

# Rangkaian Logika Optimal: Peta Karnaugh & Rangkaian Multi-Keluaran

Kuliah#4 TKC205 Sistem Digital - TA 2013/2014

Eko Didik Widianto

Sistem Komputer - Universitas Diponegoro

- ▶ Sebelumnya dibahas tentang implementasi fungsi logika menjadi suatu rangkaian logika (disebut proses sintesis), baik menggunakan tabel kebenaran, maupun aljabar Boolean
  - ▶ Aljabar Boolean: aksioma, teorema, dan hukum
  - ▶ Diagram Venn
  - ▶ Manipulasi aljabar
  - ▶ Sintesis ekspresi logika dari tabel kebenaran
  - ▶ Bentuk kanonik: minterm/SOP dan maxterm/POS beserta notasinya
  - ▶ Konversi SOP  $\leftrightarrow$  POS
  - ▶ Rangkaian AND-OR, OR-AND
  - ▶ Rangkaian NAND-NAND, NOR-NOR
- ▶ Rangkaian optimal diperoleh dengan **penyederhanaan ekspresi logika secara Aljabar**

- ▶ Dibahas proses sintesis rangkaian logika minimal menggunakan peta Karnaugh untuk menyederhanakan persamaan fungsi logika
  - ▶ Peta Karnaugh juga digunakan untuk merancang rangkaian multikeluaran minimal
- ▶ Pokok Bahasan:
  - ▶ peta Karnaugh: 2 variabel, 3-variabel, 4-variabel, 5-variabel dan 6-variabel
  - ▶ strategi minimisasi rangkaian SOP (pengelompokan minterm)
  - ▶ kondisi *don't care* dan rangkaian dengan spesifikasi tidak lengkap
  - ▶ minimisasi POS (pengelompokan Maxterm)
  - ▶ literal, implicant, *cover*, *cost*, implicant utama dan fungsi minimum
  - ▶ implementasi rangkaian logika SOP optimal dengan AND-OR dan/atau NAND-NAND
  - ▶ implementasi rangkaian logika POS optimal dengan OR-AND dan/atau NOR-NOR
  - ▶ rangkaian multi-keluaran

Peta Karnaugh

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

- ▶ Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa akan mampu:
  1. [C2] memahami prinsip-prinsip penyederhanaan fungsi logika menggunakan peta Karnaugh;
  2. [C3] menggunakan *Don't care* dalam peta Karnaugh;
  3. [C6] mendesain rangkaian logika SOP minimal menggunakan peta Karnaugh;
  4. [C6] mendesain rangkaian logika POS minimal menggunakan peta Karnaugh;
  5. [C6] mendesain rangkaian logika minimal dengan menggabungkan beberapa fungsi dalam satu rangkaian multi-keluaran;
- ▶ Link
  - ▶ Website: <http://didik.blog.undip.ac.id/2014/02/25/tkc205-sistem-digital-2013-genap/>
  - ▶ Email: [didik@undip.ac.id](mailto:didik@undip.ac.id)

# Bahasan

Rangkaian Logika  
Optimal: Peta  
Karnaugh &  
Rangkaian  
Multi-Keluaran

@2014,Eko Didik  
Widianto

Peta Karnaugh  
Karnaugh Map  
Grouping K-Map  
Literal, Implicant, Cover dan Cost  
Rangkaian POS Optimal  
Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

Peta Karnaugh

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

- ▶ Rangkaian optimal
  - ▶ *Cost* rangkaian sekecil mungkin: jumlah gerbang (dan transistor), jumlah jalur
  - ▶ Fungsional terpenuhi
  - ▶ *Constraint* terpenuhi: delay, *fanout* (*driving*), area
- ▶ Rangkaian optimal biasanya minimal
- ▶ Rangkaian optimal bisa diperoleh dengan teknik:
  1. Penyederhanaan fungsi logika
    - ▶ Menggunakan prinsip-prinsip Aljabar Boolean
    - ▶ Menggunakan Karnaugh Map
  2. Penggunaan gerbang secara bersama untuk beberapa fungsi sekaligus, membentuk **rangkaian multi-keluaran**

## Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

## Rangkaian Multi-Keluaran

## Ringkasan

## Lisensi

# Bahasan

Rangkaian Logika  
Optimal: Peta  
Karnaugh &  
Rangkaian  
Multi-Keluaran

@2014,Eko Didik  
Widianto

Peta Karnaugh  
Karnaugh Map  
Grouping K-Map  
Literal, Implicant, Cover dan Cost  
Rangkaian POS Optimal  
Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

## Prinsip Penyederhanaan

@2014,Eko Didik  
Widianto

Peta Karnaugh

### Karnaugh Map

### Grouping K-Map

### Rangkaian POS Optimal

## Fungsi Tidak Lengkap

## Rangkaian

Multi-Keluaran

## Ringkasan

Lisensi

- ▶ Operasi penyederhanaan adalah mengurangi minterm atau maxterm di ekspresi
  - ▶ SOP: menggunakan hukum 14a ( $x \cdot y + x \cdot \bar{y} = x$ )
  - ▶ POS: menggunakan hukum 14b ( $(x + y) \cdot (x + \bar{y}) = x$ )
- ▶ Beberapa minterm atau maxterm dapat digabungkan menggunakan hukum 14a atau 14b jika berbeda hanya di satu variabel saja
 
$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3$$

$m_1$  dan  $m_5$  berbeda di  $x_1$ , dan  $m_4$  dan  $m_6$  berbeda di  $x_2$

$$\begin{aligned} f &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 \\ &= (\bar{x}_1 + x_1) \bar{x}_2 x_3 + x_1 (\bar{x}_2 + x_2) \bar{x}_3 \\ &= \bar{x}_2 x_3 + x_1 \bar{x}_3 \end{aligned}$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3)(x_1 + \bar{x}_2 + x_3)(x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)$$

$$\begin{aligned} f &= ((x_1 + x_3) + x_2 \bar{x}_2)(x_1 \bar{x}_1 + (\bar{x}_2 + \bar{x}_3)) \\ &= (x_1 + x_3)(\bar{x}_2 + \bar{x}_3) \end{aligned}$$



