

Le jour du jugement dernier

Marc-André Désautels

07/12/2021

Amorce

Le Jugement dernier (ou Jour du Seigneur, ou encore Jugement universel) est, dans les religions abrahamiques, le jour où se manifestera aux hommes le jugement de Dieu sur leurs actes, leurs paroles et leurs intentions. *Source: Wikipédia: Jugement dernier*

Rassurez-vous, nous ne parlerons pas de la fin des temps aujourd'hui mais plutôt d'un algorithme permettant de calculer (mentalement avec un peu de pratique) le jour de la semaine à partir d'une date précise. Par exemple, imaginez que vous me croisez dans la rue et que vous êtes capable de dire que le jour de ma naissance, le 2 juillet 1978 est un dimanche. Ou alors que la journée du décès de Carl Friedrich Gauss, le 23 février 1855 est un vendredi.

L'algorithme porte plusieurs noms, **méthode des jours pivots**, **méthode du clavedi**, **méthode Conway**, mais nous lui préférons **algorithme du jour du Jugement dernier** (ça frappe davantage l'imagination!).

Comment calculer mentalement le jour de la semaine pour n'importe quelle date

Étape 1 : Les jours de la semaine comme des nombres

Pour utiliser l'algorithme, nous devons numéroter les jours de la semaine. Nous utilisons les nombres de 0 à 6: 0 pour dimanche, 1 pour lundi, 2 pour mardi, 3 pour mercredi, 4 pour jeudi, 5 pour vendredi et 6 pour samedi.

Jour de la semaine	Nombre
Dimanche	0
Lundi	1
Mardi	2
Mercredi	3
Jeudi	4
Vendredi	5
Samedi	6

Table 1: Un essai...

Siècle	Balise
1600	2
1700	0
1800	5
1900	3
2000	2
2100	0
2200	5
2300	3

Calendrier juliens et calendrier grégoriens

Un peu d'histoire

Les jours de la semaine

Dans le calendrier grégorien, le cycle des dates et des jours de semaine se reproduit à l'identique tous les quatre siècles.

Le cycle des dates et des jours de semaine du calendrier grégorien se reproduit à l'identique tous les 4 siècles. Il suffit donc de retenir les rangs de jour clé correspondant aux restes de la division du rang de siècle par 4.

Modulo 7

L'algorithme

Le principe de l'algorithme est qu'il existe un jour du jugement dernier pour chaque année. Un jour du jugement dernier est un jour où certaines dates précises du calendrier vont *toujours* être le même jour de la semaine. Donc, si nous connaissons le jour du jugement dernier pour plusieurs dates de l'année, il est possible de prendre la date la plus près de la date recherchée et de trouver le jour de la semaine qui nous intéresse.

La balise du siècle

Pour être en mesure de trouver le jour du jugement dernier pour une année particulière, nous commençons par trouver la *balise du siècle*. Cette balise correspond à une journée particulière qui reste la même pour tout un siècle.

Nous pouvons remarquer que la balise diminue de 2 modulo 7 pour chaque siècle à l'intérieur du cycle. Par contre, elle ne diminue que d'une unité lors d'une année multiple de 400. En effet, le cycle des dates et des jours de semaine du calendrier grégorien se reproduit à l'identique tous les 4 siècles.

REMARQUE: ON PREND LES DEUX PREMIERS CHIFFRES DE L'ANNÉE MODULO 4 POUR TROUVER LA BALISE ET ON SE RAPPELLE DES QUATRE CAS...

Le jour du jugement dernier

Une fois la balise du siècle trouvée, il faut trouver le jour du jugement dernier pour une année. Pour ce faire, on utilise la partie infraséculaire de l'année (les deux derniers chiffres de l'année), pour calculer le décalage

entre la balise du siècle et le jour du jugement dernier. Nous pouvons ensuite additionner ce décalage à la balise du siècle (modulo 7 bien sûr), pour obtenir le jour du jugement dernier pour l'année.

La table suivante présente les jours du jugement dernier pour les années allant de 1897 à 2105.

