

DAY - 4

ਠੋਸਾਂ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨ ਦਾ ਆਇਤਨ

ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਠੋਸਾਂ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨਾਂ ਦੇ ਸਤ੍ਹਾ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਸੀ। ਹੁਣ ਠੋਸਾਂ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨਾਂ ਦੇ ਆਇਤਨ ਬਾਰੇ ਗੱਲ ਕਰਾਂਗੇ।

- ਇੱਕ ਬਰਤਨ ਇੱਕ ਅਰਧਗੋਲੇ ਉਪਰ ਉਸੇ ਅਰਧਵਿਆਸ ਦਾ ਬੋਲਨ ਰੱਖ ਕੇ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਬੋਲਨਾਕਾਰ ਭਾਗ ਦੇ ਆਧਾਰ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ 10.5 ਸਮ ਅਤੇ ਉਚਾਈ 13 ਸਮ ਹੈ।
ਬਰਤਨ ਦੀ ਧਾਰਨ ਸਮਰੱਥਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

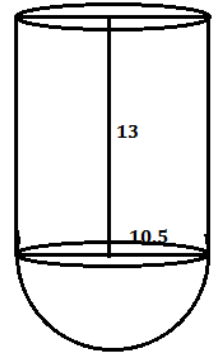
ਹੱਲ: ਬੋਲਨਾਕਾਰ ਭਾਗ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ = ਅਰਧਗੋਲੇ ਭਾਗ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ

$$= 10.5 \text{ ਸਮ} = \frac{105}{10} = \frac{21}{2} \text{ ਸਮ}$$

ਅਤੇ ਬੋਲਨ ਦੀ ਉਚਾਈ (h) = 13 ਸਮ

ਬਰਤਨ ਦੀ ਧਾਰਨ ਸਮਰੱਥਾ = (ਬੋਲਨ ਦਾ ਆਇਤਨ) + (ਅਰਧਗੋਲੇ ਦਾ ਆਇਤਨ)

$$\begin{aligned} &= \pi r^2 h + \frac{2}{3} \pi r^2 = \pi r^2 \left(h + \frac{2}{3} r \right) = \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \left(13 + \frac{2}{3} \times \frac{21}{2} \right) \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times 20 = 6930 \text{ ਸਮ}^3 \end{aligned}$$



- ਇੱਕ ਮਾਡਲ ਅਜਿਹੇ ਬੋਲਨ ਆਕਾਰ ਦਾ ਹੈ, ਜਿਸਦੇ ਦੋਨੋਂ ਸਿਰਿਆਂ ਤੇ ਦੋ ਸ਼ੰਕੂ ਜੜੇ ਹੋਏ ਹਨ। ਇਸ ਮਾਡਲ ਦਾ ਵਿਆਸ 3ਸਮ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 12 ਸਮ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਹਰੇਕ ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਉਚਾਈ 2 ਸਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਮਾਡਲ ਵਿੱਚ ਮੌਜੂਦ ਹਵਾ ਦਾ ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।
(ਅਭਿ. 13.2, ਪ੍ਰ 2)

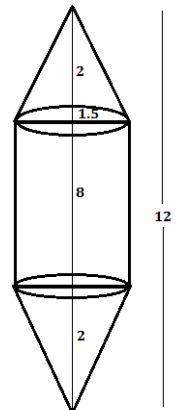
ਹੱਲ: ਬੋਲਣ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ = ਸ਼ੰਕੂ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ (r) = $\frac{3}{2}$ ਸਮ

ਬੋਲਣ ਦੀ ਉਚਾਈ (h_1) = $12 - 2 = 8$ ਸਮ

ਅਤੇ ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਉਚਾਈ (h_2) = 2 ਸਮ

ਹਵਾ ਦਾ ਆਇਤਨ = (ਬੋਲਣ ਦਾ ਆਇਤਨ) + $2 \times$ (ਸ਼ੰਕੂ ਦਾ ਆਇਤਨ)

$$\begin{aligned} &= \pi r^2 h_1 + 2 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h_2 \\ &= \pi r^2 \left(h_1 + \frac{2}{3} h_2 \right) = \frac{22}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \left(8 + \frac{2}{3} \times 2 \right) \\ &= \frac{99}{14} \left(\frac{8}{1} + \frac{4}{3} \right) = \frac{99}{14} \times \frac{28}{3} = 66 \text{ ਸਮ}^3 \end{aligned}$$

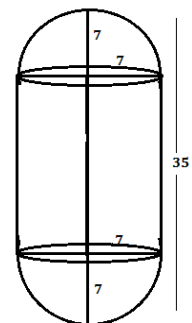


- ਇੱਕ ਲੰਬ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਸਿਲੰਡਰ ਦੇ ਸਿਰੇ ਅਰਧਗੋਲਾਕਾਰ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਉਸਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ 35 ਸਮ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਅਰਧਗੋਲਾਕਾਰ ਸਿਰੇ ਦਾ ਵਿਆਸ 14 ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਅਰਧਗੋਲੇ ਦਾ ਵਿਆਸ = ਸਿਲੰਡਰ ਦਾ ਵਿਆਸ = 14 ਸਮ

