

**ਅਧਿਆਇ - 3**  
**ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ**

**DAY 1**

9ਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਸੀ ਜਿਸਨੂੰ  $ax + by + c = 0$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ  $2x - 3y = 5$ ,  $x + 2y + 3 = 0$  ਆਦਿ ਹੁਣ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਬਾਰੇ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ। ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  ਅਤੇ  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਕੁੱਝ ਵਿਧੀਆਂ ਹਨ।

1. ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਜਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿਧੀ

2. ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਧੀ

i) ਪ੍ਰਤੀਸਥਾਪਨ ਵਿਧੀ

ii) ਵਿਲੋਪਣ ਵਿਧੀ

iii) ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਵਿਧੀ

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਆਲੇਖ ਜਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿਧੀ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

1. **ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਜਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿਧੀ :** 9ਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਾਲੀ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਆਲੇਖ ਬਣਾਉਣਾ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਦੋਹਾਂ ਚਲਾਂ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਦਾ ਕੋਈ ਮੁੱਲ ਲੈ ਕੇ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਚਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਅਨੰਤ ਹੱਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਆਓ ਹੁਣ ਦੋ ਚਲ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹੀਏ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਹੱਲ ਲੱਭਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ।

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਤਲ ਤੇ ਜੇਕਰ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਵਲ ਇੱਕ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।

i) ਦੋਵੇਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।

ii) ਦੋਵੇਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

iii) ਦੋਵੇਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸੰਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਦੋ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਹੱਲ ਦਾ ਮਤਲਬ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਹੈ, ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ

i) ਜੇ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਹੀ ਹੱਲ ਹੋਵੇਗਾ।

ii) ਜੇ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ, ਭਾਵ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੀਆਂ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ।

iii) ਜੇ ਦੋਵੇਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸੰਪਾਤੀ ਹਨ ਭਾਵ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦੂਜੀ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਹੈ ਤਾਂ ਅਨੇਕਾਂ ਬਿੰਦੂ ਸਾਂਝੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਅਨੰਤ ਹੱਲ ਹਨ।

**ਉਦਾਹਰਨਾਂ :**

1. ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ :  $x - 2y = 0$  ਅਤੇ  $3x + 4y = 20$ .

**ਹੱਲ:** ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਆਲੇਖ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਹਰੇਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਘੱਟੋ ਘੱਟ 2 ਹੱਲ/ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ।

$$x - 2y = 0$$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 0 - 2y = 0 \quad \Rightarrow \quad -2y = 0 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{0}{-2} = 0$$

$$\text{ਜੇ } y = 1 \text{ ਤਾਂ } x - 2(1) = 0 \quad \Rightarrow \quad x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

$x$	0	2
$y$	0	1

ਅਤੇ  $3x + 4y = 20$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 3(0) + 4y = 20 \quad \Rightarrow \quad 4y = 20 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{20}{4} = 5$$

$$\text{ਜੇ } y = 2 \text{ ਤਾਂ } 3x + 4(2) = 20 \Rightarrow 3x + 8 = 20 \Rightarrow 3x = 20 - 8 = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$$

$x$	0	4
$y$	5	2

ਦੋਨੋਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਬਿੰਦੂ  $P(4, 2)$  ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।  $\therefore x = 4, y = 2$  ਹੱਲ ਹੈ।

2. ਸਮੀਕਰਨਾਂ  $5x - y = 2$  and  $x - y = -2$  ਨੂੰ ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :  $5x - y = 2$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 5(0) - y = 2 \Rightarrow 0 - y = 2 \Rightarrow y = -2$$

$$\text{ਜੇ } x = 1 \text{ ਤਾਂ } 5(1) - y = 2 \Rightarrow 5 - y = 2 \Rightarrow y = 5 - 2 = 3$$

$x$	0	1
$y$	-2	3

ਅਤੇ  $x - y = -2$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 0 - y = -2 \Rightarrow -y = -2 \Rightarrow y = 2$$

$$\text{ਜੇ } y = 0 \text{ ਤਾਂ } x - 0 = -2 \Rightarrow x = -2$$

$x$	0	-2
$y$	2	0

come-become-educated

ਦੋਨੋਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਬਿੰਦੂ  $(1, 3)$  ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।  $\therefore x = 1, y = 3$  ਹੱਲ ਹੈ।

3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ :  $2x + 3y = 6$  ਅਤੇ  $4x + 6y = 24$

ਹੱਲ :  $2x + 3y = 6$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 2(0) + 3y = 6 \Rightarrow 0 + 3y = 6 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{3} = 2$$

$$\text{ਜੇ } y = 0 \text{ ਤਾਂ } 2x + 3(0) = 6 \Rightarrow 2x + 0 = 6 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3$$

$x$	0	3
$y$	2	0

ਅਤੇ  $4x + 6y = 24$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 4(0) + 6y = 24 \Rightarrow 0 + 6y = 24 \Rightarrow 6y = 24 \Rightarrow y = \frac{24}{6} = 4$$

$$\text{ਜੇ } y = 0 \text{ ਤਾਂ } 4x + 6(0) = 24 \Rightarrow 4x + 0 = 24 \Rightarrow 4x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{4} = 6$$

$x$	0	6
$y$	4	0

ਦੋਨੋਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੀਆਂ। ਤਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ।

4. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ :  $x + y = 3$  ਅਤੇ  $4x + 4y = 12$

ਹੱਲ :  $x + y = 3$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 0 + y = 3 \Rightarrow y = 3$$

$$\text{ਜੇ } y = 0 \text{ ਤਾਂ } x + 0 = 3 \Rightarrow x = 3$$

$x$	0	3
$y$	3	0

ਅਤੇ  $4x + 4y = 12$

ਜੇ  $x = 0$  ਤਾਂ  $4(0) + 4y = 12 \Rightarrow 0 + 4y = 12 \Rightarrow 4y = 12 \Rightarrow y = \frac{12}{4} = 3$

ਜੇ  $y = 0$  ਤਾਂ  $4x + 4(0) = 12 \Rightarrow 4x + 0 = 12 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{4} = 3$

$x$	0	3
$y$	3	0

ਦੋਨੋਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਉੱਪਰ ਹਨ, ਭਾਵ ਸੰਪਾਤੀ ਹਨ। ਤਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅਨੰਤ ਹੱਲ ਹਨ।

### ਅਭਿਆਸ

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ :

1.  $x + y = 3$  ਅਤੇ  $2x + 5y = 12$
2.  $2x + y = 4$  ਅਤੇ  $x + y = 2$
3.  $x + 3y = 6$  ਅਤੇ  $2x - 3y = 12$
4.  $2x - y = 2$  ਅਤੇ  $4x - y = 4$
5.  $x + y = 5$  ਅਤੇ  $2x + 2y = 10$
6.  $x - y = 4$  ਅਤੇ  $3x - 3y = 8$
7. ਅਭਿਆਸ 3.2, ਪ੍ਰਸ਼ਨ 4,7

come-become-educated

Abhyas

## DAY 2

### ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰਨਾ :

ਅਸੀਂ ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰਨਾ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ, ਪਰੰਤੂ ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਕਈ ਵਾਰ ਹੱਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਆ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਆਲੇਖ ਤੇ ਪੜ੍ਹਨਾ ਔਖਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ  $x = \frac{1}{4}, y = \frac{2}{3}$  ਜਾਂ  $x = \frac{-2}{7}, y = \frac{11}{7}$  ਆਦਿ ਤਾਂ ਆਲੇਖ ਵਿੱਚ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{5})$  ਜਾਂ  $(\frac{13}{11}, \frac{-15}{7})$  ਹੋਵੇਗਾ। ਅਜਿਹੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਪੜ੍ਹਨ ਵਿੱਚ ਗਲਤੀ ਦੀ ਬਹੁਤ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਸਮੱਸਿਆ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਧੀਆਂ ਬਹੁਤ ਸਹਾਈ ਹਨ।

### **ਪ੍ਰਤੀਸਥਾਪਨ ਵਿਧੀ (SUBSTITUTION METHOD)**

ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਦੋਵੇਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਚਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਦੂਸਰੇ ਚਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਫਿਰ  $x$  ਦੇ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਭਰਕੇ  $y$  ਲਈ ਹੱਲ ਕਰੋ ਅਤੇ  $y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਫਿਰ  $y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਕਿਸੇ ਵੀ ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਭਰ ਕੇ  $x$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

### ਉਦਾਹਰਨਾਂ

1.  $x + 3y = 5$  ਅਤੇ  $2x + 3y = 7$  ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ :  $x + 3y = 5$  ..... (i) ਅਤੇ  $2x + 3y = 7$  ..... (ii)

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਵਿੱਚੋਂ  $x$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੱਢਣ ਤੇ

$$i) \Rightarrow x = 5 - 3y \text{ ..... (iii)}$$

ਸਮੀਕਰਨ ii) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$$ii) \Rightarrow 2x + 3y = 7 \Rightarrow 2(5 - 3y) + 3y = 7 \Rightarrow 10 - 6y + 3y = 7$$

$$\Rightarrow -3y = 7 - 10 = -3 \Rightarrow y = \frac{-3}{-3} = 1$$

$y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ iii) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$$iii) \Rightarrow x = 5 - 3(1) = 5 - 3 = 2$$

$x = 2, y = 1$  ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

2. ਸਮੀਕਰਨਾਂ  $x + 2y = 3$  ਅਤੇ  $7x - 15y = 2$

ਹੱਲ:  $x + 2y = 3$  ..... (i)

ਅਤੇ  $7x - 15y = 2$  ..... (ii)

ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚੋਂ  $x$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੱਢਣ ਤੇ

$$i) \Rightarrow x = 3 - 2y \text{ ..... (iii)}$$

$x$  ਦਾ ਮੁੱਲ, ਸਮੀਕਰਨ ii) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$$ii) \Rightarrow 7x - 15y = 2 \Rightarrow 7(3 - 2y) - 15y = 2 \Rightarrow 21 - 14y - 15y = 2$$

$$\Rightarrow -29y = 2 - 21 = -19 \Rightarrow y = \frac{-19}{-29} = \frac{19}{29}$$

$y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ iii) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$$iii) \Rightarrow x = 3 - 2y = 3 - 2\left(\frac{19}{29}\right) = \frac{3}{1} - \frac{38}{29} = \frac{3 \times 29 - 38}{29} = \frac{87 - 38}{29} = \frac{49}{29}$$

$x = \frac{49}{29}, y = \frac{19}{29}$  ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

3. ਸਮੀਕਰਨ  $3x - y = 3$  ਅਤੇ  $7x + 2y = 20$  ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:  $3x - y = 3 \dots\dots\dots$  (i)

ਅਤੇ  $7x + 2y = 20 \dots\dots\dots$  (ii)

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਵਿੱਚੋਂ  $x$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੱਢਣ 'ਤੇ

$$i) \Rightarrow 3x = 3 + y \Rightarrow x = \frac{3+y}{3} \dots\dots\dots (iii)$$

$x$  ਦਾ ਮੁੱਲ ii) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$ii) \Rightarrow 7x + 2y = 20 \Rightarrow 7\left(\frac{3+y}{3}\right) + 2y = 20$$

(ਲਘੂਤਮ ਦੀ ਥਾਂ ਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕੀਤੀ ਜਾਵੇ)

$$\Rightarrow 7\left(\frac{3+y}{3}\right) \times 3 + 2y \times 3 = 20 \times 3$$

$$\Rightarrow 7(3 + y) + 6y = 60 \Rightarrow 21 + 7y + 6y = 60 \Rightarrow 13y = 60 - 21 = 39$$

$$\Rightarrow y = \frac{39}{13} = 3$$

$y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ iii) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$iii) \Rightarrow x = \frac{3+y}{3} = \frac{3+3}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$x = 2, y = 3$  ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

4. ਸਮੀਕਰਨਾਂ  $2x - 7y = 1$  ਅਤੇ  $4x + 3y = 15$  ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:  $2x - 7y = 1 \dots\dots\dots$  (i)

ਅਤੇ  $4x + 3y = 15 \dots\dots\dots$  (ii)

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਵਿੱਚੋਂ  $x$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਕੱਢਣ 'ਤੇ

$$i) \Rightarrow 2x = 1 + 7y \Rightarrow x = \frac{1+7y}{2} \dots\dots\dots (iii)$$

$x$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ ii) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$ii) \Rightarrow 4x + 3y = 15 \Rightarrow 4\left(\frac{1+7y}{2}\right) + 3y = 15$$

$$\Rightarrow 2(1 + 7y) + 3y = 15 \Rightarrow 2 + 14y + 3y = 15 \Rightarrow 17y = 15 - 2 = 13$$

$$\Rightarrow y = \frac{13}{17}$$

$y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$i) \Rightarrow 2x - 7y = 1 \Rightarrow 2x - 7\left(\frac{13}{17}\right) = 1$$

(ਲਘੂਤਮ ਦੀ ਥਾਂ ਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ 17 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ)

$$\Rightarrow 2x \times 17 - 7\left(\frac{13}{17}\right) \times 17 = 1 \times 17 \Rightarrow 34x - 91 = 17$$

$$\Rightarrow 34x = 17 + 91 = 108 \Rightarrow x = \frac{108}{34} = \frac{54}{17}$$

$x = \frac{54}{17}, y = \frac{13}{17}$  ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।

### ਅਭਿਆਸ

ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਸੰਭਵ ਹੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :

1.  $7x + 11y = 3$  ਅਤੇ  $8x + y = 15$

2.  $3x + 4y = 7$  ਅਤੇ  $2x + y = -2$

3.  $x + y = 7$  ਅਤੇ  $2x - 3y = 11$
4.  $3x - 5y = 1$  ਅਤੇ  $5x + 2y = 19$
5.  $5x + 8y = 9$  ਅਤੇ  $2x + 3y = 4$
6. ਅਭਿਆਸ 3.3, ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1 ਅਤੇ 2.

come-become-educated

37bhyaas♦

### DAY 3

#### ਗੁਣਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਕਰਨ ਦੀ ਵਿਧੀ (Equating the co-efficients):-

ਇਸ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਅਚਲਾਂ ਨਾਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਗੁਣਾਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਚਲ ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਣ। ਫਿਰ ਨਵੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਜਾਂ ਘਟਾ ਕੇ ਉਸ ਚਲ ਨੂੰ ਖਤਮ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰੇ ਚਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਲੱਗ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਚਲ ਦੇ ਮੁੱਲ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ ਪਹਿਲੇ ਚਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਆ ਜਾਵੇਗਾ।

#### ਉਦਾਹਰਨਾਂ

1.  $4x + 3y = 5$  ਅਤੇ  $5x - y = 11$  ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :  $4x + 3y = 5$  ..... i)

$5x - y = 11$  ..... ii)

ਦੋਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ  $x$  ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਬਰਾਬਰ ਕਰਨ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ i) ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ii) ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$i) \Rightarrow \{4x + 3y = 5\} \times 5 \Rightarrow 20x + 15y = 25$$

$$ii) \Rightarrow \{5x - y = 11\} \times 4 \Rightarrow 20x - 4y = 44$$

ਦੋਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ

$$(20x + 15y) - (20x - 4y) = 25 - 44$$

$$\Rightarrow 20x + 15y - 20x + 4y = -19$$

$$\Rightarrow 19y = -19 \Rightarrow y = \frac{-19}{19} = -1$$

$y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$i) \Rightarrow 4x + 3y = 5 \Rightarrow 4x + 3(-1) = 5 \Rightarrow 4x - 3 = 5$$

$$\Rightarrow 4x = 5 + 3 = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{4} = 2$$

$\therefore x = 2, y = -1$  ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਤਾ ਹੱਲ ਹੈ।

2. ਸਮੀਕਰਨਾਂ  $6x - y = 3$  ਅਤੇ  $7x + 4y = 9$  ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :  $6x - y = 3$  ..... i)

$7x + 4y = 9$  ..... ii)

ਦੋਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ  $x$  ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਬਰਾਬਰ ਕਰਨ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ i) ਨੂੰ 7 ਨਾਲ ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ii) ਨੂੰ 6 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$i) \Rightarrow \{6x - y = 3\} \times 7 \Rightarrow 42x - 7y = 21$$

$$ii) \Rightarrow \{7x + 4y = 9\} \times 6 \Rightarrow 42x + 24y = 54$$

ਦੋਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ

$$(42x - 7y) - (42x + 24y) = 21 - 54$$

$$\Rightarrow 42x - 7y - 42x - 24y = -33$$

$$\Rightarrow -31y = -33 \Rightarrow y = \frac{-33}{-31} = \frac{33}{31}$$

$y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$i) \Rightarrow 6x - y = 3 \Rightarrow 6x - \left(\frac{33}{31}\right) = 3$$

$$\Rightarrow 6x \times 31 - \left(\frac{33}{31}\right) \times 31 = 3 \times 31 \quad \text{ਲਘੂਤਮ ਦੀ ਥਾਂ 'ਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ 31 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ}$$

$$\Rightarrow 186x - 33 = 93 \Rightarrow 186x = 93 + 33 = 126 \Rightarrow x = \frac{126}{186} = \frac{21}{31}$$

$$\therefore x = \frac{21}{31}, y = \frac{33}{31}$$

3. ਸਮੀਕਰਨਾਂ  $5x - 4y + 8 = 0$  ਅਤੇ  $7x + 6y - 9 = 0$  ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :  $5x - 4y + 8 = 0$  ..... i)

$7x + 6y - 9 = 0$  ..... ii)

$x$  ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਬਰਾਬਰ ਕਰਨ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ i) ਨੂੰ 7 ਨਾਲ ਅਤੇ ii) ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$\text{i)} \Rightarrow \{5x - 4y + 8 = 0\} \times 7 \Rightarrow 35x - 28y + 56 = 0$$

$$\text{ii)} \Rightarrow \{7x + 6y - 9 = 0\} \times 5 \Rightarrow 35x + 30y - 45 = 0 \quad (\text{ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ})$$

$$\Rightarrow -58y + 101 = 0 \Rightarrow y = \frac{-101}{-58} = \frac{101}{58}$$

$y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$\text{i)} \Rightarrow 5x - 4y + 8 = 0 \Rightarrow 5x - 4\left(\frac{101}{58}\right) + 8 = 0$$

$$\Rightarrow 5x \times 58 - 4\left(\frac{101}{58}\right) \times 58 + 8 \times 58 = 0 \quad \text{ਲਘੂਤਮ ਦੀ ਥਾਂ 'ਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ 58 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ}$$

$$\Rightarrow 290x - 404 + 464 = 0 \Rightarrow 290x = -60 \Rightarrow x = \frac{-60}{290} = \frac{-6}{29}$$

$$\therefore x = \frac{-6}{29}, y = \frac{101}{58} \text{ ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।}$$

### ਅਭਿਆਸ

ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਸੰਭਵ ਹੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :

1.  $3x - y = 3$  ਅਤੇ  $7x + 2y = 20$

2.  $3x + 2y = 14$  ਅਤੇ  $-x + 4y = 7$

3.  $2x + y = 17$  ਅਤੇ  $17x - 11y = 8$

4.  $3x + 4y = 7$  ਅਤੇ  $2x + y = -2$

5.  $5x + 8y = 9$  ਅਤੇ  $2x + 3y = 4$

come-become-educated

Stbhyas



## DAY 4

### ਤਿਕਛੀ ਗੁਣਾ ਵਿਧੀ (CROSS MULTIPLICATION METHOD)

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \dots\dots\dots i)$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \dots\dots\dots ii)$$

