

# Comment chercher (et trouver) une aiguille dans une botte de foin ?

---

Marc-André Désautels

14 octobre 2017

61e congrès de l'Association Mathématique du Québec

Département de mathématiques  
Cégep de Saint-Jean-sur-Richelieu

# Table des matières

1. L'accident nucléaire de Palomares

2. Introduction aux probabilités

3. L'USS Scorpion (SSN-589)

    Historique

    Mathématiques

4. Le SS Central America

    Historique

    Mathématiques

5. Conclusion

## L'accident nucléaire de Palomares

---

# Contexte historique

## Contexte historique

- L'opération Chrome Dome est l'un des nombreux programmes militaires de l'United States Air Force pendant la Guerre froide. Il impliquait des Boeing B-52 en vol, armés d'armes thermonucléaires, assignées à des objectifs en URSS.

## Contexte historique

- L'opération Chrome Dome est l'un des nombreux programmes militaires de l'United States Air Force pendant la Guerre froide. Il impliquait des Boeing B-52 en vol, armés d'armes thermonucléaires, assignées à des objectifs en URSS.
- Jusqu'à une douzaine de bombardiers étaient en vol en permanence, avec des missions de 20 à 30 heures au-dessus du cercle Arctique et de la mer Méditerranée.

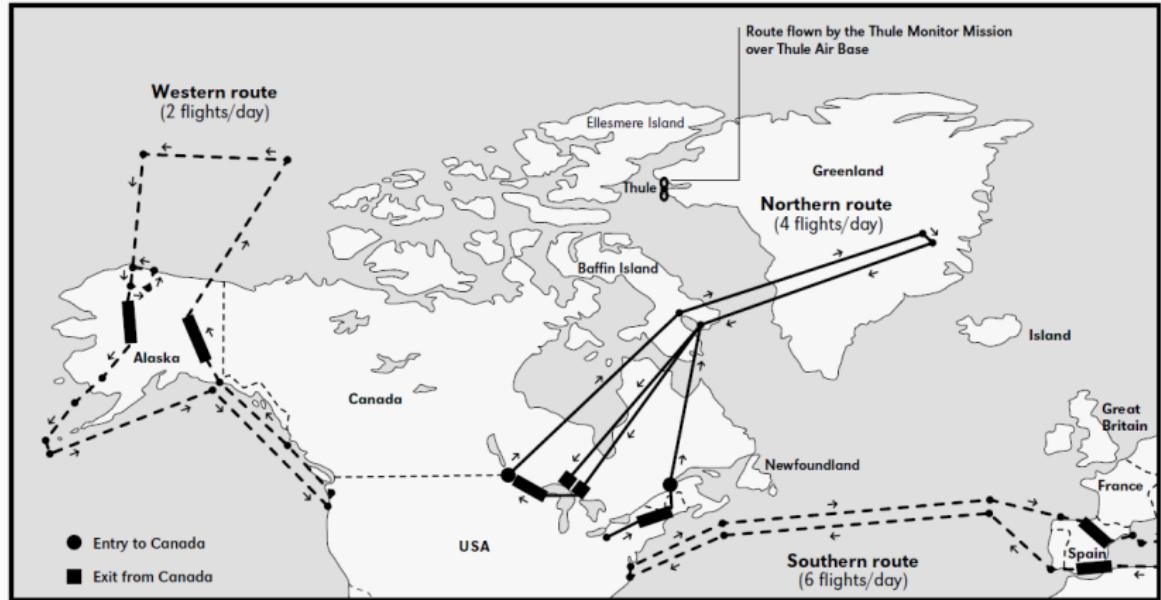
## Contexte historique

- L'opération Chrome Dome est l'un des nombreux programmes militaires de l'United States Air Force pendant la Guerre froide. Il impliquait des Boeing B-52 en vol, armés d'armes thermonucléaires, assignées à des objectifs en URSS.
- Jusqu'à une douzaine de bombardiers étaient en vol en permanence, avec des missions de 20 à 30 heures au-dessus du cercle Arctique et de la mer Méditerranée.
- Démarrée initialement en 1958 sous le nom de code Head Start puis Round Robin, l'opération Chrome Dome a commencée en 1962 et a pris fin le 22 janvier 1968, à la suite de l'accident de Thulé.

# Opération Chrome Dome : Canada et États-Unis



# Opération Chrome Dome : Amériques et Europe



# L'accident

Aux alentours de 10h00 le matin, le 17 janvier 1966, deux B-52G basés en Caroline du Sud approchent deux KC-135 Stratotanker au-dessus de la côte espagnole au sud-ouest de Carthagène.



# Palomares, Espagne



## L'accident : suite

## L'accident : suite

- Lorsqu'un des B-52 approche l'avion ravitailleur trop rapidement, celui-ci n'a pas le temps de réagir et les avions se percutent à 9 450 mètres.

## L'accident : suite

- Lorsqu'un des B-52 approche l'avion ravitailleur trop rapidement, celui-ci n'a pas le temps de réagir et les avions se percutent à 9 450 mètres.
- Le tuyau de ravitaillement accroche l'un des longeron et l'aile gauche du bombardier se casse.

## L'accident : suite

- Lorsqu'un des B-52 approche l'avion ravitailleur trop rapidement, celui-ci n'a pas le temps de réagir et les avions se percutent à 9 450 mètres.
- Le tuyau de ravitaillement accroche l'un des longeron et l'aile gauche du bombardier se casse.
- Trois des sept membres d'équipage du bombardier perdent la vie lors de l'écrasement.

## L'accident : suite

- Lorsqu'un des B-52 approche l'avion ravitailleur trop rapidement, celui-ci n'a pas le temps de réagir et les avions se percutent à 9 450 mètres.
- Le tuyau de ravitaillement accroche l'un des longeron et l'aile gauche du bombardier se casse.
- Trois des sept membres d'équipage du bombardier perdent la vie lors de l'écrasement.
- Les quatre occupants du ravitailleur meurent dans l'explosion lorsque le carburant se consume.

## L'accident : suite

## L'accident : suite

- Le bombardier s'écrase près de Palomares avec à son bord quatre bombes à hydrogène.

## L'accident : suite

- Le bombardier s'écrase près de Palomares avec à son bord quatre bombes à hydrogène.
- En moins de 24 heures, une équipe de l'armée américaine arrive sur les lieux.

## L'accident : suite

- Le bombardier s'écrase près de Palomares avec à son bord quatre bombes à hydrogène.
- En moins de 24 heures, une équipe de l'armée américaine arrive sur les lieux.
- Les équipes de recherche trouvent trois bombes en moins d'une journée.

## L'accident : suite

- Le bombardier s'écrase près de Palomares avec à son bord quatre bombes à hydrogène.
- En moins de 24 heures, une équipe de l'armée américaine arrive sur les lieux.
- Les équipes de recherche trouvent trois bombes en moins d'une journée.
- Une des bombes se trouve sur une pente douce. Les explosifs dans les deux autres ont explosés lors de l'impact en créant un cratère d'une centaine de pieds et dispersant de la terre, du plutonium, de l'uranium et du tritium.