# Peta Karnaugh

- ▶ **Peta Karnaugh** (K-map) menyediakan cara sistematis dan grafis untuk mencari rangkaian SOP dan POS minimal
- ▶ K-map SOP
  - ▶ mengelompokkan minterm-minterm bernilai 1 yang saling berdekatan, yang hanya mempunyai perbedaan di satu variabel saja
  - ▶ membentuk rangkaian AND-OR
- ▶ K-map POS
  - ▶ mengelompokkan Maxterm-Maxterm bernilai 0 yang saling berdekatan
  - ▶ membentuk rangkaian OR-AND minimal

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

## Representasi Peta Karnaugh

@2014,Eko Didik  
Widianto

Peta Karnaugh

### Karnaugh Map

### Grouping K-Map

### Rangkaian POS Optimal

### Fungsi Tidak Lengkap

## Rangkaian Multi-Keluaran

## Ringkasan

Lisensi

- ▶ K-map juga merupakan **alternatif** untuk menyatakan suatu fungsi logika selain tabel kebenaran dan ekspresi logika
  - ▶ K-map disusun atas sel-sel. Satu sel, satu minterm

$x_1$	$x_2$	$f(x_1, x_2)$	minterm
0	0	$m_0$	$\bar{x}_1\bar{x}_2$
0	1	$m_1$	$\bar{x}_1x_2$
1	0	$m_2$	$x_1\bar{x}_2$
1	1	$m_3$	$x_1x_2$

$x_2 \backslash x_1$	0	1
0	$m_0$	$m_2$
1	$m_1$	$m_3$

# Bahasan

## Peta Karnaugh

Karnaugh Map

## Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

Rangkaian Logika  
Optimal: Peta  
Karnaugh &  
Rangkaian  
Multi-Keluaran

@2014,Eko Didik  
Widianto

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

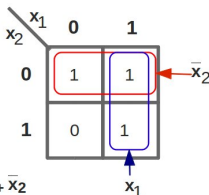
Lisensi

# Grouping K-Map

- ▶ Minterm-minterm yang berdekatan **dapat dikombinasikan** karena mereka hanya berbeda di satu variabel saja, disebut **Grouping**
- ▶ Grouping dilakukan dengan melingkari nilai '1' yang berdekatan
- ▶ Melingkari **dua nilai '1' bersama**, berarti **mengeliminasi satu term dan satu variabel** dari ekspresi output
  - ▶ Variabel yang dieliminasi adalah **yang mempunyai perbedaan nilai** di grup, vertikal/horizontal
  - ▶ **Group merah:  $x_1$  dieliminasi**, **Group biru:  $x_2$  dieliminasi**

$x_1$	$x_2$	$f(x_1, x_2)$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

$$f(x_1, x_2) = x_1 + \bar{x}_2$$



# Ketentuan dan Tips Grouping

Rangkaian Logika  
Optimal: Peta  
Karnaugh &  
Rangkaian  
Multi-Keluaran

@2014,Eko Didik  
Widianto

- ▶ Hanya dapat mengkombinasikan nilai 1 yang berdekatan
- ▶ Hanya dapat menggabungkan  $2^n$  minterm (1,2,4,8,16, dst)
- ▶ Bentuk grup sebesar mungkin
  - ▶ grup 2 minterm menghilangkan 1 variabel
  - ▶ grup 4 minterm menghilangkan 2 variabel
  - ▶ grup 8 minterm menghilangkan 3 variabel
- ▶ Group yang sudah dicover oleh group lain **tidak perlu digabungkan lagi**

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal  
Fungsi Tidak Lengkap

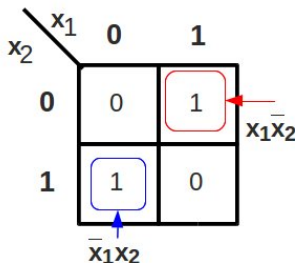
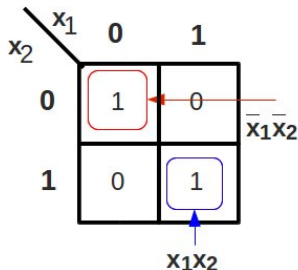
Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# Contoh Grouping Fungsi 2 Variabel

Sederhanakan:  $f(x_1, x_2) = \sum m(0, 3)$  dan  $f(x_1, x_2) = \sum m(1, 2)$



- ▶  $f(x_1, x_2) = \sum m(0, 3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 + x_1 x_2$ 
  - ▶ fungsi SOP tidak dapat disederhanakan
- ▶  $f(x_1, x_2) = \sum m(1, 2) = x_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2$ 
  - ▶ fungsi SOP tidak dapat disederhanakan

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# Contoh Grouping Fungsi 2 Variabel

- ▶ Sederhanakan:  $f(x_1, x_2) = \sum m(0, 1)$  dan  $f(x_1, x_2) = \sum m(1, 3)$

$x_1$		0	1
$x_2$	0	1	0
	$\bar{x}_1$	1	0
1		1	0

$x_1$		0	1
$x_2$	0	0	0
	1	1	1

- ▶  $f(x_1, x_2) = \sum m(0, 1) = \bar{x}_1\bar{x}_2 + \bar{x}_1x_2 = \bar{x}_1$ ,  $x_2$  dieliminasi
- ▶  $f(x_1, x_2) = \sum m(1, 3) = \bar{x}_1x_2 + x_1x_2 = x_2$ ,  $x_1$  dieliminasi

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

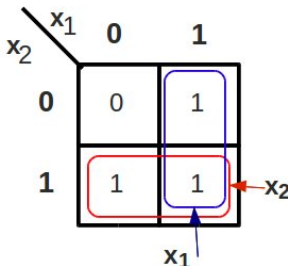
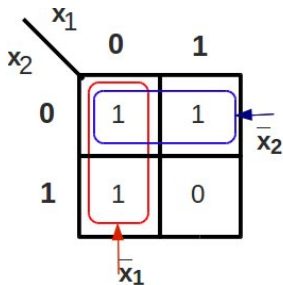
Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# Contoh Grouping Fungsi 2 Variabel

