

Практическая работа №4. Разработка программ для машины Тьюринга

Тема: Формирование умений и навыков по разработке программ машин Тьюринга.

Цель:

- изучить устройство машины Тьюринга
- научиться читать и выполнять программы, написанные для машины Тьюринга
- научиться разрабатывать программы для машины Тьюринга.

Задание 1

Написать программу на машине Тьюринга, прибавляющую число 2 к введенному числу.

Решение

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

1 0 8 0 0 1

Внешний алфавит: 0123456789

A \ Q	Q0	Q1	Q2	Q3	Q4
0	2 \ominus Q0	1 \ominus Q0			
1	3 \ominus Q0	2 \ominus Q0			
2	4 \ominus Q0	3 \ominus Q0			
3	5 \ominus Q0	4 \ominus Q0			
4	6 \ominus Q0	5 \ominus Q0			
5	7 \ominus Q0	6 \ominus Q0			
6	8 \ominus Q0	7 \ominus Q0			
7	9 \ominus Q0	8 \ominus Q0			
8	0 \leftarrow Q1	9 \ominus Q0			
9	1 \leftarrow Q1	0 \leftarrow Q1			
Пробел	1 \ominus Q0	1 \ominus Q0			

Комментарий:

Задание 2

Написать на машине Тьюринга программу, прибавляющую 3 к введенному числу.

Решение

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

1 0 8 0 2 1 1

Внешний алфавит: 0123456789

A \ Q	Q0	Q1	Q2	Q3	Q4	Комментарий:
0	3 → Q0	1 → Q0				
1	4 → Q0	2 → Q0				
2	5 → Q0	3 → Q0				
3	6 → Q0	4 → Q0				
4	7 → Q0	5 → Q0				
5	8 → Q0	6 → Q0				
6	9 → Q0	7 → Q0				
7	0 → Q1	8 → Q0				
8	1 → Q1	9 → Q0				
9	2 → Q1	0 → Q1				
Пробел	3 → Q0	1 → Q0				

Задание 3

Перенести первый символ непустого слова Р в его конец. Алфавит: $A=\{a,b,c\}$.

Решение

Если первый символ – это а, то надо перейти в состоянии q_2 , в котором автомат бежит вправо и записывает в конец а. Если же первым был символ b, тогда надо перейти в состоянии q_3 , где делается все тоже самое, только в конце записывается символ b. Если же первым был символ с, тогда переходим в состояние q_4 , в котором автомат дописывает за входным символом с.

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

K

</

Задание 4

Если первый и последний символы (непустого) слова Р одинаковы, тогда это слово не менять, а иначе заменить его пустым словом. Алфавит: $A=\{a,b,c\}$.

Решение

1. Запомним первый символ входного слова, не стирая его (перейдем в состояние q_1 , если первый символ -а, q_3 , если первый символ – b и q_5 , если первый символ -с).\
2. Переместим автомат под последний символ и сравним его с заполненным (в q_2 для а, в q_4 для b и q_6 для с). Если они равны, то больше ничего не делать.
3. В противном случае уничтожить все входное слова (q_7)

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

K

</

Задание 5

Удалить из слова Р его второй символ, если такой есть. Алфавит: $A=\{a,b\}$.

Решение

Запомнить первый символ, стереть второй символ и установить его на месте первого

12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38

K ◀ [] ▶

Внешний алфавит: **ab**

A \ Q	Q0	Q1	Q2	Q3	Q4
a	→ Q1	a ⓧ Q1	b ⓧ Q2		
b	→ Q2	a ⓧ Q1	b ⓧ Q2		
Пробел					

Комментарии:

Задание 6

Удалить из слова Р первое вхождение символа a, если такое есть. Алфавит: $A=\{a,b,c\}$.

Решение

Если первый символ слова -a, то стереть его и остановиться. Иначе сдвигаем символы слова на один символ вправо до тех пор, пока не найдем символ a.

Сдвиг символов осуществляется так: в очередной клетке записываем b (если в q1) или c (если в q2), переходим вправо и меняем состояние на q1 (если в текущей клетке было записано b) или на q1 (если было записано c), где осуществляется дальнейшая запись. Если в очередной клетке записано a или пробел, то записываем в нее запомненный символ и останавливаем программу.