## L'accident : suite

- Le bombardier s'écrase près de Palomares avec à son bord quatre bombes à hydrogène.
- En moins de 24 heures, une équipe de l'armée américaine arrive sur les lieux.
- Les équipes de recherche trouvent trois bombes en moins d'une journée.
- Une des bombes se trouve sur une pente douce. Les explosifs dans les deux autres ont explosés lors de l'impact en créant un cratère d'une centaine de pieds et dispersant de la terre, du plutonium, de l'uranium et du tritium.
- Durant plusieurs semaines, des équipes de l'armée américaine et des équipes de la police espagnole tentent de retrouver la quatrième bombe, sans succès.

## Les débuts de la recherche bayésienne

La recherche pour la quatrième bombe fit appel à la méthode de recherche bayésienne, supervisée par John Craven. Cette méthode assigne des probabilités aux endroits où la bombe peut se trouver. Elle met ensuite à jour ces probabilités au fur et à mesure de la recherche.

Les probabilités initiales ont été trouvées après qu'un pêcheur local, Francisco Simó Orts, ait vu la bombe tomber à l'eau à un certain endroit.

La bombe fut ensuite retrouvée grâce aux informations données par Orts.

# La bombe retrouvée



## La récompense

Selon John Craven :

*It is customary maritime law that the person who identifies the location of a ship to be salved has the right to a salvage award if that identification leads to a successful recovery. The amount is nominal, usually 1 or 2 percent, sometimes a bit more, of the intrinsic value to the owner of the thing salved. But the thing salved off Palomares was a hydrogen bomb, the same bomb valued by no less an authority than the Secretary of Defense at 2 billion \$, two percent of which is, of course, 20 million.*

L'armée américaine est arrivée à un arrangement hors-cours pour un montant indéterminé.

# Introduction aux probabilités

---

## Les probabilités conditionnelles

La notion de probabilité conditionnelle permet de tenir compte d'une information complémentaire, lors du calcul de certaines probabilités.

- Par exemple, si je tire au hasard une carte d'un jeu, j'estime naturellement à une chance sur quatre la probabilité d'obtenir un coeur.
- Si j'aperçois un reflet rouge sur la table, je corrige mon estimation à une chance sur deux.
- Cette seconde estimation correspond à la probabilité d'obtenir un coeur sachant que la carte est rouge.

## Les probabilités conditionnelles : suite

La probabilité conditionnelle d'un événement A, sachant qu'un autre événement B de probabilité non nulle s'est réalisé est le nombre  $P(A | B)$  :

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

## Le théorème de Bayes

Le théorème de Bayes peut être écrit sous la forme suivante :

$$P(A | B) = \frac{P(B | A)P(A)}{P(B)}$$

où  $A$  et  $B$  sont des événements et  $P(B) \neq 0$ .

- $P(A)$  et  $P(B)$  sont les probabilités d'observer les événements  $A$  et  $B$  sans rien connaître sur l'autre.
- $P(A | B)$  est la probabilité conditionnelle d'observer l'événement  $A$  étant donné que l'événement  $B$  s'est réalisé.
- $P(B | A)$  est la probabilité conditionnelle d'observer l'événement  $B$  étant donné que l'événement  $A$  s'est réalisé.

# Test de drogue

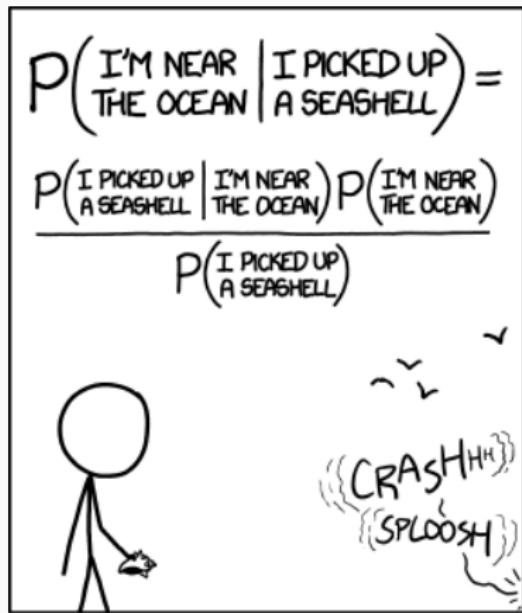
## Exemple

Supposons qu'un test soit 99% sensible et 99% spécifique, c'est-à-dire que le test produira 99% de vrais positifs pour les utilisateurs d'une drogue et 99% de vrais négatifs pour ceux qui n'en consomment pas. Si nous supposons que seulement 0,5% des gens consomment cette drogue et si nous choisissons au hasard une personne et que son test est positif, quelle est la probabilité que cette personne soit réellement un consommateur ?

## Test de drogue : suite

Nous pouvons utiliser le théorème de Bayes pour calculer cette probabilité

$$\begin{aligned} P(\text{Consommateur} \mid +) &= \frac{P(+ \mid C)P(C)}{P(+ \mid C)P(C) + P(+ \mid \text{Non-}C)P(\text{Non-}C)} \\ &= \frac{0,99 \cdot 0,005}{0,99 \cdot 0,005 + 0,01 \cdot 0,995} \\ &\approx 33,2\% \end{aligned}$$



STATISTICALLY SPEAKING, IF YOU PICK UP A SEASHELL AND DON'T HOLD IT TO YOUR EAR, YOU CAN PROBABLY HEAR THE OCEAN.

Cette probabilité est à peu près égale à

---

# de fois où j'ai pris un coquillage près de l'océan ?

---

# de fois où j'ai pris un coquillage

ce qui dans la plupart des cas est très près de 1, et s'approche de plus en plus de 1 si on considère les moments où nous ne mettons pas le coquillage près de notre oreille.

## L'USS Scorpion (SSN-589)

---

La quille de l'USS Scorpion est posée le 20 août 1958 au chantier naval Electric Boat. Il est lancé le 19 décembre 1959. Le Scorpion est commissionné le 29 juillet 1960, et son commandement est confié à Norman B. Bessac.



# Caractéristiques générales i

Type	Sous-marin nucléaire d'attaque
Équipage	8 officiers, 75 hommes
Longueur	76,8 m
Maître-bau <sup>1</sup>	9,7 m
Tirant d'eau <sup>2</sup>	9,1 m
Déplacement <sup>3</sup>	2 930 tonnes (surface) 3 124 tonnes (plongée)
Propulsion	1 réacteur nucléaire S5W
Armement	6 tubes lance-torpilles de 533 mm 2 torpilles Mark 45

- 
1. Le maître-bau d'un navire correspond à la plus grande largeur.
  2. Le tirant d'eau est la hauteur de la partie immergée du bateau.
  3. Le déplacement est une mesure du poids d'un navire dans différentes situations de chargement.

# Une des dernières photo du USS Scorpion

Photo # NH 70305 USS Scorpion comes alongside USS Tallahatchie County, April 1968



# La mission

---

## La mission

- Le Scorpion quitte la Méditerranée le 16 mai.

## La mission

- Le Scorpion quitte la Méditerranée le 16 mai.
- Ce jour là deux sous-marins d'attaque soviétique sont à proximité.

## La mission

- Le Scorpion quitte la Méditerranée le 16 mai.
- Ce jour là deux sous-marins d'attaque soviétique sont à proximité.
- Le Scorpion est ensuite envoyé pour observer les activités navales soviétiques dans l'Atlantique à proximité des Açores.

