

Statistiques et Probabilités avec R et le Tidyverse

Marc-André Désautels

2018-04-05

Contents

Introduction	5
I Pourquoi le tidyverse	7
1 Le tidyverse	9
1.1 Extensions	9
1.2 Installation	10
1.3 Les tidy data	10
1.4 Les tibbles	11
2 Les variables	19
2.1 Introduction	19
2.2 Les variables qualitatives	19
2.3 Variables quantitatives	21
3 Les types de représentation graphiques	23
4 Les différentes mesures	25
4.1 Les mesures de tendance centrale	25
4.2 Les mesures de dispersion	27
4.3 Les mesures de position	28

Introduction

Part I

Pourquoi le tidyverse

Chapter 1

Le tidyverse

Dans ce document, nous utiliserons l’extension `tidyverse` par (Wickham, 2017). Ce chapitre permettra d’introduire l’extension `tidyverse` mais surtout les principes qui la sous-tendent. Ce chapitre est inspiré de (Barnier, 2018) et (Wickham and Grolemund, 2017).

```
library(tidyverse)
library(questionr)
```

1.1 Extensions

Le terme *tidyverse* est une contraction de *tidy* (qu’on pourrait traduire par “bien rangé”) et de *universe*. En allant visiter le site internet de ces extensions <https://www.tidyverse.org/>, voici ce que nous pouvons trouver sur la première page du site:

The tidyverse is an opinionated collection of R packages designed for data science. All packages share an underlying design philosophy, grammar, and data structures.

que nous pourrions traduire par:

Le tidyverse est une collection dogmatique d’extensions pour le langage R conçues pour la science des données. Toutes les extensions partagent une philosophie sous-jacente de design, de grammaire et de structures de données.

Ces extensions abordent un très grand nombre d’opérations courantes dans R. L’avantage d’utiliser le `tidyverse` c’est qu’il permet de simplifier plusieurs opérations fréquentes et il introduit le concept de **tidy data**. De plus, la grammaire du `tidyverse` étant cohérente entre toutes ses extensions, en apprenant comment utiliser l’une de ces extensions, vous serez en monde connu lorsque viendra le temps d’apprendre de nouvelles extensions.

Nous utiliserons le `tidyverse` pour:

- Le concept de **tidy data**
- L’importation et/ou l’exportation de données
- La manipulation de variables
- La visualisation

Le `tidyverse` permet aussi de:

- Travailler avec des chaînes de caractères (du texte par exemple)
- Programmer
- Remettre en forme des données

- Extraire des données du Web
- Etc.

Pour en savoir plus, nous invitons le lecteur à se rendre au site du **tidyverse** <https://www.tidyverse.org/>. Le **tidyverse** est en grande partie issu des travaux de Hadley Wickham.

1.2 Installation

Pour installer les extensions du **tidyverse**, nous effectuons la commande suivante:

```
install.packages("tidyverse")
```

Une fois l'extension installée, il n'est pas nécessaire de la réinstaller à chaque fois que vous utilisez R. Par contre, vous devez charger l'extension à chaque fois que vous utilisez R.

Pour charger l'extension et l'utiliser dans R, nous effectuons la commande suivante:

```
library(tidyverse)
```

Cette commande va en fait charger plusieurs extensions qui constituent le **cœur** du **tidyverse**, à savoir :

- **ggplot2** (visualisation)
- **dplyr** (manipulation des données)
- **tidyr** (remise en forme des données)
- **purrr** (programmation)
- **readr** (importation de données)
- **tibble** (tableaux de données)
- **forcats** (variables qualitatives)
- **stringr** (chaînes de caractères)

Il existe d'autres extensions qui font partie du **tidyverse** mais qui doivent être chargées explicitement, comme par exemple **readxl** (pour l'importation de données depuis des fichiers Excel).

La liste complète des extensions se trouve sur le site officiel du **tidyverse** <https://www.tidyverse.org/packages/>.

1.3 Les tidy data

Le **tidyverse** est en partie fondé sur le concept de *tidy data*, développé à l'origine par Hadley Wickham dans un article du *Journal of Statistical Software*, voir (Wickham, 2014). Nous pourrions traduire ce concept par *données bien rangées*.

Il s'agit d'un modèle d'organisation des données qui vise à faciliter le travail souvent long et fastidieux de nettoyage et de préparation préalable à la mise en oeuvre de méthodes d'analyse. Dans ce livre, nous travaillerons toujours avec des *tidy data*. En réalité, la plupart des données rencontrées par les chercheurs ne sont pas *tidy*. Il existe une extension du **tidyverse** qui permet de faciliter la transformation de données *non tidy* en données *tidy*, l'extension **tidyr**. Nous ne verrons pas comment l'utiliser dans ce livre.

Les principes d'un jeu de données *tidy* sont les suivants :

1. chaque variable est une colonne
2. chaque observation est une ligne
3. chaque valeur doit être dans une cellule différente

La figure 1.1 montre ces règles de façon visuelle (l'image a été prise de (Wickham and Grolemund, 2017)).

Pourquoi s'assurer que vos données sont *tidy*? Il y a deux avantages importants:

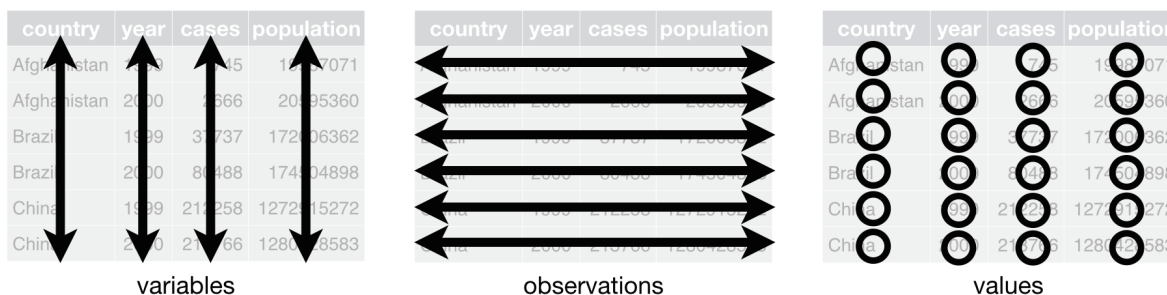


Figure 1.1: Suivre les trois principes rend les données tidy: les variables sont en colonnes, les observations sont sur des lignes, et chaque valeur est dans une cellule différente.