(ਪਹਿਲੀ ਸ਼ਰਤ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ 0 ਹੋਵੇ)

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{-y}{a_1c_2 - a_2c_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\bullet \quad \frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1} \Rightarrow x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\bullet \quad \frac{-y}{a_1c_2 - a_2c_1} = \frac{1}{a_2b_1 - a_1b_2} \Rightarrow y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_2b_1 - a_1b_2}$$

### ਉਦਾਹਰਨਾਂ

1. ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ  $2x - 3y = -1$  ਅਤੇ  $3x + 4y = 5$  ਨੂੰ ਤਿਕਛੀ ਗੁਣਾ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ।

$$\text{ਹੱਲ : } 2x - 3y = -1 \Rightarrow 2x - 3y + 1 = 0$$

$$\text{ਅਤੇ } 3x + 4y = 5 \Rightarrow 3x + 4y - 5 = 0$$

$$\frac{x}{-3 \times 1} = \frac{-y}{2 \times 1} = \frac{1}{2 \times -3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{(-3 \times -5) - (1 \times 4)} = \frac{-y}{(2 \times -5) - (1 \times 3)} = \frac{1}{(2 \times 4) - (-3 \times 3)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{(15) - (4)} = \frac{-y}{(-10) - (3)} = \frac{1}{(8) - (-9)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{15 - 4} = \frac{-y}{-10 - 3} = \frac{1}{8 + 9} \Rightarrow \frac{x}{11} = \frac{-y}{-13} = \frac{1}{17}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{11} = \frac{1}{17} \Rightarrow x = \frac{11}{17}$$

$$\Rightarrow \frac{-y}{-13} = \frac{1}{17} \Rightarrow y = \frac{13}{17}$$

2. ਹੱਲ ਕਰੋ :  $6x - y - 3 = 0$  ਅਤੇ  $7x + 4y - 9 = 0$ .

$$\text{ਹੱਲ : } 6x - y - 3 = 0$$

$$\text{ਅਤੇ } 7x + 4y - 9 = 0$$

$$\frac{x}{-1 \times -3} = \frac{-y}{6 \times -3} = \frac{1}{6 \times -1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{(-1 \times -9) - (-3 \times 4)} = \frac{-y}{(6 \times -9) - (-3 \times 7)} = \frac{1}{(6 \times 4) - (-1 \times 7)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{(9) - (-12)} = \frac{-y}{(-54) - (-21)} = \frac{1}{(24) - (-7)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{9 + 12} = \frac{-y}{-54 + 21} = \frac{1}{24 + 7} \Rightarrow \frac{x}{21} = \frac{-y}{-33} = \frac{1}{31}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{21} = \frac{1}{31} \Rightarrow x = \frac{21}{31}$$

$$\Rightarrow \frac{-y}{-33} = \frac{1}{31} \quad \Rightarrow y = \frac{33}{31}$$

3. ਹੱਲ ਕਰੋ :  $4x - 5y = 13$  ਅਤੇ  $3x + 2y = 4$

$$\text{ਹੱਲ : } 4x - 5y = 13 \quad \Rightarrow \quad 4x - 5y - 13 = 0$$

$$\text{ਅਤੇ } 3x + 2y = 4 \quad \Rightarrow \quad 3x + 2y - 4 = 0$$

$$\frac{x}{\frac{-5}{2} \frac{-13}{-4}} = \frac{-y}{\frac{4}{3} \frac{-13}{-4}} = \frac{1}{\frac{4}{3} \frac{-5}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{(-5 \times -4) - (-13 \times 2)} = \frac{-y}{(4 \times -4) - (-13 \times 3)} = \frac{1}{(4 \times 2) - (-5 \times 3)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{(20) - (-26)} = \frac{-y}{(-16) - (-39)} = \frac{1}{(8) - (-15)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{20+26} = \frac{-y}{-16+39} = \frac{1}{8+15} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{46} = \frac{-y}{23} = \frac{1}{23}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{46} = \frac{1}{23} \quad \Rightarrow x = \frac{46}{23} \quad \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow \frac{-y}{23} = \frac{1}{23} \quad \Rightarrow y = \frac{-23}{23} \quad \Rightarrow y = -1$$

#### ਅਭਿਆਸ

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ :

1.  $2x + 3y = 7$  ਅਤੇ  $6x - 5y = 11$

2.  $10x + 7y = 25$  ਅਤੇ  $20x - 35y = 50$

3.  $3x - 5y - 20 = 0$  ਅਤੇ  $7x + 2y - 17 = 0$

4.  $5x - 4y = 9$  ਅਤੇ  $3x - 2y = 5$

5.  $5x + 2y = -8$  ਅਤੇ  $4x - 3y = -11$

## DAY 5

**ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਹੱਲ ਦੀ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤੀ :**

ਇੱਕ ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਜਾਂ ਅਨੇਕ ਹੱਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਇਸ ਨੂੰ ਸੰਗਤ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜਦੋਂ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਤਾਂ ਇਸਨੂੰ ਅਸੰਗਤ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ :  $a_1x + b_1y + c_1 = 0 \dots \dots \dots (i)$  ਅਤੇ  $a_2x + b_2y + c_2 = 0 \dots \dots \dots (ii)$

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ :

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}; y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_2b_1 - a_1b_2}$$

1. ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੋਵੇਗਾ ਜੇ

$$a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0 \Rightarrow a_1b_2 \neq a_2b_1 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

2. ਜੇ  $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$

$$\text{ਭਾਵ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = k \ (k \neq 0) \text{ ਅਤੇ } \frac{c_1}{c_2} = k$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = k$$

ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹਰੇਕ ਹੱਲ ਦੂਸਰੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਵੀ ਹੱਲ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅਸੀਮਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਨੇਕ ਹੱਲ ਹਨ।

3. ਜੇ  $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$  ਹੋਵੇ

$$\text{ਭਾਵ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = k \ (k \neq 0) \text{ ਹੋਵੇ ਅਤੇ } \frac{c_1}{c_2} \neq k \Rightarrow c_1 \neq kc_2$$

$$\text{ਤਾਂ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਕੋਈ ਵੀ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ।

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ ਵਿੱਚ ਦੱਸੋ ਕਿ ਕਿਸ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ ਦਾ ਇੱਕ ਹੱਲ, ਅਨੇਕਾਂ ਹੱਲ ਅਤੇ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ :

i)  $5x - 2y = 7$  ਅਤੇ  $3x + 4y = 6$

ii)  $2x + 3y = 5$  ਅਤੇ  $4x + 6y = 8$

iii)  $3x - 5y - 2 = 0$  ਅਤੇ  $9x - 15y - 6 = 0$

ਹੱਲ :

i)  $5x - 2y = 7$  ਅਤੇ  $3x + 4y = 6$

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ  $a_1x + b_1y = c_1$  ਅਤੇ  $a_2x + b_2y = c_2$  ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$a_1 = 5, b_1 = -2, c_1 = 7 \text{ ਅਤੇ } a_2 = 3, b_2 = 4, c_2 = 6$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{3} \text{ ਅਤੇ } \frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} \therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

$\therefore$  ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੈ।

ii)  $2x + 3y = 5$  ਅਤੇ  $4x + 6y = 8$

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ  $a_1x + b_1y = c_1$  ਅਤੇ  $a_2x + b_2y = c_2$  ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$a_1 = 2, b_1 = 3, c_1 = 5 \text{ ਅਤੇ } a_2 = 4, b_2 = 6, c_2 = 8$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

∴ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ।

iii)  $3x - 5y - 2 = 0$  ਅਤੇ  $9x - 15y - 6 = 0$

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ  $a_1x + b_1y = c_1$  ਅਤੇ  $a_2x + b_2y = c_2$  ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$a_1 = 3, b_1 = -5, c_1 = -2 \text{ ਅਤੇ } a_2 = 9, b_2 = -15, c_2 = -6$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{-5}{-15} = \frac{1}{3}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

∴ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅਨੇਕ ਹੱਲ ਹਨ।

2.  $p$  ਦੇ ਕਿਸ ਮੁੱਲ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ  $3x + py = 5$  ਅਤੇ  $2x + 4y = 7$  ਦਾ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਹੱਲ :  $3x + py = 5$  ਅਤੇ  $2x + 4y = 7$

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ  $a_1x + b_1y = c_1$  ਅਤੇ  $a_2x + b_2y = c_2$  ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$a_1 = 3, b_1 = p, c_1 = 5 \text{ ਅਤੇ } a_2 = 2, b_2 = 4, c_2 = 7$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{p}{4}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{7}$$

ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਲਈ :  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{1}{2} \neq \frac{p}{4} \Rightarrow p \neq 6$

ਭਾਵ  $p$  ਦਾ ਮੁੱਲ 6 ਛੱਡ ਕੇ ਹੋਰ ਕੋਈ ਵੀ ਮੁੱਲ ਲੈਣ ਤੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੋਵੇਗਾ।

3.  $k$  ਦੇ ਕਿਸ ਮੁੱਲ ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਜੋੜੇ ਦੇ ਅਸੀਮਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਨੇਕ ਹੱਲ ਹੋਣਗੇ ?

$$kx + 3y = k - 3 \text{ ਅਤੇ } 12x + ky = k$$

ਹੱਲ :  $kx + 3y = k - 3$  ਅਤੇ  $12x + ky = k$

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ  $a_1x + b_1y = c_1$  ਅਤੇ  $a_2x + b_2y = c_2$  ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$a_1 = k, b_1 = 3, c_1 = k - 3, a_2 = 12, b_2 = k, c_2 = k$$

ਅਣਗਿਣਤ ਹੱਲ ਲਈ :  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{k}{12} = \frac{3}{k} = \frac{k-3}{k}$

