Mathematik 1

Logik

Aussagen werden bewertet (1) wahr / (0) falsch } binär

Beschreibung Sachverhalts, von dem eindeutig entschieden werden kann, ob wahr oder falsch.

Aussageform / Prädikat: wird durch einsetzen von Objekten eine Aussage

Aussageverknüpfungen

$\neg$	Negation	„nicht"
$\wedge$	Konjunktion	„und"
$\vee$	Disjunktion	„oder / oder beide"
$\Rightarrow$	Implikation	„folgt"
$\Leftrightarrow$	Äquivalenz	„gleichwertig, äquivalent" „genau dann, wenn"

$A \Rightarrow B$ A hinreichende Bedingung für B
B notwendige Bedingung für A

$A \Leftrightarrow B$ A hinreichend und notwendig für B
B hinreichend und notwendig für A

xor „entweder ... oder"

Regeln

$\neg(\neg A) \Leftrightarrow A$

Kommutativgesetze: $A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$
$A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$

Assoziativgesetze: $(A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$
$(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$

Distributivgesetze: $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

Morgansche Gesetze: $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A) \vee (\neg B)$
$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A) \wedge (\neg B)$

Prinzip indirekter Beweis: $A \Rightarrow B \Leftrightarrow (\neg B) \Rightarrow (\neg A)$

$(A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow) \wedge (B \Rightarrow A)$

$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A) \vee B$

$A \Rightarrow (A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B)$

$A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \Rightarrow C$ oder $A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \Leftrightarrow B \Rightarrow (A \Rightarrow C)$

$\neg(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow A \wedge (\neg B)$

Quantoren

$\forall$ Allquantor „für alle"

$\exists$ Existenzquantor „es existiert ein..."

$\exists!$ „es existiert genau ein"

Verneinung von Quantoren

$\neg(\forall x : A(x)) \Leftrightarrow \exists x : \neg A(x)$

$\neg(\exists x : A(x)) \Leftrightarrow \forall x : \neg A(x)$

$\neg(\exists! x : A(x)) \Leftrightarrow (\forall x : \neg A(x)) \vee ((\exists x_1 : A(x_1)) \wedge (\exists x_2 : A(x_2))$
$\wedge (\exists x_2 : A(x_2)) \wedge (x_1 \neq x_2))$

$0 \Rightarrow 1$ ✓

$1 \Rightarrow 0$ ✗

$0 \Rightarrow 0$ ✓

$1 \Rightarrow 1$ ✓