1. Un avantage général de choisir une seule façon de conserver vos données. Si vous utilisez une structure de données consistante, il est plus facile d'apprendre à utiliser les outils qui fonctionneront avec ce type de structure, étant donné que celles-ci possèdent une uniformité sous-jacente.
2. Un avantage spécifique de placer les variables en colonnes car ceci permet de *vectoriser* les opérations dans R. Ceci implique que vos fonctions seront plus rapides lorsque viendra le temps de les exécuter.

Voici un exemple de données *tidy* qui sont accessibles en R de base.

```
as_tibble(rownames_to_column(mtcars))
## # A tibble: 32 x 12
##   rowname      mpg   cyl  disp    hp  drat    wt   qsec    vs    am  gear
##   <chr>      <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl>
## 1 Mazda RX4      21.0     6.  160.   110.   3.90   2.62  16.5     0.     1.     4.
## 2 Mazda RX4 W~  21.0     6.  160.   110.   3.90   2.88  17.0     0.     1.     4.
## 3 Datsun 710     22.8     4.  108.    93.   3.85   2.32  18.6     1.     1.     4.
## 4 Hornet 4 Dr~  21.4     6.  258.   110.   3.08   3.22  19.4     1.     0.     3.
## 5 Hornet Spor~  18.7     8.  360.   175.   3.15   3.44  17.0     0.     0.     3.
## 6 Valiant       18.1     6.  225.   105.   2.76   3.46  20.2     1.     0.     3.
## # ... with 26 more rows, and 1 more variable: carb <dbl>
```

1.4 Les tibbles

Une autre particularité du *tidyverse* est que ces extensions travaillent avec des tableaux de données au format *tibble*, qui est une évolution plus moderne du classique *data frame* du R de base. Ce format est fourni et géré par l'extension du même nom (**tibble**), qui fait partie du cœur du *tidyverse*. La plupart des fonctions des extensions du *tidyverse* acceptent des *data frames* en entrée, mais retournent un objet de classe **tibble**.

Contrairement aux *data frames*, les *tibbles* :

- n'ont pas de noms de lignes (*rownames*)
- autorisent des noms de colonnes invalides pour les *data frames* (espaces, caractères spéciaux, nombres...)¹
- s'affichent plus intelligemment que les *data frames* : seules les premières lignes sont affichées, ainsi que quelques informations supplémentaires utiles (dimensions, types des colonnes...)
- ne font pas de *partial matching* sur les noms de colonnes²

¹Quand on veut utiliser des noms de ce type, on doit les entourer avec des *backticks* (`)

²Dans R de base, si une table **d** contient une colonne **qualif**, **d\$qual** retournera cette colonne.

- affichent un avertissement si on essaie d'accéder à une colonne qui n'existe pas

Pour autant, les tibbles restent compatibles avec les *data frames*. On peut ainsi facilement convertir un *data frame* en tibble avec `as_tibble` :

```
as_tibble(mtcars)
## # A tibble: 32 x 11
##   mpg   cyl  disp    hp  drat    wt   qsec    vs  am  gear  carb
##   <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl>
## 1  21.0   6.  160.  110.  3.90  2.62  16.5   0.   1.   4.   4.
## 2  21.0   6.  160.  110.  3.90  2.88  17.0   0.   1.   4.   4.
## 3  22.8   4.  108.   93.  3.85  2.32  18.6   1.   1.   4.   1.
## 4  21.4   6.  258.  110.  3.08  3.22  19.4   1.   0.   3.   1.
## 5  18.7   8.  360.  175.  3.15  3.44  17.0   0.   0.   3.   2.
## 6  18.1   6.  225.  105.  2.76  3.46  20.2   1.   0.   3.   1.
## # ... with 26 more rows
```

Si le *data frame* d'origine a des *rownames*, on peut d'abord les convertir en colonnes avec `rownames_to_columns` :

```
d <- as_tibble(rownames_to_column(mtcars))
d
## # A tibble: 32 x 12
##   rowname      mpg   cyl  disp    hp  drat    wt   qsec    vs  am  gear
##   <chr>      <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl> <dbl>
## 1 Mazda RX4      21.0   6.  160.  110.  3.90  2.62  16.5   0.   1.   4.
## 2 Mazda RX4 Wag  21.0   6.  160.  110.  3.90  2.88  17.0   0.   1.   4.
## 3 Datsun 710      22.8   4.  108.   93.  3.85  2.32  18.6   1.   1.   4.
## 4 Hornet 4 Dr~    21.4   6.  258.  110.  3.08  3.22  19.4   1.   0.   3.
## 5 Hornet Spor~    18.7   8.  360.  175.  3.15  3.44  17.0   0.   0.   3.
## 6 Valiant         18.1   6.  225.  105.  2.76  3.46  20.2   1.   0.   3.
## # ... with 26 more rows, and 1 more variable: carb <dbl>
```

À l'inverse, on peut à tout moment convertir un tibble en *data frame* avec `as.data.frame` :

```
as.data.frame(d)
##           rowname mpg cyl  disp  hp drat   wt  qsec vs am gear carb
## 1      Mazda RX4 21.0   6 160.0 110 3.90  2.62 16.5  0  1   4    4
## 2  Mazda RX4 Wag 21.0   6 160.0 110 3.90  2.88 17.0  0  1   4    4
## 3    Datsun 710 22.8   4 108.0  93 3.85  2.32 18.6  1  1   4    1
## 4  Hornet 4 Drive 21.4   6 258.0 110 3.08  3.21 19.4  1  0   3    1
## 5  Hornet Sportabout 18.7   8 360.0 175 3.15  3.44 17.0  0  0   3    2
## 6      Valiant 18.1   6 225.0 105 2.76  3.46 20.2  1  0   3    1
## 7      Duster 360 14.3   8 360.0 245 3.21  3.57 15.8  0  0   3    4
## 8      Merc 240D 24.4   4 146.7  62 3.69  3.19 20.0  1  0   4    2
## 9      Merc 230 22.8   4 140.8  95 3.92  3.15 22.9  1  0   4    2
## 10     Merc 280 19.2   6 167.6 123 3.92  3.44 18.3  1  0   4    4
## 11     Merc 280C 17.8   6 167.6 123 3.92  3.44 18.9  1  0   4    4
## 12     Merc 450SE 16.4   8 275.8 180 3.07  4.07 17.4  0  0   3    3
## 13     Merc 450SL 17.3   8 275.8 180 3.07  3.73 17.6  0  0   3    3
## 14     Merc 450SLC 15.2   8 275.8 180 3.07  3.78 18.0  0  0   3    3
## 15 Cadillac Fleetwood 10.4   8 472.0 205 2.93  5.25 18.0  0  0   3    4
## 16 Lincoln Continental 10.4   8 460.0 215 3.00  5.42 17.8  0  0   3    4
## 17  Chrysler Imperial 14.7   8 440.0 230 3.23  5.34 17.4  0  0   3    4
## 18      Fiat 128 32.4   4  78.7  66 4.08  2.20 19.5  1  1   4    1
## 19     Honda Civic 30.4   4  75.7  52 4.93  1.61 18.5  1  1   4    2
## 20   Toyota Corolla 33.9   4  71.1  65 4.22  1.83 19.9  1  1   4    1
```

