

DAY 6

ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਸੰਬੰਧੀ ਕਈ ਫਾਰਮੂਲਿਆਂ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕੀਤਾ ਹੈ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $\frac{1}{2} \times \text{ਲੰਬ} \times \text{ਆਧਾਰ}$ ਜਾਂ ਹੀਰੋਨ ਫਾਰਮੂਲਾ

ਇਹਨਾਂ ਫਾਰਮੂਲਿਆਂ ਦੀ ਖਾਸੀਅਤ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਜੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਜਾਂ ਸਿਖਰਲੰਬ ਦਿੱਤਾ ਹੋਇਆ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਉਸ ਸੰਬੰਧੀ ਫਾਰਮੂਲੇ ਨਾਲ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਪਰੰਤੂ ਜੇ ਤਿਕੋਣ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਿੱਤੇ ਹੋਣ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

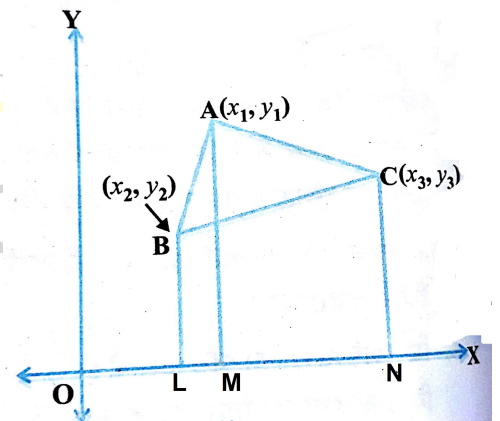
ਇੱਕ ਵਿਧੀ ਇਹ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਕਿ ਦੂਰੀ ਸੂਤਰ ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਕੇ ਪਹਿਲਾਂ ਤਿੰਨੇ ਭੁਜਾਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਫਿਰ ਹੀਰੋਨ ਸੂਤਰ ਨਾਲ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਪਰ ਇਹ ਲੰਬੀ ਵਿਧੀ ਹੈ।

ਆਓ ਇਸਦੀ ਕੋਈ ਹੋਰ ਸਰਲ ਵਿਧੀ ਬਾਰੇ ਦੇਖੀਏ।

ਮੰਨ ਲਓ, ABC ਇੱਕ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਸਿਖਰ $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ਅਤੇ $C(x_3, y_3)$ ਹਨ। ਬਿੰਦੂਆਂ A, B, C ਤੋਂ x-ਧੁਰੇ ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਲੰਬ AM, BL, CN ਖਿੱਚੋ। ਸਪਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ BLMA, AMNC, BLNC ਸਮਲੰਬ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹਨ।

$$\begin{aligned} (\Delta ABC) \text{ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} &= \frac{1}{2} \times (BL + AM) \times LM + \frac{1}{2} \times (AM + CN) \times MN - \frac{1}{2} \times (BL + CN) \times LN \\ &= \frac{1}{2} (y_2 + y_1)(x_1 - x_1) + \frac{1}{2} (y_1 + y_3)(x_3 - x_1) - \\ &\quad \frac{1}{2} (y_2 + y_3)(x_3 - x_2) \\ &= \frac{1}{2} [y_1 x_3 - y_3 x_1 + y_3 x_2 - y_2 x_3 - y_1 x_2 + y_2 x_1] \\ &= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \end{aligned}$$

ਇਸਦਾ ਮੁੱਲ ਹਮੇਸ਼ਾ ਧਨਾਤਮਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਜਾਂ ਤੀਰ ਵਿਧੀ

$$\frac{1}{2} \left| \begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{array} \right|$$

= $\frac{1}{2}$ [(ਨਿਚਲੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਾਲੇ ਤੀਰਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਜੋੜ) - (ਉਪਰਲੇ ਦਿਸ਼ਾ ਵਾਲੇ ਤੀਰਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਜੋੜ)]

$$= \frac{1}{2} [(x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1) - (x_2 y_1 + x_3 y_2 + x_1 y_3)]$$

ਜਾਂ $\frac{1}{2} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (x_2 y_3 - x_3 y_2) + (x_3 y_1 - x_1 y_3)]$

1. ਉਸ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੇ ਸਿਖਰ $(1, -1)$, $(-4, 6)$ ਅਤੇ $(-3, -5)$ ਹਨ। [Example 11]

ਹੱਲ : ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ =

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & -4 & -3 & 1 \\ -1 & 6 & -5 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \{1 \times 6 + (-4) \times (-5) + (-3) \times (-1)\} - \{(-1) \times (-4) + 6 \times (-3) + (-5) \times 1\} \\ &= \frac{1}{2} [(6 + 20 + 3) - (4 - 18 - 5)] = \frac{1}{2} [29 - (-19)] \\ &= \frac{1}{2} [29 + 19] = \frac{1}{2} \times 48 = 24 \end{aligned}$$

2. ਬਿੰਦੂਆਂ $A(5, 1)$, $B(4, 7)$ ਅਤੇ $C(7, -4)$ ਨਾਲ ਬਨਣ ਵਾਲੇ $\triangle ABC$ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ =

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & 4 & 7 & 5 \\ 1 & 7 & -4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \{5 \times 7 + 4 \times (-4) + 7 \times 2\} - \{2 \times 4 + 7 \times 7 + (-4) \times 5\} \\ &= \frac{1}{2} [(35 - 16 + 14) - (8 + 49 - 20)] = \frac{1}{2} [33 - 37] \\ &= \frac{1}{2} [-4] = -2 \end{aligned}$$

ਪਰੰਤੂ ਖੇਤਰਫਲ ਹਮੇਸ਼ਾ ਧਨਾਤਮਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$\therefore \triangle ABC$ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ 2 ਵਰਗ ਇਕਾਈਆਂ ਹੈ।

ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂ : ਅਭਿ 7.1 ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਸੀ ਕਿ ਕਿਸੇ ਦੋ ਦੂਰੀਆਂ ਦਾ ਜੋੜ ਜੇ ਤੀਸਰੀ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਬਿੰਦੂ ਸਮਰੇਖੀ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਤਿਕੋਣ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ। ਤਿਕੋਣ ਤਿੰਨ ਸਮਰੇਖੀ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੋਂ ਬਣੀ ਇੱਕ ਬੰਦ ਸ਼ਕਲ ਹੈ।

ਜੇ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 0 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸਮਰੇਖੀ ਹੋਣਗੇ।

ਬਿੰਦੂ A, B, C ਸਮਰੇਖੀ ਹਨ ਜੇ $\triangle ABC$ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 0

3. ਪਤਾ ਕਰੋ ਬਿੰਦੂ $P(-1.5, 3)$, $Q(6, -2)$ ਅਤੇ $R(-3, 4)$ ਸਮਰੇਖੀ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ। [Example 13]

ਹੱਲ : ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ =

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} -1.5 & 6 & -3 & -1.5 \\ 3 & -2 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} [\{ (-1.5) \times (-2) + 6 \times 4 + (-3) \times 3 \} - \{ 3 \times 6 + (-2) \times (-3) + 4 \times (-1.5) \}] \\
 &= \frac{1}{2} [(3 + 24 - 9) - (18 + 6 - 6)] = \frac{1}{2} [18 - 18] = 0 \\
 &\therefore \text{ਬਿੰਦੂ ਸਮਰੇਖੀ ਹਨ।}
 \end{aligned}$$

4. k ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇ ਬਿੰਦੂ $(2, 3)$, $(4, k)$ ਅਤੇ $(6, -3)$ ਸਮਰੇਖੀ ਹਨ।

ਹੱਲ: ਬਿੰਦੂ ਸਮਰੇਖੀ ਹਨ ਤਾਂ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = 0

$$\frac{1}{2} \left| \begin{array}{ccc} 2 & 4 & 6 \\ 3 & k & -3 \\ 2 & 3 & 3 \end{array} \right|$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} [\{ 2 \times k + 4 \times (-3) + 6 \times 3 \} - \{ 3 \times 4 + k \times 6 + (-3) \times 2 \}] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} [(2k - 12 + 18) - (12 + 6k - 6)] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} [(2k + 6) - (6k + 6)] = 0 \quad \Rightarrow \quad 2k + 6 - 6k - 6 = 0$$

$$\Rightarrow -4k = 0 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{0}{-4} = 0$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $k = 0$

come-become-educated

37bhyas

ਅਭਿਆਸ

1. ਅਭਿ 7.3. ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1,2