Pour trouver les jours du jugement dernier dans la table précédente, nous utilisons la balise du siècle énoncée précédemment et le décalage de l'année choisie. On débute en décomposant notre année $A = S + X$ où $0 \leq X < 100$. Nous avons donc que S correspond au siècle et X à la partie infraséculaire. Par exemple, si nous prenons l'année 2022, nous pouvons la séparer $2022 = 2000 + 22$ avec 22 la partie infraséculaire de l'année.

Il existe plusieurs manières d'utiliser la partie infraséculaire pour trouver le décalage. Nous choisissons de montrer la méthode *11 sur impair* qui s'adapte très bien au calcul mental. Nous cherchons à trouver D le décalage. La méthode est la suivante:

1. Posons D la partie infraséculaire de l'année;
2. Si D est impair, on lui additionne 11, donc $D = D + 11$;
3. Divisons D par 2 : $D = D/2$;
4. Si D est impair, on lui additionne 11, donc $D = D + 11$;
5. Trouvons le reste de la division de D par 7, donc $D = D \bmod 7$;
6. Nous trouvons la différence de 7 avec D , donc $D = 7 - D$.

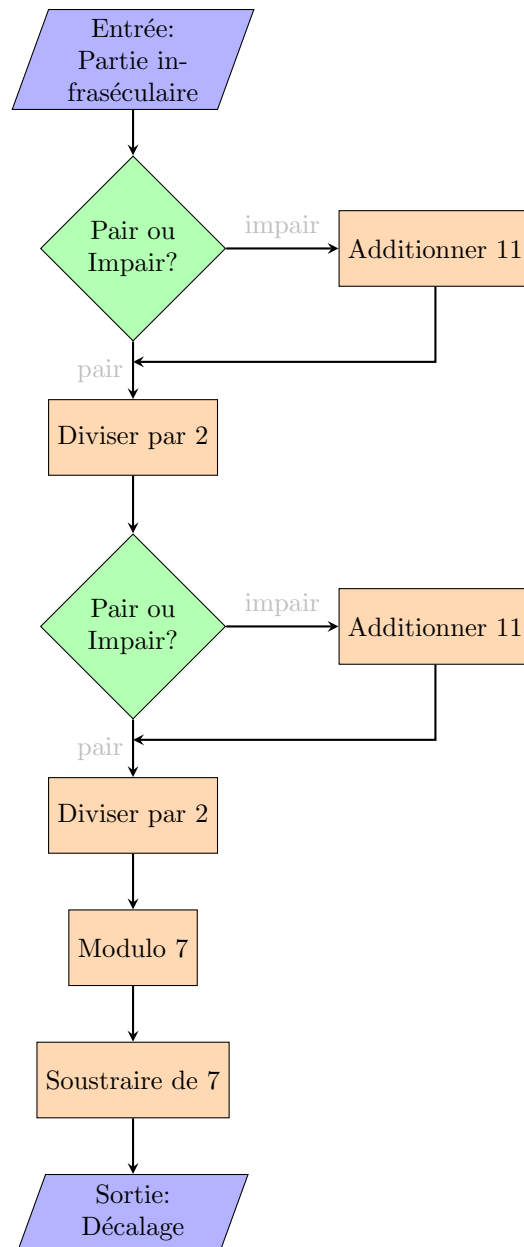
En utilisant l'exemple de l'année 2022:

1. $D = 22$;
2. D est pair, on ne fait rien;
3. $D = \frac{D}{2} = \frac{22}{2} = 11$;
4. D est impair, $D = D + 11 = 11 + 11 = 22$;
5. $D = D \bmod 7 = 22 \bmod 7 = 1$;
6. $D = 7 - D = 7 - 1 = 6$.

Le décalage de l'année 2022 est donc de 6. Puisque la balise du siècle 2000 est 2, nous avons que le jour du jugement dernier est donné par l'addition de la balise et du décalage modulo 7 et donc $(2 + 6) \bmod 7 = 1$. Le résultat donnant 1, ça correspond au lundi. Nous savons donc que le jour du jugement dernier pour l'année 2022 est le lundi.