## 21	Toyota Corona	21.5	4	120.1	97	3.70	2.46	20.0	1	0	3	1
## 22	Dodge Challenger	15.5	8	318.0	150	2.76	3.52	16.9	0	0	3	2
## 23	AMC Javelin	15.2	8	304.0	150	3.15	3.44	17.3	0	0	3	2
## 24	Camaro Z28	13.3	8	350.0	245	3.73	3.84	15.4	0	0	3	4
## 25	Pontiac Firebird	19.2	8	400.0	175	3.08	3.85	17.1	0	0	3	2
## 26	Fiat X1-9	27.3	4	79.0	66	4.08	1.94	18.9	1	1	4	1
## 27	Porsche 914-2	26.0	4	120.3	91	4.43	2.14	16.7	0	1	5	2
## 28	Lotus Europa	30.4	4	95.1	113	3.77	1.51	16.9	1	1	5	2
## 29	Ford Pantera L	15.8	8	351.0	264	4.22	3.17	14.5	0	1	5	4
## 30	Ferrari Dino	19.7	6	145.0	175	3.62	2.77	15.5	0	1	5	6
## 31	Maserati Bora	15.0	8	301.0	335	3.54	3.57	14.6	0	1	5	8
## 32	Volvo 142E	21.4	4	121.0	109	4.11	2.78	18.6	1	1	4	2

Là encore, on peut convertir la colonne `rowname` en “vrais” *rownames* avec `column_to_rownames` :

```
column_to_rownames(as.data.frame(d))
##      mpg cyl  disp  hp drat   wt  qsec vs am gear carb
## Mazda RX4      21.0   6  160.0  110 3.90 2.62 16.5  0  1    4    4
## Mazda RX4 Wag  21.0   6  160.0  110 3.90 2.88 17.0  0  1    4    4
## Datsun 710     22.8   4  108.0   93 3.85 2.32 18.6  1  1    4    1
## Hornet 4 Drive  21.4   6  258.0  110 3.08 3.21 19.4  1  0    3    1
## Hornet Sportabout 18.7   8  360.0  175 3.15 3.44 17.0  0  0    3    2
## Valiant        18.1   6  225.0  105 2.76 3.46 20.2  1  0    3    1
## Duster 360     14.3   8  360.0  245 3.21 3.57 15.8  0  0    3    4
## Merc 240D      24.4   4  146.7   62 3.69 3.19 20.0  1  0    4    2
## Merc 230       22.8   4  140.8   95 3.92 3.15 22.9  1  0    4    2
## Merc 280       19.2   6  167.6  123 3.92 3.44 18.3  1  0    4    4
## Merc 280C      17.8   6  167.6  123 3.92 3.44 18.9  1  0    4    4
## Merc 450SE     16.4   8  275.8  180 3.07 4.07 17.4  0  0    3    3
## Merc 450SL     17.3   8  275.8  180 3.07 3.73 17.6  0  0    3    3
## Merc 450SLC    15.2   8  275.8  180 3.07 3.78 18.0  0  0    3    3
## Cadillac Fleetwood 10.4   8  472.0  205 2.93 5.25 18.0  0  0    3    4
## Lincoln Continental 10.4   8  460.0  215 3.00 5.42 17.8  0  0    3    4
## Chrysler Imperial 14.7   8  440.0  230 3.23 5.34 17.4  0  0    3    4
## Fiat 128       32.4   4   78.7   66 4.08 2.20 19.5  1  1    4    1
## Honda Civic     30.4   4   75.7   52 4.93 1.61 18.5  1  1    4    2
## Toyota Corolla  33.9   4   71.1   65 4.22 1.83 19.9  1  1    4    1
## Toyota Corona   21.5   4  120.1   97 3.70 2.46 20.0  1  0    3    1
## Dodge Challenger 15.5   8  318.0  150 2.76 3.52 16.9  0  0    3    2
## AMC Javelin    15.2   8  304.0  150 3.15 3.44 17.3  0  0    3    2
## Camaro Z28     13.3   8  350.0  245 3.73 3.84 15.4  0  0    3    4
## Pontiac Firebird 19.2   8  400.0  175 3.08 3.85 17.1  0  0    3    2
## Fiat X1-9      27.3   4   79.0   66 4.08 1.94 18.9  1  1    4    1
## Porsche 914-2  26.0   4  120.3   91 4.43 2.14 16.7  0  1    5    2
## Lotus Europa   30.4   4   95.1  113 3.77 1.51 16.9  1  1    5    2
## Ford Pantera L  15.8   8  351.0  264 4.22 3.17 14.5  0  1    5    4
## Ferrari Dino   19.7   6  145.0  175 3.62 2.77 15.5  0  1    5    6
## Maserati Bora   15.0   8  301.0  335 3.54 3.57 14.6  0  1    5    8
## Volvo 142E     21.4   4  121.0  109 4.11 2.78 18.6  1  1    4    2
```

Les deux fonctions `column_to_rownames` et `rownames_to_column` acceptent un argument supplémentaire `var` qui permet d’indiquer un nom de colonne autre que le nom `rowname` utilisé par défaut pour créer ou identifier la colonne contenant les noms de lignes.

Pour être en mesure d’effectuer des calculs statistiques, il nous faut une structure qui soit en mesure de

garder en mémoire une base de données. Ces structures se nomment des “tibbles” dans R.

1.4.1 Prérequis

Pour être en mesure d’utiliser le paquetage **tibble**, nous devons charger le paquetage **tibble** et le paquetage **knitr**. Pour ce faire, il suffit d’utiliser la commande suivante:

```
library(tibble)
library(knitr)
```

Si vous exécutez ce code et vous recevez le message d’erreur suivant “there is no package called ‘tibble’”, vous allez devoir installer le paquetage et ensuite charger la librairie.

```
install.packages("tibble")
library(tibble)
```

Vous faites la même chose pour le paquetage **knitr**.

