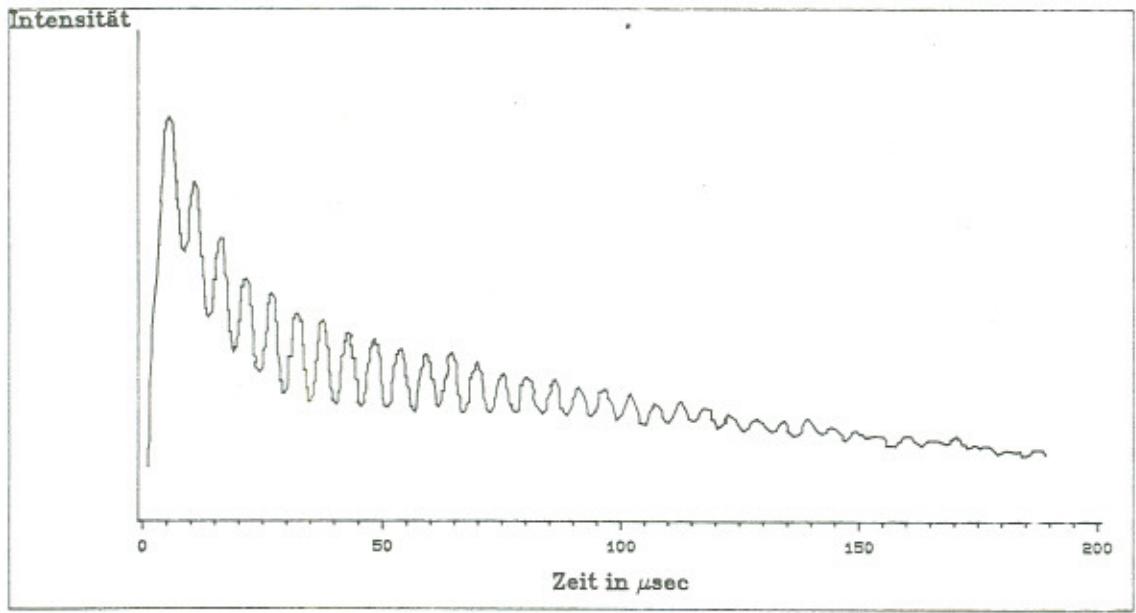


Abbildung 19: Zeitlicher Verlauf des Absorptionssignals bei Abschalten des Spulenstromes

11.4 Experimentelle Ergebnisse

Der Laser wurde auf die Pumpfrequenz eingestellt, die in Teil IV die stärksten Absorptionsäler zeigte. Danach wurde die über das kleine rote Kästchen¹⁹ getacktete Spannungsquelle an die Spule auf der Zylinderzelle angeschlossen. Durch Abgreifen des Signales an der Photozelle ergab sich dann der zeitliche Verlauf, der in Abbildung 19 dargestellt ist.

Aus diesem Plot lässt sich die Oszillationsfrequenz zu ($\nu_{osz} = 190 \pm 5$) kHz entnehmen, woraus sich eine Erdmagnetfeldstärke von (0.407 ± 0.011) Gauß ergibt. Verglichen mit dem für Freiburg angegebenen Wert von 0.426 Gauß²⁰ liegen wir sogar beinahe im (1σ -)Fehlerintervall. Möglicherweise verfälscht das durch das Peltierelement hervorgerufene Störfeld den Meßwert, was wir leider nicht mehr verifizieren konnten, zumindest größtenordnungsmäßig war diese Messung jedenfalls erfolgreich.

