

DAY 8

1. ਜੇਕਰ ਦੋ ਸਮਰੂਪ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਉਹ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

[Ex 6.4, Q4]

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ $\text{ar}(\triangle ABC) = \text{ar}(\triangle DEF) \dots\dots\dots i)$

$$\Rightarrow \frac{\text{ar}(\triangle ABC)}{\text{ar}(\triangle DEF)} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EF^2} = \frac{AC^2}{DF^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{ar}(\triangle DEF)}{\text{ar}(\triangle DEF)} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EF^2} = \frac{AC^2}{DF^2} \quad \{i)\}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EF^2} = \frac{AC^2}{DF^2}$$

$$\Rightarrow AB^2 = DE^2, BC^2 = EF^2, AC^2 = DF^2$$

$$\Rightarrow AB = DE, BC = EF, AC = DF$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DEF \quad (\text{SSS})$$

2. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਆਧਾਰ BC ਉੱਤੇ ਦੋ $\triangle ABC$ ਅਤੇ $\triangle DBC$ ਬਣੇ ਹੋਏ ਹਨ। ਜੇਕਰ AD, BC ਨੂੰ O ਤੇ ਕੱਟੇ ਤਾਂ

ਦਰਸਾਓ ਕਿ $\frac{\text{ar}(\triangle ABC)}{\text{ar}(\triangle DBC)} = \frac{AO}{DO}$

[Ex 6.4, Q3]

ਹੱਲ : $\triangle ABC$ ਅਤੇ $\triangle DBC$ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਲਈ ਕ੍ਰਮਵਾਰ AL ਅਤੇ DM ਸਾਂਝੇ ਆਧਾਰ BC ਉੱਪਰ ਲੰਬ ਖਿੱਚੋ।

$$\frac{\text{ar}(\triangle ABC)}{\text{ar}(\triangle DBC)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AL}{\frac{1}{2} \times BC \times DM} = \frac{AL}{DM} \dots\dots\dots i)$$

ਹੁਣ, $\triangle ALO$ ਅਤੇ $\triangle DMO$ ਵਿੱਚ

$$\angle L = \angle M = 90^\circ$$

$$\angle 1 = \angle 2 \quad (\text{ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ})$$

$$\therefore \triangle ALO \sim \triangle DMO \quad (\text{AA ਸਮਰੂਪਤਾ})$$

$$\Rightarrow \frac{AL}{DM} = \frac{AO}{DO} \dots\dots\dots ii)$$

$$i) \text{ ਅਤੇ } ii) \text{ ਤੋਂ } \frac{\text{ar}(\triangle ABC)}{\text{ar}(\triangle DBC)} = \frac{AO}{DO}$$

3. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੀ ਕਿਸੇ ਭੁਜਾ ਤੇ ਬਣਾਏ ਗਏ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਉਸੇ ਵਰਗ ਦੇ ਇੱਕ ਵਿਕਰਨ ਤੇ ਬਣੇ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਅੱਧਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

[Ex 6.4, Q7]

ਹੱਲ: ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ: ਵਰਗ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਤੇ ਬਣਿਆ ਸਮਭੁਜੀ $\triangle BEC$ ਅਤੇ ਵਿਕਰਨ ਤੇ ਬਣਿਆ ਸਮਭੁਜੀ $\triangle BFD$ ਹੈ।

$$\text{ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ : } \text{ar}(\triangle BEC) = \frac{1}{2} \text{ar}(\triangle BFD)$$

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਵਰਗ ABCD ਦੀ ਭੁਜਾ a ਹੈ।

ਹੁਣ, $\triangle BEC$ ਅਤੇ $\triangle BFD$ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਹਨ।

$$\therefore \triangle BEC \sim \triangle BFD$$

$$\therefore \frac{\text{ar}(\triangle BEC)}{\text{ar}(\triangle BFD)} = \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{a^2}{(\sqrt{2}a)^2} = \frac{a^2}{2a^2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{ar}(\triangle BEC) = \frac{1}{2} \text{ar}(\triangle BFD)$$

4. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾਖੰਡ XY, $\triangle ABC$ ਦੀ ਭੁਜਾ AC ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਇਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨੂੰ ਬਰਾਬਰ ਖੇਤਰਫਲ ਵਾਲੇ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ। $\frac{AX}{AB}$ ਪਤਾ ਕਰੋ। [Example 9]

ਹੱਲ : ਦਿੱਤਾ ਹੈ: $XY \parallel AC$ ਅਤੇ

$$\text{ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ } \text{ar}(\triangle BXY) = \text{ar}(\triangle CYX) \Rightarrow \text{ar}(\triangle BXY) = \frac{1}{2} \text{ar}(\triangle ABC)$$

$$\Rightarrow \frac{\text{ar}(\triangle BXY)}{\text{ar}(\triangle ABC)} = \frac{1}{2} \dots \dots \dots \text{i)}$$

ਹੁਣ, $\triangle BXY$ ਅਤੇ $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ

$$\angle 1 = \angle 2 \text{ (ਸੰਗਤ ਕੋਣ)}$$

$$\angle B = \angle B \text{ (ਸਾਂਝਾ)}$$

$$\therefore \triangle BXY \sim \triangle ABC \text{ (AA)}$$

$$\therefore \frac{\text{ar}(\triangle BXY)}{\text{ar}(\triangle ABC)} = \frac{BX^2}{AB^2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BX^2}{AB^2}$$

$$\Rightarrow \frac{BX}{AB} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{ਹੁਣ, } \frac{BX}{AB} = \frac{AB - AX}{AB} = \frac{AB}{AB} - \frac{BX}{AB} = 1 - \frac{BX}{AB} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$$

5. $\triangle ABC$ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ AB, BC ਅਤੇ CA ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ D, E ਅਤੇ F ਹਨ। $\triangle DEF$ and $\triangle ABC$ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ। [Ex 6.4, Q 5]

ਹੱਲ: $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ D, E, F ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ BC, CA ਅਤੇ AB ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹਨ ਤਾਂ

$$\therefore DF \parallel BC \text{ ਅਤੇ } DF = \frac{1}{2} BC \text{ (ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਥਿਊਰਮ)}$$

$$\Rightarrow DF \parallel BE \text{ ਅਤੇ } DF = BE \dots \dots \dots \text{i)}$$

ਹੁਣ, ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ BDEF ਵਿੱਚ

$$\Rightarrow \angle B = \angle F \text{ (ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ)}$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\angle C = \angle D$ and $\angle A = \angle E$

$$\triangle DEF \sim \triangle ABC \text{ (AA ਸਮਰੂਪਤਾ)}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{ar}(\triangle DEF)}{\text{ar}(\triangle ABC)} = \frac{DF^2}{BC^2} = \frac{DF^2}{(2DF)^2} = \frac{DF^2}{4DF^2} = \frac{1}{4}$$

6. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਦੋ ਸਮਰੂਪ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਇਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਗਤ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਵਰਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। [Ex 6.4, Q 6]

ਹੱਲ: ਦਿੱਤਾ ਹੈ : $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ਅਤੇ AL ਅਤੇ DM ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਹਨ।

ਤਾਂ, ਸਮਰੂਪ ਤਿਕੋਣਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਮੱਧਿਕਾਵਾਂ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$\therefore \frac{\text{ar}(\Delta ABC)}{\text{ar}(\Delta PQR)} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{DF^2} = \frac{AC^2}{EF^2} \dots\dots\dots i)$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{AL}{DM} \dots\dots\dots ii)$$

i) અને ii) ે

$$\frac{\text{ar}(\Delta ABC)}{\text{ar}(\Delta PQR)} = \frac{AL^2}{DM^2}$$