Vous devez installer le paquetage une seule fois, mais vous devez le charger à chaque fois que vous démarrez une session en R.

1.4.2 Un exemple de “tibble”

Pour comprendre ce qu’est un “tibble”, nous allons utiliser deux paquets: “nycflights13” et “diamonds”. Si ce n’est pas déjà fait, vous devez les installer et ensuite les charger.

```
library(nycflights13)
library(ggplot2)
```

Nous allons étudier le paquetage “nycflights13” qui contient 5 bases de données contenant des informations concernant les vols intérieurs en partance de New York en 2013, à partir des aéroports de Newark Liberty International (EWR), John F. Kennedy International (JFK) ou LaGuardia (LGA). Les 5 bases de données sont les suivantes:

- flights: information sur les 336,776 vols
- airlines: lien entre les codes IATA de deux lettres et les noms de compagnies d’aviation (16 au total)
- planes: information de construction sur les 3 322 avions utilisés
- weather: données météo à chaque heure (environ 8 710 observations) pour chacun des trois aéroports.
- airports: noms des aéroports et localisations

1.4.3 La base de données flights

Pour visualiser facilement une base de données sous forme “tibble”, il suffit de taper son nom dans la console. Nous allons utiliser la base de données flights. Par exemple:

```
flights
## # A tibble: 336,776 x 19
##   year month   day dep_time sched_dep_time dep_delay arr_time
##   <int> <int> <int>   <int>         <int>         <dbl>   <int>
## 1  2013     1     1     517           515           2.     830
## 2  2013     1     1     533           529           4.     850
## 3  2013     1     1     542           540           2.     923
## 4  2013     1     1     544           545          -1.    1004
## 5  2013     1     1     554           600          -6.     812
## 6  2013     1     1     554           558          -4.     740
```

```
## # ... with 3.368e+05 more rows, and 12 more variables:
## #   sched_arr_time <int>, arr_delay <dbl>, carrier <chr>, flight <int>,
## #   tailnum <chr>, origin <chr>, dest <chr>, air_time <dbl>,
## #   distance <dbl>, hour <dbl>, minute <dbl>, time_hour <dtm>
```

Nous allons décortiquer la sortie console:

- A tibble: 336,776 x 19: un “tibble” est une façon de représenter une base de données en R. Cette base de données possède:
 - 336 776 lignes
 - 19 colonnes correspondant aux 19 variables décrivant chacune des observations
- year month day dep_time sched_dep_time dep_delay arr_time sont différentes colonnes, en d’autres mots des variables, de cette base de données.
- Nous avons ensuite 10 lignes d’observations correspondant à 10 vols
- ... with 336,766 more rows, and 12 more variables: nous indique que 336 766 lignes et 12 autres variables ne pouvaient pas être affichées à l’écran.

Malheureusement cette sortie écran ne nous permet pas d’explorer les données correctement. Nous verrons à la section 1.4.5 comment explorer des tibbles.

1.4.4 La base de données diamonds

La base de données **diamonds** est composée des variables suivantes:

- **price** : prix en dollars US
- **carat** : poids du diamant en grammes
- **cut** : qualité de la coupe (Fair, Good, Very Good, Premium, Ideal)
- **color** : couleur du diamant (J (pire) jusqu’à D (meilleur))
- **clarity** : une mesure de la clarté du diamant (I1 (pire), SI2, SI1, VS2, VS1, VVS2, VVS1, IF (meilleur))
- **x** : longueur en mm
- **y** : largeur en mm
- **z** : hauteur en mm
- **depth** : $z / \text{mean}(x, y) = 2 * z / (x + y)$
- **table** : largeur du dessus du diamant par rapport à son point le plus large

```
diamonds
## # A tibble: 53,940 x 10
##   carat cut      color clarity depth table price      x      y      z
##   <dbl> <ord>    <ord> <ord>   <dbl> <dbl> <int> <dbl> <dbl> <dbl>
## 1 0.230 Ideal    E     SI2     61.5   55.   326  3.95  3.98  2.43
## 2 0.210 Premium E     SI1     59.8   61.   326  3.89  3.84  2.31
## 3 0.230 Good    E     VS1     56.9   65.   327  4.05  4.07  2.31
## 4 0.290 Premium I     VS2     62.4   58.   334  4.20  4.23  2.63
## 5 0.310 Good    J     SI2     63.3   58.   335  4.34  4.35  2.75
## 6 0.240 Very Good J     VVS2     62.8   57.   336  3.94  3.96  2.48
## # ... with 5.393e+04 more rows
```

1.4.5 Comment explorer des “tibbles”

Voici les façons les plus communes de comprendre les données se trouvant à l’intérieur d’un “tibble”:

1. En utilisant la fonction ``View()`` de RStudio.C'est la commande que nous utiliserons le plus fr?quemment
2. En utilisant la fonction ``glimpse()`` du paquetage knitr
3. En utilisant la fonction ``kable()``

4. En utilisant l'opérateur ``$`` pour étudier une seule variable d'une base de données

1. `View()`:

Exécutez `View(flights)` dans la console de RStudio et explorez la base de données obtenue.

Nous remarquons que chaque colonnes représentent une variable différente et que ces variables peuvent être de différents types. Certaines de ces variables, comme `distance`, `day` et `arr_delay` sont des variables dites quantitatives. Ces variables sont numériques par nature. D'autres variables sont dites qualitatives.

Si vous regardez la colonne à l'extrême-gauche de la sortie de `View(flights)`, vous verrez une colonne de nombres. Ces nombres représentent les numéros de ligne de la base de données. Si vous vous promenez sur une ligne de même nombre, par exemple la ligne 5, vous étudiez une unité statistique.

2. `glimpse()`:

La seconde façon d'explorer une base de données est d'utiliser la fonction `glimpse()`. Cette fonction nous donne la majorité de l'information précédente et encore plus.

```
glimpse(flights)
## Observations: 336,776
## Variables: 19
## $ year      <int> 2013, 2013, 2013, 2013, 2013, 2013, 2013, 2013,...
## $ month     <int> 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,...
## $ day       <int> 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,...
## $ dep_time  <int> 517, 533, 542, 544, 554, 554, 555, 557, 557, 55...
## $ sched_dep_time <int> 515, 529, 540, 545, 600, 558, 600, 600, 600, 60...
## $ dep_delay <dbl> 2, 4, 2, -1, -6, -4, -5, -3, -3, -2, -2, -2, -2...
## $ arr_time  <int> 830, 850, 923, 1004, 812, 740, 913, 709, 838, 7...
## $ sched_arr_time <int> 819, 830, 850, 1022, 837, 728, 854, 723, 846, 7...
## $ arr_delay <dbl> 11, 20, 33, -18, -25, 12, 19, -14, -8, 8, -2, -...
## $ carrier   <chr> "UA", "UA", "AA", "B6", "DL", "UA", "B6", "EV",...
## $ flight    <int> 1545, 1714, 1141, 725, 461, 1696, 507, 5708, 79...
## $ tailnum   <chr> "N14228", "N24211", "N619AA", "N804JB", "N668DN...
## $ origin    <chr> "EWR", "LGA", "JFK", "JFK", "LGA", "EWR", "EWR"...
## $ dest      <chr> "IAH", "IAH", "MIA", "BQN", "ATL", "ORD", "FLL"...
## $ air_time  <dbl> 227, 227, 160, 183, 116, 150, 158, 53, 140, 138...
## $ distance  <dbl> 1400, 1416, 1089, 1576, 762, 719, 1065, 229, 94...
## $ hour      <dbl> 5, 5, 5, 5, 6, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 5,...
## $ minute    <dbl> 15, 29, 40, 45, 0, 58, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, ...
## $ time_hour <dtm> 2013-01-01 05:00:00, 2013-01-01 05:00:00, 2013...
```

3. `kable()`:

La dernière façon d'étudier l'entière de la base de données est d'utiliser la fonction `kable()`. Nous allons explorer les codes des différentes compagnies d'aviation de deux façons.

```
airlines
## # A tibble: 16 x 2
##   carrier name
##   <chr>   <chr>
## 1 9E      Endeavor Air Inc.
## 2 AA      American Airlines Inc.
## 3 AS      Alaska Airlines Inc.
## 4 B6      JetBlue Airways
## 5 DL      Delta Air Lines Inc.
## 6 EV      ExpressJet Airlines Inc.
## # ... with 10 more rows
kable(airlines)
```


carrier	name
9E	Endeavor Air Inc.
AA	American Airlines Inc.
AS	Alaska Airlines Inc.
B6	JetBlue Airways
DL	Delta Air Lines Inc.
EV	ExpressJet Airlines Inc.
F9	Frontier Airlines Inc.
FL	AirTran Airways Corporation
HA	Hawaiian Airlines Inc.
MQ	Envoy Air
OO	SkyWest Airlines Inc.
UA	United Air Lines Inc.
US	US Airways Inc.
VX	Virgin America
WN	Southwest Airlines Co.
YV	Mesa Airlines Inc.

À première vue, les deux sorties sont semblables sauf que la seconde est beaucoup plus agréable visuellement dans un document R Markdown.

4. L'opérateur \$:

Finalement, l'opérateur `$` nous permet d'explorer une seule variable à l'intérieur d'une base de données. Par exemple, si nous désirons étudier la variable `name` de la base de données `airlines`, nous obtenons:

```
airlines$name
## [1] "Endeavor Air Inc."      "American Airlines Inc."
## [3] "Alaska Airlines Inc."  "JetBlue Airways"
## [5] "Delta Air Lines Inc."  "ExpressJet Airlines Inc."
## [7] "Frontier Airlines Inc." "AirTran Airways Corporation"
## [9] "Hawaiian Airlines Inc." "Envoy Air"
## [11] "SkyWest Airlines Inc." "United Air Lines Inc."
## [13] "US Airways Inc."      "Virgin America"
## [15] "Southwest Airlines Co." "Mesa Airlines Inc."
```


Chapter 2

Les variables

2.1 Introduction

Chacune des notions étudiées par le chercheur porte le nom de variable. C’est logique, puisque les données recueillies vont varier d’une unité statistique à une autre. On distingue quatre types de variables séparées en deux grandes catégories : les variables qualitatives et les variables quantitatives.

2.1.1 Mise en place

Dans ce chapitre, nous introduirons les différents types de variables et les façons avec lesquelles nous pouvons les utiliser en langage R. Nous utiliserons la librairie **tidyverse** et en particulier l’extension **forcats** pour travailler avec des variables qualitatives. Puisque l’extension **forcats** fait partie du **tidyverse** de base, nous avons simplement à charger **tidyverse**.

```
library(tidyverse)
```

2.2 Les variables qualitatives

Une variable qualitative est une variable dont les résultats possibles sont des **mots**. Les différents **mots** que peuvent prendre une telle variable sont appelées des **modalités**. Il existe deux types de variables qualitatives.

2.2.1 Variables qualitatives à échelle nominale

On observe ce type de variable lorsqu’il n’y a pas d’ordre croissant naturel dans les **modalités** de la variable. Par exemple, la variable *couleur des cheveux* est à échelle nominale. L’ordre “blonds, bruns, roux, noirs, autre” est un ordre aussi valable que “bruns, noirs, roux, blonds, autre”.

Imaginons que vous vouliez créer une variable qui indique le mois de l’année:

```
x1 <- c("Déc", "Avr", "Jan", "Mar")
```

L’approche précédente pose deux problèmes:

1. Il n’y a que douze mois possibles et rien ne vous empêche de vous tromper dans votre entrée de modalités:

```
x2 <- c("Déc", "Avr", "Jan", "Mar")
```

2. Les modalités ne seront pas affichées dans un ordre logique

```
# La commande "sort" permet de trier les données
sort(x1)
## [1] "Avr" "Déc" "Jan" "Mar"
```

Nous pouvons résoudre ce problème en utilisant un **facteur** (**factor** en R). Pour créer un facteur, vous devez créer en premier lieu une liste avec **toutes les modalités possibles placées dans l'ordre qui vous convient** (**levels** en R):

```
niveaux_mois <- c(
  "Jan", "Fév", "Mar", "Avr", "Mai", "Jun",
  "Jui", "Aoû", "Sep", "Oct", "Nov", "Déc"
)
```

Vous pouvez maintenant créer un facteur:

```
y1 <- factor(x1, levels = niveaux_mois)
y1
## [1] Déc Avr Jan Mar
## Levels: Jan Fév Mar Avr Mai Jun Jui Aoû Sep Oct Nov Déc
sort(y1)
## [1] Jan Mar Avr Déc
## Levels: Jan Fév Mar Avr Mai Jun Jui Aoû Sep Oct Nov Déc
```

Si certaines modalités ne sont pas dans votre liste de levels, elles seront converties en NA:

```
y2 <- factor(x2, levels = niveaux_mois)
y2
## [1] Déc  Avr  <NA> Mar
## Levels: Jan Fév Mar Avr Mai Jun Jui Aoû Sep Oct Nov Déc
```

Si vous n'utilisez pas vos levels, vos modalités seront affichées en ordre alphabétique:

```
factor(x1)
## [1] Déc Avr Jan Mar
## Levels: Avr Déc Jan Mar
```

Le fait qu'il y ait un **ordre** dans les modalités n'est pas suffisant pour dire qu'une variable qualitative n'est pas nominale. Dans l'exemple précédent, bien que les mois de l'année soient toujours énumérés dans un certain ordre, il serait faux de dire que Janvier < Février par exemple.