ਹੁਣ,  $\frac{k}{12} = \frac{3}{k} \Rightarrow k^2 = 36 \Rightarrow k = \pm 6$

ਅਤੇ  $\frac{3}{k} = \frac{k-3}{k} \Rightarrow 3k = k^2 - 3k \Rightarrow k^2 - 6k = 0$

$$\Rightarrow k(k - 6) = 0 \Rightarrow k = 0, 6$$

ਦੋਵਾਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਵਿੱਚ  $k = 6$  ਸਾਂਝਾ ਹੱਲ ਹੈ।

$k = 6$  ਮੁੱਲ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਦੇ ਅਸੀਮਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਨੇਕਾਂ ਹੱਲ ਹਨ।

### ਅਭਿਆਸ

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸ ਦਾ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ, ਅਨੇਕਾਂ ਹੱਲ ਜਾਂ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ :

i)  $x - 3y = 3$  ਅਤੇ  $3x - 9y = 2$

ii)  $2x + y = 5$  ਅਤੇ  $3x + 2y = 8$

iii)  $3x - 5y - 20 = 0$  ਅਤੇ  $6x - 10y - 40 = 0$

iv)  $4x + 3y - 5 = 0$  ਅਤੇ  $8x - 6y - 10 = 0$

v)  $3x - 2y = 6$  ਅਤੇ  $12x - 8y = 24$

2.  $p$  ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਮੁੱਲ ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਜੋੜੇ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੈ :

i)  $4x + py + 8 = 0$  ਅਤੇ  $2x + 4y + 2 = 0$

ii)  $3x - 5y = 2$  ਅਤੇ  $px + 2y = -3$

3.  $k$  ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਮੁੱਲ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ ਜੋੜੇ ਦਾ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ :

$$3x + y = 1 \text{ ਅਤੇ } (2k - 1)x + (k - 1)y = 2k + 1$$

4. ਅਭਿਆਸ 3.2, ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੰ. 2,3

come-become-educated

37bhyas

## DAY 6

### ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀਆਂ ਸ਼ਬਦ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ :

ਹੁਣ ਤੱਕ ਅਸੀਂ ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਾਲੇ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਕਈ ਤਰੀਕਿਆਂ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਅਸਲ ਜੀਵਨ ਦੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖ ਕੇ ਉਸਨੂੰ ਪਿੱਛੇ ਦੱਸੀਆਂ ਵਿਧੀਆਂ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰਾਂਗੇ।

1. ਇੱਕ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਕੋਚ ਨੇ 3 ਬੱਲੇ ਅਤੇ 6 ਗੇਂਦਾਂ 3900 ਰੁ. ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀਆਂ ਅਤੇ ਬਾਅਦ ਵਿੱਚ 2 ਬੱਲੇ ਅਤੇ 2 ਗੇਂਦਾਂ 2300 ਰੁ. ਵਿੱਚ ਖਰੀਦੀਆਂ। ਇੱਕ ਬੱਲੇ ਅਤੇ 1 ਗੇਂਦ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। [NCERT Ex. 3.1, Q3]

ਹੱਲ: 3 ਬੱਲਿਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ + 6 ਗੇਂਦਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ = 3900 ਰੁ

1 ਬੱਲੇ ਦਾ ਮੁੱਲ + 1 ਗੇਂਦ ਦਾ ਮੁੱਲ = 2300 ਰੁ

ਮੰਨ ਲਓ 1 ਬੱਲੇ ਦਾ ਮੁੱਲ =  $x$  ਅਤੇ 1 ਗੇਂਦ ਦਾ ਮੁੱਲ =  $y$

ਤਾਂ ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ  $\Rightarrow 3x + 6y = 3900$  ..... i)

ਅਤੇ ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ  $\Rightarrow 2x + 2y = 2300$  ..... ii)

{ਹੁਣ ਦੋਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ}

ਸਮੀਕਰਨ i) ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਅਤੇ ii) ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ, ਘਟਾਉਣ ਤੇ,

$$(6x + 12y) - (6x + 6y) = 7800 - 6900$$

$$\Rightarrow 6x + 12y - 6x - 6y = 900 \Rightarrow 6y = 900 \Rightarrow y = \frac{900}{6} = 150$$

$y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$$i) \Rightarrow 3x + 6y = 3900 \Rightarrow 3x + 6(150) = 3900$$

$$\Rightarrow 3x + 900 = 3900 \Rightarrow 3x = 3900 - 900 = 3000 \Rightarrow x = \frac{3000}{3} = 1000$$

$\therefore$  ਇੱਕ ਬੱਲੇ ਦਾ ਮੁੱਲ = 1000 ਰੁ., ਇੱਕ ਗੇਂਦ ਦਾ ਮੁੱਲ = 150 ਰੁ.

2. 2 ਮੇਜ਼ਾਂ ਅਤੇ 3 ਕੁਰਸੀਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ 425 ₹ ਹੈ ਅਤੇ 3 ਮੇਜ਼ਾਂ ਅਤੇ 2 ਕੁਰਸੀਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ 350 ₹ ਹੈ। ਇੱਕ ਮੇਜ਼ ਅਤੇ ਇੱਕ ਕੁਰਸੀ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। [NCERT Ex. 3.1, Q3]

ਹੱਲ: 2 ਮੇਜ਼ਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ + 3 ਕੁਰਸੀਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ = 425 ₹

3 ਮੇਜ਼ਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ + 2 ਕੁਰਸੀਆਂ ਦਾ ਮੁੱਲ = 350 ₹

ਮੰਨ ਲਓ ਇੱਕ ਮੇਜ਼ ਦਾ ਮੁੱਲ  $x$  ਅਤੇ ਇੱਕ ਕੁਰਸੀ ਦਾ ਮੁੱਲ  $y$

ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ  $\Rightarrow 2x + 3y = 425$  ..... i)

ਅਤੇ ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ  $\Rightarrow 3x + 2y = 350$  ..... ii)

{ਹੁਣ ਦੋਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਹੱਲ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ}

ਸਮੀਕਰਨ i) ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਅਤੇ ii) ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ, ਘਟਾਉਣ ਤੇ,

$$(6x + 9y) - (6x + 4y) = 1275 - 700$$

$$\Rightarrow 6x + 9y - 6x - 4y = 575 \Rightarrow 5y = 575 \Rightarrow y = \frac{575}{5} = 115$$

$y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$$i) \Rightarrow 2x + 3y = 425 \Rightarrow 2x + 3(115) = 425$$

$$\Rightarrow 2x + 345 = 425 \Rightarrow 2x = 425 - 345 = 80 \Rightarrow x = \frac{80}{2} = 40$$

$\therefore$  ਇੱਕ ਮੇਜ਼ ਦਾ ਮੁੱਲ 40 ₹ ਅਤੇ ਇੱਕ ਕੁਰਸੀ ਦਾ ਮੁੱਲ 115 ₹

### ਅਭਿਆਸ

1. 2 ਕਿਲੋ ਸੇਬਾਂ ਅਤੇ 1 ਕਿਲੋ ਅੰਗੂਰਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ 160 ₹ ਅਤੇ ਉਸ ਨਾਲ ਤੇ 5 ਕਿਲੋ ਅਤੇ 3 ਕਿਲੋ ਅੰਗੂਰ ਦਾ ਮੁੱਲ 420 ₹ ਹੈ। 1 ਕਿਲੋ ਸੇਬ ਅਤੇ 1 ਕਿਲੋ ਅੰਗੂਰਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. 5 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਅਤੇ 7 ਕਲਮਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ 50 ₹ ਹੈ, ਜਦਕਿ 7 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਅਤੇ 5 ਕਲਮਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ 46 ₹ ਹੈ। ਇੱਕ ਪੈਨਸਿਲ ਅਤੇ ਇੱਕ 1 ਕਲਮ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. 2 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਅਤੇ 3 ਰਬੜਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ 9 ਰੁ: ਹੈ, ਜਦਕਿ 3 ਪੈਨਸਿਲਾਂ ਅਤੇ 4 ਰਬੜਾਂ ਦਾ ਮੁੱਲ 13 ਰੁ: ਹੈ। ਇੱਕ ਪੈਨਸਿਲ ਅਤੇ ਇੱਕ 1 ਰਬੜ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4. ਅਭਿਆਸ 3.3, ਪ੍ਰਸ਼ਨ 3
5. ਉਦਾਹਰਨ 14

3. ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਭਿੰਨ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦੋਹਾਂ ਵਿੱਚ 2 ਜੋੜ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਹ  $\frac{9}{11}$  ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਅੰਸ਼ ਅਤੇ ਹਰ ਦੋਹਾਂ ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਹ  $\frac{5}{6}$  ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਭਿੰਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਭਿੰਨ =  $\frac{\text{ਅੰਸ਼}}{\text{ਹਰ}}$

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ :  $\frac{\text{ਅੰਸ਼} + 2}{\text{ਹਰ} + 2} = \frac{9}{11}$  ਅਤੇ  $\frac{\text{ਅੰਸ਼} + 3}{\text{ਹਰ} + 3} = \frac{5}{6}$

