

DAY 4

ਸਮਰੂਪਤਾ : ਪਿਛਲੀਆਂ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ। ਦੋ ਚਿੱਤਰ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਜੇਕਰ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸਾਰੇ ਸੰਗਤ ਭਾਗ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਜਿਵੇਂ ਇੱਕੋ ਅਰਧਵਿਆਸ ਦੇ ਚੱਕਰ, ਇੱਕੋ ਹੀ ਭੁਜਾ ਵਾਲੇ ਵਰਗਾਂ, ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਆਦਿ। ਪਰੰਤੂ ਹੁਣ ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਮਰੂਪਤਾ ਦੀ ਗੱਲ ਕਰਾਂਗੇ।

ਸਮਰੂਪ \rightarrow ਸਮ + ਰੂਪ ਭਾਵ 'ਇੱਕ ਜਿਹਾ ਰੂਪ'

ਮਤਲਬ ਸ਼ੁਕਲ ਇੱਕੋ ਜਿਹੀ ਹੋਵੇ ਪਰ ਆਕਾਰ ਛੋਟਾ ਜਾਂ ਵੱਡਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ ਤੇ ਤੁਹਾਡੇ ਦੋਨੋਂ ਹੱਥ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹਨ। ਪਰੰਤੂ ਤੁਹਾਡਾ ਹੱਥ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਬੱਚੇ ਦਾ ਹੱਥ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਸਮਰੂਪ ਹਨ ਕਿਉਂਕਿ ਉਸਦੇ ਆਕਾਰ ਵਿੱਚ ਫਰਕ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਰੇ ਚੱਕਰ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਰਗ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਦੇ ਸਮਰੂਪ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਾਰੇ ਸਰਬੰਗਸਮ ਚਿੱਤਰ ਸਮਰੂਪ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਪਰ ਸਾਰੇ ਸਮਰੂਪ ਚਿੱਤਰਾਂ ਦਾ ਸਰਬੰਗਸਮ ਹੋਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਮਰੂਪਤਾ : ਪਿਛਲੀ ਜਮਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ ਬਾਰੇ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਹੁਣ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਸਮਰੂਪ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜੇ (i) ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ, (ii) ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਇੱਕ ਹੀ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੋਣ।

ਇੱਥੇ ਸੰਗਤ ਸ਼ਬਦ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ ਬਹੁਤ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ।

ਤਿਕੋਣਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਭਾਵ

ਪਹਿਲੀ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਇੱਕ ਕੋਣ \leftrightarrow ਦੂਜੀ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਇੱਕ ਕੋਣ

ਪਹਿਲੀ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਦੂਜਾ ਕੋਣ \leftrightarrow ਦੂਜੀ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਦੂਜਾ ਕੋਣ

ਪਹਿਲੀ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਤੀਜਾ ਕੋਣ \leftrightarrow ਦੂਜੀ ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਤੀਜਾ ਕੋਣ

i)

ii)

In i) $\angle A = \angle E = 40^\circ, \angle B = \angle F = 80^\circ, \angle C = \angle D = 60^\circ$

$\triangle ABC \sim \triangle EFD$

In ii) $\angle P = \angle Y = 85^\circ, \angle Q = \angle Z = 60^\circ, \angle R = \angle X = 35^\circ$

$\triangle PQR \sim \triangle YZX$

- ਤਿਕੋਣਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੋਣ। ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਵਾਲੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

i) ਵਿੱਚ

- ਸੰਗਤ ਕੋਣ $\angle A = \angle E$ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ **BC ਅਤੇ DF** ਹਨ।
- ਸੰਗਤ ਕੋਣ $\angle B = \angle F$ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ **AC ਅਤੇ DE** ਹਨ।
- ਸੰਗਤ ਕੋਣ $\angle C = \angle D$ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ **AB ਅਤੇ EF** ਹਨ।

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EFD$

$$\Rightarrow \angle A = \angle E, \angle B = \angle F, \angle C = \angle D \text{ ਅਤੇ } \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FD} = \frac{AC}{ED}$$

ii)

$$\therefore \Delta PQR \sim \Delta YZX$$

$$\Rightarrow \angle P = \angle Y, \angle Q = \angle Z, \angle R = \angle X \text{ ਅਤੇ } \frac{QR}{XZ} = \frac{PR}{XY} = \frac{PQ}{YZ}$$

ਦੋ ਸਮਰੂਪ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀਆਂ ਸ਼ਰਤਾਂ

ਦੋ ਸਮਰੂਪ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਮਰੂਪਤਾ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਹਮੇਸ਼ਾ ਦੋਵਾਂ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਦੀ ਸਮਾਨਤਾ ਅਤੇ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਦੇਖਣਾ ਹੋਵੇਗਾ। ਪਰ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀ ਸਮਰੂਪਤਾ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕੁੱਝ ਸ਼ਰਤਾਂ ਤਹਿ ਕੀਤੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਭਾਗਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਇਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਰੂਪ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕੇ। ਇਸ ਸਬੰਧ ਵਿੱਚ ਕੁੱਝ ਨਿਯਮ ਬਣਾਏ ਗਏ ਹਨ।

- i) **ਕੋਣ-ਕੋਣ-ਕੋਣ ਸਮਰੂਪਤਾ ਨਿਯਮ ਜਾਂ AA ਸਮਰੂਪਤਾ ਨਿਯਮ** : ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨ ਕੋਣ ਦੂਸਰੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਤਿੰਨੋਂ ਸੰਗਤ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਤਿਕੋਣਾ ਸਮਰੂਪ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਸ ਨੂੰ ਦੋ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਕਰਕੇ ਵੀ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਦੋ ਤਿਕੋਣਾਂ ਦੇ ਦੋ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ ਤੀਸਰਾ ਕੋਣ ਵੀ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ।
- ii) **ਭੁਜਾ-ਭੁਜਾ-ਭੁਜਾ ਜਾਂ SSS ਸਮਰੂਪਤਾ ਨਿਯਮ** : ਜੇਕਰ ਦੋ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਗਤ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਗੇ।
- iii) **ਭੁਜਾ-ਕੋਣ-ਭੁਜਾ ਜਾਂ SAS ਸਮਰੂਪਤਾ ਨਿਯਮ** : ਜੇਕਰ ਕਿਸੇ ਤਿਕੋਣ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੂਜੀ ਤਿਕੋਣ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨਾਲ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੋਣ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇ।

1. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜਾਂ ਦੇ ਹਰਕੇ ਜੋੜੇ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਅਤੇ ਦੱਸੋ ਕਿਹੜੇ ਜੋੜੇ ਸਮਰੂਪ ਹਨ। ਸਮਰੂਪ ਜੋੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਸਮਰੂਪਤਾ ਦੇ ਨਿਯਮ ਵੀ ਲਿਖੋ।

i)

ii)

iii)

iv)

Sol :- i) $\angle A = \angle E = 70^0$, $\angle B = \angle D = 50^0$, $\angle C = \angle F = 60^0$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EDF$ (AA)

ii) $\frac{LM}{PQ} = \frac{3}{4.5} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$; $\frac{MN}{QR} = \frac{2}{3}$; $\frac{LN}{PR} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \frac{LM}{PQ} = \frac{MN}{QR} = \frac{LN}{PR} = \frac{2}{3}$

$\therefore \triangle LMN \sim \triangle PQR$ (SSS)

iii) $\frac{UV}{XY} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; $\frac{UW}{XZ} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $\angle U = \angle X = 60^0$

$\therefore \triangle UVW \sim \triangle XYZ$ (SAS)

iv) ਦਿੱਤੀਆਂ ਦੋਨੋਂ ਤਿਕੋਣਾਂ ਵਿੱਚ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ।

ਅਭਿਆਸ

1. ਅਭਿ 6.1

2. ਅਭਿ 6.3, ਪ੍ਰਸ਼ਨ 1