Nous pourrions créer une variable qui contient la couleur des cheveux sans indiquer de levels. De cette façon, les données seront triées en ordre alphabétique:

```
x3 <- c("blonds", "bruns", "roux", "noirs", "autre")
sort(x3)
## [1] "autre" "blonds" "bruns" "noirs" "roux"
```

Nous allons maintenant utiliser de vraies données provenant du General Social Survey, qui est un sondage produit par une organisation de recherche indépendante NORC à l'Université de Chicago. Le sondage original comporte des milliers de questions, la base de données `forcats::gss_cat` n'en contient que quelques unes.

```
gss_cat
## # A tibble: 21,483 x 9
##   year marital      age race rincome partyid  relig  denom tvhours
##   <int> <fct>      <int> <fct> <fct>   <fct>   <fct> <fct>   <int>
## 1  2000 Never married    26 White $8000 t~ Ind,near~ Prote~ South~    12
```

```
## 2 2000 Divorced      48 White $8000 t~ Not str ~ Prote~ Bapti~      NA
## 3 2000 Widowed      67 White Not app~ Independ~ Prote~ No de~      2
## 4 2000 Never married 39 White Not app~ Ind,near~ Ortho~ Not a~      4
## 5 2000 Divorced      25 White Not app~ Not str ~ None   Not a~      1
## 6 2000 Married       25 White $20000 ~ Strong d~ Prote~ South~      NA
## # ... with 2.148e+04 more rows
```

Pour visualiser les levels d'une variable facilement, nous pouvons utiliser la fonction `unique` qui retourne toutes les modalités différentes rencontrées pour cette variable. Voici par exemple les modalités et les levels pour les variables `race` et `marital`

```
unique(gss_cat$race)
## [1] White Black Other
## Levels: Other Black White Not applicable
unique(gss_cat$marital)
## [1] Never married Divorced      Widowed      Married      Separated
## [6] No answer
## Levels: No answer Never married Separated Divorced Widowed Married
```

2.2.2 Variables qualitatives à échelle ordinale

On observe ce type de variable lorsqu'il existe un ordre croissant dans les modalités de la variable. Par exemple, la variable *degré de satisfaction* est à échelle ordinale. Il est possible de classer les modalités en ordre décroissant en écrivant : Très satisfait > Satisfait > Insatisfait > Très insatisfait.

Pour créer une variable qualitative à échelle ordinale en R, nous pouvons utiliser la même technique vue à la section 2.2.1. Nous pouvons donc avoir :

```
z <- c("Satisfait", "Très insatisfait", "Insatisfait", "Très insatisfait", "Insatisfait")
niveaux_satisfaction <- c("Très insatisfait", "Insatisfait", "Satisfait", "Très satisfait")
z1 <- factor(z, levels = niveaux_satisfaction)
sort(z1)
## [1] Très insatisfait Très insatisfait Insatisfait      Insatisfait
## [5] Satisfait
## Levels: Très insatisfait Insatisfait Satisfait Très satisfait
```

Il est aussi possible d'utiliser des **facteurs ordonnés**. Nous devons utiliser encore la commande `factor` en ajoutant l'option `ordered=TRUE`. Par exemple :

```
z2 <- factor(z, levels = niveaux_satisfaction, ordered = TRUE)
sort(z2)
## [1] Très insatisfait Très insatisfait Insatisfait      Insatisfait
## [5] Satisfait
## 4 Levels: Très insatisfait < Insatisfait < ... < Très satisfait
```

Remarquons que dans la liste **Levels**, R ajoute les symboles < pour indiquer que la variable possède un ordre. Il n'est pas nécessaire de travailler avec des facteurs ordonnés.

2.3 Variables quantitatives

Une variable quantitative est une variable dont les résultats possibles sont des **nombres**. Les différents nombres que peuvent prendre une telle variable sont appelées des **valeurs**.

2.3.1 Variables quantitatives discrètes

On observe ce type de variable lorsque les valeurs sont énumérables, c'est-à-dire lorsqu'il n'existe pas de valeur possible entre deux valeurs consécutives. Par exemple, la variable *nombre de cours suivis pendant cette session* est une variable quantitative discrète. Les valeurs de ces variables peuvent être : 3, 4, 5, 6, 7,... Il est impossible de suivre 4,6 cours durant une session.

Dans la base de données `nycflights13`, la variable `engines` provenant des données `planes` est une variable quantitative discrète. Cette variable représente le nombre de moteurs de l'avion en question.

```
unique(planes$engines)
## [1] 2 1 4 3
```

Dans la sortie R les valeurs ne sont pas en ordre croissant mais elles le seront lorsque nous les représenterons sous forme de tableau ou de graphique.

2.3.1.1 Variables quantitatives continues

On observe ce type de variable lorsqu'il existe une infinité de valeurs entre deux autres. Par exemple, la variable *masse d'un étudiant (en lbs)* est une variable quantitative continue. Entre 130 et 131 lbs, il existe une infinité de valeurs telles que 130,54 lbs.

Dans la base de données `diamonds`, nous allons observer la variable `carat`. Voici les 25 premiers éléments de ces valeurs.

```
diamonds$carat[1:25]
## [1] 0.23 0.21 0.23 0.29 0.31 0.24 0.24 0.26 0.22 0.23 0.30 0.23 0.22 0.31
## [15] 0.20 0.32 0.30 0.30 0.30 0.30 0.30 0.30 0.23 0.23 0.31 0.31
```

Chapter 3

Les types de représentation graphiques

Chapter 4

Les différentes mesures

Dans ce chapitre, nous verrons comment utiliser R pour calculer les mesures importantes permettant de résumer des données.