## La mission

- Le Scorpion quitte la Méditerranée le 16 mai.
- Ce jour là deux sous-marins d'attaque soviétique sont à proximité.
- Le Scorpion est ensuite envoyé pour observer les activités navales soviétiques dans l'Atlantique à proximité des Açores.
- Ayant observé et écouté les unités soviétiques, le Scorpion s'apprête à retourner à la base navale de Norfolk.

## La disparition

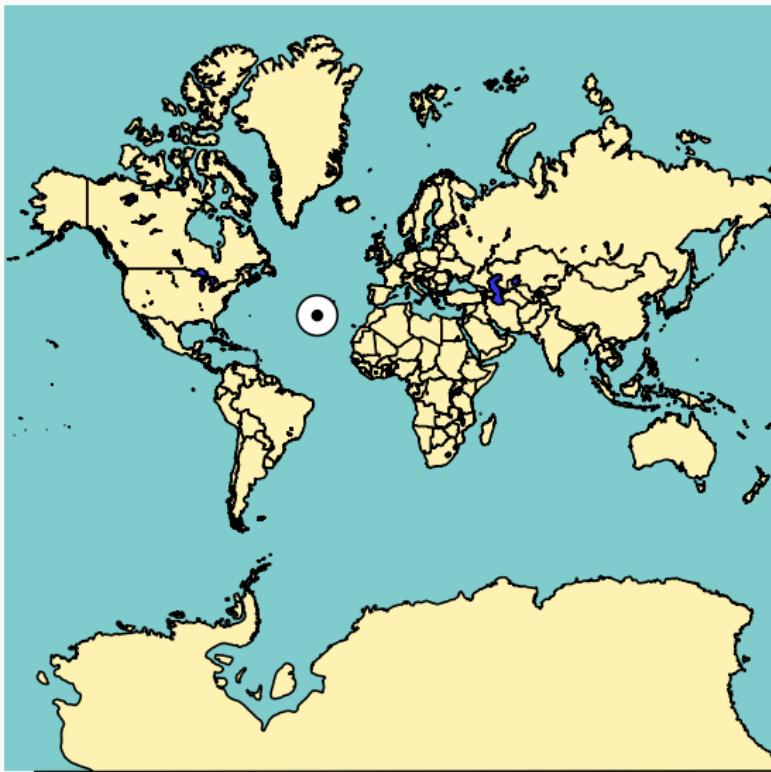
Commencant peu avant minuit le 20 mai et se terminant après minuit le 21 mai, le Scorpion tente d'envoyer des messages radio à la base navale de Rota en Espagne sans succès.

Il ne parvient à joindre qu'une station de communication de la Navy, en Grèce, qui a transféré les messages du Scorpion au ComSubLant<sup>4</sup>.

Le lieutenant John Roberts reçoit le dernier message du commandant Slattery, indiquant qu'il se rapproche d'un groupe naval soviétique à une vitesse constante de 15 noeuds (28 km/h) et à une profondeur de 350 pieds (107 m) pour "commencer la surveillance des Soviétiques".

4. Commander, Submarine Force Atlantic (COMSUBLANT) est le commandant de la force sous-marine.

# La zone du naufrage



# Les recherches

## Les recherches

- La Navy redoute une possible perte du bâtiment et lance une opération de recherche.

## Les recherches

- La Navy redoute une possible perte du bâtiment et lance une opération de recherche.
- L'USS Scorpion et son équipage sont déclarés "présumés perdus" le 5 juin. Son nom est retiré du Naval Vessel Register le 30 juin.

## Les recherches

- La Navy redoute une possible perte du bâtiment et lance une opération de recherche.
- L'USS Scorpion et son équipage sont déclarés "présumés perdus" le 5 juin. Son nom est retiré du Naval Vessel Register le 30 juin.
- Les recherches se poursuivent avec une équipe de mathématiciens conduite par le Dr John Pinà Craven, responsable de la Division des projets spéciaux de l'US Navy.

## Les recherches

- La Navy redoute une possible perte du bâtiment et lance une opération de recherche.
- L'USS Scorpion et son équipage sont déclarés "présumés perdus" le 5 juin. Son nom est retiré du Naval Vessel Register le 30 juin.
- Les recherches se poursuivent avec une équipe de mathématiciens conduite par le Dr John Pinà Craven, responsable de la Division des projets spéciaux de l'US Navy.
- Ils emploient des méthodes de recherche fondées sur le théorème de Bayes, développées initialement pendant les opérations de recherche de la bombe à hydrogène perdue au large de Palomares, en Espagne, en janvier 1966 à la suite du crash d'un B-52.

## Le navire USNS Mizar servant aux recherches

Le vaisseau a été nommé en honneur de l'étoile Mizar<sup>5</sup>.



---

5. Mizar est une étoile de la constellation de la Grande Ourse et est la seconde étoile à partir de la fin du Chariot.

## Quelques définitions

## Quelques définitions

La zone de recherche peut être séparée en une grille formée de plusieurs cellules.

$i = 1$	2	3	4	5
6	7	...		

Nous définissons maintenant quelques variables :

$i$  = indice des cellules

$Y_i$  = position du sous-marin dans la cellule  $i$  (1 signifie qu'il est là)

$\pi_i$  = probabilité d'occurrence =  $P(Y_i = 1)$

## Quelques définitions : suite

## Quelques définitions : suite

- Une composante essentielle de la recherche bayésienne est que les chercheurs peuvent ne pas trouver le sous-marin, même si celui-ci est dans la cellule recherchée.

## Quelques définitions : suite

- Une composante essentielle de la recherche bayésienne est que les chercheurs peuvent ne pas trouver le sous-marin, même si celui-ci est dans la cellule recherchée.
- En raison des limitations de la technologie pour observer les fonds marins, il existe une certaine probabilité de détection du sous-marin.

## Quelques définitions : suite

- Une composante essentielle de la recherche bayésienne est que les chercheurs peuvent ne pas trouver le sous-marin, même si celui-ci est dans la cellule recherchée.
- En raison des limitations de la technologie pour observer les fonds marins, il existe une certaine probabilité de détection du sous-marin.

Nous définissons donc :

## Quelques définitions : suite

- Une composante essentielle de la recherche bayésienne est que les chercheurs peuvent ne pas trouver le sous-marin, même si celui-ci est dans la cellule recherchée.
- En raison des limitations de la technologie pour observer les fonds marins, il existe une certaine probabilité de détection du sous-marin.

Nous définissons donc :

$Z_i$  = résultat de recherche dans la cellule  $i$  (1 signifie une détection)

$p_i$  = probabilité de détection =  $P(Z_i = 1 | Y_i = 1)$

# Lois de probabilité

## Lois de probabilité

- Les probabilités  $p_i$  et  $\pi_i$  sont des valeurs *a priori* obtenues à partir de l'avis d'experts avant la recherche.

## Lois de probabilité

- Les probabilités  $p_i$  et  $\pi_i$  sont des valeurs *a priori* obtenues à partir de l'avis d'experts avant la recherche.
- Nous pouvons ensuite utiliser le théorème de Bayes pour obtenir des équations permettant de mettre à jour ces probabilités au fur et à mesure que de nouvelles informations sont obtenues.

## Lois de probabilité

- Les probabilités  $p_i$  et  $\pi_i$  sont des valeurs *a priori* obtenues à partir de l'avis d'experts avant la recherche.
- Nous pouvons ensuite utiliser le théorème de Bayes pour obtenir des équations permettant de mettre à jour ces probabilités au fur et à mesure que de nouvelles informations sont obtenues.
- Nous allons supposer que chaque cellule est indépendante des autres.

