

DAY 5

ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਹੱਲ ਦੀ ਪ੍ਰਕ੍ਰਿਤੀ :

ਇੱਕ ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਜਾਂ ਅਨੇਕ ਹੱਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਇਸ ਨੂੰ ਸੰਗਤ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਜਦੋਂ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਤਾਂ ਇਸਨੂੰ ਅਸੰਗਤ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ : $a_1x + b_1y + c_1 = 0 \dots \dots \dots (i)$ ਅਤੇ $a_2x + b_2y + c_2 = 0 \dots \dots \dots (ii)$

ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ :

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}; y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_2b_1 - a_1b_2}$$

1. ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੋਵੇਗਾ ਜੇ

$$a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0 \Rightarrow a_1b_2 \neq a_2b_1 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

2. ਜੇ $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$

$$\text{ਭਾਵ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = k \ (k \neq 0) \text{ ਅਤੇ } \frac{c_1}{c_2} = k$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = k$$

ਪਹਿਲੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਹਰੇਕ ਹੱਲ ਦੂਸਰੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਵੀ ਹੱਲ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਲਈ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅਸੀਮਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਨੇਕ ਹੱਲ ਹਨ।

3. ਜੇ $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$ ਹੋਵੇ

$$\text{ਭਾਵ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = k \ (k \neq 0) \text{ ਹੋਵੇ ਅਤੇ } \frac{c_1}{c_2} \neq k \Rightarrow c_1 \neq kc_2$$

$$\text{ਤਾਂ } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਕੋਈ ਵੀ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ।

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ ਵਿੱਚ ਦੱਸੋ ਕਿ ਕਿਸ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀਆਂ ਦਾ ਇੱਕ ਹੱਲ, ਅਨੇਕਾਂ ਹੱਲ ਅਤੇ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ :

i) $5x - 2y = 7$ ਅਤੇ $3x + 4y = 6$

ii) $2x + 3y = 5$ ਅਤੇ $4x + 6y = 8$

iii) $3x - 5y - 2 = 0$ ਅਤੇ $9x - 15y - 6 = 0$

ਹੱਲ :

i) $5x - 2y = 7$ ਅਤੇ $3x + 4y = 6$

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ $a_1x + b_1y = c_1$ ਅਤੇ $a_2x + b_2y = c_2$ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$a_1 = 5, b_1 = -2, c_1 = 7 \text{ ਅਤੇ } a_2 = 3, b_2 = 4, c_2 = 6$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{3} \text{ ਅਤੇ } \frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2} \therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

\therefore ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੈ।

ii) $2x + 3y = 5$ ਅਤੇ $4x + 6y = 8$

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ $a_1x + b_1y = c_1$ ਅਤੇ $a_2x + b_2y = c_2$ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$a_1 = 2, b_1 = 3, c_1 = 5 \text{ ਅਤੇ } a_2 = 4, b_2 = 6, c_2 = 8$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

∴ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ।

iii) $3x - 5y - 2 = 0$ ਅਤੇ $9x - 15y - 6 = 0$

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ $a_1x + b_1y = c_1$ ਅਤੇ $a_2x + b_2y = c_2$ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$a_1 = 3, b_1 = -5, c_1 = -2 \text{ ਅਤੇ } a_2 = 9, b_2 = -15, c_2 = -6$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{-5}{-15} = \frac{1}{3}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

∴ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅਨੇਕ ਹੱਲ ਹਨ।

2. p ਦੇ ਕਿਸ ਮੁੱਲ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ $3x + py = 5$ ਅਤੇ $2x + 4y = 7$ ਦਾ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਹੱਲ : $3x + py = 5$ ਅਤੇ $2x + 4y = 7$

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ $a_1x + b_1y = c_1$ ਅਤੇ $a_2x + b_2y = c_2$ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$a_1 = 3, b_1 = p, c_1 = 5 \text{ ਅਤੇ } a_2 = 2, b_2 = 4, c_2 = 7$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{p}{4}; \frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{7}$$

$$\text{ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਲਈ : } \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{1}{2} \neq \frac{p}{4} \Rightarrow p \neq 6$$

ਭਾਵ p ਦਾ ਮੁੱਲ 6 ਛੱਡ ਕੇ ਹੋਰ ਕੋਈ ਵੀ ਮੁੱਲ ਲੈਣ ਤੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਹੱਲ ਹੋਵੇਗਾ।

3. k ਦੇ ਕਿਸ ਮੁੱਲ ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਜੋੜੇ ਦੇ ਅਸੀਮਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਨੇਕ ਹੱਲ ਹੋਣਗੇ ?

$$kx + 3y = k - 3 \text{ ਅਤੇ } 12x + ky = k$$

ਹੱਲ : $kx + 3y = k - 3$ ਅਤੇ $12x + ky = k$

ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ $a_1x + b_1y = c_1$ ਅਤੇ $a_2x + b_2y = c_2$ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੇ

$$a_1 = k, b_1 = 3, c_1 = k - 3, a_2 = 12, b_2 = k, c_2 = k$$

$$\text{ਅਣਗਿਣਤ ਹੱਲ ਲਈ : } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{k}{12} = \frac{3}{k} = \frac{k-3}{k}$$

$$\text{ਹੁਣ, } \frac{k}{12} = \frac{3}{k} \Rightarrow k^2 = 36 \Rightarrow k = \pm 6$$

$$\text{ਅਤੇ } \frac{3}{k} = \frac{k-3}{k} \Rightarrow 3k = k^2 - 3k \Rightarrow k^2 - 6k = 0$$

$$\Rightarrow k(k - 6) = 0 \Rightarrow k = 0, 6$$

ਦੋਵਾਂ ਸ਼ਰਤਾਂ ਵਿੱਚ $k = 6$ ਸਾਂਝਾ ਹੱਲ ਹੈ।

$k = 6$ ਮੁੱਲ ਲਈ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਦੇ ਅਸੀਮਿਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਨੇਕਾਂ ਹੱਲ ਹਨ।

ਅਭਿਆਸ

1. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸ ਦਾ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ, ਅਨੇਕਾਂ ਹੱਲ ਜਾਂ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ :

i) $x - 3y = 3$ ਅਤੇ $3x - 9y = 2$

ii) $2x + y = 5$ ਅਤੇ $3x + 2y = 8$

iii) $3x - 5y - 20 = 0$ ਅਤੇ $6x - 10y - 40 = 0$

iv) $4x + 3y - 5 = 0$ ਅਤੇ $8x - 6y - 10 = 0$

v) $3x - 2y = 6$ ਅਤੇ $12x - 8y = 24$

2. p ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਮੁੱਲ ਲਈ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਜੋੜੇ ਦਾ ਇੱਕ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹੈ :

i) $4x + py + 8 = 0$ ਅਤੇ $2x + 4y + 2 = 0$

ii) $3x - 5y = 2$ ਅਤੇ $px + 2y = -3$

3. k ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਮੁੱਲ ਲਈ ਸਮੀਕਰਨ ਜੋੜੇ ਦਾ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ :

$$3x + y = 1 \text{ ਅਤੇ } (2k - 1)x + (k - 1)y = 2k + 1$$

4. ਅਭਿਆਸ 3.2, ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੰ. 2,3

come-become-educated

37bhyas