

**Day – 8**  
**ਅਭਿ – 8.4**

**ਤਿਕੋਣਮਿਤਈ ਸਰਬਸਮਤਾਵਾਂ (T-Identities)**

**ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ ਅਨੁਸਾਰ**

$$\text{ਕਰਣ}^2 = \text{ਲੰਬ}^2 + \text{ਆਧਾਰ}^2 \dots\dots\dots (i)$$

ਕਰਣ<sup>2</sup> ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ

$$\frac{\text{ਕਰਣ}^2}{\text{ਕਰਣ}^2} = \frac{\text{ਲੰਬ}^2}{\text{ਕਰਣ}^2} + \frac{\text{ਆਧਾਰ}^2}{\text{ਕਰਣ}^2}$$

$$\Rightarrow 1 = \left(\frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਆਧਾਰ}}\right)^2 + \left(\frac{\text{ਆਧਾਰ}}{\text{ਕਰਣ}}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1 = \sin^2\theta + \cos^2\theta$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ (ਆਧਾਰ)<sup>2</sup> ਅਤੇ (ਲੰਬ)<sup>2</sup> ਨਾਲ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਵੰਡਣ ਤੇ  $\sec^2\theta = \tan^2\theta + 1$  ਅਤੇ  $\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$  ਸਰਬਸਮਤਾਵਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।

**ਹੁਣ :**

1.  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$  ਜਾਂ  $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$  ਜਾਂ  $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$
2.  $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$  ਜਾਂ  $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$  ਜਾਂ  $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$
3.  $\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$  ਜਾਂ  $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$  ਜਾਂ  $\cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta - 1$

**1. ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :**

- i)  $5\sin^2\theta + 5\cos^2\theta$     ii)  $7\sec^2A - 7\tan^2A$     iii)  $9\cot^2\theta - 9\operatorname{cosec}^2\theta$

ਹੱਲ: i)  $5\sin^2\theta + 5\cos^2\theta = 5(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = 5(1) = 5$

ii)  $7\sec^2A - 7\tan^2A = 7(\sec^2A - \tan^2A) = 7(1) = 7$

iii)  $9\cot^2\theta - 9\operatorname{cosec}^2\theta = 9(\cot^2\theta - \operatorname{cosec}^2\theta) = 9(-1) = -9$

**2. ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :**

- i)  $\sin^2 17^\circ + \sin^2 73^\circ$     ii)  $\sec^2 40^\circ - \cot^2 50^\circ$     iii)  $\frac{\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ}{\cos^2 44^\circ + \cos^2 46^\circ}$

ਹੱਲ: i)  $\sin^2 17^\circ + \sin^2 73^\circ$

$(17^\circ + 73^\circ = 90^\circ, \text{ ਦੋਨੋਂ ਪੂਰਕ ਕੋਣ ਹਨ ਤਾਂ ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਤਿਕੋਣਮਿਤਈ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਬਦਲਿਆ ਜਾਵੇ})$   
 $= \cos^2(90^\circ - 17^\circ) + \sin^2 73^\circ = \cos^2 73^\circ + \sin^2 73^\circ = 1$

ii)  $\sec^2 40^\circ - \cot^2 50^\circ$

$(40^\circ + 50^\circ = 90^\circ, \text{ ਦੋਨੋਂ ਪੂਰਕ ਕੋਣ ਹਨ ਤਾਂ ਸਿਰਫ ਇੱਕ ਤਿਕੋਣਮਿਤਈ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਬਦਲਿਆ ਜਾਵੇ})$   
 $= \operatorname{cosec}^2(90^\circ - 40^\circ) - \cot^2 50^\circ = \operatorname{cosec}^2 50^\circ - \cot^2 40^\circ = 1$

$$\text{iii)} \frac{\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ}{\cos^2 44^\circ + \cos^2 46^\circ} = \frac{\cos^2(90^\circ - 20^\circ) + \sin^2 70^\circ}{\sin^2(90^\circ - 44^\circ) + \cos^2 46^\circ} = \frac{\cos^2 70^\circ + \sin^2 70^\circ}{\sin^2 46^\circ + \cos^2 46^\circ}$$