- ▶ Sederhanakan:  $f(x_1, x_2) = \sum m(0, 1, 2)$  dan  $f(x_1, x_2) = \sum m(1, 2, 3)$



- ▶  $f(x_1, x_2) = \sum m(0, 1, 2) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 + \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2 = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$
- ▶  $f(x_1, x_2) = \sum m(1, 2, 3) = \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2 + x_1 x_2 = x_1 + x_2$

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

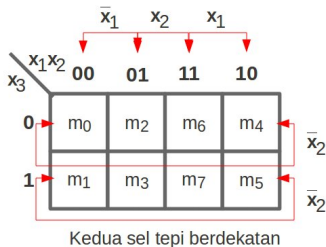
Lisensi



# K-Map 3 Variabel

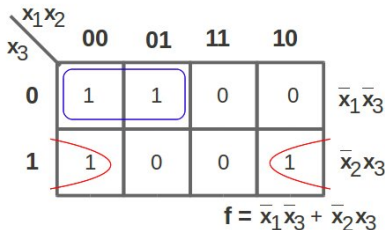
- K-map disusun sehingga minterm yang berdekatan hanya mempunyai perbedaan 1 variabel

$x_1$	$x_2$	$x_3$	minterm $m_j$
0	0	0	$m_0 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$
0	0	1	$m_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3$
0	1	0	$m_2 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3$
0	1	1	$m_3 = \bar{x}_1 x_2 x_3$
1	0	0	$m_4 = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$
1	0	1	$m_5 = x_1 \bar{x}_2 x_3$
1	1	0	$m_6 = x_1 x_2 \bar{x}_3$
1	1	1	$m_7 = x_1 x_2 x_3$



# Contoh K-Map 3 Variabel

- Sederhanakan  $f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(0, 1, 2, 5)$



Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

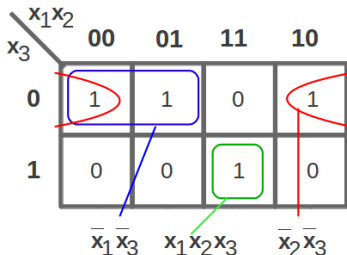
Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# Contoh K-Map 3 Variabel

- Sederhanakan  $f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(0, 2, 4, 7)$



- menghasilkan  $f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_3 + \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3$

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

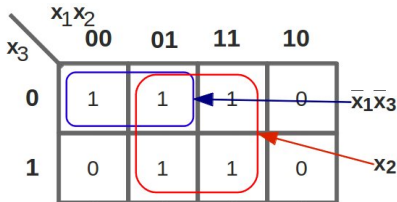
Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# Contoh K-Map 3 Variabel

- Sederhanakan:  $f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(1, 3, 5, 7)$ ,  
 $f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(0, 2, 3, 6, 7)$



Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# Desain Rangkaian Logika

Rangkaian Logika  
Optimal: Peta  
Karnaugh &  
Rangkaian  
Multi-Keluaran

@2014,Eko Didik  
Widianto

Dari sebuah K-map, implementasi rangkaian logika bisa mempunyai dua bentuk, yaitu:

1. Jika diinginkan rangkaian logika dengan AND-OR atau NAND-NAND, maka persamaan logika SOP minimal dapat diperoleh dengan mengelompokkan minterm bernilai 1;
2. Jika diinginkan rangkaian logika dengan OR-AND atau NOR-NOR, maka persamaan logika POS minimal dapat diperoleh dengan mengelompokkan Maxterm bernilai 0;

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

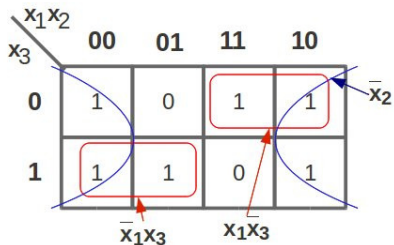
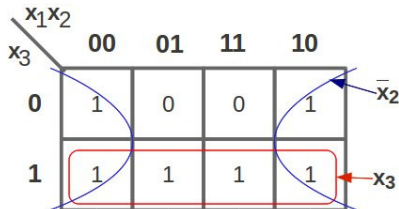
Ringkasan

Lisensi

# Contoh K-Map 3 Variabel

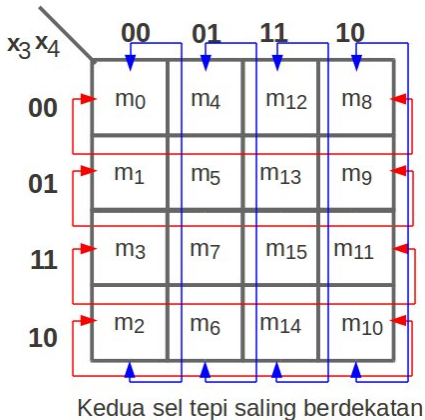
- Rancang rangkaian NAND-NAND dari fungsi

$$f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(0, 1, 3, 4, 5, 7) \text{ dan } f(x_1, x_2, x_3) = \prod M(2, 7)$$



# K-Map 4 Variabel

- Bentuk K-map 4 variabel:



Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# Contoh: Grouping K-Map 4 Variabel

► Sederhanakan  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum m(2, 3, 8 - 11, 13)$

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	1	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi



## Grouping K-Map 4 Variabel

@2014,Eko Didik  
Widianto

- ▶ Sederhanakan fungsi

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \prod M(0, 2, 4, 8 - 12, 14) \text{ dengan K-map}$$

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	0
11	1	1	1	0
10	0	1	0	0

- Menghasilkan  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1x_4 + x_2x_4 + x_1\bar{x}_2x_3$