## Lois de probabilité

- Les probabilités  $p_i$  et  $\pi_i$  sont des valeurs *a priori* obtenues à partir de l'avis d'experts avant la recherche.
- Nous pouvons ensuite utiliser le théorème de Bayes pour obtenir des équations permettant de mettre à jour ces probabilités au fur et à mesure que de nouvelles informations sont obtenues.
- Nous allons supposer que chaque cellule est indépendante des autres.
- Nous supposons également que la détection et la présence du sous-marin suivent la distribution de Bernoulli.

## Lois de probabilités : suite

Nous avons donc :

## Lois de probabilités : suite

Nous avons donc :

- Le résultat de la recherche dans la cellule  $i$  étant donné la présence du sous-marin dans cette cellule est donné par :

$$Z_i \mid Y_i \sim Ber(Y_i p_i) = (Y_i p_i)^z (1 - Y_i p_i)^{1-z}, \quad i = 1, \dots, n$$

## Lois de probabilités : suite

Nous avons donc :

- Le résultat de la recherche dans la cellule  $i$  étant donné la présence du sous-marin dans cette cellule est donné par :

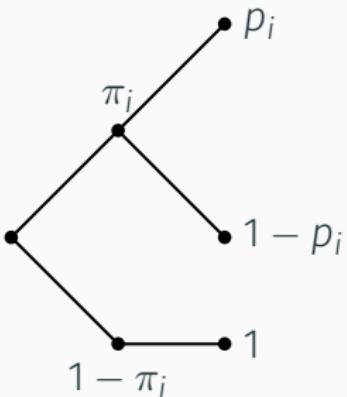
$$Z_i \mid Y_i \sim Ber(Y_i p_i) = (Y_i p_i)^z (1 - Y_i p_i)^{1-z}, \quad i = 1, \dots, n$$

- La présence du sous-marin dans la cellule  $i$  est donnée par :

$$Y_i \sim Ber(\pi_i) = (\pi_i)^y (1 - \pi_i)^{1-y}, \quad i = 1, \dots, n$$

## La probabilité *a posteriori*

Nous sommes particulièrement intéressé au cas où la cellule  $i$  contient le sous-marin ( $Y_i = 1$ ) mais que nous ne le détectons pas ( $Z_i = 0$ ), c'est-à-dire  $P(Y_i = 1 | Z_i = 0)$ .



## La probabilité *a posteriori* : suite

## La probabilité *a posteriori* : suite

La probabilité est donnée par :

$$\begin{aligned} P(Y_i = 1 \mid Z_i = 0) &= \frac{P(Y_i = 1 \cap Z_i = 0)}{P(Z_i = 0)} \\ &= \frac{\pi_i(1 - p_i)}{\pi_i(1 - p_i) + 1 \cdot (1 - \pi_i)} \\ &= \frac{\pi_i(1 - p_i)}{1 - p_i\pi_i} \end{aligned}$$

## La probabilité *a posteriori* : suite

La probabilité est donnée par :

$$\begin{aligned} P(Y_i = 1 \mid Z_i = 0) &= \frac{P(Y_i = 1 \cap Z_i = 0)}{P(Z_i = 0)} \\ &= \frac{\pi_i(1 - p_i)}{\pi_i(1 - p_i) + 1 \cdot (1 - \pi_i)} \\ &= \frac{\pi_i(1 - p_i)}{1 - p_i\pi_i} \end{aligned}$$

La probabilité *a posteriori* est donc donnée par :

$$\pi_{i,\text{nouveau}} = \frac{\pi_{i,\text{ancien}}(1 - p_i)}{1 - p_i\pi_{i,\text{ancien}}}$$

## La probabilité *a posteriori* : suite

La probabilité est donnée par :

$$\begin{aligned} P(Y_i = 1 \mid Z_i = 0) &= \frac{P(Y_i = 1 \cap Z_i = 0)}{P(Z_i = 0)} \\ &= \frac{\pi_i(1 - p_i)}{\pi_i(1 - p_i) + 1 \cdot (1 - \pi_i)} \\ &= \frac{\pi_i(1 - p_i)}{1 - p_i\pi_i} \end{aligned}$$

La probabilité *a posteriori* est donc donnée par :

$$\pi_{i,\text{nouveau}} = \frac{\pi_{i,\text{ancien}}(1 - p_i)}{1 - p_i\pi_{i,\text{ancien}}}$$

La probabilité de détection  $p_i$  reste constante et  $\pi_{i,\text{nouveau}}$  est **TOUJOURS** plus **petite** que  $\pi_{i,\text{ancien}}$ .

## La probabilité *a posteriori* : suite

## La probabilité *a posteriori* : suite

- Si le sous-marin n'est pas détecté à la cellule  $i$ , nous pouvons donc croire qu'il se trouve dans une autre cellule.

## La probabilité *a posteriori* : suite

- Si le sous-marin n'est pas détecté à la cellule  $i$ , nous pouvons donc croire qu'il se trouve dans une autre cellule.
- La probabilité de la présence du sous-marin dans une cellule  $j \neq i$  devrait donc augmenter.

## La probabilité *a posteriori* : suite

- Si le sous-marin n'est pas détecté à la cellule  $i$ , nous pouvons donc croire qu'il se trouve dans une autre cellule.
- La probabilité de la présence du sous-marin dans une cellule  $j \neq i$  devrait donc augmenter.
- Nous voulons trouver la probabilité que la cellule  $j$  contient le sous-marin ( $Y_j = 1$ ) mais que nous ne le détectons pas à la cellule  $i$  ( $Z_i = 0$ ), c'est-à-dire  $P(Y_j = 1 | Z_i = 0)$ .

## La probabilité *a posteriori* : suite

## La probabilité *a posteriori* : suite

La probabilité est donnée par :

$$\begin{aligned} P(Y_j = 1 \mid Z_i = 0) &= \frac{P(Y_j = 1 \cap Z_i = 0)}{P(Z_i = 0)} \\ &= \frac{P(Z_i = 0 \cap Y_j = 1)}{P(Z_i = 0)} \\ &= \frac{P(Z_i = 0 \mid Y_j = 1)P(Y_j = 1)}{P(Z_i = 0)} \\ &= \frac{1 \cdot \pi_j}{1 - \pi_i p_i} \end{aligned}$$

## La probabilité *a posteriori* : suite

La probabilité est donnée par :

$$\begin{aligned} P(Y_j = 1 \mid Z_i = 0) &= \frac{P(Y_j = 1 \cap Z_i = 0)}{P(Z_i = 0)} \\ &= \frac{P(Z_i = 0 \cap Y_j = 1)}{P(Z_i = 0)} \\ &= \frac{P(Z_i = 0 \mid Y_j = 1)P(Y_j = 1)}{P(Z_i = 0)} \\ &= \frac{1 \cdot \pi_j}{1 - \pi_i p_i} \end{aligned}$$

La probabilité à *a posteriori* est donc donnée par :

$$\pi_{j,\text{nouveau}} = \frac{\pi_{j,\text{ancien}}}{1 - p_i \pi_{i,\text{ancien}}}$$

## La probabilité *a posteriori* : suite

La probabilité est donnée par :

$$\begin{aligned} P(Y_j = 1 \mid Z_i = 0) &= \frac{P(Y_j = 1 \cap Z_i = 0)}{P(Z_i = 0)} \\ &= \frac{P(Z_i = 0 \cap Y_j = 1)}{P(Z_i = 0)} \\ &= \frac{P(Z_i = 0 \mid Y_j = 1)P(Y_j = 1)}{P(Z_i = 0)} \\ &= \frac{1 \cdot \pi_j}{1 - \pi_i p_i} \end{aligned}$$

La probabilité à *a posteriori* est donc donnée par :

$$\pi_{j,\text{nouveau}} = \frac{\pi_{j,\text{ancien}}}{1 - p_i \pi_{i,\text{ancien}}}$$

La probabilité  $\pi_{j,\text{nouveau}}$  est **TOUJOURS plus grande** que  $\pi_{j,\text{ancien}}$ .

