Mengenlehre

- Zusammenfassung von Objekten / Elementen
- $\in$ Element von
- $\notin$ kein Element von
- $\emptyset$ leere Menge
- Ω alles umfassende Menge

Beschreibung von Mengen

$M_1 = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ => aufzählen

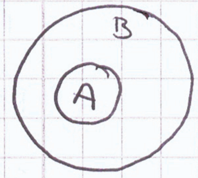
$M_2 = \{x : x$ ist natürliche Zahl, $1 \leq x \leq 7\}$

- Reihenfolge egal
- mehrfache Elemente ändern Menge nicht

Mengenoperatoren

• $\subseteq$ Teilmenge

- $A \subseteq B :\Longleftrightarrow \forall x \in A : x \in B$
- leere Menge ist Teilmenge von jeder Menge
- $A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Rightarrow A = B$
- echte Teilmenge, wenn $A \subset B$ und $A \neq B$



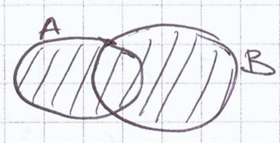
• $\cap$ Durchschnitt

- $A \cap B := \{x : x \in A \wedge x \in B\}$

- wenn $A \cap B = \emptyset$ => disjunkt oder durchschnittsfremd

• $\cup$ Vereinigung

$A \cup B := \{x : x \in A \vee x \in B\}$



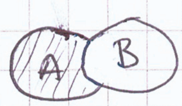
• Komplement

$\bar{A} := \{x : x \notin A\}$ alle die nicht in der Menge sind

• $\setminus$ Differenzmenge

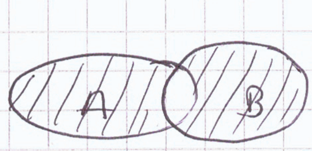
$B_A = A \setminus B$

$A \setminus B := \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$



Symmetrische Differenz Δ

$A \Delta B := (A \cup B) \setminus (A \cap B)$



Rechenregeln

Kommutativ $A \cup B = B \cup A$
$A \cap B = B \cap A$

Assoziativ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Distributiv $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

de Morgansche Regeln $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

Kardinalzahl / Mächtigkeit

- $|A|$ ist endlich
- $|A|$ abzählbar unendlich (z.B. $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$)
- $|A|$ überabzählbar unendlich (z.B. $\mathbb{R}, \mathbb{I}, \mathbb{C}$)
- $|A \cup B| = |A| + |B|$
- $|A \cup B| + |A \cap B| = |A| + |B|$

Potenzmenge

- Menge aller Teilmengen einer Menge

$P(A) := \{B : B \subseteq A\}$

$|P(A)| = 2^{|A|}$ deswegen $P(A) = 2^A$

Beispiel: $A = \{1,2\}$, $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$

Kartesisches Produkt / Kreuzprodukt

- Menge aller möglichen geordneten Paare

$A \times B := \{(a,b) : a \in A, b \in B\}$

Beispiel: $A = \{1,2\}$, $B = \{2,3\}$

$A \times B = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,3)\}$