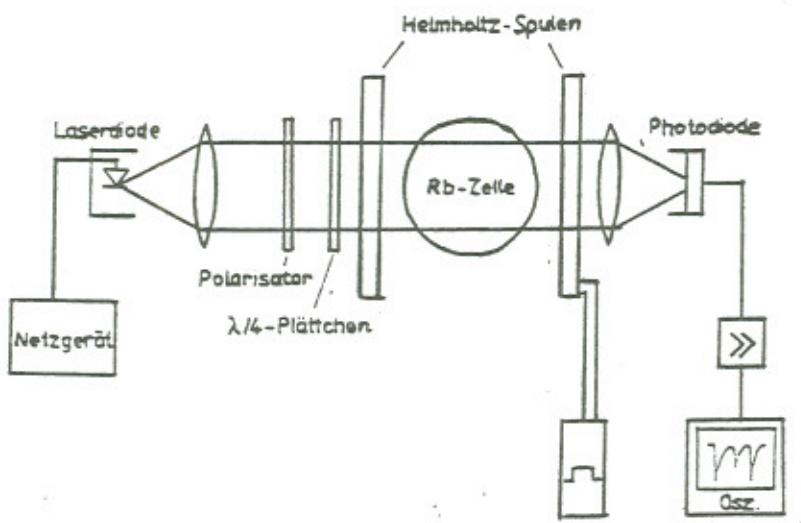
¹⁹ Dieses "Kästchen" mußte erst 'mal gefunden werden, was leider nicht so einfach war, da es 1. nicht in der Versuchsbeschreibung erwähnt wird und 2. beim Nachbarversuch lag!

²⁰ Meßwert aus dem Anfängerpraktikum, leider ohne Fehlerangabe!

Durch einen Permanentmagneten kann das Erdmagnetfeld kompensiert oder verstärkt werden. Dies führt zu einer Verkleinerung oder Vergrößerung der zu messenden Frequenz, was auf dem Oszilloskop beobachtbar ist.

12 Teil VI des Versuchs

12.1 Versuchsaufbau 6



12.2 Theoretische Relaxationszeiten

Da die Relaxationszeit identisch ist mit der mittleren Zeit, die ein Rb-Atom braucht, um die Zellwand zu erreichen (dort findet ja bekanntlich dessen Desorientierung statt), spielt der Druck und die Art des Puffergases eine entscheidende Rolle. Die Ausbreitung der Rb-Atome wird durch das Diffusionsgesetz bestimmt:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n \quad n : \text{Teilchendichte der Rb-Atome} \quad (74)$$

Die Diffusionskonstante D hängt vom Puffergas, dessen Druck und dem diffundierenden Gas ab. Kennt man D_0 bei einem bestimmten Druck p_0 , so lässt sich D für jeden Druck p mittels

$$D = \frac{D_0 p_0}{p} \quad (75)$$

berechnen.

Für Rubidium gilt:

Puffergas	p_0	D_0
Krypton	1.013 bar	0.16 cm ² /sec
Neon	1.013 bar	0.50 cm ² /sec

Wir müssen somit (74) für die entsprechende Zellgeometrie lösen. Dies sei kurz anhand der kugelförmigen Zelle demonstriert: Wir setzen dazu den Ansatz

$$n(\vec{r}, t) = N(\vec{r}) \cdot T(t) \quad (76)$$

in (74) ein und erhalten

$$\frac{\partial T}{T \partial t} = \frac{D}{N} \nabla^2 N = -\Gamma > 0 \quad (77)$$

$$\Rightarrow T = e^{-\Gamma t} \quad (78)$$

d.h. jede Lösung n zerfällt exponentiell. Die Relaxationszeit ist nun umgekehrt proportional zur Zerfallskonstanten Γ der Grunddiffusionsmode²¹. Für N ergibt sich die Helmholtzgleichung, die wir in Kugelkoordinaten lösen:

$$N = j_\ell(kr) Y_{\ell,m}(\theta, \varphi) \quad (79)$$

Dabei wurde $\Gamma = k^2 D$ gesetzt, die j_ℓ sind die sphärischen Besselfunktionen, die $Y_{\ell,m}$ die Kugelflächenfunktionen. Bei der Grunddiffusionsmode muß $\ell = 0$ sein. Daraus folgt

$$N = j_0(kr) Y_{0,0}(\theta, \varphi) = \frac{\sin kr}{kr} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \quad . \quad (80)$$

Am Rand der Zelle muß die Rb-Dichte verschwinden, d.h. $\sin kr$ muß null sein, und deshalb kann k nur ganzzahlige Vielfache von π/R annehmen (im Grunddiffusionsmode gilt $k = \pi/R$, R sei der Zellradius).

