

DAY 6

ਅਖੀਰਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਅਪਵਰਜੀ ਲੜੀ (Exclusive Series) ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਸੀ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਮਾਵੇਸ਼ਿਤ ਲੜੀ (inclusive series), 'ਤੋਂ ਘੱਟ' (less than form) ਅਤੇ 'ਤੋਂ ਵੱਧ' (more than form) ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਕੱਢ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਕੱਦ	140 ਤੋਂ ਘੱਟ	145 ਤੋਂ ਘੱਟ	150 ਤੋਂ ਘੱਟ	155 ਤੋਂ ਘੱਟ	160 ਤੋਂ ਘੱਟ	165 ਤੋਂ ਘੱਟ
ਲੜਕੀਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	4	11	29	40	46	51

ਹੱਲ:- ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਅਪਵਰਜੀ ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ।

ਦਿੱਤੇ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਦੀਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਉਪਰਲੀਆਂ ਸੀਮਾਵਾਂ 140, 145, 150, 155, ਹਨ, ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ ਵਰਗ ਆਕਾਰ 5 ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਹਨ: 135-140, 140-145, 145-150,, 160-165 ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾਵਾਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹਨ:

ਕੱਦ	ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (f)	cf
135-140	4	4
140-145	$11 - 4 = 7$	11
145-150	$29 - 11 = 18$	29
150-155	$40 - 29 = 11$	40
155-160	$46 - 40 = 6$	46
160-165	$51 - 46 = 5$	51
ਕੁੱਲ ਜੋੜ	$\Sigma f = 51$	

$$\left(\frac{N}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ}} \text{ ਰਕਮ} = \left(\frac{51}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ}} \text{ ਰਕਮ} = 25.5^{\text{ਵੀਂ}} \text{ ਰਕਮ}$$

25.5^{ਵੀਂ} ਰਕਮ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 145-150 ਵਿੱਚ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 145-150 ਹੈ।

$$\Rightarrow L = 145, cf = 11, f = 18, i = 5$$

$$\therefore \text{ਮੱਧਿਕਾ} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f}\right) \times i$$

$$= 145 + \left(\frac{\frac{51}{2} - 11}{18}\right) \times 5 = 145 + \left(\frac{25.5 - 11}{18}\right) \times 5$$

$$= 145 + \frac{14.5}{18} \times 5 = 145 + 9.06 = 154.06 \text{ (ਲਗਭਗ)}$$

$$\text{ਮੱਧਿਕਾ} = 154.06 \text{ (ਲਗਭਗ)}$$

2. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਲੰਬਾਈ	118-126	127-135	136-144	145-153	154-162	163-171	172-180
ਪੱਤਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ	3	5	9	12	5	4	2

ਹੱਲ:- ਇੱਥੇ ਪਹਿਲੇ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਉਪਰੀ ਸੀਮਾ \neq ਦੂਜੇ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਨੂੰ ਅਪਵਰਜੀ ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਬਦਲਾਂਗੇ।

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ ਦੋਨਾਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਕਰਾਂਗੇ। ਉਸ ਲਈ ਦੋਨਾਂ ਸੀਮਾਵਾਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਦਾ ਅੱਧਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਫਿਰ ਉਸ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਹਰੇਕ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਉ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਉਪਰਲੀ ਸੀਮਾ ਵਿੱਚ ਜੋੜੋ।

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਹਨ: 117.5-126.5, 126.5-135.5, 135.5-144.5,.....,171.5-180.5

ਲੰਬਾਈ(ਮਿਮੀ)	ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ(f)	cf
117.5-126.5	3	3
126.5-135.5	5	8
135.5-144.5	9	17
144.5-153.5	12	29
153.5-162.5	5	34
162.5-171.5	4	38
171.5-180.5	2	40
ਕੁੱਲ ਜੋੜ	$\Sigma f = 40$	

Median: $\left(\frac{N}{2}\right)^{\text{ਵਾਂ}} \text{ ਰਕਮ} = \left(\frac{40}{2}\right)^{\text{ਵਾਂ}} \text{ ਰਕਮ} = 20^{\text{ਵਾਂ}} \text{ ਰਕਮ}$

$20^{\text{ਵਾਂ}}$ ਰਕਮ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 144.5-153.5 ਵਿੱਚ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 144.5-153.5 ਹੈ।

$$\Rightarrow L = 144.5, cf = 17, f = 12, i = 9$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ਮੱਧਿਕਾ} &= L + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f}\right) \times i \\ &= 144.5 + \left(\frac{\frac{40}{2} - 17}{12}\right) \times 9 = 144.5 + \left(\frac{20 - 17}{12}\right) \times 9 \\ &= 144.5 + \frac{3}{12} \times 9 = 144.5 + 2.25 = 146.75 \\ \text{ਮੱਧਿਕਾ} &= 146.75 \text{ (ਲਗਭਗ)} \end{aligned}$$

3. ਜੇ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖਿਆਂ 100 ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ 525 ਹੈ ਤਾਂ x ਅਤੇ y ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	0-100	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	900-1000
f	2	5	x	12	17	20	y	9	7	4

ਹੱਲ:-

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ(f)	cf
0-100	2	2
100-200	5	7
200-300	x	$7+x$
300-400	12	$19+x$
400-500	17	$36+x$
500-600	20	$56+x$
600-700	y	$56+x+y$
700-800	9	$65+x+y$
800-900	7	$72+x+y$
900-1000	4	$76+x+y$
ਕੁੱਲ ਜੋੜ	$\Sigma f = 100$	

$$\text{ਕੁੱਲ ਜੋੜ (N)} = \Sigma f = 100$$

$$\Rightarrow 76 + x + y = 100 \Rightarrow x + y = 100 - 76 = 24 \dots \dots \dots i)$$

$$\text{ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ} = 525$$

$$\therefore \text{ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ} = 500 - 600$$

$$\Rightarrow L = 500, f = 20, cf = 36 + x \text{ ਅਤੇ } i = 100$$

$$\therefore \text{ਮੱਧਿਕਾ} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right) \times i$$

$$\Rightarrow 525 = 500 + \left(\frac{\frac{100}{2} - (36+x)}{20} \right) \times 100$$

$$\Rightarrow 525 - 500 = \left(\frac{50-36-x}{20} \right) \times 100$$

$$\Rightarrow 25 = (14 - x) \times 5 = 70 - 5x$$

$$\Rightarrow 5x = 70 - 25 = 45 \Rightarrow x = \frac{45}{5} = 9 \text{ ਸਮੀਕਰਨ i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ}$$

$$i) \Rightarrow y = 24 - 9 = 15$$

$$= 144.5 + \frac{3}{12} \times 9 = 144.5 + 2.25 = 146.75$$

$$x = 9, y = 15$$

ਮੱਧਮਾਨ, ਮੱਧਿਕਾ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ

$$\text{ਬਹੁਲਕ} = 3 \times \text{ਮੱਧਿਕਾ} - 2 \times \text{ਮੱਧਮਾਨ}$$

4. ਜੇ ਮੱਧਮਾਨ 100 ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ 70 ਹੈ ਤਾਂ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:- ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਬਹੁਲਕ = $3 \times \text{ਮੱਧਿਕਾ} - 2 \times \text{ਮੱਧਮਾਨ}$

$$\Rightarrow 70 = 3 \times \text{ਮੱਧਿਕਾ} - 2 \times 100$$

$$\Rightarrow 70 + 200 = 3 \times \text{ਮੱਧਿਕਾ} \Rightarrow \text{ਮੱਧਿਕਾ} = \frac{290}{3} = 96.67 \text{ (ਲਗਭਗ)}$$

5. ਜੇ ਬਹੁਲਕ 400 ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ 500 ਹੈ ਤਾਂ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:- ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਬਹੁਲਕ = $3 \times$ ਮੱਧਿਕਾ - $2 \times$ ਮੱਧਮਾਨ

$$\Rightarrow 400 = 3 \times 500 - 2 \times \text{ਮੱਧਮਾਨ}$$

$$\Rightarrow 400 = 1500 - 2 \times \text{ਮੱਧਮਾਨ} \Rightarrow 2 \times \text{ਮੱਧਮਾਨ} = 1500 - 400 = 1100$$

$$\Rightarrow \text{ਮੱਧਮਾਨ} = \frac{1100}{2} = 550$$

ਅਭਿਆਸ

1. ਜੇ ਮੱਧਮਾਨ 120 ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ 75 ਹੈ ਤਾਂ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ
2. ਜੇ ਬਹੁਲਕ 115 ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ 250 ਹੈ ਤਾਂ ਮੱਧਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. ਜੇ ਮੱਧਮਾਨ 70 ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ 100 ਹੈ ਤਾਂ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4. Ex 14.3, Q 2,3

come-become-educated

37bhyas