TP 2

HOJA Nº

FECHA

③ Un filtro pasa-bajos Chebyshev se diseña para obtener una atenuación de 48 dB para frecuencias mayores a 9,6 KHz, con una atenuación máxima de 0,4 dB desde continua hasta 3,2 KHz.

a) Determinar el orden del filtro y el parámetro ε.

b) Graficar la respuesta en módulo del filtro.

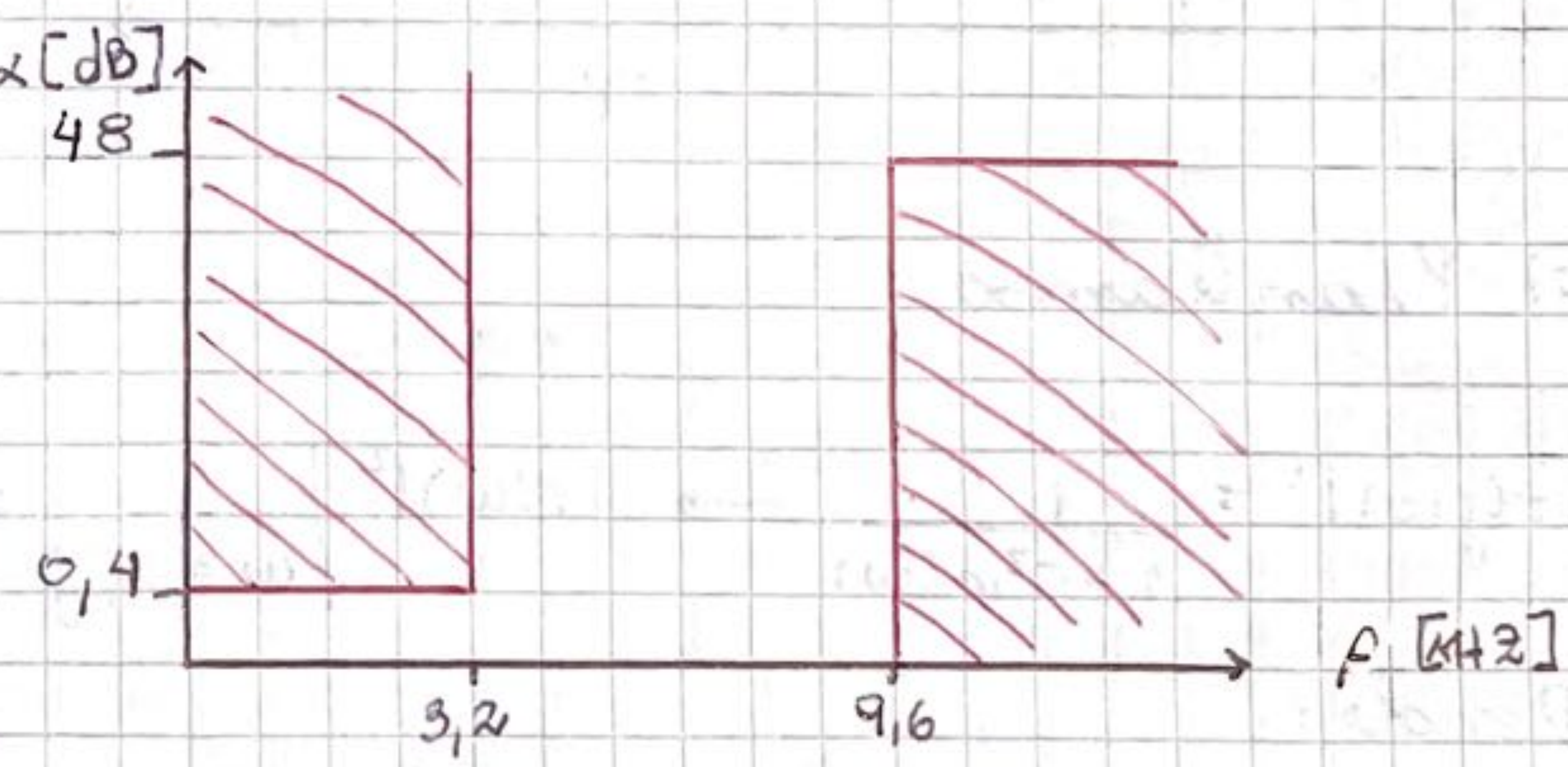
c) Determinar la ubicación de polos y ceros.

d) sintetizar el circuito utilizando estructuras Kerwin-Huelsman-Newcomb (KHN, también conocido como Variable de estado) y simular verificando las condiciones de diseño.