Nous allons charger les paquets que nous allons utiliser:

```
library(questionr)
library(ggplot2)
library(nycflights13)
```

4.1 Les mesures de tendance centrale

Les mesures de tendance centrale permettent de déterminer où se situe le « centre » des données. Les trois mesures de tendance centrale sont le mode, la moyenne et la médiane.

4.1.1 Le mode

Le mode est la **modalité**, **valeur** ou **classe** possédant la plus grande fréquence. En d'autres mots, c'est la donnée la plus fréquente.

Puisque le mode se préoccupe seulement de la donnée la plus fréquente, il n'est pas influencé par les valeurs extrêmes.

Lorsque le mode est une classe, il est appelé **classe modale**.

Le mode est noté **Mo**.

Le langage R ne possède pas de fonction permettant de calculer le mode. La façon la plus simple de le calculer est d'utiliser la fonction `table` de R.

Par exemple, si nous voulons connaître le mode de la variable `cut` de la base de données `diamonds`:

```
table(diamonds$cut)
##
##      Fair      Good Very Good   Premium     Ideal
##      1610     4906     12082     13791     21551
```

Nous remarquons que le maximum est à la modalité *Ideal* avec une fréquence de 21551.

Si nous nous intéressons au mode d'une variable quantitative discrète comme `cyl` de la base de données `mtcars` nous obtenons:

```
table(mtcars$cyl)
##
##  4  6  8
## 11  7 14
```

Nous remarquons que le maximum est à la valeur 8 avec une fréquence de 14.

Dans le cas d'une variable quantitative continue, pour calculer le mode, il faut commencer par séparer les données en classes. Nous utiliserons les mêmes classes utilisées à la section

```
carat_class = cut(diamonds$carat,
                  breaks = seq(from = 0, to = 6, by = 1),
                  right = FALSE)
table(carat_class)
## carat_class
## [0,1) [1,2) [2,3) [3,4) [4,5) [5,6)
## 34880 16906 2114   34     5     1
```

La classe modale est donc la classe $[0,1)$ avec une fréquence de 34880.

4.1.2 La médiane

La médiane, notée **Md**, est la valeur qui sépare une série de données classée en ordre croissant en deux parties égales.

La médiane étant la valeur du milieu, elle est la valeur où le pourcentage cumulé atteint 50%.

Puisque la médiane se préoccupe seulement de déterminer où se situe le centre des données, elle n'est pas influencée par les valeurs extrêmes. Elle est donc une mesure de tendance centrale plus fiable que la moyenne.

Important : La médiane n'est définie que pour les variables quantitatives. En effet, si vous tentez d'utiliser la médiane pour des données autres que numériques, R vous donnera un message d'erreur.

La fonction `median` permet de calculer la médiane en langage R.

Par exemple, pour calculer la médiane de la variable `carat` de la base de données `diamonds`, nous avons:

```
median(diamonds$carat)
## [1] 0.7
```

Ceci signifie que 50% des diamants ont une valeur en carat inférieure ou égale à 0.7 et que 50% des diamants ont une valeur en carat supérieure ou égale à 0.7.

Nous pouvons aussi obtenir que la médiane de la variable `price` de la base de données `diamonds` est donnée par:

```
median(diamonds$price)
## [1] 2401
```

4.1.3 La moyenne

La moyenne est la valeur qui pourrait remplacer chacune des données d'une série pour que leur somme demeure identique. Intuitivement, elle représente le centre d'équilibre d'une série de données. La somme des distances qui sépare les données plus petites que la moyenne devrait être la même que la somme des distances qui sépare les données plus grandes.

Important : La moyenne n'est définie que pour les variables quantitatives. En effet, si vous tentez d'utiliser la moyenne pour des données autres que numériques, R vous donnera un message d'erreur.

La fonction `mean` permet de calculer la moyenne en langage R.

Par exemple, pour calculer la moyenne de la variable `carat` de la base de données `diamonds`, nous avons:

```
mean(diamonds$carat)
## [1] 0.798
```

Nous pouvons aussi obtenir que la moyenne de la variable `price` de la base de données `diamonds` est donnée par:

```
mean(diamonds$price)
## [1] 3933
```

4.2 Les mesures de dispersion

Les mesures de tendance centrale (mode, moyenne et médiane) ne permettent pas de déterminer si une série de données est principalement située autour de son centre, ou si au contraire elle est très dispersée.

Les mesures de dispersion, elles, permettent de déterminer si une série de données est centralisée autour de sa moyenne, ou si elle est au contraire très dispersée.

Les mesures de dispersion sont l'étendue, la variance, l'écart-type et le coefficient de variation.

4.2.1 L'étendue

La première mesure de dispersion, l'étendue, est la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale.

L'étendue ne tenant compte que du maximum et du minimum, elle est grandement influencée par les valeurs extrêmes. Elle est donc une mesure de dispersion peu fiable.

La fonction `range` permet de calculer l'étendue d'une variable en langage R.

Par exemple, pour calculer l'étendue de la variable `carat` de la base de données `diamonds`, nous avons:

```
range(diamonds$carat)
## [1] 0.20 5.01
```

Nous pouvons donc calculer l'étendue de la variable `carat` en soustrayant les deux valeurs obtenues par la fonction `range`, c'est-à-dire que l'étendue est $5.01 - 0.2 = 4.81$.

4.2.2 La variance

La variance sert principalement à calculer l'écart-type, la mesure de dispersion la plus connue.

Attention : Les unités de la variance sont des unités².

La fonction `var` permet de calculer la variance d'une variable en langage R.

Par exemple, pour calculer la variance de la variable `carat` de la base de données `diamonds`, nous avons:

```
var(diamonds$carat)
## [1] 0.225
```

Ceci signifie que la variance de la variable `carat` est 0.225 carat^2 .

4.2.3 L'écart-type

L'écart-type est la mesure de dispersion la plus couramment utilisée. Il peut être vu comme la « moyenne » des écarts entre les données et la moyenne.

Puisque l'écart-type tient compte de chacune des données, il est une mesure de dispersion beaucoup plus fiable que l'étendue.

Il est défini comme la racine carrée de la variance.

La fonction `sd` permet de calculer l'écart-type d'une variable en langage R.

Par exemple, pour calculer l'écart-type de la variable `carat` de la base de données `diamonds`, nous avons:

```
sd(diamonds$carat)
## [1] 0.474
```

Ceci signifie que l'écart-type de la variable `carat` est 0.474 carat.

