

Digital Logic Design

# 數位邏輯設計

## 第 2 章 基本邏輯閘

2-1 反閘

2-2 或閘

2-3 及閘

2-4 反或閘

2-5 反及閘

2-6 互斥或閘

2-7 反互斥或閘



## 第 2 章 基本邏輯閘

在數位電路中能執行布林代數式 (Boolean algebra) 功能的電路，稱為邏輯閘 (logic gate)，它有一個或一個以上的輸入端，且只有一個輸出端。而基本的邏輯閘類型有反閘 (NOT gate)、或閘 (OR gate) 與及閘 (AND gate) 三種，利用這三種基本邏輯閘可以組合成其他類型的邏輯閘，例如反或閘 (NOR gate)、反及閘 (NAND gate)、互斥或閘 (XOR gate) 與反互斥或閘 (XNOR gate) 等，我們可以運用這些基本邏輯閘來設計複雜的數位電路。

以下將依序介紹上述的基本邏輯閘，並說明其功能、符號、布林代數式、真值表 (truth table) 與等效電路等特性。

## 第 2 章 基本邏輯閘



1. **布林代數式**：布林代數是由英國數學家喬治布林 (George Boole) 於 1854 年發表，用來處理邏輯運算的代數式，在數位邏輯電路中可以表示輸出變數與輸入變數的關係式。
2. **真值表**：利用表格的方式，列出所有輸入變數的組合與輸出變數間的關係。

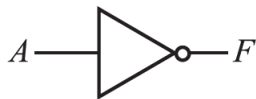
## 2-1 反閘

反閘（NOT gate）簡稱NOT 閘，又稱為反相器（inverter），它有一個輸入端與一個輸出端，用來執行補數（complement）運算，即輸出端狀態與輸入端狀態相反，所以其功能為「當輸入端為0 時，輸出端為1」；反之，「當輸入端為1 時，輸出端為0」。

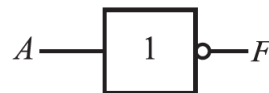
## 2-1 反閘

### 一 符號

表示邏輯閘的符號有兩種，一種為特殊形狀符號（distinctive-shape symbol），另一種為長方形符號（rectangular-shape symbol）。一般而言，特殊形狀符號較常使用。NOT 閘的電路符號，如圖2-1 所示。



(a) 特殊形狀符號



(b) 長方形符號

▲ 圖 2-1 NOT 閘符號

## 2-1 反閘

### 二 布林代數式

NOT 閘的布林代數式，如公式2-1 所示。

$$F = \overline{A} \text{ (唸 } A \text{ bar)}$$

2-1 式

## 2-1 反閘

### 三 真值表

NOT 閘的真值表，如表2-1 所示。

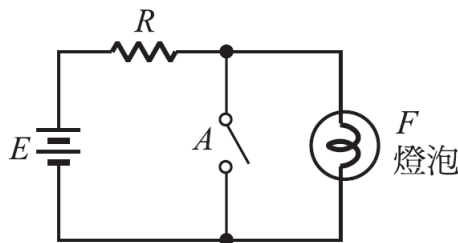
▼ 表 2-1 NOT 閘真值表

輸入	輸出
$A$	$F$
0	1
1	0

## 2-1 反閘

### 四 等效電路

NOT 閘的等效電路如圖2-2 所示，當開關 $A$  斷路 (OFF) 時，相當於輸入端 $A = 0$ ，此時燈泡有電流通過，所以燈泡會亮，即輸出端 $F = 1$ ；反之，當開關 $A$  閉合 (ON) 時，相當於輸入端 $A = 1$ ，此時燈泡被短路沒有電流通過，所以燈泡不亮，即輸出端 $F = 0$ 。



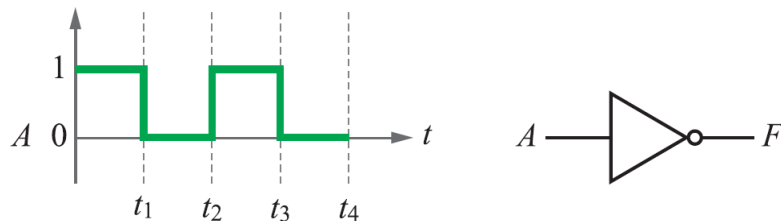
▲ 圖 2-2 NOT 閘等效電路



## 2-1 反閘

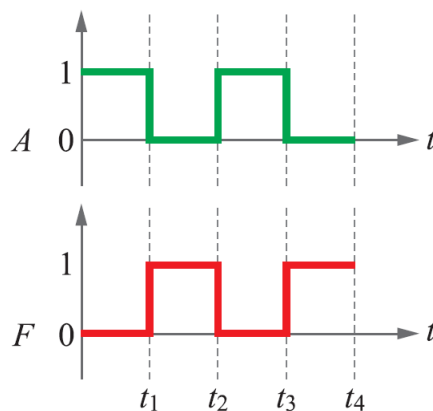
例題 2-1 NOT 閘的輸出波形

當NOT 閘輸入端 $A$  的波形如下圖所示，其輸出端 $F$  的波形為何？



## 2-1 反閘

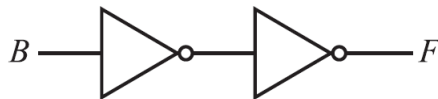
解 因為 NOT 閘的輸出狀態與輸入狀態相反，所以輸入端 $A$  與輸出端 $F$  的波形為：



## 2-1 反閘

### 演練 1

如下圖所示，其輸出端 $F$ 的布林代數式為何？



## 2-2 或閘

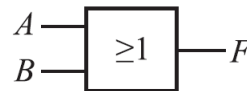
或閘（OR gate）簡稱OR 閘，有兩個或兩個以上的輸入端，而僅有一個輸出端，它是執行邏輯加法運算，其功能為「只要有一個輸入端為1，輸出端即為1」；或者「所有輸入端皆為0，輸出端才為0」。接下來以兩輸入OR 閘為例，說明其特性。

### 一 符號

OR 閘的符號，如圖2-3 所示。



(a) 特殊形狀符號



(b) 長方形符號

▲ 圖 2-3 OR 閘符號

## 2-2 或閘

二 布林代數式

OR 閘的布林代數式，如公式2-2 所示。

$$F = A + B$$

2-2 式

## 2-2 或閘

### 三 真值表

依據以上的說明，我們可以列出OR 閘的真值表，如表2-2 所示。

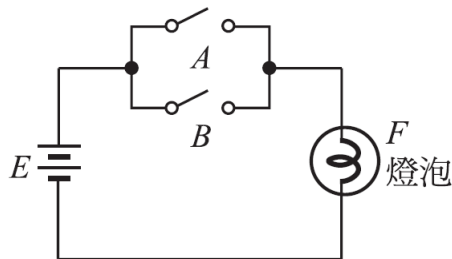
▼ 表 2-2 OR 閘真值表

輸入		輸出
$A$	$B$	$F$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

## 2-2 或閘

### 四 等效電路

兩輸入OR 閘相當於 $A$ 、 $B$  兩個開關並聯後再與燈泡串聯，如圖2-4 所示。當 $A$ 、 $B$  其中一個開關閉合（ON）時，相當於輸入端的狀態為1，此時燈泡有電流通過，所以燈泡會亮，即輸出端 $F = 1$ ；只有當 $A$ 、 $B$  兩個開關皆斷路（OFF）時，相當於輸入端的狀態皆為0，此時燈泡沒有電流通過，所以燈泡才不會亮，即輸出端 $F = 0$ 。

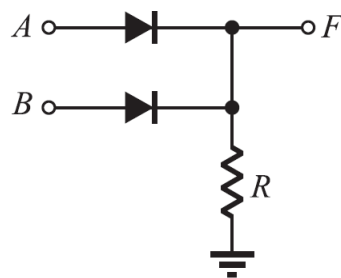


▲ 圖 2-4 OR 閘等效電路

## 2-2 或閘

### 五 實際電路

如圖2-5 所示，在實際電路中我們以二極體代替開關，假設二極體為理想二極體，當 $A$ 、 $B$  其中任何一個輸入端接+5V（相當於輸入端的狀態1）時，二極體因為順向偏壓而導通，所以輸出端 $F$  為+5V（即輸出端的狀態 $F=1$ ）；只有當 $A$ 、 $B$  輸入端均接地（相當於輸入端的狀態均為0）時，兩個二極體因無順向偏壓而截止，輸出端 $F$ 才為0V（即輸出端的狀態 $F=0$ ）。



▲ 圖 2-5 OR 閘實際電路



## 2-2 或閘

### 例題 2-2 OR 閘的輸出狀態

兩輸入OR 閘的輸入端狀態如右圖所示，其輸出端 $F$ 的狀態為何？



解 輸出端  $F$  的狀態為  $F = 0 + 1 = 1$

### 演練 2

三輸入OR 閘的輸入端狀態如右圖所示，其輸出端 $F$ 的狀態為何？



## 2-3 及閘

及閘（AND gate）簡稱AND 閘，有兩個或兩個以上的輸入端，而僅有一個輸出端，它是執行邏輯乘法運算，其功能為「只要有一個輸入端為0，輸出端即為0」；或者「所有輸入端皆為1，輸出端才為1」。接下來以兩輸入AND 閘為例，說明其特性。

### 一 符號

AND 閘的符號，如圖2-6 所示。



(a) 特殊形狀符號



(b) 長方形符號

▲ 圖 2-6 AND 閘符號

## 2-3 及閘

### 二 布林代數式

AND 閘的布林代數式，如公式2-3 所示。

$$F = A \cdot B = AB$$

2-3 式

## 2-3 及 閘

### 三 真值表

依據以上的說明，我們可以列出AND 閘的真值表，如表2-3 所示。

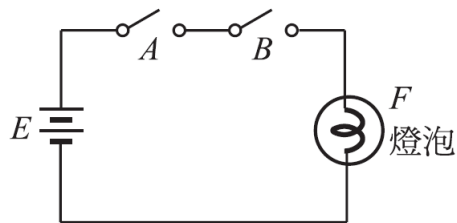
▼ 表 2-3 AND 閘真值表

輸入		輸出
$A$	$B$	$F$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## 2-3 及 閘

### 四 等效電路

兩輸入AND 閘相當於 $A$ 、 $B$  兩個開關串聯後再與燈泡串聯，如圖2-7 所示。當 $A$ 、 $B$  其中一個開關斷路（OFF）時，相當於輸入端的狀態為0，此時燈泡沒有電流通過，所以燈泡不會亮，即輸出端的狀態 $F = 0$ ；只有當 $A$ 、 $B$  兩個開關皆閉合（ON）時，相當於輸入端的狀態皆為1，此時燈泡有電流通過，所以燈泡才會亮，即輸出端的狀態 $F = 1$ 。