Resolución:

a) Armamos la plantilla de nuestro pasa-bajos.

$$\begin{cases} \alpha_{MAX} = 0{,}4\,dB \\ \alpha_{MIN} = 48\,dB \\ \omega_p = 2\pi \cdot 3{,}2\,KHz \\ \omega_s = 2\pi \cdot 9{,}6\,KHz \end{cases}$$



Luego, calculamos: $\varepsilon^2 = 10^{\alpha_{MAX}/10} - 1 = 10^{0{,}4/10} - 1 = 0{,}0965$

$\boxed{\varepsilon = 0{,}3106}$ ⟶

NOTA

TP2

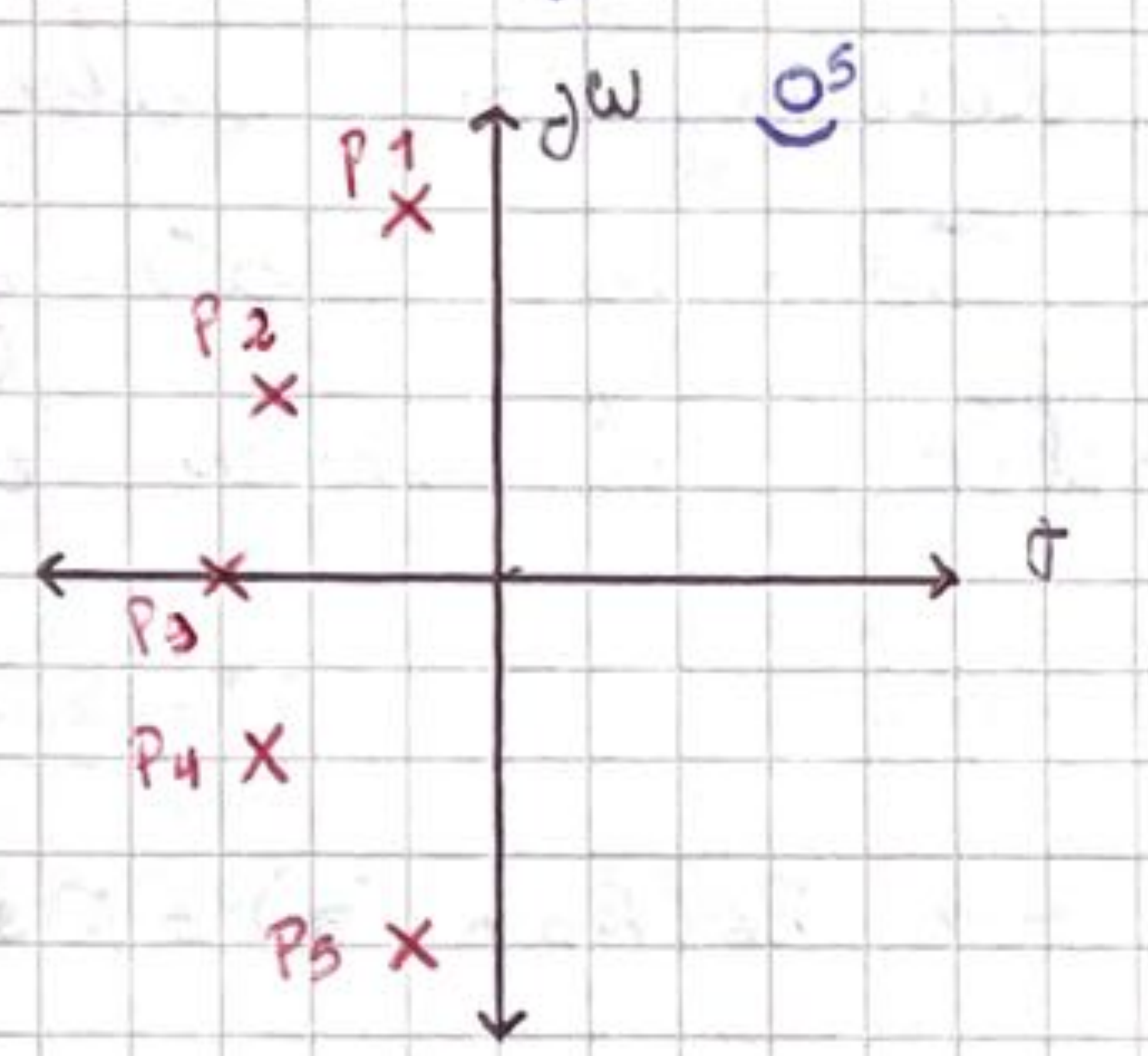
HOJA Nº

FECHA

* Despejamos P_1, P_2 y P_3, ya que $P_4 = P_2^*$ y $P_5 = P_1^*$.