## Mettre à jour les probabilités

En utilisant les deux formules trouvées précédemment, voici la façon de trouver le sous-marin :

## Mettre à jour les probabilités

En utilisant les deux formules trouvées précédemment, voici la façon de trouver le sous-marin :

1. Tant que le sous-marin n'est pas trouvé nous itérons  $m$  fois la recherche.

## Mettre à jour les probabilités

En utilisant les deux formules trouvées précédemment, voici la façon de trouver le sous-marin :

1. Tant que le sous-marin n'est pas trouvé nous itérons  $m$  fois la recherche.
2. À chaque étape, une cellule est cherchée. Cette cellule est choisie comme étant celle avec la probabilité la plus élevée.

## Mettre à jour les probabilités

En utilisant les deux formules trouvées précédemment, voici la façon de trouver le sous-marin :

1. Tant que le sous-marin n'est pas trouvé nous itérons  $m$  fois la recherche.
2. À chaque étape, une cellule est cherchée. Cette cellule est choisie comme étant celle avec la probabilité la plus élevée.
3. Nous effectuons la recherche à l'aide d'une épreuve de Bernoulli.

## Mettre à jour les probabilités

En utilisant les deux formules trouvées précédemment, voici la façon de trouver le sous-marin :

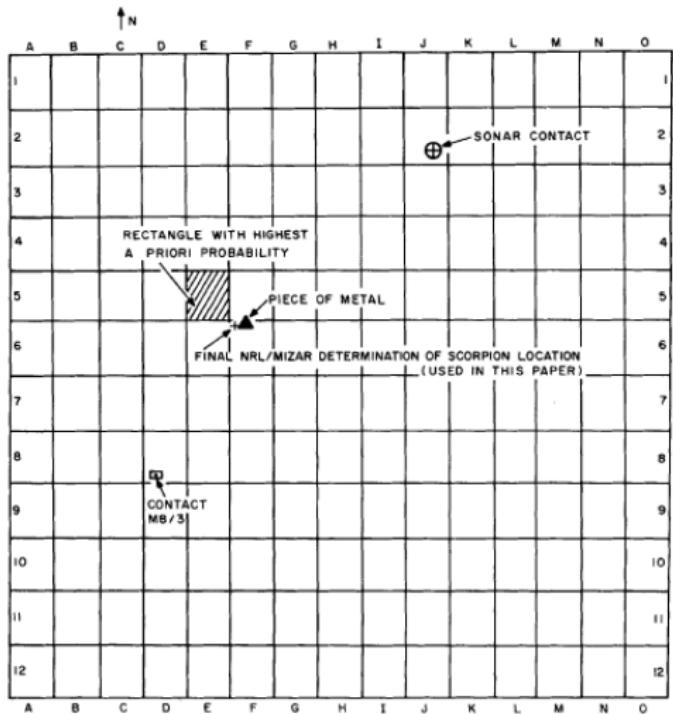
1. Tant que le sous-marin n'est pas trouvé nous itérons  $m$  fois la recherche.
2. À chaque étape, une cellule est cherchée. Cette cellule est choisie comme étant celle avec la probabilité la plus élevée.
3. Nous effectuons la recherche à l'aide d'une épreuve de Bernoulli.
4. Si le sous-marin n'est pas trouvé, nous mettons à jour les probabilités de toutes les cellules.

## Mettre à jour les probabilités

En utilisant les deux formules trouvées précédemment, voici la façon de trouver le sous-marin :

1. Tant que le sous-marin n'est pas trouvé nous itérons  $m$  fois la recherche.
2. À chaque étape, une cellule est cherchée. Cette cellule est choisie comme étant celle avec la probabilité la plus élevée.
3. Nous effectuons la recherche à l'aide d'une épreuve de Bernoulli.
4. Si le sous-marin n'est pas trouvé, nous mettons à jour les probabilités de toutes les cellules.
5. Si le sous-marin est trouvé, nous arrêtons la recherche.

# Une partie de la grille de recherche



## Les probabilité *a priori*

Les probabilités suivantes ont été trouvées à l'aide d'avis d'experts et de simulation de type Monte-Carlo.

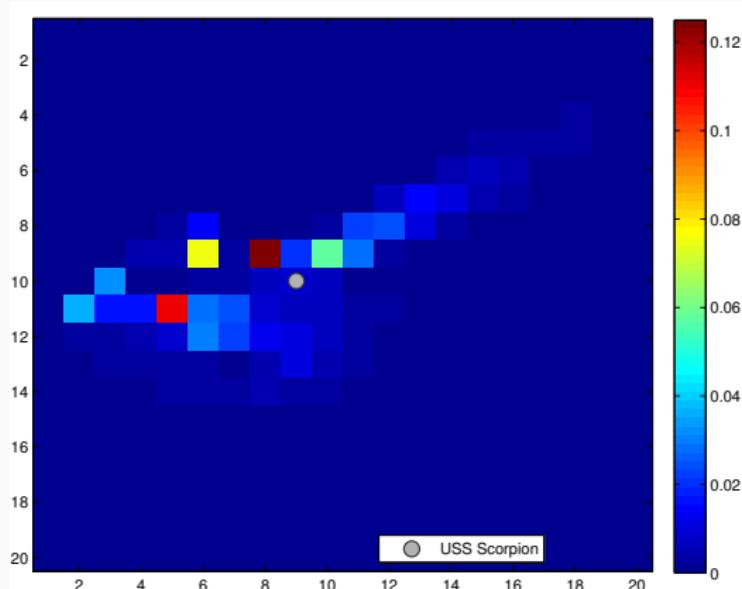
NOTE: CONVERT NUMBERS TO PROBABILITIES BY DIVIDING BY 10,000. SHADING INDICATES MAGNITUDE AS FOLLOWS:																			
NOTE: * INDICATES LOCATION OF SCORPION.		BLANK		0 ≤ NUMBER ≤ 10		10 < NUMBER ≤ 100		100 < NUMBER < 1000		1000 < NUMBER ≤ 10,000		3 I M N O		5 7 1					
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O					
1											5	26	35	22	26	9	1		
2											18	46	74	42	18	10	4	2	
3											8	60	140	99	45	20	4	2	1
4	2	21	157	6	7	1	20	215	239	105	30	5	3	1	1	1	1		
5	18	40	46	747	30	35	205	571	277	38	5	2	1	1	1				
6	14	326	3	1	26	31	63	85	62	1	8	7	10	7	3	4			
7	359	175	174	156	282	245	82	71	65	35	27	9	12	6	5	4			
8	24	25	42	82	297	230	129	115	61	33	14	14	10	6	2	5	1		
9	17	25	20	20	20	19	55	99	46	30	14	15	3	5	1	6			
10	2	13	14	25	20	24	45	34	27	19	15	5	7	5	5	1			
11	11	7	13	12	9	1	3	3	11	14	5	4	3	2					
12							1	4	4	10		5	4	1					
											1	3	2						
												3	2						

## Les probabilités *a priori* : suite

Les nombres suivants doivent être divisé par 10 000 pour obtenir les probabilités. La localisation du USS Scorpion est en bleu.