Peta Karnaugh

### Karnaugh Map

### Grouping K-Map

### Rangkaian POS Optimal

## Fungsi Tidak Lengkap

## Rangkaian Multi-Keluaran

## Ringkasan

Lisensi

# Umpan Balik: Grouping K-Map 4 Variabel

Rangkaian Logika  
Optimal: Peta  
Karnaugh &  
Rangkaian  
Multi-Keluaran

@2014,Eko Didik  
Widianto

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

Sederhanakan:

- ▶  $f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(3 - 7, 9, 11, 12 - 15)$
- ▶  $f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(0 - 4, 6, 9, 11, 12, 14)$
- ▶  $f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(0, 2, 5, 7, 8, 10, 13, 15)$

# K-Map 5 Variabel

Rangkaian Logika  
Optimal: Peta  
Karnaugh &  
Rangkaian  
Multi-Keluaran

@2014,Eko Didik  
Widianto

		$x_5=0$						$x_5=1$			
$x_3 \backslash x_4$	$x_1 x_2$	00	01	11	10	$x_3 \backslash x_4$	$x_1 x_2$	00	01	11	10
00	$m_0$	$m_8$	$m_{24}$	$m_{16}$		00	$m_1$	$m_9$	$m_{25}$	$m_{17}$	
01	$m_2$	$m_{10}$	$m_{26}$	$m_{18}$		01	$m_3$	$m_{11}$	$m_{27}$	$m_{19}$	
11	$m_6$	$m_{14}$	$m_{30}$	$m_{22}$		11	$m_7$	$m_{15}$	$m_{31}$	$m_{23}$	
10	$m_4$	$m_{12}$	$m_{28}$	$m_{20}$		10	$m_5$	$m_{13}$	$m_{29}$	$m_{21}$	

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# Contoh K-map 5 Variabel

- Sederhanakan fungsi  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \sum m(4, 5, 10, 12 - 14, 16 - 19, 24 - 27, 30)$

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

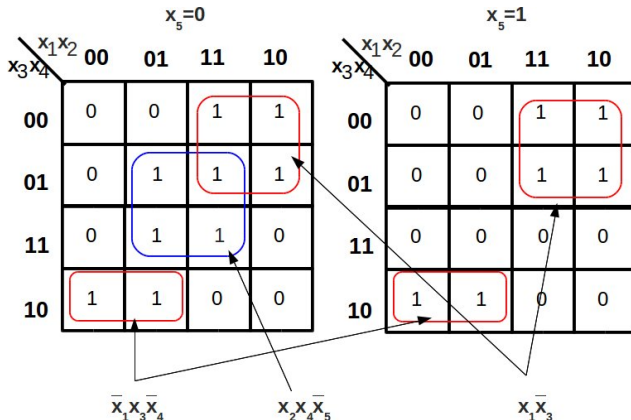
Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi



# K-map 6 Variabel

- ▶ Bagaimana K-Map 6 Variabel? Tidak berguna dari sudut pandang praktis
  - ▶ Akan membutuhkan perangkat CAD, salah satunya bmin  
<http://bukka.eu/bmin/0.5.0>
- ▶ Contoh:  $f(f, e, d, c, b, a) = \sum m(21, 23, 29, 31, 53, 55, 61, 63) = ace$

fba									
edc		000	001	011	010	110	111	101	100
	000	0	0	0	0	0	0	0	0
	001	0	0	0	0	0	0	0	0
	011	0	0	0	0	0	0	0	0
	010	0	0	0	0	0	0	0	0
	110	0	0	0	0	0	0	0	0
	111	0	1	1	0	0	1	1	0
	101	0	1	1	0	0	1	1	0
	100	0	0	0	0	0	0	0	0

# Bahasan

Rangkaian Logika  
Optimal: Peta  
Karnaugh &  
Rangkaian  
Multi-Keluaran

@2014,Eko Didik  
Widianto

## Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

Rangkaian Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

- ▶ **Literal** = variabel di suatu term
  - ▶ Contoh:  $\bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4$  (term dg 4 literal),  $x_2 x_3$  (term dg 2 literal)
- ▶ **Implicant**: sebarang term bernilai '1' atau grup term bernilai '1' yang dapat digabungkan di K-map
  - ▶ minterm adalah *implicant* dasar. Untuk fungsi n-variabel, minterm adalah *implicant* dengan n literal
- ▶ **Prime Implicant**: *implicant* yang tidak bisa digabungkan dengan *implicant* lain untuk menghilangkan sebuah variabel
  - ▶ Literal dalam prime *implicant* tidak dapat dihapus untuk mendapatkan *implicant* valid
- ▶ **Cover**: suatu himpunan *implicant* yang menghasilkan nilai fungsi '1'
- ▶ **Cost**: jumlah gerbang ditambah jumlah total masukan ke semua gerbang dalam rangkaian logika

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

## Implicant dan Prime Implicant

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	1	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

- ▶ Terdapat **10 implicant** valid
  - ▶ 7 buah minterm
  - ▶ 1 term 3-literal (grup 2 minterm)
  - ▶ 2 term 2-literal (grup 4 minterm)
- ▶ Terdapat **3 prime implicant**
  - ▶  $x_1\bar{x}_2$ ,  $\bar{x}_2x_3$ ,  $x_1\bar{x}_3x_4$
  - ▶ Tidak bisa disederhanakan lagi?
    - ▶ Untuk  $x_1\bar{x}_2$ , jika sebuah literal dihapus menyisakan  $x_1$  atau  $\bar{x}_2$ , padahal  $x_1$  bukan implicant valid karena  $\{1,1,0,0\}$  menghasilkan  $f = 0$

Peta Karnaugh

### Karnaugh Map

### Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan Cost

Rangkaian POS Optimal

### Fungsi Tidak Lengkap

## Rangkaian Multi-Keluaran

## Ringkasan

Lisensi



# Cover dan Cost

- ▶ Cover untuk  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum m(2, 3, 8, 9, 10, 11, 13)$ 
  1. Persamaan dengan semua minterm
  2.  $f = x_1\bar{x}_2 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + x_1\bar{x}_3x_4$  merupakan cover valid
  3.  $f = x_1\bar{x}_2 + \bar{x}_2x_3 + x_1\bar{x}_3x_4$  merupakan cover valid yang berisi *prime implicant*
- ▶ Cost untuk setiap cover: (asumsi input utama baik terinvers atau tidak mempunyai cost 0)
  1. jumlah gerbang=7+1, jumlah input semua gerbang=7\*4+7\*1, total=8+28+7=43
  2. jumlah gerbang=3+1, jumlah input semua gerbang=8+3, total=4+11=15
  3. jumlah gerbang=3+1, jumlah input semua gerbang=7+3, **total=4+10=14**
- ▶ Cover yang berisi prime implicant **cenderung menghasilkan implementasi dengan cost terendah**

