Практическая работа №1 Изучить принципы формы представления чисел в ЭВМ

Тема: взаимный перевод чисел.

Цели: изучить принципы формы представления чисел в ЭВМ и правила выполнения арифметических действий в ЭВМ, построения правил недесятичной арифметики.

Студент должен
знать:

- общие сведения о системах счисления;
- формы представления чисел;
- формы кодирования целых чисел;

уметь:

- представлять целые числа в различных формах;
- выполнять операцию сложения с целыми числами в двоичных кодах;
- разрабатывать арифметические правила для любой системы счисления.

Теоретическое обоснование

Счислением называется совокупность приемов наименования и обозначения чисел.

Сегодня человек использует различные системы счисления. Как правило, эти системы различаются между собой количеством используемых для обозначения различных чисел цифр. В зависимости от способа изображения чисел, системы счисления делятся на:

– позиционные;

– непозиционные.

В **позиционной** системе счисления цифры изменяют своё количественное значение в зависимости от их расположения в числе.

Например, в числе 1841,21 имеются три цифры «1». Все они имеют разные значения.

Первая обозначает тысячи, вторая единицы, а третья сотые доли соответственно. Указанное число является сокращённой записью следующей суммы:

$1841{,}21_{10} = 1 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 1 + 2 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2}$

Количество (P) различных цифр, используемых для изображения числа в позиционной системе счисления, называется **основанием системы счисления**. Значения цифр лежат в диапазоне от0 до P-1.

Для предотвращения разночтений основание системы счисления будем записывать в виде нижнего индекса справа от числа.

В общем случае запись любого смешанного числа в системе счисления с основание P будет представлять собой сумму вида:

$$N_P = a_{m-1} \cdot P^{m-1} + a_{m-2} \cdot P^{m-2} + \ldots + a_k \cdot P^k + \ldots + a_1 \cdot P^1 + \quad (1)$$
$$+ a_0 \cdot P^0 + a_{-1} \cdot P^{-1} + a_{-2} \cdot P^{-2} + \ldots + a_{-s} \cdot P^{-s}$$

Нижние индексы определяют местоположение цифры в числе (разряд):

- положительные значения индексов – для целой части числа (m разрядов);
- отрицательные значения индексов – для дробной части числа (s разрядов).

Максимальное целое число, которое может быть представлено в m разрядах:

$$N_{\max} = P^m - 1 \quad (2)$$

- Минимальное значащее, не равное 0 число, которое можно записать в s разрядах дробной части:

$$N_{\min} = P^{-sm} \quad (3)$$

- Имея в целой части числа m, а в дробной – s разрядов, можно записать всего P^{m+s} разных чисел.

1. Перевод чисел из одной системы счисления в другую

1.1. **Перевод чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную и шестнадцатеричную** и обратный перевод чисел. Правила перевода чисел из двоичной системы в восьмеричную, шестнадцатеричную и обратно достаточно просты, поскольку основания восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления выражаются целой степенью двойки: $8 = 2^3$, $16 = 2^4$.

Таблица перевода восьмеричных чисел в двоичные

восьмеричное число	двоичное число
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Таблица перевода шестнадцатеричных чисел в двоичные

шестнадцатеричное число	двоичное число
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A (10)	1010
B (11)	1011
C (12)	1100
D (13)	1101
E (14)	1110
F (15)	1111

1.2. **Перевод чисел из восьмеричной системы счисления в двоичную** осуществляется представлением каждой цифры восьмеричного числа трехразрядным двоичным числом – *триадой*.

$$762{,}35_8 = 111\ 110\ 010,\ 011\ 101_2$$

1.3. Перевод шестнадцатеричных чисел в двоичную систему счисления осуществляется представлением каждой цифры шестнадцатеричного числа четырехразрядными двоичными числами – тетрадами**.**

$$A7B{,}C7_{16} = 1010\ 0111\ 1011{,}11000111_2$$

1.4. **Перевод чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную или шестнадцатеричную систему** осуществляется представлением разрядов двоичного числа, которые разбиваются на группы по три разряда при переводе в восьмеричную систему или по четыре разряда при переводе в шестнадцатеричную систему, отсчитывая от запятой влево и вправо.

При этом неполные крайние группы дополняются нулями. Затем каждая двоичная группа представляется цифрой той системы счисления, в которую переводится число.

$$001\ 111,\ 101010_2 = 17{,}52_8$$
$$0101\ 1100,\ 1011011_2 = 5C{,}B6_{16}$$

2. Арифметические операции для двоичных и шестнадцатеричных чисел

Арифметические операции для двоичных и шестнадцатеричных чисел выполняются по тем же правилам, что и для десятичных чисел. Рассмотрим на примерах выполнение таких арифметических операций, как сложение, вычитание и умножение для целых чисел.

Все арифметические действия, которые применимы к двоичным числам, выполняются аналогично как в десятичной системе. Удобнее всего двоичные числа складывать, вычитать, умножать и делить столбиком.

Числа записываются друг под другом с учетом разрядов. При необходимости производится перенос в старший разряд или заем из старшего разряда.

2.1. Сложение

Вычисление суммы двоичных чисел производится следующим образом: числа записываются в столбик. Затем производится поразрядное суммирование цифр, начиная с младшего разряда, как в десятичной системе. Если сумма цифр текущего разряда превышает его размер, то происходит перенос единицы в старший разряд.

Поразрядная сумма формируется по следующим правилам:

0 + 0 = 0
0 + 1 = 1
1 + 0 = 1
1 + 1 = 0 – осуществляется перенос 1 в старший разряд

Например, выполните суммирование двух двоичных чисел 1000111 и 110011 как показано в таблице

Первое слагаемое	1	0	0	0	1	1	1
Второе слагаемое		1	1	0	0	1	1
Сумма	1	1	1	1	0	1	0

На примере видно, как происходит перенос в старший разряд. При сложении единиц самого младшего разряда получается 10. Ноль остается на своем месте, а единица переносится в старший разряд слева, где уже складываются две единицы. Получается 11. И снова, младшую единицу оставляют, а старшую переносят влево.

Выполните суммирование двоичных чисел:

а) $1111000111_2 + 11010101_2$;
в) $1001111010{,}010001_2$; + $1000001111{,}01_2$

2.2. Вычитание

Действие разности следует также выполнять столбиком. Вычитание производится поразрядно. Если возникает ситуация, что приходится вычитать из нуля единицу, то происходит заем из старшего разряда.

Поразрядная разность формируется по следующим правилам:

0 - 0 = 0
1 - 0 = 1
1 - 1 = 0
0 - 1 = 1 – после заём1 из старшего разряда

Все как в десятичной системе. Только следует помнить, что в двоичной системе 10 – 1 = 1.

Например, разность чисел: 1000111 – 110011 = 10100

Уменьшаемое	1	0	0	0	1	1	1
Вычитаемое		1	1	0	0	1	1
Разность			1	0	1	0	0

На примере видно, как производится заем в старшем разряде. В пятом справа разряде производится вычитание 0 – 1. Здесь следует занять единицу из ближайшего старшего разряда слева.

Выполните вычитание двоичных чисел:

а) 1101000111_2 - 110101_2;
в) $1001011010,010001_2$; - $100000111,01_2$

2.3. Умножение

Поразрядные произведения формируются по следующим правилам:

0 x 0 = 0
0 x 1 = 0
1 x 0 = 0
1 x 1 = 1

Произведение выполняется также поразрядно, каждый разряд второго числа умножается на каждую цифру первого числа, результат суммируется

Произведение двоичных чисел 1101 * 11 = 100111

Первый множитель			1	1	0	1
Второй множитель					1	1
			1	1	0	1
		1	1	0	1	
Итог (произведение)	1	0	0	1	1	1

Выполните умножение двоичных чисел:

а) 1101000111_2 - 110101_2;
в) $1001011010,010001_2$; - $100000111,01_2$

2.4. Деление

Операция деления выполняется столбиком, аналогично как в десятичной системе счисления.

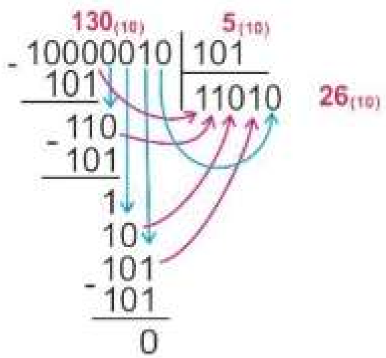

Рис. 2. Деление двоичных чисел

2.5. **Операция сдвига по разрядной сетке**.

В компьютерах, кроме операции алгебраического суммирования двоичных чисел, к которой относятся операции сложения и вычитания, выполняется ***операция сдвига числа*** по разрядной сетке влево и вправо, осуществляющая, фактически, умножение и деление двоичных чисел.

В случае сдвига влево осуществляется **умножение** двоичного числа на 2^j, а ***при сдвиге вправо*** – **деление** на 2^j, где j – количество разрядов, на которое сдвигается двоичное число.

Например, выполните сдвиг в двоичном числе на 2 разряда влево и в право:

1) $000011_2 = 3_{10}$ влево
$001100_2 = 12_{10}$
т. е. $3 \times 4(2^2) = 12_{10}$
2) $001000_2 = 8_{10}$ вправо
$000010_2 = 2_{10}$

т. е. $8 : 4(2^2) = 2_{10}$

В компьютерах часто используется ***циклический сдвиг***, при выполнении которого разрядная сетка, отведенная для ***операнда*** (числа, над которым производится действие), представляется замкнутой в кольцо. Тогда ***при сдвиге влево*** содержимое старшего разряда попадает в младший разряд операнда, а ***при сдвиге вправо*** содержимое младшего разряда попадает в старший разряд операнда.

Алгебраическое представление двоичных чисел, то есть представления чисел с учетом их знака включает в себя арифметическое представление числа и знаковый разряд. При этом код «0» означает знак «+» (плюс), код «1» – знак «–« (минус). Для алгебраического представления чисел в вычислительных машинах используют специальные коды:

- прямой код числа;
- обратный код числа;
- дополнительный код числа.

Два последних кода позволяют заменить неудобную для ЭВМ операцию вычитания на операцию сложения с соответствующим отрицательным числом.

Дополнительный код обеспечивает более быстрое выполнение операций, поэтому чаще всего в ЭВМ применяется именно он.

Прямой код числа N – [N]пр. Пусть N = a1 a2 a3 … am. Тогда:

- если N>0, то [N]пр = 0, a1 a2 a3 … am;
- если N<0, то [N]пр = 1, a1 a2 a3 … am;
- если N=0, то имеет место неоднозначность: [0]пр = 0,0… или 1,0…;

В общем виде:

$$[N]_{пр} = \begin{cases} N, если \quad N \geq 0, \\ 1 - N, если \quad N < 0 \end{cases}$$

Обратный код числа N – [N]обр.

Обозначение $\bar{a}$ означает величину, обратную a (инверсию a), то есть если $a = 1$, то $\bar{a} = 0$, и наоборот.

- если N>0, то [N]обр = [N]пр = 0, a1 a2 a3 … am;
- если N<0, то [N]обр = $1, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3 ... \bar{a}_m$, ;
- если N=0, то имеет место неоднозначность: [0]обр = 0, 0… или 1,11…1.

Обратный код положительного числа совпадает с прямым кодом. Для того чтобы получить обратный код отрицательного числа, необходимо цифры этого числа инвертировать, то есть во всех значащих разрядах нули заменить единицами, а единицы нулями, в знаковом разряде поставить 1.

Например, число N = 0,1011, [N]обр = 0,1011.

Число N = - 0,1011, [N]обр = 1,0100. В случае, когда N<0, [N]обр = 10-1 10-n + N, то есть [N]обр = 1,1111 + N.

Обобщая результаты, получим:

$$[\quad_{обр} = \begin{cases} N, если \quad N \geq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 - 1 \cdot 10^{-n} + N, если \quad N \le 0 \end{cases}$$

Дополнительный код числа N – [N]доп.

– если N<=0, то [N]доп = [N]пр = 0, a1 a2 a3 … am;

– если N>=0, то [N]доп = $1, \bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3 ... \bar{a}_m$, +0,0 0…1.

Дополнительный код положительного числа совпадает с прямым кодом. Для того чтобы по- лучить дополнительный код отрицательного числа, необходимо все его цифры инвертировать (в зна- ковом разряде поставить единицу, во всех значащих разрядах нули заменить единицами, а единицы нулями) и затем к младшему разряду прибавить единицу. В случае возникновения переноса из пер- вого после запятой разряда в знаковый разряд, к числу следует прибавить единицу в младший разряд.

Например, число N = 0,1011, [N]доп = 0,1011.

Число N = - 0,1011, [N]доп = 1,0100. N = 0,0000; [N]доп = 10,0000 = 0,0000 (1 исчезает). Неод-
нозначности в изображении 0 нет.

Практические задания

1. Произвести последовательный перевод целого числа из десятичной системы счисления в системы счисления с основаниями, заданными степенями числа Системы счисления определяются вариантом задания.

2. Произвести перевод дробного числа из десятичной системы счисления в системы счисленияс основанием, заданными степенями числа. При иррациональном представлении числа использовать первые десять разрядов. Системы счисления определяются вариантом задания.

3. Произвести перевод целого числа из десятичной системы счисления в систему счисления, определенную вариантом задания.

4. Произвести перевод дробного числа из десятичной системы счисления в систему счисления, определенную вариантом задания. При иррациональном представлении числа использовать первые десять разрядов. Система счисления определяется вариантом задания.

Оформление работы должно отражать и иллюстрировать принципы перевода чисел из однойсистемы счисления в другую.

Например: 100010 / 2 = 500 (0) / 2 = 250 (0) / 2 = 125 (0) / 2 = 62 (1) / 2 = 31 (0) / 2 = 15 (1) / 2 =
7 (1) / 2 = 3 (1) / 2 = 1 (1) / 2 = 0 (1).

Таким образом: 100010 = 11111010002

11111010002 → 11 1110 10002 → 0011 1110 10002 → 3E816

11111010002 X = 1 * 29 + 1 * 28 + 1 * 27 + 1 * 26 + 1 * 25 + 0 * 24 + 1 * 23 + 0 * 22 + 0 * 21 +
0 * 20 = 100010

5. Получить прямой код целого числа.
6. Получить обратный код целого числа.
7. Получить дополнительный код целого числа.

Оформление работы должно отражать и иллюстрировать принципы выполнения заданий.

Варианты заданий

Задание 1. Выполнить перевод чисел:

1. Из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричнуюсистемы счисления.

а) 666; б) 305; в) 153,25; г) 162,25; д) 248,46.

2. Перевести данное число в десятичную систему счисления.

а) 1100111011_2; в) $10110101,1_2$; г) $100000110,10101_2$; д) $671,24_8$;е) $41A,6_{16}$.

Выполнить арифметические операции с двоичными, восьмеричными и шестнадцате-ричным числами

Задание 2

Произвести действия над числами в различных системах

счисления:

1. $110,011_2+11,1_2$
2. $110,011_2–11,1_2$
3. $11,01_2*1,1_2$
4. $6A,4_{16}+82,B_{16}$
5. $82,B_{16}–6A,4_{16}$
6. $3,1_{16}*B,6_{16}$

Выполнить проверку полученных результатов путем их перевода в десятичную системусчисления.

Варианты заданий для самостоятельной работы.

№	Целое число	Дробное число	Основания систем (для задания 1)	Основания систем (для задания 2)	Основание системы (для задания 3)	Основание системы (для задания 4)
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	678	0,343	10-2-16-10	10-2-16-10	3	5