4.2.4 Le coefficient de variation

Le coefficient de variation, noté C. V., est calculé comme suit :

$$C.V. = \frac{\text{ecart-type}}{\text{moyenne}} \times 100\% \quad (4.1)$$

Si le coefficient est inférieur à 15%, les données sont dites **homogènes**. Cela veut dire que les données sont situées près les unes des autres.

Dans le cas contraire, les données sont dites **hétérogènes**. Cela veut dire que les données sont très dispersées.

Important : Le coefficient de variation ne possède pas d'unité, outre le symbole de pourcentage.

Il n'existe pas de fonctions en R permettant de calculer directement le coefficient de variation. Par contre, nous pouvons utiliser en conjonction les fonctions `sd` et `mean` pour le calculer.

Par exemple, pour calculer le coefficient de variation de la variable `carat` de la base de données `diamonds`, nous avons:

```
sd(diamonds$carat)/mean(diamonds$carat)*100
## [1] 59.4
```

Le C.V. de la variable `carat` est donc 59.404 %, ce qui signifie que les données sont hétérogènes, car le coefficient de variation est plus grand que 15%.

4.3 Les mesures de position

Les mesures de position permettent de situer une donnée par rapport aux autres. Les différentes mesures de position sont la cote Z, les quantiles et les rangs.

Tout comme les mesures de dispersion, celles-ci ne sont définies que pour une variable quantitative.

4.3.1 La cote z

Cette mesure de position se base sur la moyenne et l'écart-type.

La cote Z d'une donnée x est calculée comme suit :

$$Z = \frac{x - \text{moyenne}}{\text{ecart-type}} \quad (4.2)$$

Important : La cote z ne possède pas d'unités.

Une cote Z peut être positive, négative ou nulle.

Cote Z	Interprétation
$Z > 0$	donnée supérieure à la moyenne
$Z < 0$	donnée inférieure à la moyenne
$Z = 0$	donnée égale à la moyenne

Il n'existe pas de fonctions en R permettant de calculer directement la cote Z . Par contre, nous pouvons utiliser en conjonction les fonctions `sd` et `mean` pour la calculer.

Par exemple, si nous voulons calculer la cote Z d'un diamant de 3 carats, nous avons:

```
(3-mean(diamonds$carat))/sd(diamonds$carat)
## [1] 4.65
```

4.3.2 Les quantiles

Un quantile est une donnée qui correspond à un certain pourcentage cumulé.

Parmi les quantiles, on distingue les quartiles, les quintiles, les déciles et les centiles.

- Les quartiles Q_1 , Q_2 et Q_3 , séparent les données en quatre parties égales. Environ 25% des données sont inférieures ou égales à Q_1 . Environ 50% des données sont inférieures ou égales à Q_2 . Environ 75% des données sont inférieures ou égales à Q_3 .
- Les quintiles V_1 , V_2 , V_3 et V_4 , séparent les données en cinq parties égales. Environ 20% des données sont inférieures ou égales à V_1 . Environ 40% des données sont inférieures ou égales à V_2 . Etc.
- Les déciles D_1 , D_2 , ..., D_8 et D_9 , séparent les données en dix parties égales. Environ 10% des données sont inférieures ou égales à D_1 . Environ 20% des données sont inférieures ou égales à D_2 . Etc.
- Les centiles C_1 , C_2 , ..., C_{98} et C_{99} , séparent les données en cent parties égales. Environ 1% des données sont inférieures ou égales à C_1 . Environ 2% des données sont inférieures ou égales à C_2 . Etc.

Il est utile de noter que certains quantiles se recoupent.

La fonction `quantile` permet de calculer n'importe quel quantile d'une variable en langage R. Il suffit d'indiquer la variable étudiée ainsi que le pourcentage du quantile voulu.

Par exemple, si nous voulons calculer D_1 pour la variable `carat`, nous allons utiliser la fonction `quantile` avec une probabilité de 0,1.

```
quantile(diamonds$carat, 0.1)
## 10%
## 0.31
```

Ceci implique que 10% des diamants ont une valeur en carat inférieure ou égale à 0.31 carat.

Nous pouvons calculer le troisième quartile Q_3 de la variable `price` en utilisant la fonction `quantile` avec une probabilité de 0,75.

```
quantile(diamonds$price, 0.75)
## 75%
## 5324
```

Ceci implique que 75% des diamants ont un prix en dollars inférieur ou égal à 5324.25 \$.

4.3.3 La commande `summary`

La commande `summary` produit un sommaire contenant six mesures importantes:

1. **Min** : le minimum de la variable
2. **1st Qu.**: Le premier quartile, Q_1 , de la variable
3. **Median** : La médiane de la variable
4. **Mean** : La moyenne de la variable
5. **3rd Qu.** : Le troisième quartile, Q_3 , de la variable
6. **Max** : Le maximum de la variable

Nous pouvons donc produire le sommaire de la variable `price` de la base de données `diamonds` de la façon suivante:

```
summary(diamonds$price)
##      Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##      326     950     2401    3933     5324    18823
```

4.3.4 Le rang centile

Un rang centile représente le pourcentage cumulé, *exprimé en nombre entier*, qui correspond à une certaine donnée. Nous déterminerons les rangs centiles pour les variables continues seulement.

Les rangs centiles sont donc exactement l'inverse des centiles.

Il n'existe pas de fonctions dans **R** permettant de trouver directement le rang centile, mais il est facile d'utiliser la fonction `mean` pour le trouver.

Par exemple, si nous voulons trouver le rang centile d'un diamant qui coûte 500\$, il suffit d'utiliser la commande suivante. La commande calcule la moyenne de toutes les valeurs en dollars des diamants coûtant 500\$ ou moins.

```
mean(diamonds$price<=500)
## [1] 0.0324
```

Ceci signifie que pour un diamant de 500\$, il y a 3.242 % des diamants qui ont une valeur égale ou inférieure.

Bibliography

Barnier, J. (2018). *Introduction à R et au tidyverse*.

Wickham, H. (2014). Tidy data. *Journal of Statistical Software, Articles*, 59(10):1–23.

Wickham, H. (2017). *tidyverse: Easily Install and Load the 'Tidyverse'*. R package version 1.2.1.

Wickham, H. and Grolemund, G. (2017). *R for Data Science*. O'Reilly Media Inc., 1st edition. ISBN 978-1491910399.