

DAY 4

ਬਹੁਲਕ

ਬਹੁਲਕ ਉਹ ਮੁੱਲ ਹੈ ਜੋ ਦਿੱਤੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਵਾਰੀ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਜਿਸ ਮੁੱਲ ਦੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ। 9ਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਅਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਬਹੁਲਕ ਬਾਰੇ ਪੜਿਆ ਸੀ, ਇੱਥੇ ਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੇ ਬਹੁਲਕ ਬਾਰੇ ਪੜਾਂਗੇ। ਪਰ ਇਹ ਸੰਭਵ ਹੈ ਕਿ ਇੱਕ ਤੋਂ ਵੱਧ ਮੁੱਲਾਂ ਦੀ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀ ਵੱਧ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਬਹੁ-ਬਹੁਲਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਚਰਚਾ ਅਸੀਂ ਅਗਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਕਰਾਂਗੇ।

ਖੰਡਿਤ ਲੜੀ: ਇਸ ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਬਹੁਲਕ ਨੂੰ ਦੇਖ ਕੇ ਜੀ ਲੱਭਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ, ਜਿਸ ਰਕਮ ਦੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ, ਉਹ ਬਹੁਲਕ ਹੈ।

1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਕੱਪੜਿਆਂ ਦਾ ਮਾਪ	28	29	30	31	32	33
ਵਿਅਕਤੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	5	14	26	50	23	10

ਹੱਲ:- ਇੱਥੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ 50 ਹੈ ਜੋ 31 ਦੀ ਹੈ।

∴ ਬਹੁਲਕ 31 ਹੈ।

come-become-educated

2. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਅੰਕ	10	12	14	16	18	20
ਵਿਦਿਆਰਥੀ	6	14	9	10	5	7

ਹੱਲ:- ਇੱਥੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ 14 ਹੈ ਜੋ 12 ਦੀ ਹੈ।

∴ ਬਹੁਲਕ 12 ਹੈ।

ਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਲੜੀਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ:

- ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਉਹ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਲੱਭੋ ਜਿਸਦੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ, ਉਸਨੂੰ ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।
- ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਨੂੰ b ਅਤੇ ਉਸ ਤੋਂ ਉੱਪਰ ਵਾਲੀ ਨੂੰ a ਅਤੇ b ਤੋਂ ਹੇਠਾਂ c ਹੈ।
- ਇਹਨਾਂ ਕੀਮਤਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਫਾਰਮੂਲੇ ਵਿੱਚ ਭਰੋ।

$$\text{ਬਹੁਲਕ} = L + \frac{b-a}{2b-a-c} \times i$$

L = ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ;

b = ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ

a = ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਤੋਂ ਉੱਪਰੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ

c = ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਤੋਂ ਹੇਠਲੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ

i = ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਦਾ ਵਰਗ ਆਕਾਰ

1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
ਵਿਦਿਆਰਥੀ	7	8	8	2	1

ਹੱਲ:-

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	ਵਿਦਿਆਰਥੀ
1-3	7 <i>a</i>
3-5	8 <i>b</i>
5-7	2 <i>c</i>
7-9	2
9-11	1

ਇੱਥੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (b) = 8 ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ = 3 – 5
ਅਤੇ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ (L) = 3 ਅਤੇ ਵਰਗ ਆਕਾਰ(i) = 2, $a = 7, c = 2$,

$$\begin{aligned}\therefore \text{ਬਹੁਲਕ} &= L + \left(\frac{b-a}{2b-a-c} \right) \times i \\ &= 3 + \left(\frac{8-7}{2 \times 8 - 7 - 2} \right) \times 2 \\ &= 3 + \left(\frac{1}{16-9} \right) \times 2 = 3 + \frac{2}{7} = 3 + 0.286 = 3.286\end{aligned}$$

$$\therefore \text{ਬਹੁਲਕ} = 3.286$$

2. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਉਮਰ	0-15	15-30	30-45	45-60	60-75	75-90
ਰੋਗੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	6	9	12	18	15	10

ਹੱਲ:-

ਉਮਰ	ਰੋਗੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ
0-15	6
15-30	9
30-45	12 <i>a</i>
45-60	18 <i>b</i>
60-75	15 <i>c</i>
75-90	10

ਇੱਥੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (b) = 18 ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ = 45 – 60
ਅਤੇ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ (L) = 45 ਅਤੇ ਵਰਗ ਆਕਾਰ(i) = 15, $a = 12, c = 15$,

$$\begin{aligned}\therefore \text{ਬਹੁਲਕ} &= L + \left(\frac{b-a}{2b-a-c} \right) \times i \\ &= 45 + \left(\frac{18-12}{2 \times 18 - 12 - 15} \right) \times 15 \\ &= 45 + \left(\frac{6}{36-27} \right) \times 15 = 45 + \frac{6}{9} \times 15 = 45 + 10 = 55\end{aligned}$$

$$\therefore \text{ਬਹੁਲਕ} = 55$$

3. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ	15	14	13	10	21	12

ਹੱਲ:-

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	f	ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ (x)	fx
0-20	15	10	150
20-40	14	30	420
40-60	13	50	650
60-80	10 a	70	700
80-100	21 b	90	1890
100-120	12 c	110	1320
ਜੋੜ	$\Sigma f = 85$		$\Sigma fx = 5130$

$$\text{ਮੱਧਮਾਨ: } \bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{5130}{85} = 60.39 \text{ (app)}$$

ਬਹੁਲਕ: ਇੱਥੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (b) = 21 ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ = **80 – 100**
ਅਤੇ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ (L) = **80** ਅਤੇ ਵਰਗ ਆਕਾਰ (i) = **20**, $a = 10$, $c = 12$,

$$\begin{aligned} \therefore \text{ਬਹੁਲਕ} &= L + \left(\frac{b-a}{2b-a-c} \right) \times i \\ &= 80 + \left(\frac{21-10}{2 \times 21 - 10 - 12} \right) \times 20 \\ &= 80 + \left(\frac{11}{42-22} \right) \times 20 = 80 + \frac{11}{20} \times 20 = 80 + 11 = 91 \end{aligned}$$

4. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45
ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ	8	10	2	5	3	4

ਹੱਲ:-

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	f
15-20	8 a
20-25	10 b
25-30	2 c
30-35	5
35-40	3
40-45	4

ਇੱਥੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (b) = 10 ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ = **20 – 25**

ਅਤੇ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ (L) = **20** ਅਤੇ ਵਰਗ ਆਕਾਰ(i) = **5**, $a = 8$, $c = 2$,

$$\begin{aligned}\therefore \text{ਬਹੁਲਕ} &= L + \left(\frac{b-a}{2b-a-c}\right) \times i \\ &= 20 + \left(\frac{10-8}{2 \times 10 - 8 - 2}\right) \times 5 \\ &= 20 + \left(\frac{2}{20-10}\right) \times 5 = 20 + \frac{2}{10} \times 5 = 20 + 1 = 21\end{aligned}$$

ਅਭਿਆਸ

1. Ex 14.2

come-become-educated

37bhyas