ਅਰਧਵਿਆਸ (r) = $\frac{14}{2} = 7$ ਸਮ

ਠੋਸ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ = 35 ਸਮ



ਸਿਲੰਡਰ ਭਾਗ ਦੀ ਉਚਾਈ (h) = $35 - 7 - 7 = 21$ ਸਮ

ਠੋਸ ਦਾ ਆਇਤਨ = ਸਿਲੰਡਰ ਦਾ ਆਇਤਨ + $2 \times$ (ਅਰਧਗੋਲੇ ਦਾ ਆਇਤਨ)

$$\begin{aligned} &= \pi r^2 h + 2 \times \frac{2}{3} \pi r^3 = \pi r^2 \left(h + \frac{4}{3} r \right) \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \left[21 + \frac{4}{3} \times 7 \right] = 154 \left[\frac{21}{1} + \frac{28}{3} \right] \\ &= 154 \left(\frac{63+28}{3} \right) = \frac{154 \times 91}{3} = \frac{14014}{3} \text{ ਸਮ}^3 \end{aligned}$$

4. ਇੱਕ ਗੁਲਾਬਜਾਮੁਨ ਵਿੱਚ ਉਸਦੇ ਆਇਤਨ ਦੀ ਲਗਭਗ 30% ਖੰਡ ਦੀ ਚਾਸਣੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। 45 ਗੁਲਾਬ ਜਾਮਨਾਂ ਵਿੱਚ ਲਗਭਗ ਕਿੰਨੀ ਚਾਸਣੀ ਹੋਵੇਗੀ, ਜੇਕਰ ਹਰੇਕ ਗੁਲਾਬਜਾਮੁਨ ਇੱਕ ਬੇਲਣ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦਾ ਹੈ, ਜਿਸਦੇ ਦੋਨੋਂ ਸਿਰੇ ਅਰਧਗੋਲਾਕਾਰ ਹਨ ਅਤੇ ਉਸਦੀ ਲੰਬਾਈ 5 ਸਮ ਅਤੇ ਵਿਆਸ 2.8 ਸਮ ਹੈ।

(ਅਭਿ. 13.2, ਪ੍ਰ 3)

ਹੱਲ: ਗੁਲਾਬਜਾਮੁਨ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ = 5 ਸਮ

ਸਿਲੰਡਰ ਭਾਗ ਦੀ ਲੰਬਾਈ (h) = $5 - 1.4 - 1.4 = 2.2$ ਸਮ

ਅਤੇ ਸਿਲੰਡਰਾਕਾਰ ਭਾਗ ਦਾ ਵਿਆਸ = ਅਰਧਗੋਲੇ ਦਾ ਵਿਆਸ = 2.8 ਸਮ

ਅਰਧਵਿਆਸ (r) = $\frac{2.8}{2} = 1.4$ ਸਮ

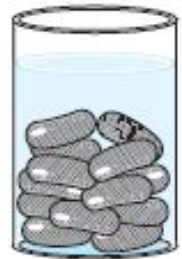
ਹੁਣ, ਗੁਲਾਬਜਾਮੁਨ ਦਾ ਆਇਤਨ = (ਸਿਲੰਡਰ ਦਾ ਆਇਤਨ) + $2 \times$ (ਅਰਧਗੋਲੇ ਦਾ

$$\begin{aligned} \text{ਆਇਤਨ}) &= \pi r^2 h + 2 \times \frac{2}{3} \pi r^3 = \pi r^2 \left(h + \frac{4}{3} r \right) \\ &= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4 \left(2.2 + \frac{4}{3} \times 1.4 \right) = \frac{22}{7} \times \frac{14}{10} \times \frac{14}{10} (2.2 + 1.87) \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{14}{10} \times \frac{14}{10} \times 4.07 = 25.07 \text{ ਸਮ}^3 \end{aligned}$$

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ,

1 ਗੁਲਾਬਜਾਮੁਨ ਵਿੱਚ ਖੰਡ ਦੀ ਚਾਸਣੀ = ਆਇਤਨ ਦਾ 30% = $25.07 \times \frac{30}{100} = 7.521$ ਸਮ³

45 ਗੁਲਾਬਜਾਮੁਨਾਂ ਵਿੱਚ ਚਾਸਣੀ = $45 \times 7.521 = 338.445$ ਸਮ³



5. ਉਚਾਈ 220 ਸਮ ਅਤੇ ਆਧਾਰ ਵਿਆਸ 24 ਸਮ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਬੇਲਣ ਜਿਸਤੇ ਉਚਾਈ 60 ਸਮ ਅਤੇ ਅਰਧਵਿਆਸ 8 ਸਮ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਹੋਰ ਵੇਲਣ ਰੱਖਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ। ਨਾਲ ਲੋਹੇ ਦਾ ਇੱਕ ਖੰਬਾ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਖੰਬੇ ਦਾ ਭਾਗ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜੋ 1 ਸਮ³ ਲੋਹੇ ਦਾ ਭਾਰ 8 ਗ੍ਰਾਮ ਹੈ।