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# Menghitung Cost Rangkaian

- Fungsi  $f = x_1\bar{x}_2 + \bar{x}_2x_3 + x_1\bar{x}_3x_4$
- NOT tidak diperhitungkan

Gerbang	#Gerbang	#Masukan	Keterangan
AND-3	1	$1 \times 3 = 3$	$\rightarrow x_1\bar{x}_3x_4$
AND-2	2	$2 \times 2 = 4$	$\rightarrow x_1\bar{x}_2$ dan $\bar{x}_2x_3$
OR-3	1	$1 \times 3 = 3$	
Total	4	10	

Cost=  $4 + 10 = 14$

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

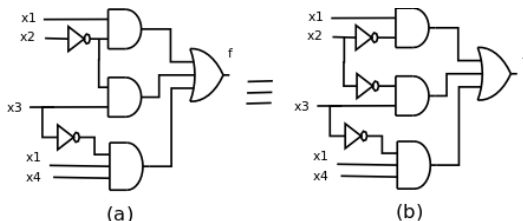
Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# Jika Gerbang NOT Diperhitungkan



Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

Gerbang	#Gerbang	#Masukan	Keterangan
AND-3	1	$1 \times 3 = 3$	$\rightarrow x_1 \bar{x}_3 x_4$
AND-2	2	$2 \times 2 = 4$	$\rightarrow x_1 \bar{x}_2$ dan $\bar{x}_2 x_3$
NOT	2	$2 \times 1 = 2$	$\rightarrow 1$ masukan, $x_2$ dan $x_3$
OR-3	1	$1 \times 3 = 3$	
Total	6	12	Cost = 6 + 12 = 18

Gerbang	#Gerbang	#Masukan	Keterangan
AND-3	1	$1 \times 3 = 3$	$\rightarrow x_1 \bar{x}_3 x_4$
AND-2	2	$2 \times 2 = 4$	$\rightarrow x_1 \bar{x}_2$ dan $\bar{x}_2 x_3$
NOT	3	$3 \times 1 = 3$	$\rightarrow 1$ masukan, $x_2$ dan $x_3$
OR-3	1	$1 \times 3 = 3$	
Total	7	13	Cost = 7 + 13 = 20

# Prime Implicant Esensial dan Non-Esensial

*SOP minimum hanya mengandung prime implicant (namun tidak semua prime implicant)*

- ▶ **Essential:** diperlukan untuk membentuk SOP minimum
- ▶ **Nonessential:** tidak diperlukan untuk SOP minimum, sehingga dapat dihilangkan

$x_1x_2$	00	01	11	10
$x_3x_4$ 00	0	0	0	1
01	0	1	1	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

- ▶ Prime implicant:  $x_1\bar{x}_2$ ,  $\bar{x}_2x_3$ ,  $x_1\bar{x}_3x_4$  dan  $x_2\bar{x}_3x_4$
- ▶ **Esensial:**  $x_1\bar{x}_2$ ,  $\bar{x}_2x_3$ , dan  $x_2\bar{x}_3x_4$
- ▶ **non-esensial:**  $x_1\bar{x}_3x_4$
- ▶  $f_{min} = x_1\bar{x}_2 + \bar{x}_2x_3 + x_2\bar{x}_3x_4$ ,  $x_1\bar{x}_3x_4$  dihilangkan



# Langkah Penyederhanaan

Rangkaian Logika  
Optimal: Peta  
Karnaugh &  
Rangkaian  
Multi-Keluaran

@2014,Eko Didik  
Widianto

- ▶ SOP minimum berisi **semua prime implicant esensial** dan beberapa prime implicant non-esensial
- ▶ Langkah menemukan rangkaian dengan cost minimum:
  1. Cari semua prime implicant dari  $f$
  2. Cari set prime implicant esensial
  3. Jika set tersebut telah meng-cover semua valuation dimana  $f = 1$ , maka set ini adalah cover dari  $f$  yang diinginkan. Jika tidak, tentukan prime implicant non-esensial yang harus ditambahkan agar minimum
- ▶ Menentukan prime implicant non-esensial? *heuristik* (mencoba semua kemungkinan untuk mendapatkan cover dengan cost minimum)

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

Peta Karnaugh

### Grouping K-Map

### Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan Cost

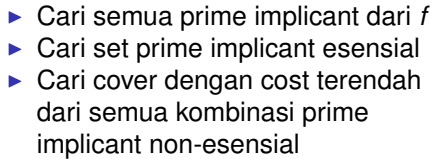
### Rangkaian POS Optimal

## Rangkaian

## Multi-Keluaran

## Ringkasan

Lisensi



# Bahasan

Rangkaian Logika  
Optimal: Peta  
Karnaugh &  
Rangkaian  
Multi-Keluaran

@2014,Eko Didik  
Widianto

## Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

Rangkaian Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi



# Minimisasi Ekspresi POS

- ▶ Menggunakan prinsip dualitas
- ▶ K-map dapat langsung dibentuk baik dari ekspresi  $\sum m$  maupun  $\prod M$ 
  - ▶ Grouping Maxterm yang bernilai 0 sebesar mungkin
  - ▶ Bentuk persamaan POS dari himpunan Maxterm minimum
    - ▶ Prinsip prime implicant esensial berlaku? berlaku, dengan pengertian implicant adalah Maxterm atau group Maxterm

# Representasi K-map POS

$x_1$	$x_2$	$f(x_1, x_2)$	Maxterm
0	0	$M_0$	$x_1 + x_2$
0	1	$M_1$	$x_1 + \bar{x}_2$
1	0	$M_2$	$\bar{x}_1 + x_2$
1	1	$M_3$	$\bar{x}_1 + \bar{x}_2$

$x_2 \backslash x_1$	0	1
0	$M_0$	$M_2$
1	$M_1$	$M_3$

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

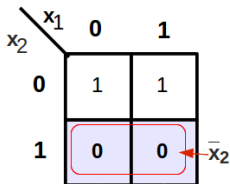
Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# Contoh K-map POS

- Nyatakan fungsi sederhana dari POS  $f(x_1, x_2) = \prod M(1, 3)$



- Menghasilkan  $f(x_1, x_2) = \prod M(1, 3) = \bar{x}_2$
- Bukti:

$$\begin{aligned}f(x_1, x_2) &= (x_1 + \bar{x}_2)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \\&= \bar{x}_2\end{aligned}$$

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# POS Minimal dari $\sum m$ atau $\prod M$

Diberikan:

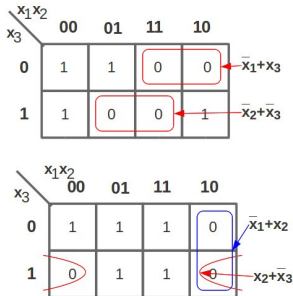
$$f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(0, 1, 2, 5)$$

$$\begin{aligned} f &= \sum m(0, 1, 2, 5) \\ &= (\bar{x}_1 + x_3)(\bar{x}_2 + \bar{x}_3); \text{ POS} \\ &= \bar{x}_1\bar{x}_3 + \bar{x}_2x_3; \text{ SOP} \\ &= \prod M(3, 4, 6, 7) \end{aligned}$$

Diberikan:

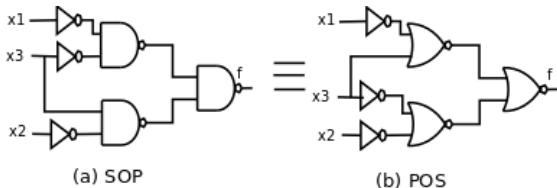
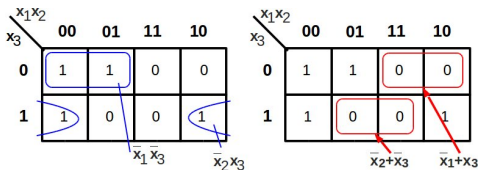
$$f(x_1, x_2, x_3) = \prod M(1, 4, 5)$$

$$\begin{aligned} f &= \prod M(1, 4, 5) \\ &= (\bar{x}_1 + x_2)(x_2 + \bar{x}_3); \text{ POS} \\ &= x_2 + \bar{x}_1\bar{x}_3; \text{ SOP} \\ &= \sum m(0, 2, 3, 6, 7) \end{aligned}$$



# Desain Rangkaian SOP dan POS

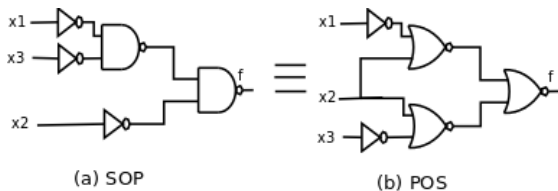
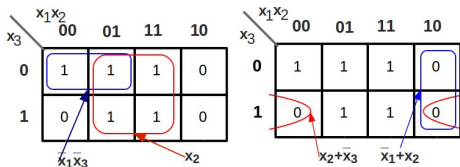
- Diketahui fungsi SOP  $f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(0, 1, 2, 5)$ .  
Desain rangkaian NAND-NAND dan NOR-NOR



- Cost?

# Memilih Desain? SOP atau POS

- Desain rangkaian sederhana untuk  $f(x_1, x_2, x_3) = \prod M(1, 4, 5)$



- Cost? Mana yang dipilih?

# Ketentuan Rangkaian POS

Rangkaian Logika  
Optimal: Peta  
Karnaugh &  
Rangkaian  
Multi-Keluaran

@2014,Eko Didik  
Widianto

- ▶ POS minimum berisi semua implicant utama esensial
- ▶ Langkah menemukan rangkaian dengan cost minimum:
  1. Mencari semua implicant utama dari fungsi  $f$
  2. Mencari himpunan implicant utama esensial
  3. Jika himpunan tersebut telah meng-cover semua Maxterm bernilai 0, maka set ini adalah cover dari  $f$  yang diinginkan. Jika terdapat Maxterm bernilai 0 yang belum ter-cover, maka perlu dipilih implicant utama non-esensial yang harus ditambahkan ke dalam fungsi agar fungsi valid, namun tetap minimum.  
Penentuan implicant utama non-esensial dapat dilakukan secara heuristik, yaitu mencoba semua kemungkinan untuk mendapatkan cover dengan biaya rangkaian minimal

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# POS 4-Variabel Minimal

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	1	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum m(2, 3, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$$

$$= \prod M(0, 1, 4, 5, 6, 7, 12, 13, 14, 15)$$

- ▶ Prime implicant:  $x_1 + x_3$ ,  $\bar{x}_2 + \bar{x}_3$ ,  $\bar{x}_2 + x_4$  dan  $x_1 + \bar{x}_2$
- ▶ Esensial:  $x_1 + x_3$ ,  $\bar{x}_2 + \bar{x}_3$ , dan  $\bar{x}_2 + x_4$
- ▶ non-esensial:  $x_1 + \bar{x}_2$  (biru)
- ▶  $f_{min} = (x_1 + x_3)(\bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_2 + x_4)$

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian,  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi



Peta Karnaugh

### Karnaugh Map

### Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan Cost

### Rangkaian POS Optimal

### Fungsi Tidak Lengkap

## Rangkaian Multi-Keluaran

## Ringkasan

Lisensi

- ▶ Persamaan SOP dan POS
- ▶ Cari semua prime implicant dari  $f$
- ▶ Cari set prime implicant esensial
- ▶ Cari cover dengan cost terendah dari semua kombinasi prime implicant non-esensial

