

## DAY 4

### ਵੰਡ ਐਲਗੋਰਿਥਮ

ਯੂਕਲਿਡ ਵੰਡ ਐਲਗੋਰਿਥਮ ਦੁਆਰਾ  $a = bq + r$  ਜਾਂ ਭਾਜ = ਭਾਜਕ  $\times$  ਭਾਗਫਲ + ਬਾਕੀ

ਪਰ ਯੂਕਲਿਡ ਐਲਗੋਰਿਥਮ ਸਿਰਫ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਹੈ।

ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਬਹੁਪਦੀਆਂ ਦੇ ਵੰਡ ਐਲਗੋਰਿਥਮ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

**ਬਹੁਪਦੀਆਂ ਦੇ ਵੰਡ ਐਲਗੋਰਿਥਮ** ਜੇ  $p(x)$  ਅਤੇ  $g(x)$  ਦੋ ਬਹੁਪਦੀਆਂ ਹਨ ਅਤੇ  $g(x), p(x)$  ਨੂੰ ਵੰਡਦੀ ਹੈ ਤਾਂ

**ਵੰਡ ਐਲਗੋਰਿਥਮ :**  $p(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x); r(x) \neq 0$

**ਭਾਵ :** ਭਾਜ = ਭਾਜਕ  $\times$  ਭਾਗਫਲ + ਬਾਕੀ

1. ਵੰਡ ਐਲਗੋਰਿਥਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ  $p(x) = 2x^2 + 3x + 1$ , ਨੂੰ  $g(x) = x + 2$  ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਕੇ ਭਾਗਫਲ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।. [PSEB Ex. 6]

**Sol:-**

$$\begin{array}{r}
 2x - 1 \text{ (ਭਾਗਫਲ)} \\
 x + 2 \overline{) 2x^2 + 3x + 1} \\
 \underline{\pm 2x^2 \pm 4x} \phantom{+ 1} \\
 -x + 1 \\
 \underline{\mp x \mp 2} \\
 3 \text{ (ਬਾਕੀ)}
 \end{array}$$

2. ਵੰਡ ਐਲਗੋਰਿਥਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ  $p(x) = 3x^2 + 2x + 4$ , ਨੂੰ  $g(x) = x - 1$  ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਕੇ ਭਾਗਫਲ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।.

**Sol:-**

$$\begin{array}{r}
 3x + 5 \text{ (ਭਾਗਫਲ)} \\
 x - 1 \overline{) 3x^2 + 2x + 4} \\
 \underline{\pm 3x^2 \mp 3x} \phantom{+ 4} \\
 5x + 4 \\
 \underline{\pm 5x \mp 5} \\
 9 \text{ (ਬਾਕੀ)}
 \end{array}$$

3. ਵੰਡ ਐਲਗੋਰਿਥਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ  $p(x) = 2x^3 - 3x^2 + 10x - 8$ , ਨੂੰ  $g(x) = x + 5$  ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਕੇ ਭਾਗਫਲ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

**Sol:-**

$$\begin{array}{r}
 2x^2 - 13x + 75 \\
 x + 5 \overline{) 2x^3 - 3x^2 + 10x - 8} \\
 \underline{\pm 2x^3 \pm 10x^2} \phantom{- 8} \\
 -13x^2 + 10x \phantom{- 8} \\
 \underline{\mp 13x^2 \mp 65x} \phantom{- 8} \\
 75x - 8 \\
 \underline{\pm 75x \pm 375} \\
 -383
 \end{array}$$

ਇੱਥੇ  $q(x) = 2x^2 - 13x + 75, r(x) = -383$   
ਵੰਡ ਐਲਗੋਰਿਥਮ ਦੁਆਰਾ  $2x^3 - 3x^2 + 10x - 8 = (x + 5)(2x^2 - 13x + 75) - 383$

4. ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ  $x^2 - 17x + 60$  ਦੇ ਸਿਫਰ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਸਿਫਰਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਕਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸੰਬੰਧਾਂ ਦੀ ਸਚਾਈ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ।

