

DAY 5

ਮੱਧਿਕਾ:

9ਵੀਂ ਜਮਾਤ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਵਿਅਕਤੀਗਤ ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਮੱਧਿਕਾ ਬਾਰੇ ਸਿੱਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ **ਮੱਧਿਕਾ ਘੱਟਦੇ ਜਾਂ ਵਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਲੜੀ ਦੀ ਮੱਧ ਕੀਮਤ ਹੈ**। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਲੜੀਆਂ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ।

ਖੰਡਿਤ ਲੜੀ (DISCRETE SERIES):

- ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਪੁਜੀਸ਼ਨ ਜਾਣਨ ਲਈ ਸੰਚਵੀਂ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (cf) ਪਤਾ ਕਰਾਂਗੇ।
- $N = \Sigma f$ ਪਤਾ ਕਰੋ।
- ਜੇ N ਟਾਂਕ ਹੈ ਤਾਂ ਮੱਧਿਕਾ = $\left(\frac{N+1}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ}}$ ਰਕਮ
- ਜੇ N ਜਿਸਤ ਹੈ ਤਾਂ ਮੱਧਿਕਾ = $\frac{\left(\frac{N}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ}} \text{ ਰਕਮ} + \left(\frac{N+2}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ}} \text{ ਰਕਮ}}{2}$

1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਅੰਕ	10	15	12	18	11	20
ਵਿਦਿਆਰਥੀ	15	14	13	10	21	12

ਹੱਲ:- ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਵਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

ਅੰਕ	f	cf	ਪੁਜੀਸ਼ਨ
10	15	15	1 ਤੋਂ 15 ਤੱਕ
11	21	$15 + 21 = 36$	16 ਤੋਂ 36 ਤੱਕ
12	13	$36 + 13 = 49$	37 ਤੋਂ 49 ਤੱਕ
15	14	$49 + 14 = 63$	50 ਤੋਂ 63 ਤੱਕ
18	10	$63 + 10 = 73$	64 ਤੋਂ 73 ਤੱਕ
20	12	$73 + 12 = 85$	74 ਤੋਂ 85 ਤੱਕ
ਜੋੜ	$N = \Sigma f = 85$		

ਇੱਥੇ $N = 85$ ਟਾਂਕ ਹੈ।

$$\therefore \text{ਮੱਧਿਕਾ} = \left(\frac{85+1}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ}} \text{ ਰਕਮ} = \left(\frac{86}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ}} \text{ ਰਕਮ} = 43^{\text{ਵੀਂ}} \text{ ਰਕਮ} = 12$$

$$\therefore \text{ਮੱਧਿਕਾ} = 12$$

2. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

x	10	15	20	25	30	35
f	6	9	10	12	8	5

Sol:- ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਵਧਦੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਬਦਲੋ।

x	f	cf	ਪੁਜੀਸ਼ਨ
10	6	6	1 ਤੋਂ 6 ਤੱਕ
15	9	$6 + 9 = 15$	7 ਤੋਂ 15 ਤੱਕ
20	10	$15 + 10 = 25$	16 ਤੋਂ 25 ਤੱਕ
25	12	$25 + 12 = 37$	26 ਤੋਂ 37 ਤੱਕ
30	8	$37 + 8 = 45$	38 ਤੋਂ 45 ਤੱਕ
35	5	$45 + 5 = 50$	46 ਤੋਂ 50 ਤੱਕ
Total	$N = \Sigma f = 50$		

ਇੱਥੇ $N = 50$ ਜਿਸਤ ਹੈ।

$$\therefore \text{ਮੱਧਿਕਾ} = \frac{\left(\frac{N}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ ਰਕਮ}} + \left(\frac{N+2}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ ਰਕਮ}}}{2} = \frac{\left(\frac{50}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ ਰਕਮ}} + \left(\frac{50+2}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ ਰਕਮ}}}{2} = \frac{25^{\text{ਵੀਂ ਰਕਮ}} + 26^{\text{ਵੀਂ ਰਕਮ}}}{2}$$

$$= \frac{20+25}{2} = \frac{45}{2} = 22.5$$

ਮੱਧਿਕਾ = 22.5

ਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਲੜੀ (Continuous Series):

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਵਿਅਕਤੀਗਤ ਅਤੇ ਖੰਡਿਤ ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਟਾਂਕ ਅਤੇ ਜਿਸਤ ਸੰਖਿਆ ਲਈ ਅਲੱਗ ਫਾਰਮੂਲੇ ਹਨ ਪਰੰਤੂ ਵਰਗੀਕ੍ਰਿਤ ਲੜੀ ਵਿੱਚ ਦੋਨਾਂ ਤਰਾਂ ਦੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਲਈ ਇੱਕ ਹੀ ਫਾਰਮੂਲਾ ਹੈ।

- ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਉਹ $\left(\frac{N}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ ਰਕਮ}}$ ਲੱਭੋ।
- ਫਿਰ ਇਸ ਰਕਮ ਨੂੰ ਸੰਚਵੀਂ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਵਿੱਚ ਲੱਭੋ।
- ਉਸ ਦਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਹੈ।

$$\text{ਮੱਧਿਕਾ} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f}\right) \times i$$

- L = ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ
- cf = ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਤੋਂ ਉਪਰਲੇ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਸੰਚਵੀਂ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ
- f = ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ
- i = ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ ਦਾ ਵਰਗ ਆਕਾਰ

3. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਵਰਗ ਆਕਾਰ	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ	6	9	12	18	15	10