4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

K ◀ [] ▶

Внешний алфавит: **abc**

A \ Q	Q0	Q1	Q2	Q3	Q4
a	→ Q0	b ⓧ Q0	c ⓧ Q0		
b	→ Q1	b → Q1	c → Q1		
c	→ Q2	b → Q2	c → Q2		
Пробел	ⓧ Q0	b ⓧ Q0	c ⓧ Q0		

Комментарий:

Задание 7

Если Р - непустое слово, то за его первым символом вставить символ а. Алфавит: $A=\{a,b,c\}$.

Решение

Запомнить первый символ слова, меняем его на символ а, переходим на одну клетку влево и ставим там этот символ.

Внешний алфавит: **abc**

A \ Q	Q0	Q1	Q2	Q3	Q4
a	a ← Q ₁				
b	a ← Q ₂				
c	a ← Q ₃				
Пробел	_ ⓧ Q ₀	a ⓧ Q ₀	b ⓧ Q ₀	c ⓧ Q ₀	

Комментарий:

Задание 8

Вставить в слово Р символ а за первым символом с, если такое есть. Алфавит: $A=\{a,b,c\}$.

Решение

Просмотрим слово до символов с или пустой клетки (в последнем случае останавливаем программу сразу). Затем, если с найден, запоминаем его и меняем на символ а, а далее запускаем цикл, который справа налево сдвигает символы слова, первоначально вставляя символ с перед а.

Внешний алфавит: **abc**

A \ Q	Q0	Q1	Q2	Q3	Q4
a	a → Q0	a ← Q1	b ← Q1	c ← Q1	
b	b → Q0	a ← Q2	b ← Q2	c ← Q3	
c	a ← Q3	a ← Q3	b ← Q3	c ← Q3	
Пробел	_ ← Q0	a ⛔ Q1	b ⛔ Q2	c ⛔ Q3	

Комментарий:

Задание 9

Удалить из Р все вхождения символа а. $A=\{a,b,c\}$.

Решение

Вместо сдвига символов слова для закрытия образующихся дырок можно построить новое слово справа от предыдущего. Чтобы разграничить эти слова, отделим их некоторым вспомогательным символом, например =, отличным от всех символов алфавита A .

1. Идем в конец слова и ставим знак =.
2. После этого возвращаемся к началу входного слова.
3. Теперь наша задача – перенести в цикл все символы входного слова, кроме а, вправо за знак = в формируемое выходное слово. Для этого анализируем первый символ входного слова. Если это а, тогда стираем его и переходим к следующему символу. Если же первый символ - это b или c, тогда стираем его переходим вправо до первой пустой клетки, куда и записываем этот символ. Снова возвращаемся налево к тому символу, который стал первым во входном слове, и повторяем те же самые действия, но уже по отношению к этому символу.
4. Этот цикл завершается, когда при возврате налево мы увидим в качестве первого символа =. Это признак того, что мы полностью просмотрели входное слово и перенесли все его символы, отличные от а, в формируемое справа выходное слово. Надо этот знак стереть, сдвинуться вправо под выходное слово и остановиться.

Внешний алфавит: **abc=**

A \ Q	Q0	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5
a	a → Q0	a ← Q1	_ → Q2	a → Q3	a → Q4	
b	b → Q0	b ← Q1	_ → Q3	b → Q3	b → Q4	b ⊖ Q5
c	c → Q0	c ← Q1	_ → Q4	c → Q3	c → Q4	c ⊖ Q5
=		= ← Q1	_ → Q5	= → Q3	= → Q4	
Пробел	= ← Q1	_ → Q2		b ← Q1	c ← Q1	

Комментарий:

Задание 10

Удвоить слово Р, поставив между ним и его копией знак =. Алфавит: $A=\{a,b\}$.

Решение

1. Вначале запишем знак = за входным словом. Затем вернемся под первый символ входного слова.
2. Заменяем видимый символ а на двойник А (что бы при возвращении к исходному слову знать, с какого символа продолжать копирование), переходим вправо до первой свободной клетке и записываем в нее символ а. После этого возвращаемся влево к клетке с двойником А, восстанавливаем прежний символ а и сдвигаемся вправо к следующему символу. Теперь аналогичным образом копируем второй

символ (заменяем его на A, в конце дописываем a и т.д.) и все последующие символы входного слова.

3. Когда скопируем последний символ входного слова и вернемся к его двойнику, то затем после сдвига на одну позицию вправо мы попадем на знак = . Это символ о том, что входное слово полностью скопировано, поэтому останавливаем программу.