**Sol.:**  $p(x) = x^2 - 17x + 60 = x^2 - 12x - 5x + 60$   
 $= x(x - 12) - 5(x - 12) = (x - 12)(x - 5)$

$p(x)$  ਦੀਆਂ ਸਿਫਰਾਂ

ਜੇ  $x - 12 = 0$  ਅਤੇ  $x - 5 = 0$  i.e.  $x = 12, x = 5$

ਜਾਂਚ

ਬਹੁਪਦ  $x^2 - 17x + 60$  ਦੀਆਂ ਸਿਫਰਾਂ 12 ਅਤੇ 5

ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ  $= 12 + 5 = 17 = \frac{-b}{a}$

ਸਿਫਰਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ  $= 12 \times 5 = 60 = \frac{c}{a}$

5.  $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$  ਦੀਆਂ ਸਾਰੀਆਂ ਸਿਫਰਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇ ਦੋ ਸਿਫਰਾਂ  $\pm \sqrt{\frac{5}{3}}$  ਹਨ।

**Sol.** ਦਿੱਤੇ ਬਹੁਪਦ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸਿਫਰਾਂ  $\sqrt{\frac{5}{3}}$  ਅਤੇ  $-\sqrt{\frac{5}{3}}$  ਹਨ।

$\left(x - \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{5}{3}}\right)$  ਦਿੱਤੇ ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ।

$x^2 - \frac{5}{3}$  i.e.  $3x^2 - 5$  ਦਿੱਤੇ ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ।

ਵੰਡ ਦੁਆਰਾ	$3x^2 - 5$	$x^2 + 2x + 1$
		$3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5$
		$\pm 3x^4 \quad \mp 5x^2$
		$6x^3 + 3x^2 - 10x - 5$
		$\mp 6x^3 \quad \mp 10x$
		$3x^2 \quad - 5$
		$\pm 3x^2 \quad \mp 5$
		0

So  $3x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 10x - 5 = (3x^2 - 5)(x^2 + 2x + 1)$   
ਬਾਕੀ ਸਿਫਰਾਂ  $x^2 + 2x + 1$  ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡੀਕਣਨ ਕਰਕੇ ਪਤਾ ਕੀਤੀਆਂ ਜਾ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।

$x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 = (x + 1)(x + 1)$

ਸਿਫਰਾਂ  $-1, -1$

## ਅਭਿਆਸ 2.2

1. ਵੰਡ ਐਲਗੋਰਿਥਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ  $p(x)$  ਨੂੰ  $g(x)$  ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਕੇ ਭਾਗਫਲ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

- i.  $p(x) = x^4 - 3x^2 + 4x + 5$  ;  $g(x) = x^2 + 1 + x$
- ii.  $p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$  ;  $g(x) = x^2 - 2$
- iii.  $p(x) = x^4 - 5x + 6$  ;  $g(x) = 2 - x^2$
- iv.  $p(x) = 3x^3 + x^2 + 2x + 5$ ;  $g(x) = 1 + 2x + x^2$
- v.  $p(x) = 3x^2 - x^3 - 3x + 5$ ;  $g(x) = x - 1 - x^2$

2. ਵੰਡ ਐਲਗੋਰਿਥਮ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ  $p(x)$  ਨੂੰ  $g(x)$  ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਪਹਿਲਾ ਬਹੁਪਦ, ਦੂਜੇ ਬਹੁਪਦ ਦਾ ਗੁਣਨਖੰਡ ਹੈ ਜਾਂ ਨਹੀਂ।

- i.  $x^2 - 2$  ;  $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$
  - ii.  $y - 2$  ;  $2y^3 - 5y^2 - 19y + 42$
3. ਜੇ  $\sqrt{2}$  ਅਤੇ  $-\sqrt{2}$  ਬਹੁਪਦ  $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$  ਦੀਆਂ ਸਿਫਰਾਂ ਹਨ ਤਾਂ ਬਾਕੀ ਸਿਫਰਾਂ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4.  $p(x) = x^3 - 3x^2 + x + 2$  ਨੂੰ ਬਹੁਪਦ  $g(x)$  ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ ਭਾਗਫਲ ਅਤੇ ਬਾਕੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ  $x - 2$  ਅਤੇ  $-2x + 4$  ਹਨ।  $g(x)$  ਪਤਾ ਕਰੋ।