(ਅਭਿ. 13.2, ਪ੍ਰ 6)

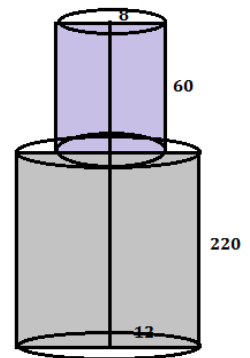
ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ, ਵੱਡੇ ਬੇਲਣ ਦੀ ਉਚਾਈ (H) = 220 ਸਮ

ਅਤੇ ਵਿਆਸ = 24 ਸਮ, ਅਰਧਵਿਆਸ (R) = 12 ਸਮ

ਛੋਟੇ ਬੇਲਣ ਦੀ ਉਚਾਈ (h) = 60 ਸਮ ਅਤੇ ਅਰਧਵਿਆਸ (r) = 8 ਸਮ

ਖੰਬੇ ਦਾ ਆਇਤਨ = (ਵੱਡੇ ਬੇਲਣ ਦਾ ਆਇਤਨ) + (ਛੋਟੇ ਬੇਲਣ ਦਾ ਆਇਤਨ)

$$= \pi R^2 H + \pi r^2 h = \pi (R^2 H + r^2 h)$$



$$= 3.14[12 \times 12 \times 220 + 8 \times 8 \times 60]$$

$$= \frac{314}{100}[31680 + 3840] = \frac{314}{100} \times 35520 = 111532.8 \text{ ਸਮ}^3$$

ਹੁਣ, 1 ਸਮ^3 ਲੋਹੇ ਦਾ ਭਾਗ = 8 ਗ੍ਰਾਮ = $\frac{8}{100}$ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ

$$\text{ਤਾਂ } 111532.8 \text{ ਸਮ}^3 = \frac{8}{100} \times 111532.8 = 892.262 \text{ ਕਿਲੋਗ੍ਰਾਮ}$$

ਅਭਿਆਸ

1. ਇੱਕ ਬਰਤਨ ਇੱਕ ਬੇਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੈ, ਜਿਸਦੇ ਦੋਹਾਂ ਸਿਰਿਆਂ ਤੇ ਅਰਧਗੋਲੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਬੇਲਨਾਕਾਰ ਭਾਗ ਦੇ ਆਧਾਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 6 ਸਮ ਅਤੇ ਉਚਾਈ 10 ਸਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਬਰਤਨ ਦਾ ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. ਇੱਕ ਲੰਬ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਸਿਲੰਡਰ ਦੇ ਸਿਰੇ ਅਰਧਗੋਲਾਕਾਰ ਹਨ। ਜੇਕਰ ਉਸਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ 35 ਸਮ ਅਤੇ ਹਰੇਕ ਅਰਧਗੋਲਾਕਾਰ ਸਿਰੇ ਦਾ ਵਿਆਸ 14 ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. ਸਰਕਸ ਦੇ ਕਿਸੇ ਤੰਬੂ ਦਾ ਹੇਠਲਾ ਭਾਗ ਸਿਲੰਡਰਾਕਾਰ ਹੈ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਉੱਪਰ ਸਕਾਨ ਆਧਾਰ ਦਾ ਇੱਕ ਸ਼ੰਕੂ ਹੈ। ਸਿਲੰਡਰਾਕਾਰ ਭਾਗ ਦੇ ਅਧਾਰ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ 14 ਮੀ ਅਤੇ ਉਚਾਈ 4 ਮੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਤੰਬੂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਉਚਾਈ 9 ਮੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਤੰਬੂ ਦਾ ਆਇਤਨ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4. ਲੋਹੇ ਦਾ ਇੱਕ ਖਿਡੌਣਾ 110 ਸਮ ਉੱਚੇ ਅਤੇ 6 ਸਮ ਅਰਧਵਿਆਸ ਦੇ ਸਿਲੰਡਰ ਭਾਗ ਉੱਤੇ 6 ਸਮ ਅਰਧਵਿਆਸ ਆਧਾਰ ਵਾਲਾ 9 ਸਮ ਉੱਚਾ ਸ਼ੰਕੂ ਰੱਖਣ ਵਾਲਾ ਬਣਿਆ ਹੈ। ਖੰਬੇ ਦਾ ਭਾਗ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇਕਰ 1 ਸਮ^3 ਲੋਹੇ ਦਾ ਭਾਗ 10 ਗ੍ਰਾਮ ਹੋਵੇ।