Алфавит

	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄	Q ₅	Q ₆
a	a → Q ₁	a ← Q ₂	A → Q ₄	a → Q ₄	a → Q ₅	a ← Q ₆
b	b → Q ₁	b ← Q ₂	B → Q ₅	b → Q ₄	b → Q ₅	b ← Q ₆
=			= ↓ Q ₃	= → Q ₄	= → Q ₅	= ← Q ₆
A						a → Q ₃
B						b → Q ₃
␣	= ← Q ₂	␣ → Q ₃		a ↓ Q ₆	b ↓ Q ₆	

Задание 11.

Построим таблицу машины Тьюринга, которая заменяет все единицы на нули, а все нули на единицы. Пример. Исходное число 111001. Результат – 000110.

Решение

1	ε	0	1
Q ₁	εUQ _{fin}	1LQ ₁	0LQ ₁

Задание 12

Построим таблицу машины Тьюринга, которая удаляет из числа все нули, например, число 1001110 преобразует к виду 1111. Эта задача уже сложнее и требует ввести в рассмотрение более двух состояний.

Решение

2	ε	0	1
Q_1	εRQ_2	$0LQ_1$	$1LQ_1$
Q_2	εUQ_{fin}	$0LQ_3$	$1RQ_2$
Q_3	εRQ_4	$1LQ_2$	$0RQ_3$
Q_4		εRQ_2	

Задание 13

Построим машину, имеющую два конечных состояния, условно обозначаемых как YES и NO. Машина должна завершить работу в состоянии YES, если число единиц в записи числа нечетное, и в состоянии NO— в противном случае.

Решение

3	ε	0	1
Q_1	εUQ_N	$0LQ_1$	$1LQ_2$
Q_2	εUQ_Y	$0LQ_2$	$1LQ_1$

Задание 14

Построим машину, имеющую два конечных состояния, условно обозначаемых как YES и NO. Машина должна завершить работу в состоянии YES, если в записи числа имеется три подряд идущих единицы, и в состоянии NO— в противном случае.

Решение

4	ε	0	1
Q_1	URQ_N	$0LQ_1$	$1LQ_2$
Q_2	UUQ_N	$0LQ_1$	$1RQ_3$
Q_3	URQ_N	$0LQ_1$	UUQ_Y

Задание 15

Построим машину Тьюринга, которая получает обратный порядок записи числа, например, исходное число 111001, результат 100111.

Решение

5	ε	0	1
Q_1	εLQ_{22}	εRQ_2	εRQ_{11}
Q_2	$0LQ_3$		
Q_3	εLQ_4		
Q_4	εRQ_5	$0LQ_4$	$1LQ_4$
Q_5		εLQ_6	εLQ_{14}
Q_6	$0RQ_7$		
Q_7	εRQ_8		
Q_8	εLQ_1	$0RQ_8$	$1RQ_8$
Q_9	εLQ_{10}		
Q_{10}	εRQ_{11}	$0LQ_{10}$	$1LQ_{10}$
Q_{11}	$1LQ_9$	εLQ_{18}	εLQ_{12}
Q_{12}	$1RQ_{13}$		
Q_{13}	εRQ_8		
Q_{14}	$0RQ_{15}$		
Q_{15}	εRQ_{16}		
Q_{16}	εRQ_{17}	$0RQ_{16}$	$1RQ_{16}$
Q_{17}	εLQ_1	$1LQ_{17}$	

Q_{18}	$1RQ_{19}$		
Q_{19}	εRQ_{20}		
Q_{20}	εRQ_{21}	$0RQ_{20}$	$1RQ_{20}$
Q_{21}	$0LQ_{21}$	εLQ_{22}	$0LQ_8$
Q_{22}	εRQ_{24}	$0RQ_{21}$	$1RQ_{23}$
Q_{23}	$1LQ_{23}$		εLQ_{22}
Q_{24}	εRQ_{25}		
Q_{25}	εRQ_{26}	$0RQ_{25}$	$1RQ_{25}$
Q_{26}	εUQ_{fin}	$0LQ_{27}$	$0LQ_{28}$
Q_{27}	$0RQ_{27}$	εRQ_{26}	
Q_{28}	$1RQ_{28}$	εRQ_{26}	

Задание 16

Построим машину Тьюринга, которая меняет местами соседние два элемента попарно.
Пример. Исходное число 011001 заменяется на 100110.

Решение

6	ε	0	1
Q_1	εUQ_{fin}	$0LQ_2$	$1LQ_5$
Q_2		$0LQ_1$	$0RQ_3$
Q_3		$1LQ_4$	$1LQ_1$
Q_4		$0LQ_1$	$1LQ_1$
Q_5		$1RQ_6$	$1LQ_1$
Q_6			$0LQ_3$