$$\Gamma = \frac{1}{\tau_{relax}} = k^2 D = \frac{D_0 p_0}{p} \left(\frac{\pi}{R} \right)^2 \quad (81)$$

Für unsere Kugelzelle ist $R=2,5$ cm, und wir erhalten: $\tau_{relax} = 5,8$ msec

Eine ähnliche Rechnung liefert für die Zylinderzelle:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau_{relax}} = \frac{D_0 p_0}{p} \left\{ \left(\frac{2.405}{R} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \right\} \quad (82)$$

²¹siehe Corney, Atomic and Laser Spectroscopy S.609

Mit der Zylinderlänge $l=7$ cm und dem Zylinderradius $R=2$ cm ergibt sich eine Relaxationszeit von $\tau_{relax} = 0.22$ sec.

12.3 Der Anstieg des Pumpsignals

Bleibt die Frage, wie man diese Relaxationszeit experimentell bestimmen kann.

Betrachten wir das optische Pumpen beim ^{85}Rb :

Der $(^2S_{1/2}, m_F = 3)$ -Zustand wird überbevölkert während die anderen $(^2S_{1/2})$ -Zustände entvölkert werden. Sei n die Anzahl der Atome im $(m_F = 3)$ -Zustand und N die Anzahl der Atome in den anderen $(^2S_{1/2})$ -Zuständen. Des weiteren sei $\lambda_\downarrow dt$ die Wahrscheinlichkeit eines Abwärtsüberganges von $m_F = 3$ in einen anderen $(^2S_{1/2})$ -Zustand und $\lambda_\uparrow dt$ die Wahrscheinlichkeit eines Aufwärtsüberganges nach $m_F = 3$, so gilt:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -n\lambda_\downarrow + N\lambda_\uparrow \quad (83)$$

Die Summe $n + N = n_0 + N_0$ ist natürlich konstant. Hierbei gehorchen die Besetzungsahlen n_0 und N_0 zur Zeit $t=0$ (Pumpbeginn) der Boltzmannverteilung:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -n\lambda_\downarrow + (n_0 + N_0 - n)\lambda_\uparrow \quad (84)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet:

$$n = n_0 + \frac{N_0\lambda_\uparrow - n_0\lambda_\downarrow}{\lambda_\uparrow + \lambda_\downarrow} \left\{ 1 - e^{-(\lambda_\uparrow + \lambda_\downarrow)t} \right\} \quad (85)$$

Die durchgelassene Laserintensität hängt von dem Zuviel an Atomen im $(m_F = 3)$ -Zustand ab, deshalb liegt folgender Ansatz nahe:

$$I(t) = I_0 + \alpha(n - n_0) \quad (86)$$

mit der Intensität zur Zeit 0 I_0 und irgendeiner Konstanten α . Daraus errechnen wir die Intensität dann wie folgt:

$$I(t) = I_0 + \alpha \frac{N_0\lambda_\uparrow - n_0\lambda_\downarrow}{\lambda_\uparrow + \lambda_\downarrow} \left\{ 1 - e^{-(\lambda_\uparrow + \lambda_\downarrow)t} \right\} \quad (87)$$

$$I(\infty) = I_\infty = I_0 + \alpha \frac{N_0\lambda_\uparrow - n_0\lambda_\downarrow}{\lambda_\uparrow + \lambda_\downarrow} \quad (88)$$

$$\Rightarrow I(t) = I_\infty - \alpha \frac{N_0 \lambda_1 - n_0 \lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_1} e^{-(\lambda_1 + \lambda_1)t} \quad (89)$$

$$\Rightarrow \ln I_\infty - I(t) = -(\lambda_1 + \lambda_1)t + \text{Konstante} \quad (90)$$

