

# 西北工业大学研究生院 学位研究生课程考试试题

考试科目: 组合数学

考核形式: 考试

开课学期: 2017-2018 年秋

说明: 所有答案必须写在答题册上, 否则无效。

课程编号: M10G11002

考试时间: 2017 年 10 月 28 日

任课教师: 康慕宁

共 1 页 第 1 页

以下 1-9 题每题 10 分共 90 分

1. How many seven-digit numbers are there such that the digits are distinct integers taken from  $\{1, 2, \dots, 9\}$  and such that the digits 3 and 4 do not appear consecutively in either order?
2. 甲单位有 8 人, 乙单位有 6 人, 若由二单位选出一个五人组成的管理小组, 其中,
- 甲单位恰有 2 人;
  - 甲单位至少 2 人;
  - 甲单位中的 A, 与乙单位中的 B 不能同时被选或同时不被选;
- 请分别给出以上三种情况下, 各有多少选择方案。
3. 求 1、3 出现偶数次, 2、4 出现奇数次、7 至少出现一次的 20 位八进制数的个数 (只需给出计算公式即可)。
4. 用组合方法证明等式:  $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$
5. 设  $F_1=1, F_2=1, F_n=F_{n-1}+F_{n-2} \ (n \geq 3)$   $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix}$
6. 在由 A, B, C, D, E, F, G, H, I, J 组成的所有长度为 N 的符号串中, 有多少这样的串, 必须包含字母 A 和 B, 但肯定不包含 C, D, E, F?
7. 给 A, B, C, D 四人分配 a, b, c, d 四种工作, 每人完成其中之一。已知, A 不会做 a 工作, B 不会做 c, d 工作, C 不会做 a, c 工作, D 不会做 d 工作。问有多少种不同的分配工作方案?
8. 证明: 对于任意的整数 n, 存在全部只由 1 和 0 组成的十进制正整数 m, 使得 m 是 n 的倍数 (即 n 整除 m, 记为:  $n|m$ )。例如,  $2|10, 3|111, 4|100, 5|10, 6|11110, 7|111111, 8|1000$ 。
9. 假设由 m 种颜色的珠子串成项链, 问由 8 个珠子串成的不同项链数有多少? 请给出  $m=2$  时的具体值是多少。

以下二题, 每题 10 分, 可任选一题作答:

- 证明把 n 拆分成 m 个不同数的方案数等于把  $n - C(m, 2)$  拆分成 m 个数的拆分数。
- 证明周长为 2n, 边长为整数的三角形的个数, 等于把数 n 拆分成三项和的拆分数。