

DAY 2

ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਅਤੇ ਚੱਕਰ ਖੰਡ

ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ : ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਚੱਕਰ ਦਾ ਉਹ ਭਾਗ ਹੈ, ਜੋ ਅਰਧਵਿਆਸ ਅਤੇ ਸੰਗਤ ਚਾਪ ਨਾਲ ਘਿਰਿਆ ਹੋਵੇ।

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਅਰਧਵਿਆਸ OA ਅਤੇ OB, ਸੰਗਤ ਚਾਪ APB ਵਿੱਚ ਘਿਰਿਆ OAPB ਭਾਗ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ $\angle AOB$ ਨੂੰ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਕੋਣ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇੱਥੇ OAPB ਲਘੂ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਅਤੇ OAQB ਦੀਆਂ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਹੈ ਅਤੇ ਦੀਰਘ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਕੋਣ ਹੈ।

$$\text{ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \pi r^2$$

ਭਾਵ ਜਦੋਂ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਦਾ ਕੋਣ 360° ਹੈ ਤਾਂ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \pi r^2$

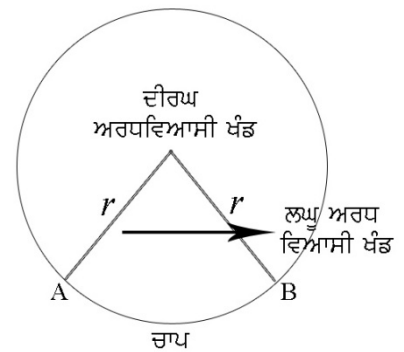
ਜਦੋਂ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਦਾ ਕੋਣ 1° ਹੈ ਤਾਂ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \frac{\pi r^2}{360^\circ}$
ਜਦੋਂ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਦਾ ਕੋਣ θ° ਹੈ ਤਾਂ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$$= \pi r^2 \times \frac{\theta}{360^\circ}$$

$$\text{ਕੋਣ } \theta^\circ \text{ ਵਾਲੇ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$$

ਦੀਰਘ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ (OAQB) ਜਦੋਂ ਕੋਣ $(360^\circ - \theta)$

$$= \frac{\pi r^2 (360^\circ - \theta)}{360^\circ}$$



ਚਾਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ:-

$$\text{ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ} = 2\pi r$$

$$\text{ਭਾਵ ਜਦੋਂ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਕੋਣ } 360^\circ \text{ ਹੈ ਤਾਂ ਚਾਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ} = 2\pi r$$

$$\text{ਜਦੋਂ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਕੋਣ } \theta \text{ ਹੈ ਤਾਂ ਚਾਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ} = 2\pi r \times \frac{\theta}{360^\circ} = \frac{\pi r \theta}{180^\circ}$$

$$\text{ਚਾਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ}(l) = \frac{\pi r \theta}{180^\circ}$$

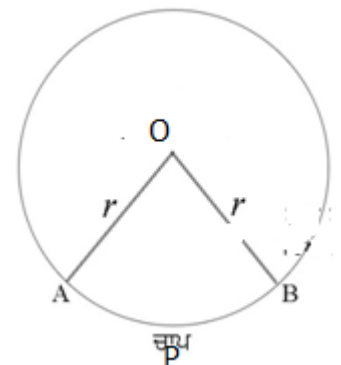
- ਜੇ ਚਾਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ l ਦਿੱਤੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \frac{1}{2} \times l \times r$

ਚੱਕਰ ਖੰਡ:

ਇੱਕ ਜੀਵਾ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ। ਛੋਟੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਲਘੂ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਅਤੇ ਵੱਡੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਦੀਰਘ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

- ਲਘੂ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ OAPB ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ) - (ΔOAB ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ) $= \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$

- ਦੀਰਘ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ) - (ਲਘੂ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ)



$$= \pi r^2 - \left(\frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta \right)$$

Or

ਦੀਰਘ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ΔOAB ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ) + (ਦੀਰਘ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ $OAQB$ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਜਦੋਂ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਕੋਣ $360^\circ - \theta$ ਹੋਵੇ) = $\frac{1}{2} r^2 \sin \theta + \frac{\pi r^2 (360^\circ - \theta)}{360^\circ}$

1. 6 cm ਅਰਧਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸਦਾ ਕੋਣ 60° ਹੈ।
ਹੱਲ : ਇੱਥੇ, $r = 6\text{ cm}$, $\theta = 60^\circ$

$$\text{ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} = \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{132}{7} \text{ cm}^2$$

2. ਅਰਧਵਿਆਸੀ 4 ਸਮ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸਦਾ ਕੋਣ 30° ਹੈ।
ਦੀਰਘ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਇੱਥੇ, $r = 4\text{ cm}$, $\theta = 30^\circ$

$$\text{ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} = 3.14 \times 4 \times 4 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} = \frac{1256}{300} = 4.187 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{ਦੀਰਘ ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} &= \frac{\pi r^2 (360^\circ - \theta)}{360^\circ} = 3.14 \times 4 \times 4 \times \frac{(360^\circ - 30^\circ)}{360^\circ} \\ &= 3.14 \times 4 \times 4 \times \frac{330^\circ}{360^\circ} = 46.05 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

3. ਇੱਕ ਘੜੀ ਦੀ ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 14 ਸਮ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਦੁਆਰਾ 5 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੇ ਖੇਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ = ਅਰਧਵਿਆਸ (r) = 14 cm

ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ 60 ਮਿੰਟਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਪੂਰਾ ਕਰਦੀ ਹੈ।

ਭਾਵ, 60 ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤਾ ਖੇਤਰਫਲ = πr^2

$$1 \text{ ਮਿੰਟ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \frac{\pi r^2}{60}$$

$$\begin{aligned} 5 \text{ ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤਾ ਖੇਤਰਫਲ} &= \frac{\pi r^2}{60} \times 5 = \frac{1}{12} \pi r^2 \\ &= \frac{1}{12} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = \frac{154}{3} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

4. ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਜਿਸਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ 20 ਸਮ ਹੈ, ਉਸਦੀ ਜੀਵਾ ਕੇਂਦਰ ਉੱਤੇ 90° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਪਤਾ ਕਰੋ
i) ਚਾਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ii) ਲਘੂ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ iii) ਦੀਰਘ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

ਹੱਲ: ਇੱਥੇ, $r = 20\text{ cm}$, $\theta = 90^\circ$

$$\text{i) ਚਾਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ} = \frac{\pi r \theta}{180^\circ} = 3.14 \times 20 \times \frac{90^\circ}{180^\circ} = 31.4 \text{ cm}$$

$$\text{ii) ਲਘੂ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ} - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$

$$= 3.14 \times 20 \times 20 \times \frac{90^0}{360^0} - \frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \sin 90^0$$

$$= 314 - 200 = \mathbf{114 \text{ cm}^2}$$

iii) ਦੀਰਘ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ) - (ਲਘੂ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ)

$$= \pi r^2 - 114 = 3.14 \times 20 \times 20 - 114$$

$$= 1256 - 114 = \mathbf{1142 \text{ cm}^2}$$

ਅਭਿਆਸ

1. ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਜਿਸਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ 10 ਸਮ ਹੈ, ਉਸਦੀ ਜੀਵਾ ਕੇਂਦਰ ਤੇ 90° ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਅਤੇ ਚਾਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. ਘੜੀ ਦੀ ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 21ਸਮ ਹੈ। ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਦੁਆਰਾ 15 ਮਿੰਟਾਂ ਵਿੱਚ ਬਣਾਏ ਗਏ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. ਅਭਿ 12.2, ਪ੍ਰਸ਼ਨ 4,5,6,7

come-become-educated

37bhyas