ਅਭਿਆਸ ਲਈ ਪ੍ਰਸ਼ਨ :

ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ :

1.  $3\sin^2\theta + 3\cos^2\theta$
2.  $7\sec^2\theta - 7\tan^2\theta$
3.  $4\tan^2\theta - 4\sec^2\theta$
4.  $9\operatorname{cosec}^2\theta - 9\cot^2\theta$
5.  $\sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ$
6.  $5\sec^2 23^\circ - 5\cot^2 67^\circ$
7.  $\frac{\sin^2 20^\circ + \sin^2 70^\circ}{\cos^2 44^\circ + \cos^2 46^\circ}$
8.  $\frac{\sin^2 28^\circ + \sin^2 62^\circ}{\cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ}$

come-become-educated

ਇੱਕ ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਦੂਸਰੇ ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਣਾ :

1.  $\tan A$ ,  $\cos A$  ਨੂੰ  $\sin A$  ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਓ ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ  $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$$\Rightarrow \cos^2 A = 1 - \sin^2 A \Rightarrow \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$$

$$\text{ਅਤੇ } \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sin A}{\sqrt{1 - \sin^2 A}}$$

ਜਾਂ

ਅਸੀਂ ਦਿੱਤੇ ਤਿਕੋਣਮਿਤੀ ਅਨੁਪਾਤਾਂ ਨੂੰ  $\sin A$  ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ ।

$$\frac{\sin A}{1} = \frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਕਰਣ}}$$

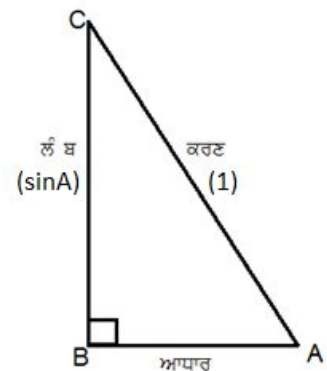
ਮੰਨ ਲਉ, ਲੰਬ =  $\sin A$  ਅਤੇ ਕਰਣ = 1

ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ ਦੁਆਰਾ :

$$\text{ਆਧਾਰ} = \sqrt{1 - \sin^2 A}$$

$$\tan A = \frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਆਧਾਰ}} = \frac{\sin A}{\sqrt{1 - \sin^2 A}}$$

$$\cos A = \frac{\text{ਆਧਾਰ}}{\text{ਕਰਣ}} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 A}}{1} = \sqrt{1 - \sin^2 A}$$



2.  $\sin A$  ਨੂੰ  $\cot A$  ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ ।

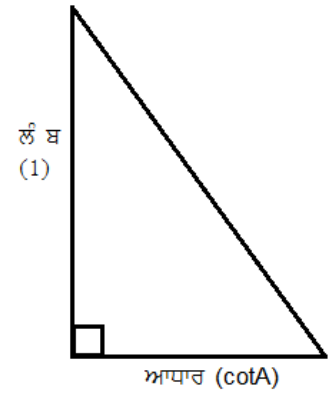
$$\text{ਹੱਲ : } \frac{\cot A}{1} = \frac{\text{ਆਧਾਰ}}{\text{ਲੰਬ}}$$

ਮੰਨ ਲਉ : ਆਧਾਰ =  $\cot A$  ਅਤੇ ਲੰਬ = 1

ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ ਅਨੁਸਾਰ

$$\text{ਕਰਣ} = \sqrt{1 + \cot^2 A}$$

$$\sin A = \frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਕਰਣ}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 A}}$$



ਅਭਿਆਸ

1.  $\sin A$  ਨੂੰ  $\tan A$  ਦੇ ਪਦਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ ।
2.  $\sec A$  ਅਤੇ  $\operatorname{cosec} A$  ਨੂੰ  $\cot A$  ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ ।
3.  $\sec \theta$  ਨੂੰ  $\sin \theta$  ਦੇ ਪਦਾਂ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਉ ।

come-become-educated

37bhyas: