

Определения

v_1, v_2 – вершины, между которыми нужно найти путь

$[V, E]$ – ориентированный граф

$V = \{v\}$ – множество вершин

$E = \{(v, w) : v, w \in V\}$ – множество рёбер

$v \rightarrow w$ означает, что существует путь из v в w

$F_1 = \{v \in V : v_1 \rightarrow v\}$ – множество вершин, достижимых из v_1

$T_1 = \{v \in V : v \rightarrow v_1\}$ – множество вершин, из которых достижима v_1

$F_2 = \{v \in V : v_2 \rightarrow v\}$ – множество вершин, достижимых из v_2

$T_2 = \{v \in V : v \rightarrow v_2\}$ – множество вершин, из которых достижима v_2

$\forall v \in V :$

$IN_v = \{w \in V : (w, v) \in E\}$ – множество соседей v по входящим дугам

$OUT_v = \{w \in V : (v, w) \in E\}$ – множество соседей v по исходящим дугам

Правила целостности

$v \in F_1 \Rightarrow OUT_v \subset F_1$ – если v достижима из v_1 , то её соседи по исходящим дугам тоже

$v \in F_2 \Rightarrow OUT_v \subset F_2$ – если v достижима из v_2 , то её соседи по исходящим дугам тоже

$v \in T_1 \Rightarrow IN_v \subset T_1$ – если v_1 достижима из v , то из её соседей по входящим дугам тоже

$v \in T_2 \Rightarrow IN_v \subset T_2$ – если v_2 достижима из v , то из её соседей по входящим дугам тоже

Условия существования пути

$v_1 \rightarrow v_2 \Leftrightarrow F_1 \cap T_2 \neq \emptyset$ – условие существования пути из v_1 в v_2

$v_2 \rightarrow v_1 \Leftrightarrow F_2 \cap T_1 \neq \emptyset$ – условие существования пути из v_2 в v_1

Алгоритм поиска основан на том, что по очереди загружаются новые вершины из двух списков загрузки (один формируется от v_1 , другой от v_2). Новая вершина добавляется в граф, а множества F_1, F_2, T_1, T_2 приводятся в соответствие правилам целостности. Затем проверяются условия существования пути. Если какое-то из условий выполнено, то путь существует, а все его точки принадлежат соответствующему множеству $F_i \cap T_j$, в котором он ищется обычным способом (как правило, размер этого множества мал). Когда найдены пути в обе стороны, алгоритм перестаёт загружать новые вершины и прекращает работу.