- $P_1 = \sigma_1 + \omega_1 = -0{,}119 - j\,1{,}02 = 1{,}027\,e^{j\,1{,}45}$
- $P_2 = \sigma_2 + \omega_2 = -0{,}3124 - j\,0{,}63 = 0{,}703\,e^{j\,1{,}11}$
- $P_3 = \sigma_3 + \omega_3 = -0{,}386 = 0{,}386\,e^{j\pi}$

Como es un filtro pasa-bajos, los 5 ceros se ubican en el infinito. Entonces:



d) Armamos nuestra transferencia a partir de los polos indicados y lo planteamos como una cascada de un pasa-bajos de orden 1 con dos pasa-bajos de orden 2.

$$T(s) = \underbrace{\frac{0{,}386}{s+0{,}386}}_{\mathrm{I}} + \underbrace{\frac{1{,}053}{s^2+s\,0{,}238+1{,}053}}_{\mathrm{II}} + \underbrace{\frac{0{,}494}{s^2+s\,0{,}625+0{,}494}}_{\mathrm{III}}$$

Sabemos que:

(I) $\left\{ \omega_{o_1}^2 = 0{,}386 \right.$

(II) $\left\{ \begin{array}{l} \omega_{o_2}^2 = 1{,}053 \\ Q_2 = 4{,}312 \end{array} \right.$

(III) $\left\{ \begin{array}{l} \omega_{o_3}^2 = 0{,}494 \\ Q_3 = 1{,}125 \end{array} \right.$

NOTA

Luego, normalizamos con: $\omega_p = \Omega_\omega = 2\pi \cdot 3{,}2\,kHz$. Así:

$$\begin{cases} \omega_p' = 1 \\ \omega_s' = 3 \end{cases}$$

Y finalmente, iteramos para encontrar n:

$$\alpha_{MIN} = 10 \log \left\{ 1 + \varepsilon^2 \cos^2h \left[n \cos^{-1}h \,(\omega_s') \right] \right\}$$

Para $n = 5$, $\alpha_{MIN} = 54{,}3\ dB \geq 48\ dB$. $\rightarrow$ $\boxed{n = 5}$

b) Graficamos la respuesta en módulo de un filtro pasa-bajos Chevyshev de orden 5:

c) Planteamos:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + C_n^2(\omega)} \longrightarrow |H(\omega)|^2 \Big|_{\omega = s/j} = \frac{1}{1 + C_n^2(s/j)}$$

Donde:

$$\begin{cases} \sigma_k = -\operatorname{senh} a \cdot \operatorname{sen}\left(\pi \cdot (2k-1/2n)\right) \\ \omega_k = \cosh a \cdot \cos\left(\pi\,(2k-1/2n)\right) \end{cases}$$

Siendo $a = \frac{1}{n} \operatorname{senh}^{-1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = 0{,}3771$

NOTA

Además, la transferencia de segundo orden de la estructura KHN es:

$$\frac{V_2}{V_1} = \underbrace{\frac{R_6(R_2+R_3)}{R_3(R_1+R_6)}}_{K} \cdot \frac{\frac{R_3}{R_4 R_5 C_2 C_1 R_2}}{s^2 + s\,\frac{R_6(R_2+R_3)}{R_4 . R_2 (R_1+R_6) . C_1} + \frac{R_3}{R_4 R_5 C_2 C_1 R_2}}$$

Donde:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_3}{R_4 R_5 C_2 C_1 R_2}} \quad y \quad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{R_6(R_2+R_3)}{R_4 R_2 (R_1+R_6) C_1}$$

Entonces, comenzamos a desarrollar sabiendo que $K=1$ y que como tenemos más grados de libertad que parámetros, debemos adoptar ciertos valores.

$$K = 1 \longrightarrow \frac{R_6(R_2+R_3)}{R_3(R_1+R_6)} = 1 \longrightarrow R_6(R_3+R_3) = R_3(R_6+R_1)$$

Como tenemos 2 variables y 8 grados de libertad, adoptamos:

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = 1\ mF \\ R_6 = R_4 = 1K\Omega \\ R_5 \rightarrow \text{controla } \omega_0 \qquad R_1 \rightarrow \text{controla } Q \\ R_2 = R_3 = 1K\Omega \end{cases}$$

Entonces:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{10^3}{R_5}} \quad y \quad Q = \underbrace{\sqrt{\frac{10^3}{R_5}}}_{\omega_0} \cdot \frac{R_1 + 1K\Omega}{2K\Omega}$$

Calculamos:

II $\begin{cases} \omega_{o\,II}^2 = 1,053 \rightarrow \omega_o = 1,0262 \\ Q = 4,312 \end{cases}$

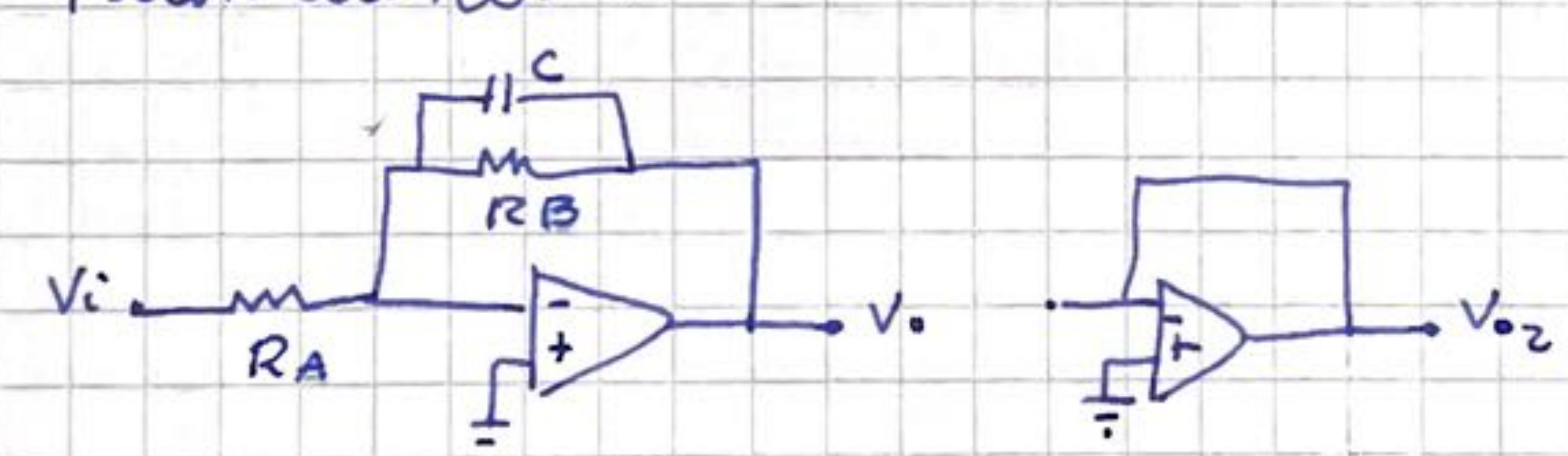
$\begin{cases} R_5 = 949,59 \approx 950\Omega \\ R_1 = 7403,82\Omega \end{cases}$

III $\begin{cases} \omega_{o\,III}^2 = 0,494 \rightarrow \omega_o = 0,703 \\ Q = 1,125 \end{cases}$

$\begin{cases} R_5 = 2023,44\Omega \\ R_1 = 2200,57\Omega \rightarrow R_1 \approx 2200\Omega \end{cases}$

I Se trata de una estructura: $T(s) = \dfrac{A}{s+A}$

Planteamos:



$\dfrac{V_{o2}}{V_i} = \dfrac{R_B}{R_A} \cdot \dfrac{1/R_BC}{s + 1/R_BC}$

Adoptamos $R_B = R_A$ y luego:

- $1/R_BC = \omega_o = \sqrt{0,386}$

Adoptamos $R_B = 1K\Omega$ y despejamos C:

$C = 1,61 \times 10^{-3}$ F.

* De esta manera calculamos todos los

componentes de nuestro filtro. Ahora, debemos desnormalizar los componentes que dependen de la frecuencia con nuestra $\Omega\omega = 3{,}2KHz \cdot 2\pi$

- $C_1 = C_2 = 10mF / \Omega\omega = 4{,}974 \times 10^{-7}$ F.
- $C = 8{,}007 \times 10^{-8}$ F.

NOTA