ਮੰਨ ਲਓ, ਅੰਸ਼ =  $x$  ਅਤੇ ਹਰ =  $y$  ਹੈ ਤਾਂ ਭਿੰਨ =  $y$  come-become-educated

ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ :  $\frac{x+2}{y+2} = \frac{9}{11}$

$$\Rightarrow 11(x+2) = 9(y+2) \Rightarrow 11x + 22 = 9y + 18$$

$$\Rightarrow 11x - 9y = 18 - 22 \Rightarrow 11x - 9y = -4 \dots\dots\dots (i)$$

ਦੂਸਰੀ ਸਮੀਕਰਨ  $\frac{x+3}{y+3} = \frac{5}{6}$

$$\Rightarrow 6(x+3) = 5(y+3) \Rightarrow 6x + 18 = 5y + 15$$

$$\Rightarrow 6x - 5y = 15 - 18 = -3 \dots\dots\dots (ii)$$

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਨੂੰ 6 ਨਾਲ ਅਤੇ (ii) ਨੂੰ 11 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$(i) \Rightarrow 66x - 54y = -24$$

$$(ii) \Rightarrow \underline{+66x + 55y = +33} \text{ ਘਟਾਉਣ ਤੇ}$$

$$y = 9 \text{ ਸਮੀਕਰਨ (i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ}$$

$$(i) \Rightarrow 11x - 9(9) = -4 \Rightarrow 11x - 81 = -4$$

$$\Rightarrow 11x = -4 + 81 = 77 \Rightarrow x = \frac{77}{11} = 7$$

$$\text{ਭਿੰਨ} = \frac{x}{y} = \frac{7}{9}$$

4. ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਭਿੰਨ ਦੇ ਅੰਸ਼ ਵਿੱਚ 5 ਜੋੜ ਅਤੇ ਹਰ ਵਿੱਚ 5 ਘਟਾ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਹ  $\frac{1}{7}$  ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਅੰਸ਼ ਵਿੱਚ 3 ਘਟਾ ਅਤੇ ਹਰ ਵਿੱਚ 3 ਜੋੜ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਹ  $\frac{1}{3}$  ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਭਿੰਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਭਿੰਨ =  $\frac{\text{ਅੰਸ਼}}{\text{ਹਰ}}$

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ :  $\frac{\text{ਅੰਸ} + 5}{\text{ਹਰ} - 5} = \frac{1}{7}$  ਅਤੇ  $\frac{\text{ਅੰਸ} - 3}{\text{ਹਰ} + 3} = \frac{1}{3}$

ਮੰਨ ਲਓ, ਅੰਸ =  $x$  ਅਤੇ ਹਰ =  $y$  ਹੈ ਤਾਂ ਭਿੰਨ =  $y$

ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ :  $\frac{x-5}{y+5} = \frac{1}{7}$

$$\Rightarrow 7(x-5) = y+5 \quad \Rightarrow 7x-35 = y+5$$

$$\Rightarrow 7x-y = 5+35 = 40 \dots\dots\dots (i)$$

ਦੂਸਰੀ ਸਮੀਕਰਨ  $\frac{x-3}{y+3} = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow 3(x-3) = y+3 \quad \Rightarrow 3x-9 = y+3$$

$$\Rightarrow 3x-y = 3+9 = 12 \dots\dots\dots ii)$$

$$(i) \Rightarrow 7x-y = 40$$

$$(ii) \Rightarrow +3x - y = +12 \text{ ਘਟਾਉਣ ਤੇ}$$

$$4x = 28 \quad \Rightarrow x = \frac{28}{4} = 7 \quad \text{ਸਮੀਕਰਨ (i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ}$$

$$(i) \Rightarrow 7(7) - y = 40 \quad \Rightarrow 49 - y = 40$$

$$\Rightarrow y = 49 - 40 = 9$$

$$\text{ਭਿੰਨ} = \frac{x}{y} = \frac{7}{9}$$

ਅਭਿਆਸ come-educated

1. ਅਭਿਆਸ 3.4, ਪ੍ਰਸ਼ਨ 2(i)
2. ਅਭਿਆਸ 3.5, ਪ੍ਰਸ਼ਨ 4(ii)

37bhyas



## DAY 7

1. ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ 26 ਹੈ ਅਤੇ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਦੂਸਰੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

[NCERT Ex. 3.3, Q 3(v)]

ਹੱਲ : ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ, ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ = 26

ਅਤੇ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ =  $3 \times$  ਦੂਸਰੀ ਸੰਖਿਆ

ਮੰਨ ਲਓ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਹਨ ਤਾਂ

ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ :  $x - y = 26 \dots\dots\dots (i)$

ਦੂਸਰੀ ਸਮੀਕਰਨ :  $x = 3y \dots\dots\dots (ii)$

ਸਮੀਕਰਨ (ii) ਵਿੱਚੋਂ  $x$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ (i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$$(i) \Rightarrow 3y - y = 26 \Rightarrow 2y = 26 \Rightarrow y = 13$$

$y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ (ii) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$$(ii) \Rightarrow x = 3 \times 13 = 39$$

ਸੰਖਿਆਵਾਂ : 13, 39 ਹਨ।

2. ਬਲਦੇਵ ਆਪਣੀ ਲੜਕੀ ਨੂੰ ਕਹਿੰਦਾ ਹੈ, “ਸੱਤ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਮੈਂ ਤੇਰੇ ਨਾਲੋਂ ਸੱਤ ਗੁਣਾ ਉਮਰ ਦਾ ਸੀ। ਹੁਣ ਤੋਂ ਤਿੰਨ ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਮੈਂ ਤੇਰੇ ਤੋਂ ਸਿਰਫ਼ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਉਮਰ ਦਾ ਰਹਿ ਜਾਵਾਂਗਾ।” ਦੋਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ : ਸੱਤ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ, ਬਲਦੇਵ ਦੀ ਉਮਰ =  $7 \times$  ਲੜਕੀ ਦੀ ਉਮਰ

ਅਤੇ ਤਿੰਨ ਸਾਲ ਬਾਅਦ, ਬਲਦੇਵ ਦੀ ਉਮਰ =  $3 \times$  ਲੜਕੀ ਦੀ ਉਮਰ

ਮੰਨ ਲਓ, ਬਲਦੇਵ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਲੜਕੀ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਹੈ।

ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ : 7 ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਦੋਹਾਂ ਦੀ ਉਮਰ,  $(x - 7)$  ਅਤੇ  $(y - 7)$  ਸਾਲ ਹੈ।

$$\Rightarrow x - 7 = 7(y - 7) \Rightarrow x - 7 = 7y - 49$$

$$\Rightarrow x - 7y = -49 + 7 = -42 \dots\dots\dots (i)$$

ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ : 3 ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਦੋਹਾਂ ਦੀ ਉਮਰ,  $(x + 3)$  ਅਤੇ  $(y + 3)$  ਸਾਲ ਹੈ।

$$\Rightarrow x + 3 = 3(y + 3) \Rightarrow x + 3 = 3y + 9$$

$$\Rightarrow x - 3y = 9 - 3 = 6 \dots\dots\dots (ii)$$

ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚੋਂ ii) ਨੂੰ ਘਟਾਉਣ ਤੇ,

$$(x - 7y) - (x - 3y) = -42 - 6 \Rightarrow x - 7y - x + 3y = -48$$

$$\Rightarrow -4y = -48 \Rightarrow y = \frac{-48}{-4} = 12$$

$y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$$i) \Rightarrow x - 7y = -42 \Rightarrow x - 7(12) = -42$$

$$\Rightarrow x = -42 + 84 = 42$$

$\therefore$  ਬਲਦੇਵ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ 42 ਸਾਲ ਅਤੇ ਲੜਕੀ ਦੀ ਉਮਰ 12 ਸਾਲ ਹੈ।

3. 5 ਸਾਲ ਬਾਅਦ, ਜੈਕਬ ਦੀ ਉਮਰ ਆਪਣੇ ਲੜਕੇ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ 3 ਗੁਣਾ ਹੋਵੇਗੀ। 5 ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ, ਉਸਦੀ ਉਮਰ ਆਪਣੇ ਲੜਕੇ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ 7 ਗੁਣਾ ਸੀ। ਦੋਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਪਤਾ ਕਰੋ।

[NCERT Ex. 3.3, Q3(vi)]

ਹੱਲ: ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ : 5 ਸਾਲ ਬਾਅਦ, ਜੈਕਬ ਦੀ ਉਮਰ =  $3 \times$  ਲੜਕੇ ਦੀ ਉਮਰ

5 ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ, ਜੈਕਬ ਦੀ ਉਮਰ =  $7 \times$  ਲੜਕੇ ਦੀ ਉਮਰ

ਮੰਨ ਲਓ, ਜੈਕਬ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਲੜਕੇ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਹੈ।

ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ : 5 ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਦੋਹਾਂ ਦੀ ਉਮਰ,  $(x + 5)$  ਅਤੇ  $(y + 5)$  ਸਾਲ ਹੈ।

$$\Rightarrow x + 5 = 3(y + 5) \Rightarrow x + 5 = 3y + 15$$

$\Rightarrow x - 3y = 15 - 5 = 10 \dots\dots\dots i)$   
**ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ :** 5 ਸਾਲ ਪਹਿਲਾਂ ਦੋਹਾਂ ਦੀ ਉਮਰ,  $(x - 5)$  ਅਤੇ  $(y - 5)$  ਸਾਲ ਹੈ ।  
 $\Rightarrow x - 5 = 7(y - 5) \quad \Rightarrow x - 5 = 7y - 35$   
 $\Rightarrow x - 7y = -35 + 5 = -30 \dots\dots\dots ii)$   
 ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚੋਂ ii) ਨੂੰ ਘਟਾਉਣ ਤੇ,  
 $(x - 3y) - (x - 7y) = 10 - (-30) \quad \Rightarrow x - 3y - x + 7y = 10 + 30$   
 $\Rightarrow 4y = 40 \quad \Rightarrow y = \frac{40}{4} = 10$   
 $y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ  
 i)  $\Rightarrow x - 3y = 10 \quad \Rightarrow x - 3(10) = 10$   
 $\Rightarrow x = 10 + 30 = 40$   
 $\therefore$  ਜੈਕਬ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ 40 ਸਾਲ ਅਤੇ ਲੜਕੇ ਦੀ ਉਮਰ 10 ਸਾਲ ਹੈ।

### ਅਭਿਆਸ

1. Exercise 3.2, Q 1(i), 5
2. Exercise 3.3, Q 3(ii)
3. Exercise 3.4, Q 2(ii)

### DAY 8

1. ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਉਲਟਾ ਕੇ ਬਣੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ 66 ਹੈ। ਜੇਕਰ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ 2 ਹੈ ਤਾਂ ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀਆਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ?

ਹੱਲ: ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ : (ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ) + (ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਉਲਟਾ ਕੇ ਬਣੀ ਸੰਖਿਆ) = 66

ਅਤੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ = 2

ਮੰਨ ਲਓ, ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਇਕਾਈ ਦਾ ਅੰਕ  $x$  ਅਤੇ ਦਹਾਈ ਦਾ ਅੰਕ  $y$  ਹੈ।

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ =  $y$  ਦਹਾਈ +  $x$  ਇਕਾਈ =  $10y + x = 10y + x$

ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਉਲਟਾ ਕੇ ਬਣੀ ਸੰਖਿਆ =  $10x + y$

ਪਹਿਲਾ ਸਮੀਕਰਨ :  $(10y + x) + (10x + y) = 66$

$$\Rightarrow 11x + 11y = 66 \Rightarrow x + y = 6 \dots \dots \dots (i) \quad \{\text{ਦੋਨਾਂ ਪਾਸੇ 11 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ}\}$$

ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ :  $x - y = 2 \dots \dots \dots (ii)$

(i) ਅਤੇ (ii) ਨੂੰ ਜੋੜਨ 'ਤੇ

$$(x + y) + (x - y) = 6 + 2 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$$(i) \Rightarrow 4 + y = 6 \Rightarrow y = 6 - 4 = 2$$

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ =  $10y + x = 20 + 4 = 24$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ  $y - x = -2$  ਲੈਣ ਤੇ ਸੰਖਿਆ 42 ਆਉਂਦੀ ਹੈ। [become-educated](#)

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ 24 ਅਤੇ 42 ਅਜਿਹੀਆਂ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।

2. ਇੱਕ ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਆਪਣੇ ਅੰਕਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦਾ 7 ਗੁਣਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚੋਂ 27 ਘਟਾ ਦਿੱਤੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕ ਉਲਟ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ : (ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ) =  $7 \times$  (ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ)

ਅਤੇ (ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ)  $- 27 =$  (ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਉਲਟਾ ਕੇ ਬਣੀ ਸੰਖਿਆ)

ਮੰਨ ਲਓ, ਸੰਖਿਆ ਦਾ ਇਕਾਈ ਦਾ ਅੰਕ  $x$  ਅਤੇ ਦਹਾਈ ਦਾ ਅੰਕ  $y$  ਹੈ।

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ =  $y$  ਦਹਾਈ +  $x$  ਇਕਾਈ =  $10y + x = 10y + x$

ਅਤੇ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਉਲਟਾ ਕੇ ਬਣੀ ਸੰਖਿਆ =  $10x + y$

ਪਹਿਲਾ ਸਮੀਕਰਨ  $10y + x = 7(x + y) \Rightarrow 10y + x = 7x + 7y$

$$\Rightarrow 10y - 7y = 7x - x \Rightarrow 3y = 6x \Rightarrow y = 2x \dots \dots \dots (i) \quad \{\text{ਦੋਨਾਂ ਪਾਸੇ 3 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ}\}$$

ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ  $(10y + x) - 27 = 10x + y \Rightarrow 10y + x - 10x - y = 27$

$$\Rightarrow -9x + 9y = 27 \Rightarrow -x + y = 3 \quad \{\text{ਦੋਨਾਂ ਪਾਸੇ 9 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ}\}$$

$$\Rightarrow -x + 2x = 3 \quad \{y \text{ ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ (i) ਤੋਂ}\}$$

$$\Rightarrow x = 3$$

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$$(i) \Rightarrow y = 2(3) = 6$$

$\therefore$  ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ =  $10y + x = 60 + 3 = 63$

3. ਇੱਕ ਸ਼ਹਿਰ ਵਿੱਚ ਟੈਕਸੀ ਕਿਰਾਏ ਵਿੱਚ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਿਰਾਏ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਦਾ ਕਿਰਾਇਆ ਸ਼ਾਮਲ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। 10 ਕਿ.ਮੀ. ਦੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਲਈ ਕਿਰਾਇਆ ₹ 105 ਹੈ ਅਤੇ 15 ਕਿ.ਮੀ ਲਈ ₹ 155 ਹੈ। ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਿਰਾਇਆ ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀ ਕਿ.ਮੀ. ਕਿਰਾਇਆ ਕੀ ਹੈ?

ਹੱਲ:- ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ ਟੈਕਸੀ ਕਿਰਾਏ ਵਿੱਚ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਿਰਾਏ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਦਾ ਕਿਰਾਇਆ ਸ਼ਾਮਲ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਉ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਿਰਾਇਆ  $x$  ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀ ਕਿ.ਮੀ. ਕਿਰਾਇਆ  $y$  ਹੈ

ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ:- 10 ਕਿ.ਮੀ. ਦੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਲਈ ਕਿਰਾਇਆ = ₹ 105

ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਿਰਾਇਆ + 10 ਕਿ.ਮੀ. ਦਾ ਕਿਰਾਇਆ = 105

$$x + 10y = 105 \dots\dots\dots i)$$

ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ:- 15 ਕਿ.ਮੀ. ਦੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਲਈ ਕਿਰਾਇਆ = ₹ 155

ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਿਰਾਇਆ + 15 ਕਿ.ਮੀ. ਦਾ ਕਿਰਾਇਆ = 155

$$x + 15y = 155 \dots\dots\dots ii)$$

ਸਮੀਕਰਨ ii) ਵਿੱਚੋਂ i) ਘਟਾਉਣ ਤੇ

$$\Rightarrow (x + 15y) - (x + 10y) = 155 - 105$$

$$\Rightarrow x + 15y - x - 10y = 50 \quad \Rightarrow 5y = 50 \quad \Rightarrow y = \frac{50}{5} = 10$$

$y$  ਦਾ ਮੁੱਲ ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$$i) \Rightarrow x + 10y = 105 \quad \Rightarrow x + 10(10) = 105$$

$$\Rightarrow x = 105 - 100 = 5$$

ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਕਿਰਾਇਆ ₹ 5 ਅਤੇ ਪ੍ਰਤੀ ਕਿ.ਮੀ. ਕਿਰਾਇਆ ₹ 10

#### ਅਭਿਆਸ

1. ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 9 ਹੈ। ਇਸ ਸੰਖਿਆ ਦਾ 9 ਗੁਣਾ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਉਲਟਾ ਕੇ ਬਣੀ ਸੰਖਿਆ ਦਾ 2 ਗੁਣਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 9 ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਅੰਕਾਂ ਦੀ ਤਰਤੀਬ ਨੂੰ ਉਲਟਾ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਈ ਸੰਖਿਆ ਪਹਿਲਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ ਨਾਲੋਂ 27 ਵੱਧ ਹੈ। ਸੰਖਿਆ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. ਅਭਿ 3.4, ਪ੍ਰ. 2 (iii), (v)
4. ਅਭਿ 3.5, ਪ੍ਰ. 4(1)

## DAY 9

1. ਮੀਨਾ ₹ 2000 ਕਢਵਾਉਣ ਇੱਕ ਬੈਂਕ ਵਿੱਚ ਗਈ। ਉਸਨੇ ਖਜਾਨਚੀ ਨੂੰ ₹ 50 ਅਤੇ ₹ 100 ਦੇ ਨੋਟ ਦੇਣ ਲਈ ਕਿਹਾ। ਮੀਨਾ ਨੇ ਕੁੱਲ 25 ਨੋਟ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ। ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਉਸਨੇ ₹ 50 ਅਤੇ ₹ 100 ਦੇ ਕਿੰਨੇ-ਕਿੰਨੇ ਨੋਟ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ?

ਹੱਲ: ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ, ₹ 50 ਅਤੇ ₹ 100 ਦੇ ਨੋਟਾਂ ਵਿੱਚ ਰਕਮ = ₹ 2000

ਅਤੇ ₹ 50 ਅਤੇ ₹ 100 ਦੇ ਨੋਟਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 25

ਮੰਨ ਲਓ, ₹ 50 ਅਤੇ ₹ 100 ਦੇ ਨੋਟਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ  $x$  ਅਤੇ  $y$  ਹੈ।

ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ :  $50x + 100y = 2000 \Rightarrow x + 2y = 40 \dots\dots\dots (i)$  {50 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ}

ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ :  $x + y = 25 \dots\dots\dots (ii)$

(i) ਵਿੱਚੋਂ (ii) ਘਟਾਉਣ ਤੇ

$$\Rightarrow (x + 2y) - (x + y) = 40 - 25 \Rightarrow y = 15 \text{ ਸਮੀਕਰਨ (ii) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ}$$

$$(ii) \Rightarrow x + y = 25 \Rightarrow x + 15 = 25 \Rightarrow x = 10$$

$\therefore$  ₹ 50 ਦੇ 10 ਨੋਟ ਅਤੇ ₹ 100 ਦੇ 15 ਨੋਟ ਹਨ।

2. ਯਸ਼ਪਾਲ ਨੇ ਟੈਸਟ ਵਿੱਚ 40 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ, ਜਦੋਂ ਉਸਨੂੰ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਦੇ 3 ਅੰਕ ਮਿਲੇ ਅਤੇ ਗਲਤ ਉੱਤਰ 1 ਅੰਕ ਦੀ ਕਟੌਤੀ ਕੀਤੀ ਗਈ। ਜੇਕਰ ਉਸਨੂੰ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਦੇ 4 ਅੰਕ ਮਿਲਣ ਅਤੇ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਦੇ 2 ਅੰਕ ਕੱਟੇ ਜਾਣ ਤਾਂ ਉਹ 50 ਅੰਕ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਟੈਸਟ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਸਨ?

ਹੱਲ: ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ : (ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਦੇ 3 ਅੰਕ) - (ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਦਾ 1 ਅੰਕ) = 40

ਅਤੇ (ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਦੇ 4 ਅੰਕ) - (ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਦਾ 2 ਅੰਕ) = 50

(ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਦੇ ਅੰਕ ਕੱਟੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਘਟਾਓ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ)

ਮੰਨ ਲਓ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ  $x$  ਅਤੇ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ  $y$  ਹੈ।

ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ :  $3x - y = 40 \dots\dots\dots (i)$

ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ :  $4x - 2y = 50$  ਜਾਂ  $2x - y = 25 \dots\dots\dots (ii)$

(i) ਵਿੱਚੋਂ (ii) ਨੂੰ ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ

$$(3x - y) - (2x - y) = 40 - 25 \Rightarrow 3x - y - 2x + y = 15 \Rightarrow x = 15$$

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$(i) \Rightarrow 3(15) - y = 40 \Rightarrow 45 - y = 40 \Rightarrow -y = 40 - 45 \Rightarrow y = 5$$

ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ 15 ਅਤੇ ਗਲਤ ਉੱਤਰ ਵਾਲੇ ਪ੍ਰਸ਼ਨ 5 ਹਨ ਤਾਂ ਕੁੱਲ ਪ੍ਰਸ਼ਨ  $15 + 5 = 20$  ਹਨ।

3. ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ 5 ਇਕਾਈਆਂ ਘਟਾ ਦੇਈਏ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਨੂੰ 3 ਇਕਾਈਆਂ ਵਧਾ ਦੇਈਏ ਤਾਂ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 9 ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ ਘੱਟ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ ਲੰਬਾਈ 3 ਇਕਾਈਆਂ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਨੂੰ 2 ਇਕਾਈਆਂ ਵਧਾ ਦੇਈਏ ਤਾਂ ਖੇਤਰਫਲ 67 ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ ਵੱਧ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲੰਬਾਈ  $\times$  ਚੌੜਾਈ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ : (ਲੰਬਾਈ - 5)  $\times$  (ਚੌੜਾਈ + 3) = ਖੇਤਰਫਲ - 9

ਅਤੇ (ਲੰਬਾਈ + 3)  $\times$  (ਚੌੜਾਈ + 2) = ਖੇਤਰਫਲ + 67

ਮੰਨ ਲਓ, ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ  $x$  ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ  $y$  ਹੈ ਤਾਂ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ =  $x \times y = xy$

ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ :  $(x - 5) \times (y + 3) = xy - 9 \Rightarrow xy + 3x - 5y - 15 = xy - 9$

$$\Rightarrow xy + 3x - 5y - xy = -9 + 15 \Rightarrow 3x - 5y = 6 \dots\dots\dots (i)$$

ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ :  $(x + 3) \times (y + 2) = xy + 67 \Rightarrow xy + 3y + 2x + 6 = xy + 67$

$$\Rightarrow xy + 3y + 2x - xy = 67 - 6 \Rightarrow 2x + 3y = 61 \dots\dots\dots (ii)$$

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ (ii) ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ, ਘਟਾਉਣ 'ਤੇ

$$\Rightarrow (6x - 10y) - (6x + 9y) = 12 - 183 = -171$$

$$\Rightarrow -19y = -171$$

$$\Rightarrow y = \frac{-171}{-19} = 9$$

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$(i) \Rightarrow 3x - 5(9) = 6 \Rightarrow 3x - 45 = 6 \Rightarrow 3x = 6 + 45 = 51 \Rightarrow x = \frac{51}{3} = 17$$

ਆਇਤ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 17 ਇਕਾਈਆਂ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ 9 ਇਕਾਈਆਂ ਹਨ।

4. ਇੱਕ ਰਾਜਮਾਰਗ ਤੇ ਦੋ ਸਥਾਨ A ਅਤੇ B 100 ਕਿ.ਮੀ. ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਕਾਰ A ਤੋਂ ਅਤੇ ਇੱਕ ਕਾਰ B ਤੋਂ ਇੱਕ ਹੀ ਸਮੇਂ ਤੇ ਚਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀਆਂ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਇਹ ਕਾਰਾਂ ਅਲੱਗ ਅਲੱਗ ਗਤੀ ਨਾਲ ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚਲਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਇਹ ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ। ਜੇ ਇਹ ਕਾਰਾਂ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੀ ਤਰਫ ਆਉਂਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ 1 ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ। ਦੋਵੇਂ ਕਾਰਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ। [Ex 3.5, Q 4(iv)]

ਹੱਲ. ਮੰਨ ਲਉ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ ਜੋ A ਤੇ ਖੜੀ ਹੈ  $= x$  km/h ਅਤੇ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ ਜੋ B ਤੇ ਖੜੀ ਹੈ  $= y$  km/h

ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ: ਮੰਨ ਲਉ 5 ਘੰਟੇ ਬਾਅਦ ਉਹ E ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ।

$$\therefore AE = AB + BE$$

ਪਹਿਲੀ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ = 100 + ਦੂਜੀ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ

$$\Rightarrow 5x = 100 + 5y \Rightarrow 5x - 5y = 100$$

{ ਦੂਰੀ = ਗਤੀ X ਸਮਾਂ }

$$\text{or } x - y = 20 \dots\dots\dots i)$$

{ ਦੋਨਾਂ ਪਾਸੇ 5 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ }

ਦੂਜੀ ਸਮੀਕਰਨ: ਮੰਨ ਲਉ 1 ਘੰਟੇ ਬਾਅਦ ਉਹ P ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ।

$$\therefore AP + PB = AB$$

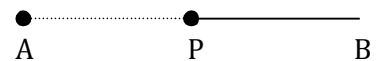
ਪਹਿਲੀ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ + ਦੂਜੀ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ = 100

$$\Rightarrow 1x + 1y = 100 \Rightarrow x + y = 100 \dots\dots\dots ii)$$

i) ਅਤੇ ii) ਨੂੰ ਜੋੜਣ ਤੇ  $(x - y) + (x + y) = 20 + 100$

$$\Rightarrow 2x = 120 \Rightarrow x = 60 \text{ ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਣ ਤੇ}$$

$$i) \Rightarrow 60 - y = 20 \Rightarrow y = 40$$



## DAY 10

ਕੁਝ ਹੋਰ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਜੋ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੱਲ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ :

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਅਜਿਹੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ ਜੋ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਨਹੀਂ ਹਨ ਪਰੰਤੂ ਕੁੱਝ ਢੁਕਵੀਂ ਪ੍ਰਤੀਸਥਾਪਨਾ ਦੁਆਰਾ ਜਾਂ ਸਿੱਧੇ ਹੀ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਜੋੜਿਆਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਬਦਲ ਕੇ ਹੱਲ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ।

1. ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13 \text{ ਅਤੇ } \frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$$

ਹੱਲ:  $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13$  ..... i) and  $\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$  ..... ii)

ਸਮੀਕਰਨ i) ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਅਤੇ ii) ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$\left(\frac{10}{x} + \frac{15}{y}\right) - \left(\frac{10}{x} - \frac{8}{y}\right) = 65 - (-4)$$

$$\Rightarrow \frac{23}{y} = 69 \Rightarrow y = \frac{23}{69} = \frac{1}{3}$$

ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$i) \Rightarrow \frac{2}{x} + \frac{3}{\frac{1}{3}} = 13 \Rightarrow \frac{2}{x} + 9 = 13 \Rightarrow \frac{2}{x} = 13 - 9 = 4 \Rightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3} \text{ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।}$$

2. ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ  $\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2$  ਅਤੇ  $\frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$  ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:  $\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2$  ..... i) ਅਤੇ  $\frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$  ..... ii)

ਸਮੀਕਰਨ i) ਨੂੰ 6 ਨਾਲ ਅਤੇ ii) ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$\left(\frac{30}{x-1} + \frac{6}{y-2}\right) - \left(\frac{30}{x-1} - \frac{15}{y-2}\right) = 12 - 5 = 7$$

$$\Rightarrow \frac{30}{x-1} + \frac{6}{y-2} - \frac{30}{x-1} + \frac{15}{y-2} = 7$$

$$\Rightarrow \frac{21}{y-2} = 7 \Rightarrow y-2 = \frac{21}{7} = 3 \Rightarrow y = 3 + 2 = 5$$

ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$i) \Rightarrow \frac{5}{x-1} + \frac{1}{3} = 2 \Rightarrow \frac{5}{x-1} = 2 - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{5}{x-1} = \frac{6-1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow x-1 = 3 \Rightarrow x = 3 + 1 = 4$$

$$\therefore x = 4, y = 5 \text{ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਹੱਲ ਹੈ।}$$

3. ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਜੋੜੇ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

$$\frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4 \text{ ਅਤੇ } \frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2$$

ਹੱਲ: ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ  $\frac{1}{x+y} = u$  ਅਤੇ  $\frac{1}{x-y} = v$

$$10u + 2v = 4 \text{ ..... i)}$$

$$\text{ਅਤੇ } 15u - 5v = -2 \text{ ..... ii)}$$

ਸਮੀਕਰਨ i) ਨੂੰ 5 ਨਾਲ ਅਤੇ ii) ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$(50u + 10v) + (30u - 10v) = 20 + (-4)$$

$$\Rightarrow 80u = 16 \Rightarrow u = \frac{16}{80} = \frac{1}{5}$$

ਸਮੀਕਰਨ  $i)$  ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$i) \Rightarrow 10\left(\frac{1}{5}\right) + 2v = 4 \Rightarrow 2 + 2v = 4$$

$$\Rightarrow 2v = 4 - 2 = 2 \Rightarrow v = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{ਹੁਣ, } \frac{1}{x+y} = u = \frac{1}{5} \Rightarrow x + y = 5$$

$$\text{ਅਤੇ } \frac{1}{x-y} = v = 1 \Rightarrow x - y = 1$$

ਦੋਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਤੇ,  $x = 3, y = 2$

### ਅਭਿਆਸ

#### 1. ਅਭਿਆਸ 3.6, ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1

come-become-educated

37bhyas



## DAY 11

1. ਰੀਤੂ ਧਾਰਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ 2 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ 20 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਤੈਰ ਸਕਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਧਾਰਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਉਲਟ 2 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ 4 ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਤੈਰ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਉਸਦੀ ਖੜ੍ਹੇ ਪਾਣੀ ਵਿੱਚ ਤੈਰਨ ਦੀ ਗਤੀ ਅਤੇ ਧਾਰਾ ਦੀ ਗਤੀ ਪਤਾ ਕਰੋ। [ਅਭਿ 3.6, ਪ੍ਰ.2(i)]