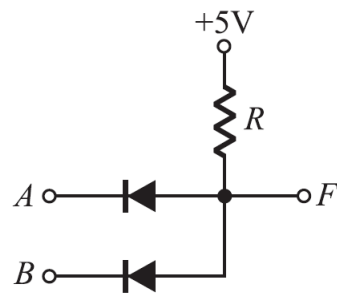


▲ 圖 2-7 AND 閘等效電路

## 2-3 及閘

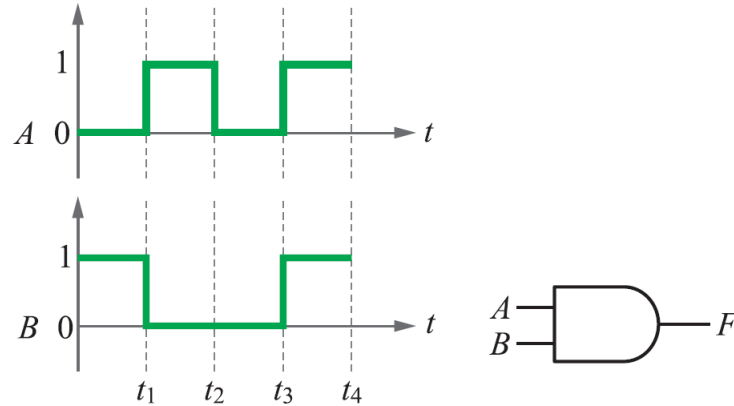
### 五 實際電路

如圖2-8 所示，在實際電路中我們以二極體代替開關，假設二極體為理想二極體，當 $A$ 、 $B$  其中任何一個輸入端接地（相當於輸入端的狀態為0）時，二極體因為順向偏壓而導通，所以輸出端 $F$  為0V（即輸出端的狀態 $F=0$ ）；只有當 $A$ 、 $B$  輸入端均為+5V（相當於輸入端的狀態均為1）時，兩個二極體因無順向偏壓而截止，輸出端 $F$  才為+5V（即輸出端的狀態 $F=1$ ）。



▲ 圖 2-8 AND 閘實際電路

## 2-3 及閘

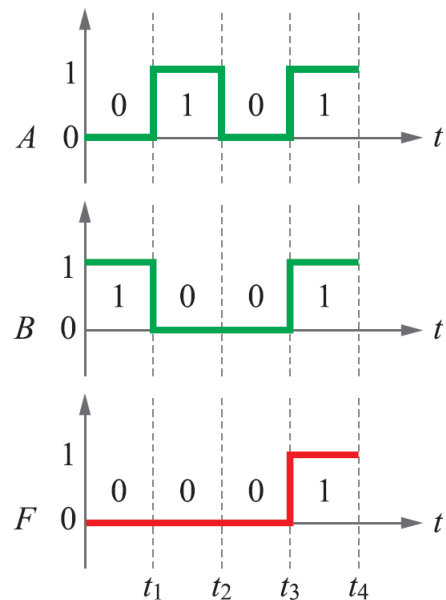


## 2-3 及閘

解 輸入 AND 閘的真值表如下表所示。

輸入		輸出
$A$	$B$	$F$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

所以輸入端  $A$ 、 $B$  與輸出端  $F$  的波形如下圖所示。





## 2-3 及閘

### 演練 3

三輸入AND 閘的輸入端狀態如右圖所示，其輸出端 $F$  的狀態為何？



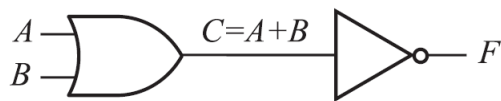
## 2-4 反或閘

反或閘（NOR gate）簡稱NOR閘，相當於「在OR閘的輸出端串接一個NOT閘」，所以NOR 閘的輸出狀態與OR 閘相反，其功能為「只要有一個輸入端為1，輸出端即為0」；或者「所有輸入端皆為0，輸出端才為1」。接下來以兩輸入NOR 閘為例，說明其特性。

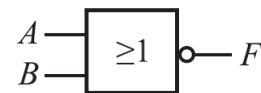
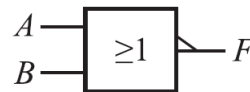
## 2-4 反或閘

### 一 符號

NOR 閘的符號是在OR 閘的輸出端加上一個小圓圈代表反相，如圖 2-9 所示。



(a) 特殊形狀符號



(b) 長方形符號

▲ 圖 2-9 NOR 閘符號

## 2-4 反或閘

### 二 布林代數式

NOR 閘的布林代數式，如公式2-4 所示。

$$F = \overline{A + B}$$

2-4 式

## 2-4 反或閘

### 三 真值表

依據以上的說明，我們可以列出NOR 閘的真值表，如表2-4 所示。

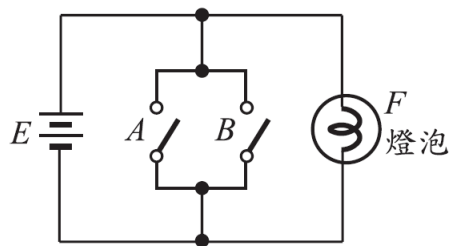
▼ 表 2-4 NOR 閘真值表

輸入		OR 輸出	NOR 輸出
$A$	$B$	$C = A + B$	$F = \overline{A + B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

## 2-4 反或閘

### 四 等效電路

兩輸入NOR 閘相當於 $A$ 、 $B$  兩個開關並聯後再與燈泡並聯，如圖2-10 所示。當 $A$ 、 $B$  其中一個開關閉合（ON）時，相當於輸入端的狀態為1，此時燈泡被短路沒有電流通過，所以燈泡不會亮，即輸出端的狀態 $F = 0$ ；只有當 $A$ 、 $B$  兩個開關皆斷路（OFF）時，相當於輸入端的狀態皆為0，此時燈泡有電流通過，所以燈泡才會亮，即輸出端的狀態 $F = 1$ 。

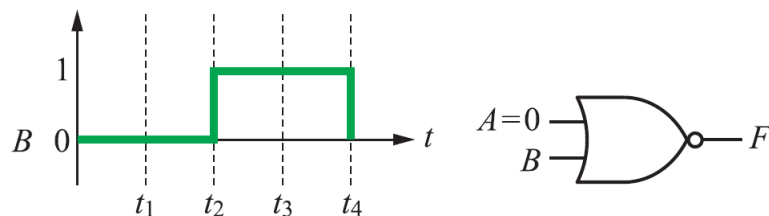


▲ 圖 2-10 NOR 閘等效電路

## 2-4 反或閘

### 例題 2-4 NOR 閘的輸出波形

兩輸入NOR 閘的一個輸入端 $A$  為0，另一個輸入端 $B$  之波形如下圖所示，其輸出端 $F$  的波形為何？相當於何種邏輯閘？



## 2-4 反或閘

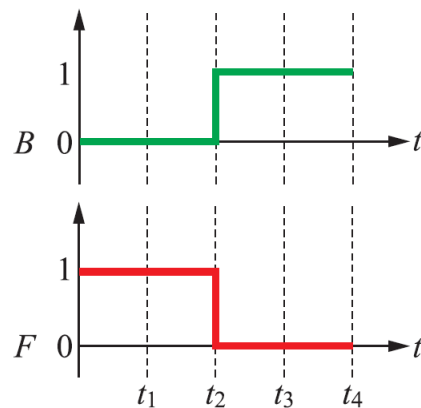
解 1. 兩輸入NOR 閘的真值表如下表所示。

輸入		輸出
$A$	$B$	$F$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



## 2-4 反或閘

當  $A = 0$  時，輸出端  $F$  的狀態與輸入端  $B$  的狀態相反，如上表中紅色所示，所以輸出端  $F$  的布林代數式為  $F = \overline{B}$ ，因此輸入端  $B$  與輸出端  $F$  的波形如右圖所示。



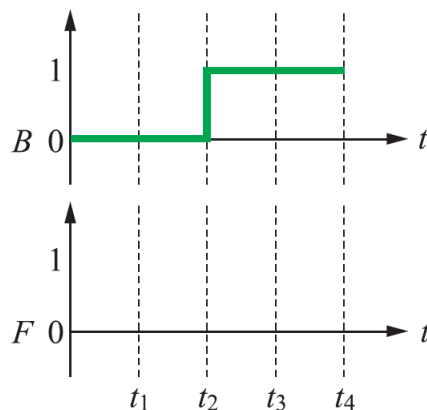
2. 輸出端  $F$  的布林代數式為  $F = \overline{B}$ ，所以相當於 NOT 閘， $B \rightarrow F$



## 2-4 反或閘

### 演練 4

兩輸入NOR 閘的一個輸入端 $A$  為1，另一個輸入端 $B$  之波形如右圖所示，其輸出端 $F$  的波形為何？



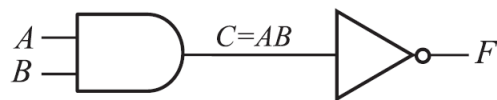
## 2-5 反及閘

反及閘 (NAND gate) 簡稱NAND 閘，相當於「在AND 閘的輸出端串接一個NOT 閘」，所以NAND 閘的輸出狀態與AND 閘相反，其功能為「只要有一個輸入端為0，輸出端即為1」；或者「所有輸入端皆為1，輸出端才為0」。接下來以兩輸入NAND 閘為例，說明其特性。

## 2-5 反及閘

### 一 符號

NAND 閘符號是在AND 閘的輸出端加上一個小圓圈代表反相，如圖 2-11 所示。



(a) 特殊形狀符號



(b) 長方形符號

▲ 圖 2-11 NAND 閘符號

## 2-5 反及閘

### 二 布林代數式

NAND 閘的布林代數式，如公式2-5 所示。

$$F = \overline{A \cdot B} = \overline{AB}$$

2-5 式

## 2-5 反及閘

### 三 真值表

依據以上的說明，我們可以列出NAND 閘的真值表，如表2-5 所示。

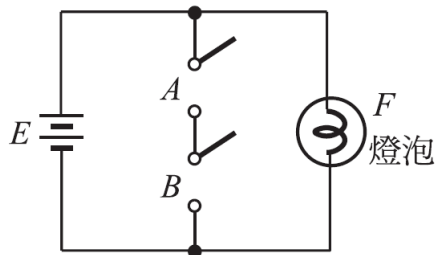
▼ 表 2-5 NAND 閘真值表

輸入		AND 輸出	NAND 輸出
$A$	$B$	$C = A \cdot B$	$F = \overline{A \cdot B}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

## 2-5 反及閘

### 四 等效電路

兩輸入NAND 閘相當於 $A$ 、 $B$  兩個開關串聯後再與燈泡並聯，如圖 2-12 所示。當 $A$ 、 $B$  其中一個開關斷路（OFF）時，相當於輸入端的狀態為0，此時燈泡有電流通過，所以燈泡會亮，即輸出端的狀態 $F = 1$ ；只有當 $A$ 、 $B$  兩個開關皆閉合（ON）時，相當於輸入端的狀態皆為1，此時燈泡被短路沒有電流通過，所以燈泡不會亮，即輸出端的狀態 $F = 0$ 。



▲ 圖 2-12 NAND 閘等效電路

## 2-5 反及閘

例題 2-5 NAND 閘的輸出狀態

兩輸入NAND 閘的輸入端狀態如右圖所示，其輸出端 $F$ 的狀態為何？

解 輸出端  $F$  的狀態為  $F = \overline{0 \cdot 1} = \overline{0} = 1$



演練 5

三輸入NAND 閘的輸入端狀態如右圖所示，其輸出端 $F$ 的狀態為何？





## 2-6 互斥或閘

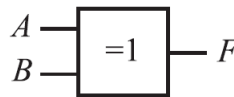
互斥或閘 (XOR gate) 簡稱XOR 閘，有兩個或兩個以上的輸入端，而僅有一個輸出端，其功能為「當輸入端有奇數個1 時，輸出端為1」；反之，「當輸入端有偶數個1 時，輸出端為0」。接下來以兩輸入XOR 閘為例，說明其特性。

### 一 符號

XOR 閘的符號，如圖2-13 所示。



(a) 特殊形狀符號



(b) 長方形符號

▲ 圖 2-13 XOR 閘符號

## 2-6 互斥或閘

### 二 布林代數式

XOR 閘的布林代數式，如公式2-6 所示。

$$F = A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B}$$

2-6 式

## 2-6 互斥或閘

### 三 真值表

依據以上的說明，我們可以列出XOR 閘的真值表，如表2-6 所示。

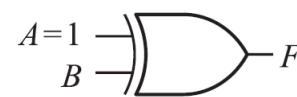
▼ 表 2-6 XOR 閘真值表

輸入		輸出
$A$	$B$	$F$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

## 2-6 互斥或閘

例題 2-6 XOR 閘的輸出布林代數式

兩輸入XOR 閘的一個輸入端 $A$  為1，另一個輸入端為 $B$ ，如右圖所示，則輸出端 $F$  的布林代數式為何？相當於何種邏輯閘？



解 1. XOR 閘的真值表如下表所示。

輸入		輸出
$A$	$B$	$F$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

## 2-6 互斥或閘

當輸入端  $A = 1$  時，輸出端  $F$  的狀態與輸入端  $B$  的狀態相反，所以輸出端  $F$  的布林代數式為  $F = \overline{B}$ 。

2. 相當於NOT 閘，即  $B \text{ --- } \triangle \text{---} F$

### 演練 6

兩輸入XOR 閘的一個輸入端  $A$  為0，另一個輸入端為  $B$ ，如右圖所示，則輸出端  $F$  的布林代數式為何？相當於何種邏輯閘？



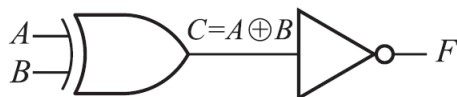
## 2-7 反互斥或閘

反互斥或閘 (XNOR gate) 簡稱XNOR 閘，相當於「在XOR 閘的輸出端串接一個NOT 閘」，所以XNOR 閘的輸出狀態與XOR 閘相反，其功能為「當輸入端有偶數個1 時，輸出端為1」；反之，「當輸入端有奇數個1 時，輸出端為0」。接下來以兩輸入XNOR 閘為例，說明其特性。

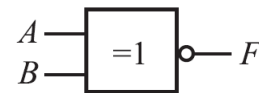
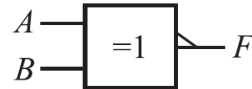
## 2-7 反互斥或閘

### 一 符號

XNOR 閘的符號是在互斥或閘的輸出端加上一個小圓圈代表反相，如圖2-14 所示。



(a) 特殊形狀符號



(b) 長方形符號

▲ 圖 2-14 XNOR 閘符號

## 2-7 反互斥或閘

### 二 布林代數式

XNOR 閘的布林代數式，如公式2-7 所示。

$$F = \overline{A \oplus B} = A \odot B$$

2-7 式



## 2-7 反互斥或閘

### 三 真值表

依據以上的說明，我們可以列出XNOR 閘的真值表，如表2-7 所

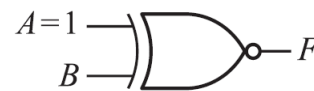
▼ 表 2-7 XNOR 閘真值表

輸入		XOR 輸出	XNOR 輸出
$A$	$B$	$C = A \oplus B$	$F = \overline{A \oplus B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

## 2-7 反互斥或閘

例題 2-7 XNOR 閘的輸出布林代數式

兩輸入XNOR 閘的一個輸入端 $A = 1$ ，另一個輸入端為 $B$ ，如右圖所示，則輸出端 $F$ 的布林代數式為何？相當於何種邏輯閘？



解1. XNOR 閘的真值表如下表所示。

輸入		輸出
$A$	$B$	$F$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## 2-7 反互斥或閘

當  $A = 1$  時，輸出端  $F$  的狀態與輸入端  $B$  的狀態相同，所以輸出端  $F$  的布林代數式為  $F = B$ 。

2. 相當於緩衝器，即  $B \longrightarrow F$

### 演練 7

兩輸入XNOR 閘的一個輸入端  $A$  為0，另一個輸入端為  $B$ ，如右圖所示，則輸出端  $F$  的布林代數式為何？相當於何種邏輯閘？

