

Практическая работа №4. Разработка программ для машины Тьюринга

Тема: Формирование умений и навыков по разработке программ машин Тьюринга.

Цель:

- Изучить устройство машины Тьюринга
- научиться читать и выполнять программы, написанные для машины Тьюринга
- научиться разрабатывать программы для машины Тьюринга.

Теоретическая часть

Методические указания:

Программы для машин Тьюринга записываются в виде таблицы, где первые столбец и строка содержат буквы внешнего алфавита и возможные внутренние состояния автомата (внутренний алфавит). Содержимое таблицы представляет собой команды для машины Тьюринга.

Буква, которую считывает головка в ячейке (над которой она находится в данный момент), и внутренне состояние головки определяют, какую команду нужно выполнить. Команда определяется пересечением символов внешнего и внутреннего алфавитов в таблице.

Чтобы задать конкретную машину Тьюринга, требуется **описать для нее следующие составляющие:**

1. Внешний алфавит.

Конечное множество (обозначают буквой A), элементы которого называются буквами (символами). Одна из букв этого алфавита (например, a_0) должна представлять собой пустой символ. Например, алфавит машины Тьюринга, работающей с двоичными числами, задается в виде $A = \{0, 1, a_0\}$. Непрерывную цепочку символов на ленте называют словом.

Автоматом называют устройство, работающее без участия человека. Автомат в машине Тьюринга имеет несколько состояний и при определенных условиях переходит из одного состояния в другое. Множество состояний автомата называют внутренним алфавитом.

3. Внутренний алфавит.

Конечное множество состояний каретки (автомата). Обозначается буквой $Q = \{q_1, q_2, \dots\}$. Одно из состояний - q_1 - должно быть начальным (запускающим программу). Еще одно из состояний (q_0) должно быть конечным (завершающим программу) – состояние остановка.

Таблица переходов. Описание поведения автомата (каретки) в зависимости от состояния и считанного символа.

Автомат машины Тьюринга в процессе своей работы управляется программой, во время каждого шага которой выполняются последовательно следующие **действия:**

- Записывать символ внешнего алфавита в ячейку (в том числе и пустой), заменяя находившийся в ней (в том числе и пустой).
- Передвигаться на одну ячейку влево или вправо.
- Менять свое внутреннее состояние.

Поэтому при составлении программы для каждой пары (символ, состояние) нужно определить три параметра:

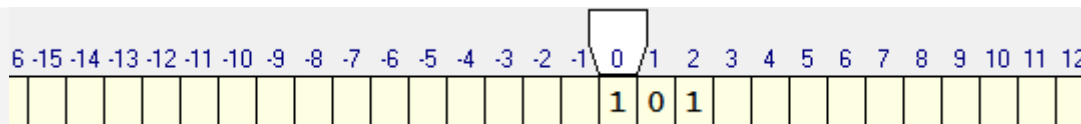
- символ a_i из выбранного алфавита A ,
- направление перемещения каретки (" \leftarrow " — влево, " \rightarrow " — вправо, "точка" — нет перемещения)
- новое состояние автомата q_k . Например, команда 1 " \leftarrow " q_2 обозначает "заменить символ на 1, переместить каретку влево на одну ячейку и перейти в состояние q_2 ".

4. Работу Машины Тьюринга.

Машина Тьюринга представляет собой бесконечную ленту, поделенную на ячейки, и каретку (считывающе-печатающее устройство), которая движется вдоль ленты.

Таким образом Машина Тьюринга формально описывается набором двух алфавитов:

- $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ — внешний алфавит, служит для записи исходных данных
- $Q = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_m\}$ — внутренний алфавит, описывает набор состояний считывающе-печатного устройства.



Машина Тьюринга

Каждая ячейка ленты может содержать символ из внешнего алфавита $A = \{a_0, a_1, \dots, a_n\}$ (В нашем случае $A = \{0, 1\}$)

5. Допустимые действия Машины Тьюринга

- записать какой-либо символ внешнего алфавита в ячейку ленты (символ, бывший там до того, затирается)
- сместиться в соседнюю ячейку
- сменить состояние на одно из обозначенных символом внутреннего алфавита Q

Машина Тьюринга — это автомат, который управляется таблицей.

Строки в таблице соответствуют символам выбранного алфавита A , а столбцы — состояниям автомата $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_m\}$. В начале работы машина Тьюринга находится в состоянии q_1 . Состояние q_0 — это конечное состояние, попав в него, автомат заканчивает работу.

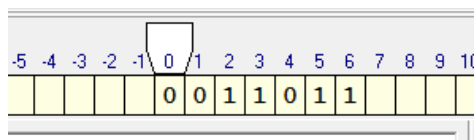
В каждой клетке таблицы, соответствующей некоторому символу a_i и некоторому состоянию q_j , находится команда, состоящая из трех частей: символ из алфавита A направление перемещения: «>» (вправо), «<» (влево) или «.» (на месте) новое состояние автомата

| | Q_1 | Q_2 | Q_3 | Q_4 |
|---|-------|-------|-------|-------|
| 0 | | | | |
| 1 | | | | |
| ␣ | | | | |

В приведенной выше таблице алфавит $A = \{0, 1, _ \}$ (содержит 3 символа), а внутренний алфавит $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_0\}$, q_0 — состояние, заставляющее каретку остановиться.

Практическая часть.

Задача 1. Пусть внешний алфавит состоит из $A = \{0, 1, _ \}$. На ленте в ячейках находятся символы из алфавита в следующем порядке 0011011, каретка находится над первым символом.



Необходимо составить программу, которая заменит 0 на 1, 1 на 0 и вернет каретку в первоначальное положение.

