

ਅਧਿਆਇ - 3
ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ

DAY 1

9ਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਸੀ ਜਿਸਨੂੰ $ax + by + c = 0$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ $2x - 3y = 5$, $x + 2y + 3 = 0$ ਆਦਿ ਹੁਣ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ ਬਾਰੇ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ। ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ਅਤੇ $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਕੁੱਝ ਵਿਧੀਆਂ ਹਨ।

1. ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਜਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿਧੀ

2. ਬੀਜਗਣਿਤਕ ਵਿਧੀ

i) ਪ੍ਰਤੀਸਥਾਪਨ ਵਿਧੀ

ii) ਵਿਲੋਪਣ ਵਿਧੀ

iii) ਤਿਰਛੀ ਗੁਣਾ ਵਿਧੀ

ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਆਲੇਖ ਜਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿਧੀ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

1. **ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਜਾਂ ਗ੍ਰਾਫ ਵਿਧੀ :** 9ਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਾਲੀ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਆਲੇਖ ਬਣਾਉਣਾ ਸਿੱਖਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਦੋਹਾਂ ਚਲਾਂ x ਅਤੇ y ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਦਾ ਕੋਈ ਮੁੱਲ ਲੈ ਕੇ ਦਿੱਤੇ ਸਮੀਕਰਨ ਤੋਂ ਦੂਜੇ ਚਲ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਅਨੰਤ ਹੱਲ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਆਓ ਹੁਣ ਦੋ ਚਲ ਵਾਲੀਆਂ ਦੋ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹੀਏ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਸਾਂਝਾ ਹੱਲ ਲੱਭਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕਰੀਏ।

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇੱਕ ਤਲ ਤੇ ਜੇਕਰ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਵਲ ਇੱਕ ਸੰਭਾਵਨਾ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।

i) ਦੋਵੇਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।

ii) ਦੋਵੇਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

iii) ਦੋਵੇਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸੰਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

ਦੋ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਹੱਲ ਦਾ ਮਤਲਬ ਦੋ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਹੈ, ਇਸਦਾ ਮਤਲਬ

i) ਜੇ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਹੀ ਹੱਲ ਹੋਵੇਗਾ।

ii) ਜੇ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ, ਭਾਵ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੀਆਂ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ।

iii) ਜੇ ਦੋਵੇਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸੰਪਾਤੀ ਹਨ ਭਾਵ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦੂਜੀ ਰੇਖਾ ਉੱਪਰ ਹੈ ਤਾਂ ਅਨੇਕਾਂ ਬਿੰਦੂ ਸਾਂਝੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਉਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਅਨੰਤ ਹੱਲ ਹਨ।

ਉਦਾਹਰਨਾਂ :

1. ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ : $x - 2y = 0$ ਅਤੇ $3x + 4y = 20$.

ਹੱਲ: ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਆਲੇਖ ਬਣਾਉਣ ਲਈ ਹਰੇਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਘੱਟੋ ਘੱਟ 2 ਹੱਲ/ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਜ਼ਰੂਰਤ ਹੈ।

$$x - 2y = 0$$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 0 - 2y = 0 \quad \Rightarrow \quad -2y = 0 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{0}{-2} = 0$$

$$\text{ਜੇ } y = 1 \text{ ਤਾਂ } x - 2(1) = 0 \quad \Rightarrow \quad x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

x	0	2
y	0	1

ਅਤੇ $3x + 4y = 20$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 3(0) + 4y = 20 \quad \Rightarrow \quad 4y = 20 \quad \Rightarrow \quad y = \frac{20}{4} = 5$$

$$\text{ਜੇ } y = 2 \text{ ਤਾਂ } 3x + 4(2) = 20 \Rightarrow 3x + 8 = 20 \Rightarrow 3x = 20 - 8 = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$$

x	0	4
y	5	2

ਦੋਨੋਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਬਿੰਦੂ $P(4, 2)$ ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ। $\therefore x = 4, y = 2$ ਹੱਲ ਹੈ।

