DAY 5

ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ : 9ਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜਿਆ ਸੀ, ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਰੇਖਾ ਤੇ ਕਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਹ ਸਿੱਧ ਕਰਾਂਗੇ ਕਿ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \ldots$.. ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।
ਇਸ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ ਪ੍ਰਮੇਯ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

- **ਜੇ p ਇੱਕ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ p, a^2 ਨੂੰ ਵੰਡਦੀ ਹੈ ਤਾਂ p, a ਨੂੰ ਵੀ ਵੰਡਦੀ ਹੋਵੇਗੀ। ਭਾਵ ਜੇ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ 3, a^2 ਨੂੰ ਵੰਡਦੀ ਹੈ ਤਾਂ 3 a ਨੂੰ ਵੀ ਵੰਡੇਗੀ।**

1. ਸਿੱਧ ਕਰੋ $\sqrt{2}$ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ, $\sqrt{2}$ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

$\therefore\ \sqrt{2} = \frac{p}{q}, q \neq 0$ ਅਤੇ p, q ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਹੀਂ ਹੈ। .... (i)

ਦੋਵਾਂ ਪਾਸੇ ਵਰਗ ਕਰਨ ‘ਤੇ

$2 = \frac{p^2}{q^2}$ i.e $p^2 = 2q^2$ ....(ii)

p^2 ਸੰਖਿਆ 2 ਤੇ ਵੰਡੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ,

p ਸੰਖਿਆ 2 ਤੇ ਵੰਡੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

$p = 2m$ .... (ii) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ‘ਤੇ

ii) $\Rightarrow\ (2m)^2 = 2q^2 \quad \Rightarrow\ 2q^2 = 4m^2 \quad \Rightarrow q^2 = 2m^2$

ਭਾਵ, q^2 ਸੰਖਿਆ 2 ਤੇ ਵੰਡੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਪਰ (i) ਅਨੁਸਾਰ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨਿਆ ਹੈ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਜੋ ਮੰਨ ਕੇ ਚੱਲੇ ਸੀ, ਉਹ ਗਲਤ ਹੈ।

$\therefore \sqrt{2}$ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

2. ਸਿੱਧ ਕਰੋ $\sqrt{3}$ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ, $\sqrt{3}$ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

$\therefore\ \sqrt{3} = \frac{p}{q}, q \neq 0$ ਅਤੇ p, q ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਹੀਂ ਹੈ। .... (i)

ਦੋਵਾਂ ਪਾਸੇ ਵਰਗ ਕਰਨ ‘ਤੇ

$3 = \frac{p^2}{q^2}$ i.e $p^2 = 3q^2$ ....(ii)

p^2 ਸੰਖਿਆ 3 ਤੇ ਵੰਡੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ,

p ਸੰਖਿਆ 3 ਤੇ ਵੰਡੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

$p = 3m$ .... (ii) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ‘ਤੇ

ii) $\Rightarrow\ (3m)^2 = 3q^2 \quad \Rightarrow\ 3q^2 = 9m^2 \quad \Rightarrow q^2 = 3m^2$

ਭਾਵ, q^2 ਸੰਖਿਆ 3 ਤੇ ਵੰਡੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਪਰ (i) ਅਨੁਸਾਰ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨਿਆ ਹੈ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਈ ਸਾਂਝਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਜੋ ਮੰਨ ਕੇ ਚੱਲੇ ਸੀ, ਉਹ ਗਲਤ ਹੈ।

$\therefore \sqrt{3}$ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

3. ਸਿੱਧ ਕਰੋ $5+\sqrt{6}$ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ, $5+\sqrt{6}$ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

$$r-5 = \sqrt{6}$$

r ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ $r-5$ ਵੀ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਪਰੰਤੂ $\sqrt{6}$ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਪਰਿਮੇਯ = ਅਪਰਿਮੇਯ, ਜੋ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ।

$\therefore 5+\sqrt{6}$ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

4. ਸਿੱਧ ਕਰੋ $3\sqrt{2}$ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ, $3\sqrt{2}$ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

$$\frac{r}{3} = \sqrt{2}$$

r ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{r}{3}$ ਵੀ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਪਰੰਤੂ $\sqrt{2}$ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਪਰਿਮੇਯ = ਅਪਰਿਮੇਯ, ਜੋ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ।

$\therefore 3\sqrt{2}$ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

ਅਭਿਆਸ

1. **ਸਿੱਧ ਕਰੋ** $\sqrt{5}, \sqrt{7}$ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ।
2. **ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਅਪਰਿਮੇਯ ਹਨ:**

(i) $4+\sqrt{2}$ (ii) $5-\sqrt{3}$ (iii) $2+5\sqrt{3}$ (iv) $5\sqrt{3}$ (v) $\frac{1}{\sqrt{2}}$