## Les probabilités *a priori* : suite

On peut visualiser plus facilement en coloriant la grille de recherche. La probabilité de détection a été estimée à  $p_i \approx 0,46$ .



# Scorpion Essai 1

Nous effectuons une première recherche du USS Scorpion.

## Scorpion Essai 2

Nous effectuons une deuxième recherche du USS Scorpion.

# Scorpion Essai 3

Nous effectuons une troisième recherche du USS Scorpion.

# Scorpion Essai 4

Nous effectuons une quatrième recherche du USS Scorpion.

## Le Scorpion retrouvé

À la fin du mois d'octobre 1968, le navire de recherche Mizar localisa des sections de la coque du Scorpion. La coque se trouvait sur le sol marin à une profondeur de plus de 3 000 m à environ 740 km au sud-ouest des Açores.

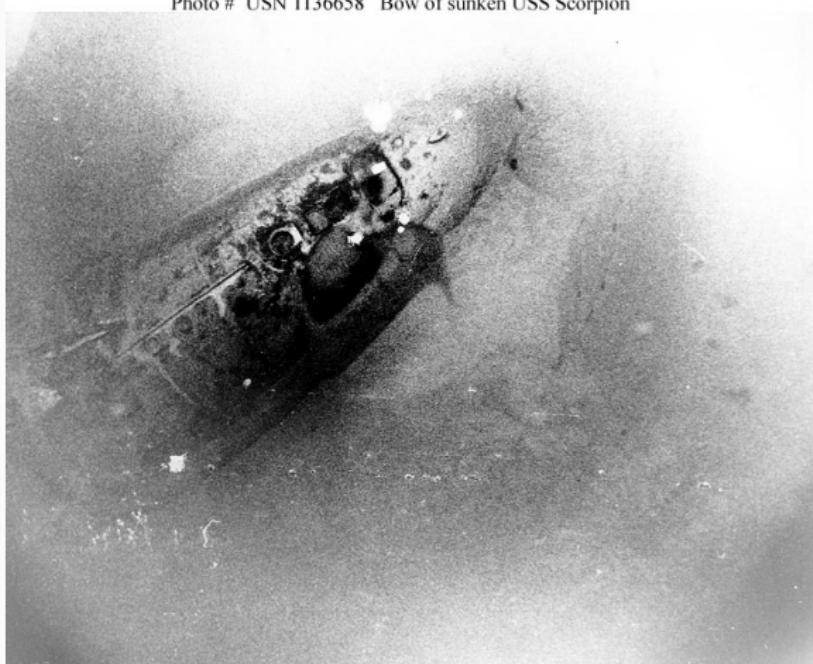
Le sous-marin fut découvert à la 74ème tentative.

Bien que Craven se soit vu attribuer la localisation de l'épave du Scorpion, la contribution de Gordon Hamilton, un expert acoustique pionnier de l'utilisation de matériel hydroacoustique pour repérer les points d'impact en mer de missiles Polaris, a été déterminante et a permis de délimiter une « zone de recherche » réduite à l'intérieur de laquelle l'épave sera retrouvée.

## Le Scorpion retrouvé : suite

Photo de la section avant du Scorpion, prise en 1968 par l'équipage du bathyscaphe Trieste II.

Photo # USN 1136658 Bow of sunken USS Scorpion



## Le Scorpion retrouvé : suite

Proue de l'épave de l'USS Scorpion contenant deux torpilles nucléaires, photographiée en octobre 1968.



## Le Scorpion retrouvé : suite

Poupe de l'épave, photographiée en 1986 par le personnel de Woods Hole.

Photo # NH 97221-KN Stern section of sunken USS Scorpion, 1986



# Théories sur la perte du Scorpion

# Théories sur la perte du Scorpion

1. Activation accidentelle d'une torpille.

# Théories sur la perte du Scorpion

1. Activation accidentelle d'une torpille.
2. Explosion d'une torpille.

# Théories sur la perte du Scorpion

1. Activation accidentelle d'une torpille.
2. Explosion d'une torpille.
3. Dysfonctionnement d'un système d'élimination des déchets.

# Théories sur la perte du Scorpion

1. Activation accidentelle d'une torpille.
2. Explosion d'une torpille.
3. Dysfonctionnement d'un système d'élimination des déchets.
4. Une attaque soviétique.

# Théories sur la perte du Scorpion

1. Activation accidentelle d'une torpille.
2. Explosion d'une torpille.
3. Dysfonctionnement d'un système d'élimination des déchets.
4. Une attaque soviétique.
5. Les résultats des différentes enquêtes de l'US Navy sur la perte du Scorpion ne se révèlent pas concluants.

## Le SS Central America

---

Le Steamship (SS) George Law, construit par William H.Webb à New York et appartenant à la United States Mail Steamship Company, est lancé le 28 octobre 1852 et prend pour la première fois la mer le 20 octobre 1853. C'est un trois-mât à vapeur de 85 m pour 2 141 tonnes. En 1857, il est rebaptisé le Central America.



## Le naufrage

Le 12 septembre 1857, le navire sombre par 2 300 mètres de fond lors d'un ouragan avec ses 477 passagers, ses 101 membres d'équipage et sa cargaison, près de 11 tonnes d'or (30 000 livres), qui lui valurent son surnom (Ship of Gold), sa célébrité et contribua à la panique de 1857<sup>6</sup>.



---

6. Un des premiers krachs de Wall Street.

# La recherche du trésor

## La recherche du trésor

1. En septembre 1988, Tom Thompson convainc plus de cent investisseurs de financer une expédition destinée à localiser l'épave et à remonter le trésor englouti avec elle.

## La recherche du trésor

1. En septembre 1988, Tom Thompson convainc plus de cent investisseurs de financer une expédition destinée à localiser l'épave et à remonter le trésor englouti avec elle.
2. Le navire est localisé le 11 septembre 1988, une grande partie de l'or est remontée à la surface.

## La recherche du trésor

1. En septembre 1988, Tom Thompson convainc plus de cent investisseurs de financer une expédition destinée à localiser l'épave et à remonter le trésor englouti avec elle.
2. Le navire est localisé le 11 septembre 1988, une grande partie de l'or est remontée à la surface.
3. Suite à la remontée du trésor, 39 compagnies d'assurance poursuivent, en alléguant qu'elles ont payées des dommages au 19ème siècle et que le trésor leur revient.

## La recherche du trésor

1. En septembre 1988, Tom Thompson convainc plus de cent investisseurs de financer une expédition destinée à localiser l'épave et à remonter le trésor englouti avec elle.
2. Le navire est localisé le 11 septembre 1988, une grande partie de l'or est remontée à la surface.
3. Suite à la remontée du trésor, 39 compagnies d'assurance poursuivent, en alléguant qu'elles ont payées des dommages au 19ème siècle et que le trésor leur revient.
4. L'équipe responsable de la découverte du navire affirme pour sa part que le trésor avait été abandonné.