Table 2: Les jours du jugement dernier pour les années 1897 à 2105. Remarquons que cette table possède une période de 28 ans, sauf pour les années qui sont un multiple de 100 (par exemple 1900 et 2100 qui ne sont pas des années bissextiles) qui ne sont pas des multiples de 400 (comme l'année 2000 qui est une année bissextile).

Dimanche	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
1897	1898	1899	1900	1901	1902	1903
→	1904	1905	1906	1907	→	1908
1909	1910	1911	→	1912	1913	1914
1915	→	1916	1917	1918	1919	→
1920	1921	1922	1923	→	1924	1925
1926	1927	→	1928	1929	1930	1931
→	1932	1933	1934	1935	→	1936
1937	1938	1939	→	1940	1941	1942
1943	→	1944	1945	1946	1947	→
1948	1949	1950	1951	→	1952	1953
1954	1955	→	1956	1957	1958	1959
→	1960	1961	1962	1963	→	1964
1965	1966	1967	→	1968	1969	1970
1971	→	1972	1973	1974	1975	→
1976	1977	1978	1979	→	1980	1981
1982	1983	→	1984	1985	1986	1987
→	1988	1989	1990	1991	→	1992
1993	1994	1995	→	1996	1997	1998
1999	→	2000	2001	2002	2003	→
2004	2005	2006	2007	→	2008	2009
2010	2011	→	2012	2013	2014	2015
→	2016	2017	2018	2019	→	2020
2021	2022	2023	→	2024	2025	2026
2027	→	2028	2029	2030	2031	→
2032	2033	2034	2035	→	2036	2037
2038	2039	→	2040	2041	2042	2043
→	2044	2045	2046	2047	→	2048
2049	2050	2051	→	2052	2053	2054
2055	→	2056	2057	2058	2059	→
2060	2061	2062	2063	→	2064	2065
2066	2067	→	2068	2069	2070	2071
→	2072	2073	2074	2075	→	2076
2077	2078	2079	→	2080	2081	2082
2083	→	2084	2085	2086	2087	→
2088	2089	2090	2091	→	2092	2093
2094	2095	→	2096	2097	2098	2099
2100	2101	2102	2103	→	2104	2105



Les jours pivots de l'année

Une fois connu le jour du jugement dernier pour une année, nous savons maintenant que **tous** les jours pivots de l'année seront tous le même jour de la semaine celui du jour du jugement dernier. Certains jours pivots sont très faciles à mémoriser:

- 4/4 : 4 avril;
- 6/6 : 6 juin;
- 8/8 : 8 août;
- 10/10 : 10 octobre;
- 12/12 : 12 décembre;

D'autres par contre demandent un effort supplémentaire...

- Le 4 janvier les années bissextiles, le 3 janvier les années communes;
- 0/3 : 0 mars, le dernier jour de février;
- 9/5 et 5/9 : 9 mai et 5 septembre;
- 11/7 et 7/11 : 11 juillet et 7 novembre

Pour se rappeler les jours des mois impairs de mai à novembre, John Conway suggère la phrase : “Je travaille de 9 heures à 5 heures au Seven Eleven.”

ALGO

Appliquer l’algorithme implique trois étapes :

1. Déterminer le jour 0 de l’année du siècle, que nous appellerons *balise de siècle*. Il existe un jour 0 pour le siècle 1800, un jour 0 pour le siècle 1900 et ainsi de suite.
2. Calculer le décalage entre la *balise de siècle* et le jour clé de l’année en se basant sur les deux derniers chiffres de l’année (la partie *infraséculaire*). Ceci nous permet de déduire le jour clé de l’année.
3. Choisir la date la plus proche parmi celles qui tombent sur un jour *pivot* et compter le nombre de jours modulo 7 entre cette date et la date recherchée pour trouver le jour de la semaine.

Cette technique s’applique au calendrier grégorien et au calendrier julien, bien que leurs jours clés soient généralement différents pour une même année.