# Bahasan

Rangkaian Logika  
Optimal: Peta  
Karnaugh &  
Rangkaian  
Multi-Keluaran

@2014,Eko Didik  
Widianto

## Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan  
Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

Rangkaian Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# Fungsi Tidak Lengkap

- ▶ Dalam sistem digital, sering terjadi beberapa kondisi input yang tidak akan pernah terjadi
- ▶ Kombinasi input seperti itu disebut kondisi **don't care**
- ▶ Dalam desain rangkaian, kondisi don't care dapat diabaikan (keluaran untuk kondisi tersebut dapat diberikan 0 atau 1 di tabel kebenaran)
- ▶ Fungsi yang mengandung kondisi don't care disebut fungsi yang dispesifikasikan tidak lengkap (***incompletely specified***)

# Contoh Kondisi Don't Care

- ▶ Diinginkan sistem untuk mendeteksi suhu ekstrem di bawah  $10^{\circ}\text{C}$  dan di atas  $80^{\circ}\text{C}$ . Deteksi suhu menggunakan dua buah sensor suhu, yang masing-masing dapat menghasilkan nilai 1 jika suhu  $> 10^{\circ}\text{C}$  dan jika suhu  $> 80^{\circ}\text{C}$ . Jika suhu di bawah  $10^{\circ}\text{C}$  dan di atas  $80^{\circ}\text{C}$ , maka sebuah lampu akan menyala. Nyatakan deskripsi sistem tersebut dalam tabel kebenaran
- ▶ **Solusi.** Jika  $x_1$  menyatakan suhu  $> 10^{\circ}\text{C}$  dan  $x_2$  suhu  $> 80^{\circ}\text{C}$ , maka

$x_1$	$x_2$	$f$	keterangan
0	0	1	suhu $< 10^{\circ}\text{C}$
0	1	d	tidak pernah terjadi
1	0	0	$10^{\circ}\text{C} < \text{suhu} < 80^{\circ}\text{C}$
1	1	1	suhu $> 80^{\circ}\text{C}$

# Contoh Don't Care

- Di K-Map, masukan don't care **bisa diberi nilai 0 atau 1** sedemikian sehingga diperoleh fungsi yang optimal

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	d
0	1	1	d
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

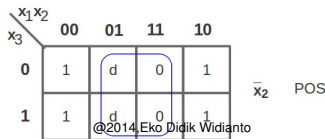
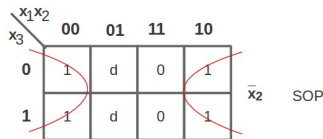
- Asumsi fungsi 3 variabel. Kombinasi masukan  $\{x_1 x_2 x_3\} = 010 | 011$  tidak pernah terjadi, selebihnya

$$f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(1, 4, 5, 6)$$

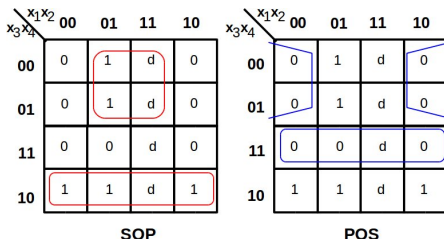
$$f(x_1, x_2, x_3) = \sum m(1, 4, 5, 6) + d(2, 3);$$

atau

$$f = \prod M(0, 7) \cdot D(2, 3)$$



# Contoh Don't Care 4 variabel



- ▶ SOP:  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum m(2, 4, 5, 6, 10) + D(12, 13, 14, 15)$
- ▶ POS:  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \prod M(0, 1, 3, 7, 8, 9, 11) \cdot D(12, 13, 14, 15)$
- ▶ SOP:  $f_{min} = x_2 \bar{x}_3 + x_3 \bar{x}_4$ , POS:  $f_{min} = (x_2 + x_3)(\bar{x}_3 + \bar{x}_4)$
- ▶ Jika don't care tidak disertakan: misalnya menganggap nilainya selalu 0
  - ▶ SOP:  $f = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$
  - ▶ POS:  $f = (x_2 + x_3)(\bar{x}_3 + \bar{x}_4)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2)$
  - ▶ **Cost mungkin lebih tinggi**

Peta Karnaugh

Karnaugh Map

Grouping K-Map

Literal, Implicant, Cover dan Cost

Rangkaian POS Optimal

Fungsi Tidak Lengkap

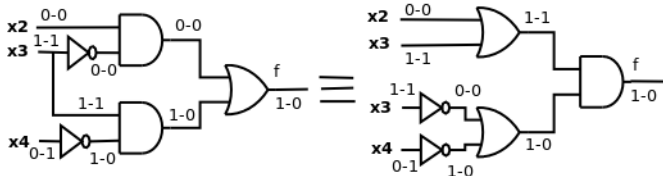
Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

# Analisis Rangkaian

►  $f_{min} = x_2\bar{x}_3 + x_3\bar{x}_4$  dan  $f_{min} = (x_2 + x_3)(\bar{x}_3 + \bar{x}_4)$



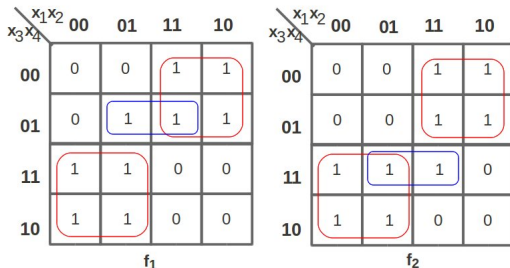
# Rangkaian dengan Banyak Keluaran

- ▶ Sebelumnya dibahas fungsi dengan keluaran tunggal berikut dengan implementasi rangkaiannya
- ▶ Dalam prakteknya, beberapa fungsi tunggal tersebut merupakan bagian dari rangkaian logika yang lebih besar
- ▶ Rangkaian-rangkaian dari fungsi tersebut mungkin dapat dikombinasikan ke dalam **rangkaian tunggal dengan cost lebih rendah** dengan keluaran lebih dari satu
  - ▶ Pemakaian bersama blok gerbang oleh beberapa rangkaian fungsi tunggal



# Contoh Rangkaian Multi-Keluaran

- ▶  $f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum m(2, 3, 5, 6, 8, 13) + d(7, 9, 11, 12)$
- ▶  $f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = \prod M(0, 1, 4, 5, 10, 11, 14) \cdot D(2, 3)$



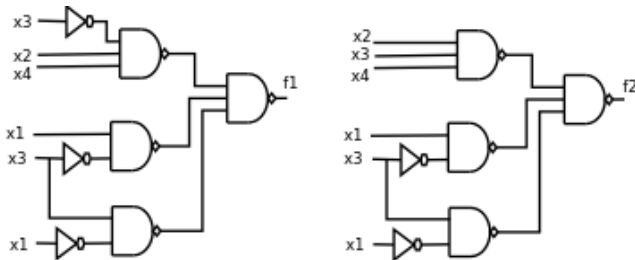
Peta Karnaugh

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

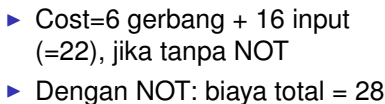
# Rangkaian Terpisah



- ▶  $f_1 = x_1 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_3 + x_2 \bar{x}_3 x_4$ , Cost=4 gerbang + 10 input(=14)
- ▶  $f_2 = x_1 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_3 + x_2 x_3 x_4$ , Cost=4 gerbang + 10 input (=14)
- ▶ Cost total jika kedua fungsi diimplementasikan terpisah: 8 gerbang + 20 input (=28)
- ▶ Jika gerbang NOT diperhitungkan?

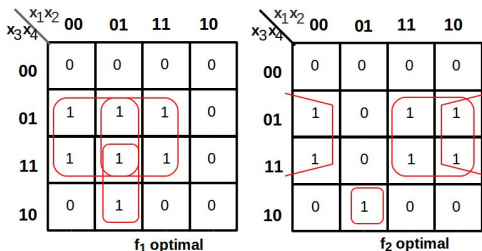
@2014,Eko Didik  
Widianto

- Lisensi



# Contoh Rangkaian Multi-Keluaran

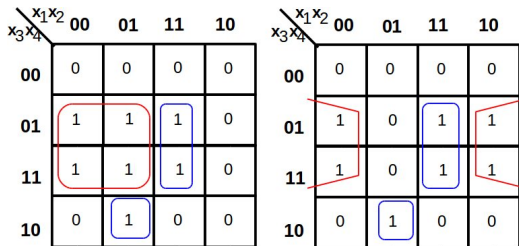
- Di contoh sebelumnya, terdapat prime implicant yang bersama. Kalau tidak ada yang bersama?



- $f_1 = \bar{x}_1 x_4 + x_2 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3$ , Cost=4 gerbang + 10 input(=14)
- $f_2 = x_1 x_4 + \bar{x}_2 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4$ , Cost=4 gerbang + 11 input (=15)
- Tidak ada gerbang prime implicant yang dapat dishared, sehingga cost total dari kombinasi 2 rangkaian adalah 8 gerbang + 21 input (=29)

# Contoh Rangkaian Multi-Keluaran

- Tapi ada alternatif realisasi lainnya: menggunakan **implicant bersama** antara 2 fungsi



Gabungan  $f_1$   $f_2$  optimal

- $f_1 = x_1 x_2 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_4$
- $f_2 = x_1 x_2 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + \bar{x}_2 x_4$
- Rangkaian multikeluaran:
 
$$\left\{ \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \end{matrix} \right\} = x_1 x_2 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 + \left\{ \begin{matrix} \bar{x}_1 x_4 \\ \bar{x}_2 x_4 \end{matrix} \right\}$$
- Cost gabungan total= 6 gerbang + 17 input (=23)

Peta Karnaugh

Rangkaian  
Multi-Keluaran

Ringkasan

Lisensi

- ▶ Yang telah kita pelajari hari ini:
  - ▶ Penyederhanaan fungsi logika menggunakan peta Karnaugh melalui Grouping minterm untuk rangkaian SOP atau Maxterm untuk POS, baik fungsi 2-variabel sampai 6-variabel
  - ▶ Terminologi dalam K-map, yaitu implicant, prime implicant (esensial, non-esensial), cover dan cost beserta contoh penggunaan istilah-istilah tersebut
  - ▶ Fungsi tidak lengkap dengan masukan don't care
  - ▶ Rangkaian multi-keluaran untuk mengoptimalkan penggunaan gerbang
- ▶ Yang akan kita pelajari di pertemuan berikutnya adalah penyederhanaan fungsi logika menggunakan Quine-McKluskey untuk memperoleh rangkaian yang optimal. Juga akan dibahas rangkaian multi-level
  - ▶ Pelajari: <http://didik.blog.undip.ac.id/2014/02/25/tkc205-sistem-digital-2013-genap/>

## Creative Common Attribution-ShareAlike 3.0 Unported (CC BY-SA 3.0)

- ▶ Anda bebas:
  - ▶ untuk **Membagikan** — untuk menyalin, mendistribusikan, dan menyebarkan karya, dan
  - ▶ untuk **Remix** — untuk mengadaptasikan karya
- ▶ Di bawah persyaratan berikut:
  - ▶ **Atribusi** — Anda harus memberikan atribusi karya sesuai dengan cara-cara yang diminta oleh pembuat karya tersebut atau pihak yang mengeluarkan lisensi. Atribusi yang dimaksud adalah mencantumkan alamat URL di bawah sebagai sumber.
  - ▶ **Pembagian Serupa** — Jika Anda mengubah, menambah, atau membuat karya lain menggunakan karya ini, Anda hanya boleh menyebarkan karya tersebut hanya dengan lisensi yang sama, serupa, atau kompatibel.
- ▶ Lihat: **Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported License**
- ▶ Alamat URL: <http://didik.blog.undip.ac.id/2014/02/25/tkc205-sistem-digital-2013-genap/>