2. ਸਮੀਕਰਨਾਂ $5x - y = 2$ and $x - y = -2$ ਨੂੰ ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : $5x - y = 2$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 5(0) - y = 2 \Rightarrow 0 - y = 2 \Rightarrow y = -2$$

$$\text{ਜੇ } x = 1 \text{ ਤਾਂ } 5(1) - y = 2 \Rightarrow 5 - y = 2 \Rightarrow y = 5 - 2 = 3$$

x	0	1
y	-2	3

ਅਤੇ $x - y = -2$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 0 - y = -2 \Rightarrow -y = -2 \Rightarrow y = 2$$

$$\text{ਜੇ } y = 0 \text{ ਤਾਂ } x - 0 = -2 \Rightarrow x = -2$$

x	0	-2
y	2	0

come-become-educated

ਦੋਨੋਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਬਿੰਦੂ $(1, 3)$ ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ। $\therefore x = 1, y = 3$ ਹੱਲ ਹੈ।

3. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ : $2x + 3y = 6$ ਅਤੇ $4x + 6y = 24$

ਹੱਲ : $2x + 3y = 6$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 2(0) + 3y = 6 \Rightarrow 0 + 3y = 6 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{3} = 2$$

$$\text{ਜੇ } y = 0 \text{ ਤਾਂ } 2x + 3(0) = 6 \Rightarrow 2x + 0 = 6 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3$$

x	0	3
y	2	0

ਅਤੇ $4x + 6y = 24$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 4(0) + 6y = 24 \Rightarrow 0 + 6y = 24 \Rightarrow 6y = 24 \Rightarrow y = \frac{24}{6} = 4$$

$$\text{ਜੇ } y = 0 \text{ ਤਾਂ } 4x + 6(0) = 24 \Rightarrow 4x + 0 = 24 \Rightarrow 4x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{4} = 6$$

x	0	6
y	4	0

ਦੋਨੋਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ, ਕਿਸੇ ਵੀ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਨਹੀਂ ਕੱਟਦੀਆਂ। ਤਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦਾ ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀਂ ਹੈ।

4. ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ : $x + y = 3$ ਅਤੇ $4x + 4y = 12$

ਹੱਲ : $x + y = 3$

$$\text{ਜੇ } x = 0 \text{ ਤਾਂ } 0 + y = 3 \Rightarrow y = 3$$

$$\text{ਜੇ } y = 0 \text{ ਤਾਂ } x + 0 = 3 \Rightarrow x = 3$$

x	0	3
y	3	0

ਅਤੇ $4x + 4y = 12$

ਜੇ $x = 0$ ਤਾਂ $4(0) + 4y = 12 \Rightarrow 0 + 4y = 12 \Rightarrow 4y = 12 \Rightarrow y = \frac{12}{4} = 3$

ਜੇ $y = 0$ ਤਾਂ $4x + 4(0) = 12 \Rightarrow 4x + 0 = 12 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{4} = 3$

x	0	3
y	3	0

ਦੋਨੋਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਦੇ ਉੱਪਰ ਹਨ, ਭਾਵ ਸੰਪਾਤੀ ਹਨ। ਤਾਂ ਦਿੱਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅਨੰਤ ਹੱਲ ਹਨ।

ਅਭਿਆਸ

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਨੂੰ ਆਲੇਖ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਹੱਲ ਕਰੋ :

1. $x + y = 3$ ਅਤੇ $2x + 5y = 12$
2. $2x + y = 4$ ਅਤੇ $x + y = 2$
3. $x + 3y = 6$ ਅਤੇ $2x - 3y = 12$
4. $2x - y = 2$ ਅਤੇ $4x - y = 4$
5. $x + y = 5$ ਅਤੇ $2x + 2y = 10$
6. $x - y = 4$ ਅਤੇ $3x - 3y = 8$
7. ਅਭਿਆਸ 3.2, ਪ੍ਰਸ਼ਨ 4,7

come-become-educated

Abhyas