## La recherche du trésor

1. En septembre 1988, Tom Thompson convainc plus de cent investisseurs de financer une expédition destinée à localiser l'épave et à remonter le trésor englouti avec elle.
2. Le navire est localisé le 11 septembre 1988, une grande partie de l'or est remontée à la surface.
3. Suite à la remontée du trésor, 39 compagnies d'assurance poursuivent, en alléguant qu'elles ont payées des dommages au 19ème siècle et que le trésor leur revient.
4. L'équipe responsable de la découverte du navire affirme pour sa part que le trésor avait été abandonné.
5. Après la poursuite juridique, 92% de l'or est remis à l'expédition.

## Les trois scénarios

Pour tenter de retrouver le navire, les recherches utilisèrent les informations suivantes :

## Les trois scénarios

Pour tenter de retrouver le navire, les recherches utilisèrent les informations suivantes :

- Historique : La position de navires, les estimations de la vitesse du vent et sa direction durant l'ouragan, la dérive des survivants, etc.

## Les trois scénarios

Pour tenter de retrouver le navire, les recherches utilisèrent les informations suivantes :

- Historique : La position de navires, les estimations de la vitesse du vent et sa direction durant l'ouragan, la dérive des survivants, etc.
- Statistique : La distribution statistique des vents et des courants dans la région.

## Les trois scénarios

Pour tenter de retrouver le navire, les recherches utilisèrent les informations suivantes :

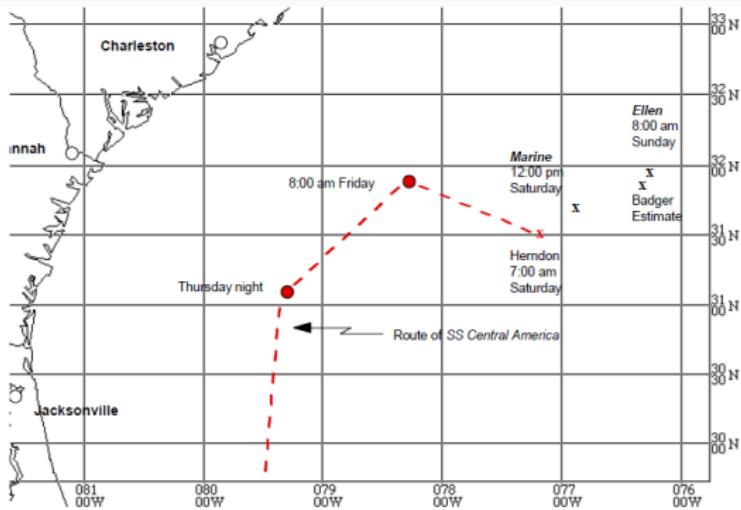
- Historique : La position de navires, les estimations de la vitesse du vent et sa direction durant l'ouragan, la dérive des survivants, etc.
- Statistique : La distribution statistique des vents et des courants dans la région.
- Analytique : Estimation de l'incertitude dans la navigation céleste, estimation de l'effet du vent sur la dérive du navire, estimation du courant produit par le vent.

## Les trois scénarios

Pour tenter de retrouver le navire, les recherches utilisèrent les informations suivantes :

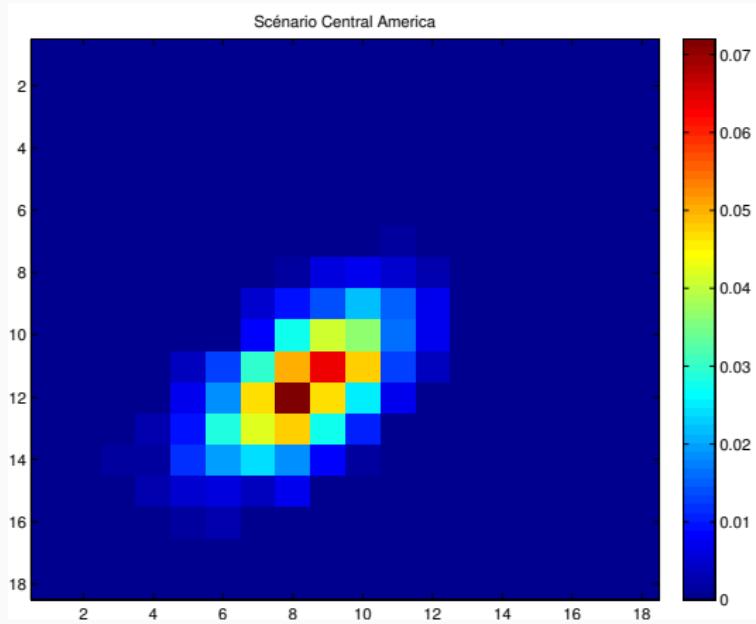
- Historique : La position de navires, les estimations de la vitesse du vent et sa direction durant l'ouragan, la dérive des survivants, etc.
- Statistique : La distribution statistique des vents et des courants dans la région.
- Analytique : Estimation de l'incertitude dans la navigation céleste, estimation de l'effet du vent sur la dérive du navire, estimation du courant produit par le vent.
- Subjectif : Pondérations représentant la qualité de l'information utilisée pour estimer la position du navire.

# La route supposée du Central America



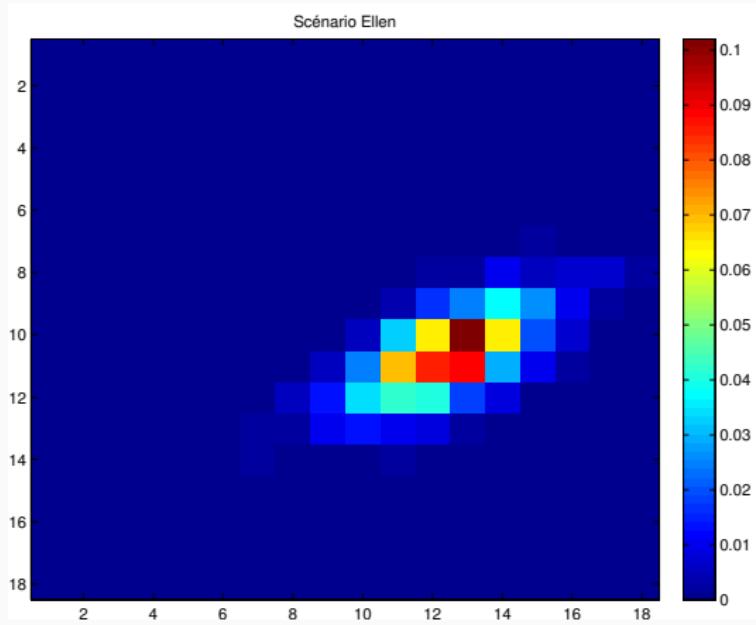
# Le scénario du Central America

Ce scénario est basé sur la position donnée verbalement par Herndon à G. Sherlock, le premier officier du *El Dorado* à 8h00 le samedi.



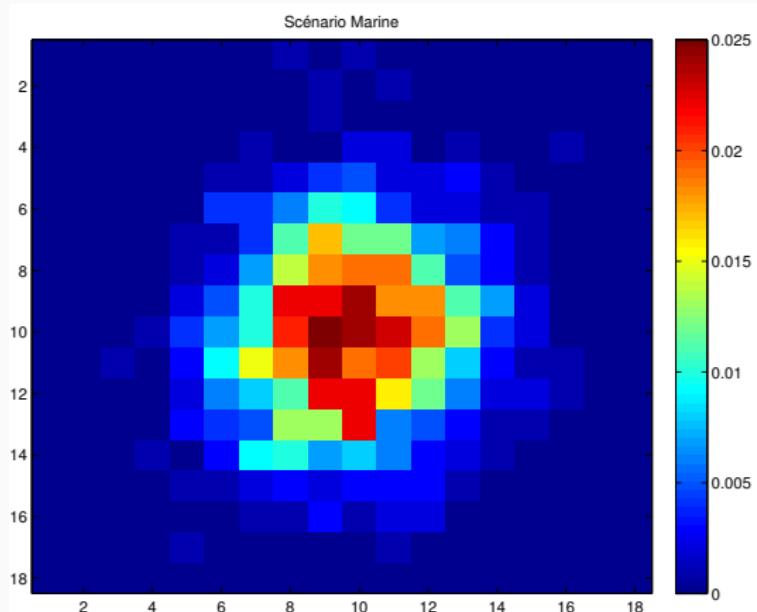
## Le scénario du *Ellen*

Ce scénario est basé sur la position présumée du *Central America* donnée par le capitaine du *Marine* en après-midi le samedi.



# Le scénario du *Marine*

Ce scénario est basé sur la position céleste donnée par le *Ellen* à 8h00 du matin le dimanche.

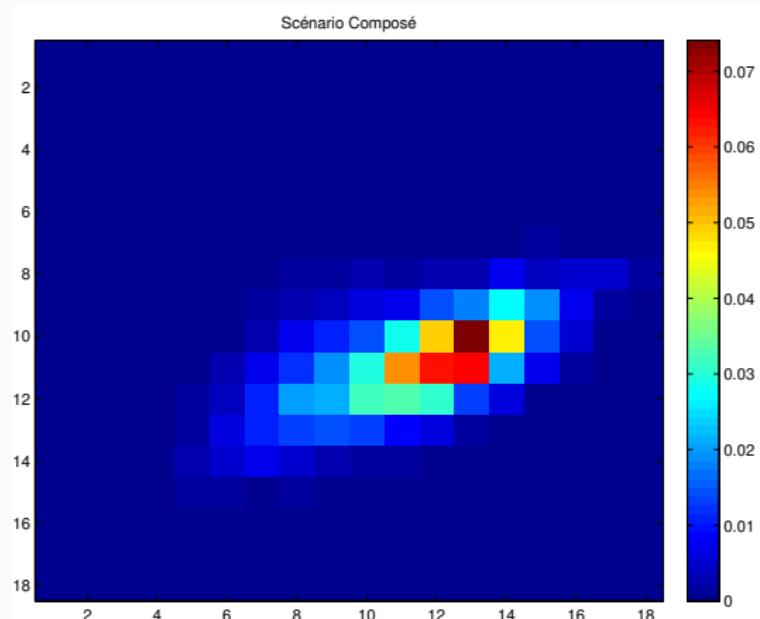


## Le scénario combinant les trois scénarios précédents

Le scénario combiné a été produit en utilisant les pondérations suivantes :

- Central America : 23%
- Ellen : 72%
- Marine : 5%

# Le scénario combinant les trois scénarios précédents : suite



# Central America

---

Nous effectuons une recherche du Central America.

# L'or retrouvé



## Conclusion

---

## Autres utilisations de la recherche bayésienne

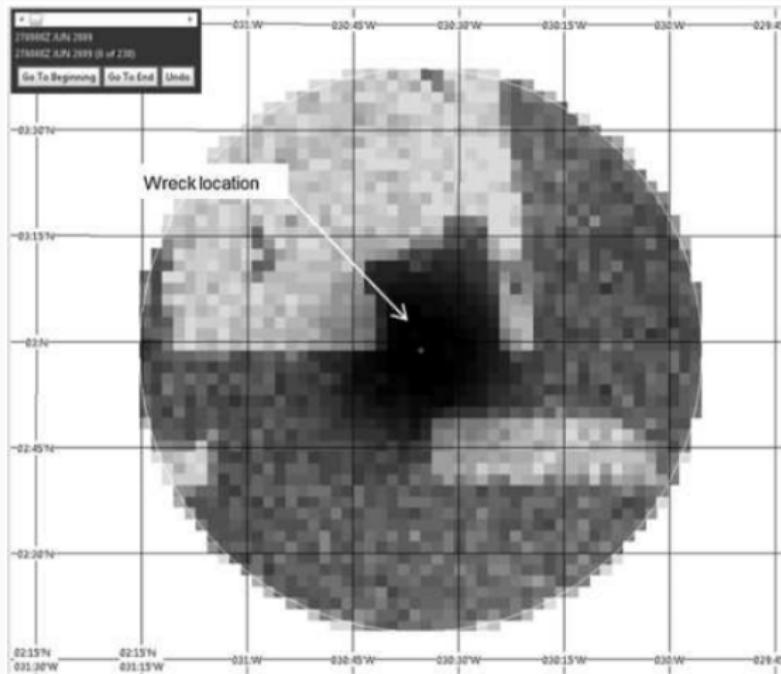
Le 31 mai 2009, lors d'un vol de Rio de Janeiro jusqu'à Paris, le vol AF 447 d'Air France disparut durant de violents orages au-dessus d'une zone désertée de l'Atlantique, transportant 228 passagers et membres d'équipage à leurs morts. Après deux ans de recherches infructueuses, le Bureau d'enquêtes et d'analyses pour la sécurité de l'aviation civile demanda à une firme de mathématiciens de développé une distribution de probabilités pour la localisation de l'avion qui prenait en compte la localisation de la chute ainsi que les efforts de recherches précédents.

La frégate brésilienne *Constituição* arrive au port de Recife, transportant la dérive de l'Airbus A330 d'Air France qui s'est abîmé en mer.



# AF 447 : suite

La distribution de probabilités utilisée pour trouver l'épave du vol d'Air France.



Questions?

## Bibliographie i

-  B. Moran.  
*The Day We Lost the H-Bomb : Cold War, Hot Nukes, and the Worst Nuclear Weapons Disaster in History.*  
Presidio Press, 2009.
-  H. R. Richardson and L. D. Stone.  
Operations analysis during the underwater search for scorpions.  
*Naval Research Logistics Quarterly*, 18(2) :141–157, 1971.
-  S. Sontag and C. Drew.  
*Blind Man's Bluff : The Untold Story Of American Submarine Espionage.*  
PublicAffairs, 1998.

## Bibliographie ii

-  L. D. Stone.  
**Search for ss "central america" : Mathematical treasure hunting.**  
*Interfaces*, 22(1) :32–54, jan.-fev. 1992.
-  L. D. Stone.  
**Revisiting the ss central america search.**  
In *2010 13th International Conference on Information Fusion*, 2010.
-  L. D. Stone, C. M. Keller, T. M. Kratzke, and J. P. Strumpfer.  
**Search for the wreckage of air france flight af 447.**  
*Statist. Sci.*, 29(1) :69–80, 02 2014.