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ ਖੜ੍ਹੇ ਪਾਣੀ ਵਿੱਚ ਤੈਰਨ ਦੀ ਗਤੀ  $x$  ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਪ੍ਰਤੀ ਘੰਟਾ ਅਤੇ ਧਾਰਾ ਦੀ ਗਤੀ  $y$  ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਪ੍ਰਤੀ ਘੰਟਾ

ਹੁਣ, ਧਾਰਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਅਨੁਸਾਰ ਗਤੀ = (ਖੜ੍ਹੇ ਪਾਣੀ ਵਿੱਚ ਤੈਰਨ ਦੀ ਗਤੀ) + (ਧਾਰਾ ਦੀ ਗਤੀ) =  $(x + y)$  ਕਿਲੋਮੀਟਰ ਪ੍ਰਤੀ ਘੰਟਾ  
ਅਤੇ ਧਾਰਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਉਲਟ ਗਤੀ =  $(x - y)$

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ :

2 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਧਾਰਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਅਨੁਸਾਰ ਤੈਅ ਦੂਰੀ = 20 ਕਿਲੋਮੀਟਰ

$$\Rightarrow 2 \times (x + y) = 20 \quad (\text{ਦੂਰੀ} = \text{ਗਤੀ} \times \text{ਸਮਾਂ})$$

$$\Rightarrow x + y = \frac{20}{2} = 10 \dots\dots\dots \text{i)}$$

ਅਤੇ 2 ਘੰਟਿਆਂ ਵਿੱਚ ਧਾਰਾ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਉਲਟ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ = 4 ਕਿਲੋਮੀਟਰ

$$\Rightarrow 2 \times (x - y) = 4 \quad (\text{ਦੂਰੀ} = \text{ਗਤੀ} \times \text{ਸਮਾਂ})$$

$$\Rightarrow x - y = \frac{4}{2} = 2 \dots\dots\dots \text{ii)}$$

ਸਮੀਕਰਨ i) ਅਤੇ ii) ਨੂੰ ਜੋੜਨ 'ਤੇ

$$(x + y) + (x - y) = 10 + 2 \quad \Rightarrow 2x = 12 \quad \Rightarrow x = \frac{12}{2} = 6$$

ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$\text{i) } \Rightarrow 6 + y = 10 \quad \Rightarrow y = 10 - 6 = 4$$

ਤੈਰਨ ਦੀ ਗਤੀ 6 km/h ਅਤੇ ਧਾਰਾ ਦੀ ਗਤੀ 4 km/h.

2. 2 ਇਸਤਰੀਆਂ ਅਤੇ 5 ਆਦਮੀ ਇੱਕ ਕੰਮ ਨੂੰ 4 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਕਰਦੇ ਹਨ, ਜਦੋਂ ਕਿ 3 ਇਸਤਰੀਆਂ ਅਤੇ 6 ਆਦਮੀ ਇਸਨੂੰ 3 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਕਰਦੇ ਹਨ। 1 ਇਸਤਰੀ ਅਤੇ 1 ਆਦਮੀ ਇਕੱਲੇ ਇਸ ਕੰਮ ਨੂੰ ਕਿੰਨੇ ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕਰਨਗੇ?

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ, 1 ਇਸਤਰੀ ਅਤੇ 1 ਆਦਮੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x$  ਦਿਨਾਂ ਅਤੇ  $y$  ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕੰਮ ਪੂਰਾ ਕਰਦੇ ਹਨ।

1 ਦਿਨ ਵਿੱਚ 1 ਇਸਤਰੀ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਕੰਮ =  $\left(\frac{1}{x}\right)$  ਹਿੱਸਾ

ਅਤੇ 1 ਦਿਨ ਵਿੱਚ 1 ਆਦਮੀ ਦੁਆਰਾ ਕੀਤਾ ਕੰਮ =  $\left(\frac{1}{y}\right)$  ਹਿੱਸਾ

{ਇਹ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਉਲਟੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਹੈ, ਭਾਵ ਜਿਹਨੇ ਵੱਧ ਆਦਮੀ ਜਾਂ ਇਸਤਰੀ ਹੋਣਗੇ, ਉਹਨੇ ਕੰਮ ਨੂੰ ਪੂਰਾ ਕਰਨ ਲਈ ਘੱਟ ਦਿਨ ਲੱਗਣਗੇ। ਇਸ ਲਈ ਪਹਿਲਾਂ ਇਸ ਨੂੰ ਸਿੱਧੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਬਦਲਿਆ ਜਾਵੇਗਾ}

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ :

2 ਇਸਤਰੀ ਅਤੇ 5 ਆਦਮੀ, 4 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਪੂਰਾ ਕਰਦੇ ਹਨ।

$$1 \text{ ਦਿਨ ਵਿੱਚ, } 2(\text{ਇਸਤਰੀਆਂ ਦਾ ਕੰਮ}) + 5(\text{ਆਦਮੀਆਂ ਦਾ ਕੰਮ}) = \left(\frac{1}{4}\right) \text{ ਹਿੱਸਾ}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4} \dots\dots\dots \text{i)}$$

ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਸਮੀਕਰਨ :

$$\Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{3} \dots\dots\dots \text{ii)}$$

ਸਮੀਕਰਨ i) ਨੂੰ 3 ਨਾਲ ਅਤੇ ii) ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ 'ਤੇ

$$\Rightarrow \left(\frac{6}{x} + \frac{15}{y}\right) - \left(\frac{6}{x} + \frac{12}{y}\right) = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \frac{3}{y} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12} \quad \Rightarrow y = 36$$

ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$\begin{aligned} \text{ii)} \Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{6}{36} &= \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{x} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \\ \Rightarrow \frac{3}{x} &= \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2-1}{6} = \frac{1}{6} \Rightarrow x = 18 \end{aligned}$$

1 ਇਸਤਰੀ 18 ਦਿਨ ਅਤੇ 1 ਆਦਮੀ 36 ਦਿਨਾਂ ਵਿੱਚ ਇਕੱਲੇ ਕੰਮ ਕਰਦਾ ਹੈ।

3. ਦੀਪਿਕਾ 300 km ਦੂਰੀ ਤੇ ਸਥਿਤ ਆਪਣੇ ਘਰ ਜਾਣ ਲਈ ਕੁੱਝ ਦੂਰੀ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੁਆਰਾ ਅਤੇ ਕੁੱਝ ਦੂਰੀ ਬੱਸ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਉਹ 60 km ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੁਆਰਾ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਬੱਸ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ 4 ਘੰਟੇ ਲੱਗਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ 100 km ਦੂਰੀ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੁਆਰਾ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਬੱਸ ਦੁਆਰਾ ਕਰੇ ਤਾਂ ਉਸਨੂੰ 10 ਮਿੰਟ ਵੱਧ ਲੱਗਦੇ ਹਨ। ਰੇਲਗੱਡੀ ਅਤੇ ਬੱਸ ਦੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਚਾਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।  
ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੀ ਚਾਲ  $x$  km/h ਅਤੇ ਬੱਸ ਦੀ ਚਾਲ  $y$  km/h

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ :

(60 ਕਿ.ਮੀ. ਤੈਅ ਕਰਨ ਲਈ ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੁਆਰਾ ਲਿਆ ਸਮਾਂ) + (240 ਕਿ.ਮੀ. ਤੈਅ ਕਰਨ ਲਈ ਬੱਸ ਦੁਆਰਾ ਸਮਾਂ) = 4 ਘੰਟੇ

$$\Rightarrow \frac{60}{x} + \frac{240}{y} = 4 \quad \left( \text{ਸਮਾਂ} = \frac{\text{ਦੂਰੀ}}{\text{ਚਾਲ}} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{15}{x} + \frac{60}{y} = 1 \dots\dots\dots \text{i) (4 ਨਾਲ ਵੰਡਣ 'ਤੇ)}$$

ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਸਮੀਕਰਨ :

$$\Rightarrow \frac{100}{x} + \frac{200}{y} = 4 \frac{10}{60} = 4 \frac{1}{6} = \frac{25}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{x} + \frac{8}{y} = \frac{1}{6} \dots\dots\dots \text{ii) (25 ਨਾਲ ਵੰਡਣ 'ਤੇ)}$$

ਸਮੀਕਰਨ i) ਨੂੰ 4 ਨਾਲ ਅਤੇ ii) ਨੂੰ 15 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਦੋਵਾਂ ਨੂੰ ਘਟਾਉਣ ਤੇ

$$\Rightarrow \left( \frac{60}{x} + \frac{240}{y} \right) - \left( \frac{60}{x} + \frac{120}{y} \right) = 4 - \frac{15}{6} = \frac{24-15}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{120}{y} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = 80$$

ਸਮੀਕਰਨ ii) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$$\Rightarrow \frac{15}{x} + \frac{60}{80} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{15}{x} + \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow \frac{15}{x} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 60$$

ਰੇਲਗੱਡੀ ਦੀ ਚਾਲ 60 km/h ਅਤੇ ਬੱਸ ਦੀ ਚਾਲ 80 km/h.