Решение


Теперь определимся с состояниями каретки.

Состояние Q_1 . Каретка должна пойти вправо: если видит 0 меняет его на 1 и остается в состоянии Q_1 , если видит 1 — меняет его на 0 и остается в состоянии Q_1 , если видит _ (пусто)— возвращается назад на 1 ячейку «желает что-то другое», т.е. переходит в состояние Q_2 . Запишем наши рассуждения в таблицу исполнителя. Синтаксис смотрите в справке к программе)

| | Q_1 |
|---|-----------|
| 0 | 1 → Q_1 |
| 1 | 0 → Q_1 |
| _ | _ ← Q_2 |

Состояние Q_2 . Теперь опишем «желание каретки» Q_2 . Мы должны вернуться в первоначальное положение. Для этого: если видим 1 оставляем ее и остаемся в состоянии Q_2 (с тем же желанием дойти до конца ряда символов); если видим 0 — оставляем его и продолжаем двигаться влево в состоянии Q_2 ; видим _ — сдвигается вправо на 1 ячейку.

Вот вы оказались там, где требуется в условии задачи. переходим в состояние Q_0 .

| | Q_1 | Q_2 |
|---|-----------|---|
| 0 | 1 → Q_1 | 0 ← Q_2 |
| 1 | 0 → Q_1 | 1 ← Q_2 |
| _ | _ ← Q_2 | _ →  |

Задача 2. Дано: конечная последовательность 0 и 1 (001101011101). Необходимо выписать их после данной последовательности, через пустую ячейку, а в данной последовательности заменить их на 0. Например:

Из 001101011101 получим 000000000000 1111111.

Как видите, семь единиц записались после данной последовательности, а на их местах стоят нолики.

Решение. Определим, какие состояния необходимы каретке и сколько.

Для Q_1 : увидел 1 — исправь на нолик и перейди в другое состояние Q_2 (новое состояние вводится, чтобы каретка не поменяла на нули все единицы за один проход)

Для Q_2 : ничего не менять, двигаться к концу последовательности


Для Q_3 : как только каретка увидела пустую ячейку, она делает шаг вправо и рисует единичку, если она видит единичку — то движется дальше, чтобы подписать символ в конце. Как только нарисовал единицу, переходим в состояние Q_4 .

Для Q_4 : проходим по написанным единицам, ничего не меняя. Как только доходим до пустой ячейки, разделяющей последовательность от единиц, переходим с новое состояние Q_5 .

Для Q_5 : в этом состоянии идем начало последовательности, ничего не меняя. Доходим до пустой ячейки, разворачиваемся и переходим в состояние Q_1

Состояние Q_0 каретка примет в том случае, когда она пройдет в состоянии q_1 до конца данной последовательности и встретит пустую ячейку.

Получим такую программу:

| | Q_1 | Q_2 | Q_3 | Q_4 | Q_5 |
|---|---|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | 0 → Q_1 | 0 → Q_2 | | | 0 ← Q_5 |
| 1 | 0 → Q_2 | 1 → Q_2 | 1 → Q_3 | 1 ← Q_4 | 1 ← Q_5 |
| _ | _ →  | _ → Q_3 | 1 → Q_4 | _ ← Q_5 | _ → Q_1 |

Решение задач с использованием машины Тьюринга

Задание выполнить на эмуляторе машины Тьюринга Полякова.

Задание 1

Написать программу на машине Тьюринга, прибавляющую число 2 к введенному числу.

Задание 2

Написать на машине Тьюринга программу, прибавляющую 3 к введенному числу.

Задание 3

Перенести первый символ непустого слова P в его конец. Алфавит: $A=\{a,b,c\}$.

Задание 4

Если первый и последний символы (непустого) слова P одинаковы, тогда это слово не менять, а иначе заменить его пустым словом. Алфавит: $A=\{a,b,c\}$.

Задание 5

Удалить из слова P его второй символ, если такой есть. Алфавит: $A=\{a,b\}$.

Задание 6

Удалить из слова P первое вхождение символа a , если такое есть. Алфавит: $A=\{a,b,c\}$.

Задание 7

Если P - непустое слово, то за его первым символом вставить символ a . Алфавит: $A=\{a,b,c\}$.

Задание 8

Вставить в слово P символ a за первым символом c , если такое есть. Алфавит: $A=\{a,b,c\}$.

Задание 9

Удалить из P все вхождения символа a . $A=\{a,b,c\}$.

Задание 10

Удвоить слово P , поставив между ним и его копией знак $=$. Алфавит: $A=\{a,b\}$.

Задание 11

1. Построить таблицу машины Тьюринга, которая заменяет все единицы на нули, а все нули на единицы. Пример. Исходное число 111001. Результат – 000110.

Задание 12

2. Построить таблицу машины Тьюринга, которая удаляет из числа все нули, например, число 1001110 преобразует к виду 1111. Эта задача уже сложнее и требует ввести в рассмотрение более двух состояний.

Задание 13

3. Построить машину, имеющую два конечных состояния, условно обозначаемых как YES и NO. Машина должна завершить работу в состоянии YES, если число единиц в записи числа нечетное, и в состоянии NO – в противном случае.

Задание 14

4. Построить машину, имеющую два конечных состояния, условно обозначаемых как YES и NO. Машина должна завершить работу в состоянии YES, если в записи числа имеется три подряд идущих единицы, и в состоянии NO – в противном случае.

Задание 15

5. Построить машину Тьюринга, которая получает обратный порядок записи числа, например, исходное число 111001, результат 100111.

Задание 16

6. Построить машину Тьюринга, которая меняет местами соседние два элемента попарно. Пример. Исходное число 011001 заменяется на 100110.