Zeichnen wir also das Pumpsignal auf, logarithmieren es und bestimmen seine Steigung, so erhalten wir $\lambda_1 + \lambda_1$. Beim Reduzieren der Laserintensität geht λ_1 gegen Null und die obige Steigung nähert sich λ_1 (dem Reziproken unserer heiß ersehnten Relaxationszeit). Durch Bestimmen der Steigung bei immer schwächeren Laserintensitäten und anschließender Extrapolation auf die Laserintensität Null können wir somit zumindest eine Schätzung der Relaxationszeit liefern. Diese wird nicht sehr genau sein, denn bei geringer Laserintensität wird die Bestimmung der Steigung zunehmend schwieriger. Außerdem ist nicht bekannt, wie λ_1 gegen null konvergiert, was die Extrapolation äußerst unsicher macht.

12.4 Experimentelle Bestimmung

Es galt also die Relaxationszeit des gepumpten Rubidiums zu messen. Dazu wurde ein Rechtecksignal auf das die Rb-Zelle umgebende Helmholzspulenpaar gegeben. Dieses schwingt symmetrisch um den Nullpunkt und hat eine Frequenz von 30 Hz. Jeweils auf der Umschaltflanke des Rechtecks bricht das Magnetfeld, das zum optischen Pumpen nötig ist, zusammen, so daß es zu einer Desorientierung der Zustände kommt. Die an der Photodiode registrierte Intensität nimmt deshalb rapide ab. Gleich darauf ist jedoch das Magnetfeld wieder da, da das Rechtecksignal das Magnetfeld nun in die andere Richtung aufgebaut hat. Nun tritt die im vorigen Unterabschnitt beschriebene Situation ein: die Intensität nimmt exponentiell zu. Diese zeichneten wir mit einem Speicheroszilographen auf und dokumentierten diesen Verlauf auf dem angeschlossenen X-Y-Schreiber. Mittels Graufilter, die direkt vor den Laser gesetzt werden mußten (dies war zunächst infolge des Umbaus der Apparatur auf Peltier-Kühlung nicht möglich, erst nach Absägen des Überstandes eines Linsenhalters konnten die Filter einwandfrei eingelegt werden), konnten nun bei unterschiedlichen Intensitäten die obigen Messungen durchgeführt werden.

Die Abbildungen 20 und 21 zeigen das Ergebnis unserer Bemühungen. Wir ermittelten folgende Steigungen:

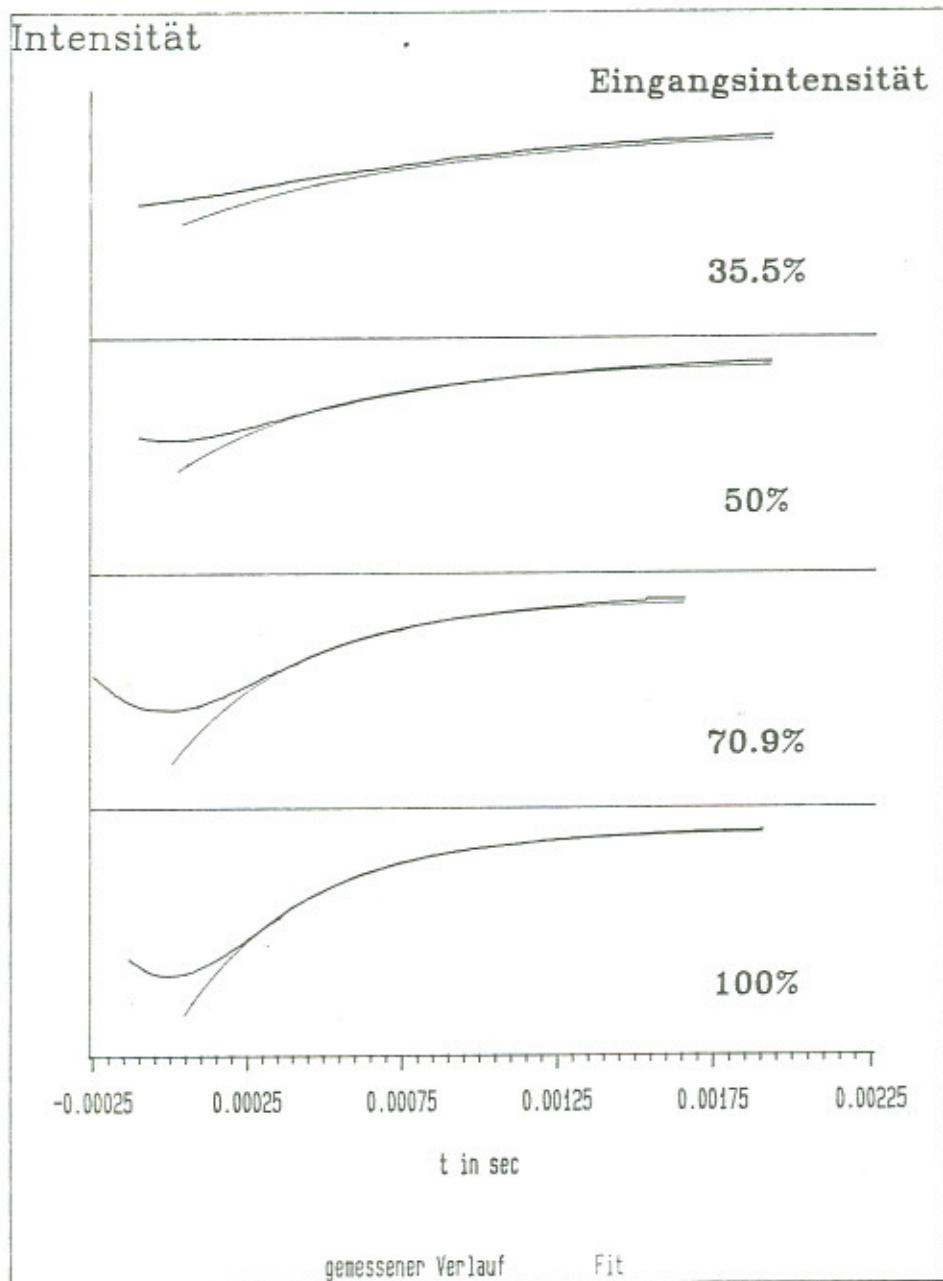


Abbildung 20: Anstieg der Photodiodenspannung nach erneutem Pumpen des zuvor desorientierten Rubidiums in der Kugelzelle bei verschiedenen Eingangsintensitäten. Die blauen Kurven sind Fits der theoretischen Verläufe.

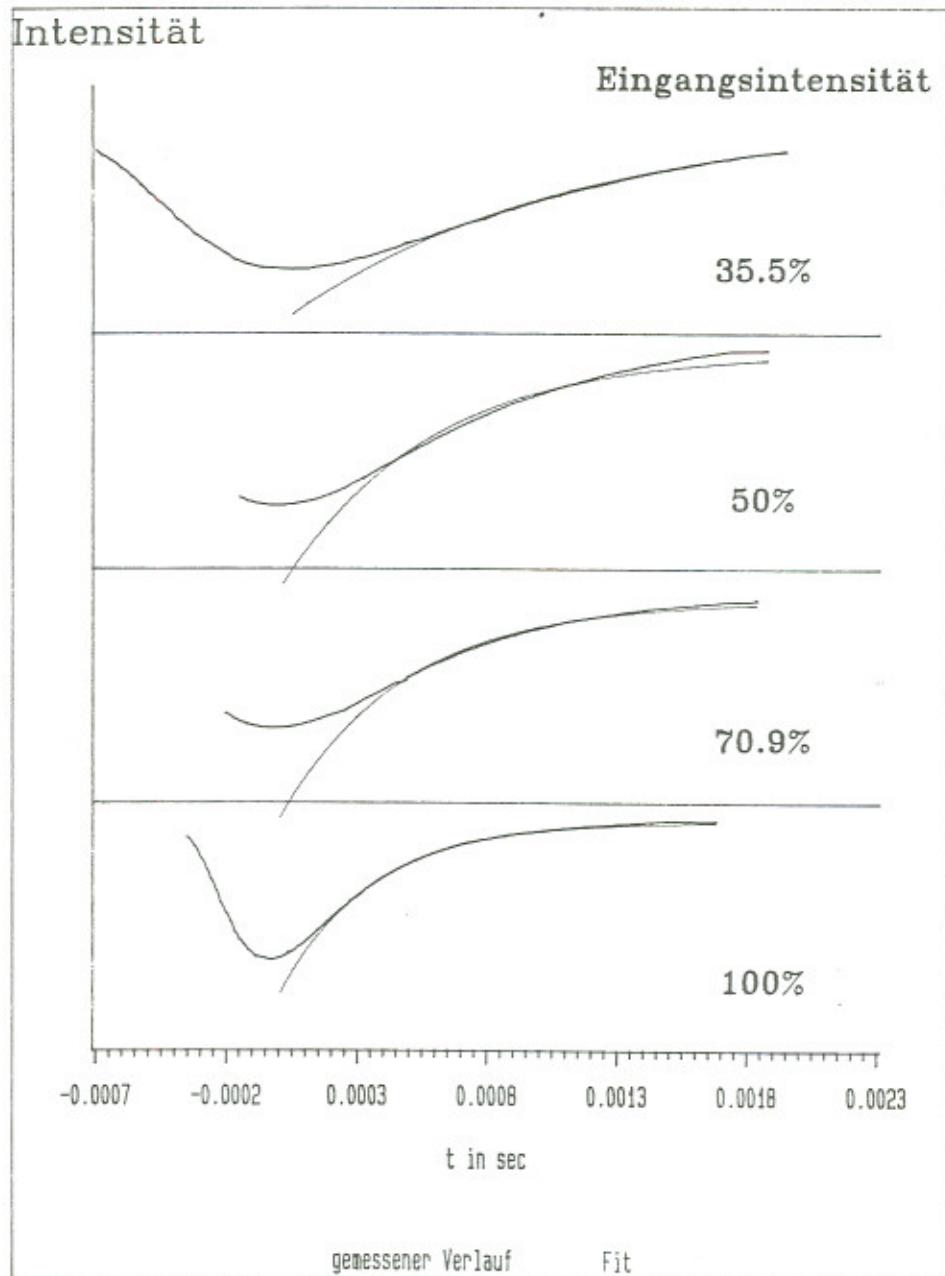


Abbildung 21: Anstieg der Photodiodenspannung nach erneutem Pumpen des zuvor desorientierten Rubidiums in der zylinderförmigen Zelle bei verschiedenen Eingangsintensitäten. Die blauen Kurven sind Fits der theoretischen Verläufe.

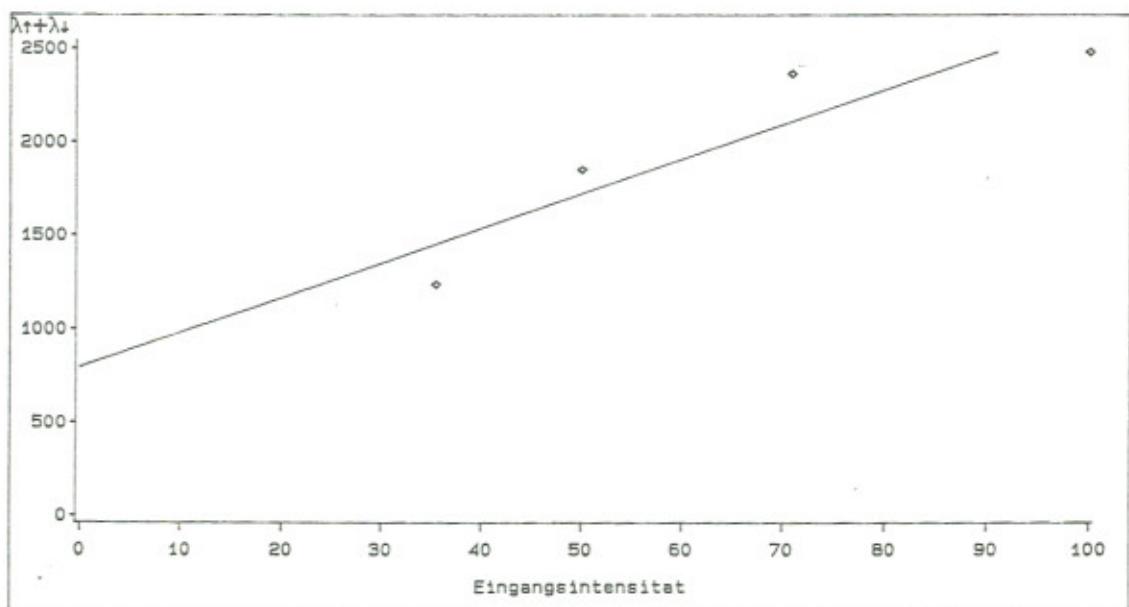


Abbildung 22: Steigung im $\ln(I_\infty - I) - t$ Graphen gegen die Eingangsintensität für die Kugelzelle

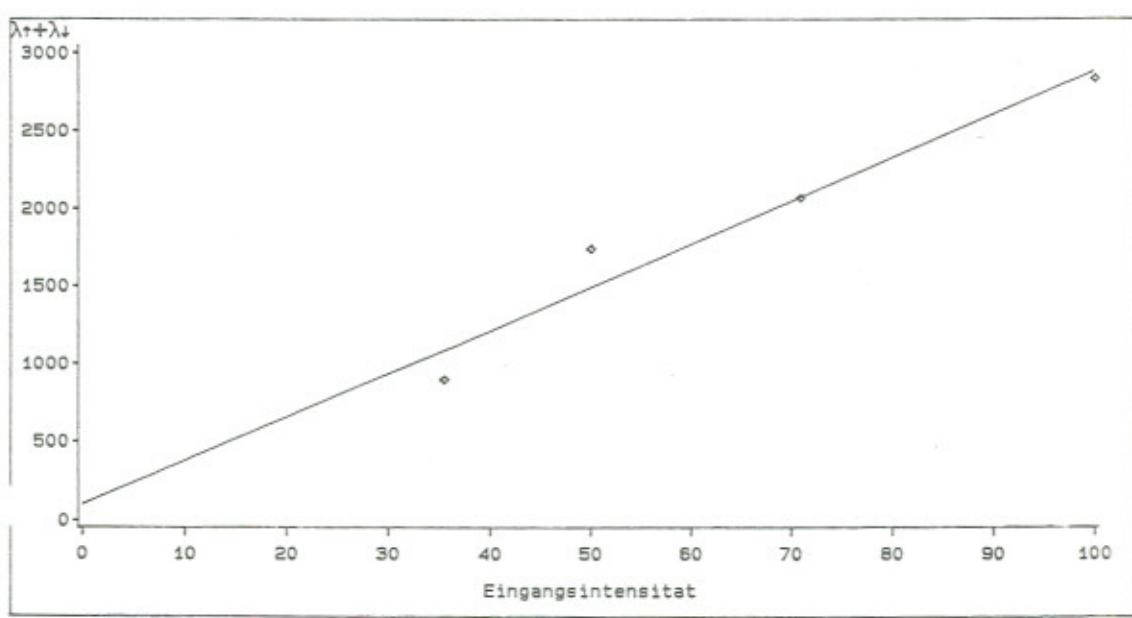
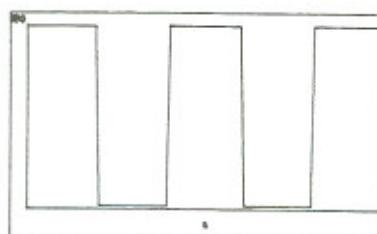


Abbildung 23: Steigung im $\ln(I_\infty - I) - t$ Graphen gegen die Eingangsin-
tensität für die Zylinderzelle

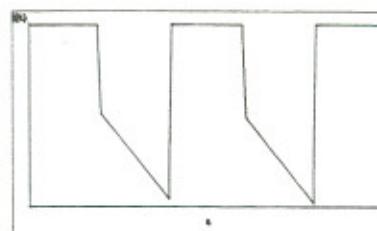
13 Teil VIIb des Versuches

Bestimmung der Relaxationszeit "im Dunkeln":

In diesem Teil des Versuches soll die Laserdiode im Impusbetrieb angesteuert werden. Theoretisch ergäbe sich folgender Intensitätsverlauf ohne Absorptionszelle:

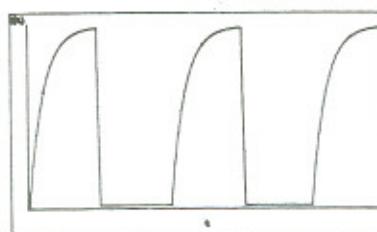


Von uns wurde jedoch folgender Intensitätsverlauf beobachtet:



Das läßt darauf schließen, daß die Laserdiode im Impusbetrieb nicht korrekt arbeitet.

Mit einer Rb-Zelle und einem Magnetfeld in Ausbreitungsrichtung des Laserlichtes erwartet man den folgenden Intensitätsverlauf:



Dieser Intensitätsverlauf konnte von uns nicht gemessen werden und auch eine Änderung des externen Magnetfeldes hatte keinen Einfluß auf den beobachtbaren Kurvenverlauf (auch ohne externes Magnetfeld). Daher konnte mit dieser Meßmethode die Relaxationszeit nicht bestimmt werden!

14 Schlußbemerkung

Alles in allem ist **Optisches Pumpen** ein sehr anspruchsvoller und interessanter Versuch, der zudem noch sehr viel Spaß machen würde, wenn die dazu nötigen (und zeitgemäßen) Instrumente zur Verfügung ständen. Bemängelt wurden im einzelnen

- die Laserdiode, deren Verhalten uns schier zur Verzweiflung brachte (am besten wäre die Anschaffung einer Diode mit Zertifikat),
- der Transientenspeicher incl. -schreiber (bzw. die Kombination aus dem Oszi und diesen beiden), die besser durch einen adäquaten Speicher-Oszi (mit dem dann auch die erwarteten Signale richtig getriggert und vergrößert werden könnten) ersetzt werden sollten,
- die Frequenzgeneratoren, die z.T. merkwürdig aussehende Signale lieferten,
- die Kabelsteckverbindungen, die z.T. defekt waren und
- die "optische Bank", die im Verlauf des Versuches "modifiziert" werden mußte, weil sie für den Betrieb mit dem Peltierelement nicht genügend Spielraum bot. Außerdem sollte sie etwas robuster bzw. vom Nachbartisch entkoppelt sein.

Positiv möchten wir uns an dieser Stelle über das Peltierelement äußern, welches die *Temperaturregelung* der Laserdiode zum Kinderspiel machte.

15 Literatur

- Corney: *Atomic and Laser Spectroscopy* (Clarendon Press, 1977)
- Demtröder: *Laser Spectroscopy* (Springer, 1981)
- Gasiorowicz: *Quantenphysik*, 4. Aufl. (Oldenbourg, 1987)
- Grawert: *Quantenmechanik*, 5. Aufl. (Akadem. Verlagsges. , 1983)
- Haken & Wolf: *Atom- und Quantenphysik*, 3. Aufl. (Springer, 1987)
- Kittel: *Einführung in die Festkörperphysik*, 7. Aufl. (Oldenbourg, 1988)
- Messiah: *Quantum Mechanics 2*, 2. Aufl. (John Wiley & Sons, 1985)
- Schiff: *Quantum Mechanics*, 3. Aufl. (McGraw-Hill, 1968)
- Schwabl: *Quantenmechanik* (Springer, 1988)

P.S.: Dieser Versuch war eigentlich nicht unser *Hauptversuch*, hat uns aber mindestens soviel Nerven und eher mehr Nachbereitungszeit gekostet. Wir entschuldigen uns hiermit für die Überlänge dieses Protokolles, konnten aber leider kein Ende finden, ohne wesentliche Teile vernachlässigt zu finden.

Michael Moseler & Oliver Pfaff
30.07.90