ਹੱਲ:-

ਵਰਗ ਆਕਾਰ	ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (f)	cf	ਪੁਜੀਸ਼ਨ
10-20	6	6	1 ਤੋਂ 6 ਤੱਕ
20-30	9	$6 + 9 = 15$	7 ਤੋਂ 15 ਤੱਕ
30-40	12	$15 + 12 = 27$	16 ਤੋਂ 27 ਤੱਕ
40-50	18	$27 + 18 = 45$	28 ਤੋਂ 45 ਤੱਕ
50-60	15	$45 + 15 = 60$	46 ਤੋਂ 60 ਤੱਕ
60-70	10	$60 + 10 = 70$	60 ਤੋਂ 70 ਤੱਕ
Total	$\Sigma f = 70$		

$\left(\frac{N}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ}}$ ਰਕਮ = $\left(\frac{70}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ}}$ ਰਕਮ = $35^{\text{ਵੀਂ}}$ ਰਕਮ
 $35^{\text{ਵੀਂ}}$ ਰਕਮ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 40-50 ਵਿੱਚ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 40-50 ਹੈ।

$\Rightarrow L = 40, cf = 27, f = 18$ ਅਤੇ $i = 10$

$$\therefore \text{ਮੱਧਿਕਾ} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f}\right) \times i$$

$$= 40 + \left(\frac{\frac{70}{2} - 27}{18}\right) \times 10 = 40 + \left(\frac{35 - 27}{18}\right) \times 10$$

$$= 40 + \frac{8}{18} \times 10 = 40 + 4.4 = 44.4$$

$$\text{ਮੱਧਿਕਾ} = 44.4$$

4. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	135-140	140-145	145-150	150-155	155-160	160-165
ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ	6	3	11	18	5	7

ਹੱਲ:-

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (f)	cf	ਪੁਜੀਸ਼ਨ
135-140	6	6	1 ਤੋਂ 6 ਤੱਕ
140-145	3	$6 + 3 = 9$	7 ਤੋਂ 9 ਤੱਕ
145-150	11	$9 + 11 = 20$	10 ਤੋਂ 20 ਤੱਕ
150-155	18	$20 + 18 = 38$	21 ਤੋਂ 38 ਤੱਕ
155-160	5	$38 + 5 = 43$	39 ਤੋਂ 43 ਤੱਕ
160-165	7	$43 + 7 = 50$	44 ਤੋਂ 50 ਤੱਕ
ਕੁੱਲ ਜੋੜ	$\Sigma f = 50$		

$$\left(\frac{N}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ}} \text{ ਰਕਮ} = \left(\frac{50}{2}\right)^{\text{ਵੀਂ}} \text{ ਰਕਮ} = 25^{\text{ਵੀਂ}} \text{ ਰਕਮ}$$

25^{ਵੀਂ} ਰਕਮ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 150-155 ਵਿੱਚ ਹੈ।
ਇਸ ਲਈ **ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 150-155** ਹੈ।

$$\Rightarrow L = 150, cf = 20, f = 18 \text{ ਅਤੇ } i = 5$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ਮੱਧਿਕਾ} &= L + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right) \times i \\ &= 150 + \left(\frac{\frac{50}{2} - 20}{18} \right) \times 5 = 150 + \left(\frac{25 - 20}{18} \right) \times 5 \\ &= 150 + \frac{5}{18} \times 5 = 150 + 1.39 = 151.39 \text{ (ਲਗਭਗ)}\end{aligned}$$

$$\text{ਮੱਧਿਕਾ} = 151.39$$

5. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	0-100	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700
ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ	8	9	18	12	15	4	4

ਹੱਲ:-

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (f)	cf	ਪੁਜੀਸ਼ਨ
0-100	8	8	1 ਤੋਂ 8 ਤੱਕ
100-200	9 a	$8 + 9 = 17$	9 ਤੋਂ 17 ਤੱਕ
200-300	18 b	$17 + 18 = 35$	18 ਤੋਂ 35 ਤੱਕ
300-400	12 c	$35 + 12 = 47$	36 ਤੋਂ 47 ਤੱਕ
400-500	15	$47 + 15 = 62$	48 ਤੋਂ 62 ਤੱਕ
500-600	4	$62 + 4 = 66$	63 ਤੋਂ 66 ਤੱਕ
600-700	4	$66 + 4 = 70$	67 ਤੋਂ 70 ਤੱਕ
ਕੁੱਲ ਜੋੜ	$\Sigma f = 70$		

ਮੱਧਿਕਾ: $\left(\frac{N}{2} \right)^{\text{ਵੀਂ}}$ ਰਕਮ = $\left(\frac{70}{2} \right)^{\text{ਵੀਂ}}$ ਰਕਮ = 35^{ਵੀਂ} ਰਕਮ

35^{ਵੀਂ} ਰਕਮ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 200-300 ਵਿੱਚ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ **ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 200-300** ਹੈ।

$$\Rightarrow L = 200, cf = 17, f = 18 \text{ and } i = 100$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ਮੱਧਿਕਾ} &= L + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right) \times i \\ &= 200 + \left(\frac{\frac{70}{2} - 17}{18} \right) \times 100 = 200 + \left(\frac{35 - 17}{18} \right) \times 100 \\ &= 200 + \frac{18}{18} \times 100 = 200 + 100 = 300 \\ \text{ਮੱਧਿਕਾ} &= 300\end{aligned}$$

ਬਹੁਲਕ: ਇੱਥੇ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ (b) = 18 ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ = 200 – 300
ਅਤੇ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ (L) = 200 ਅਤੇ ਵਰਗ ਆਕਾਰ (i) = 100, $a = 9, c = 12$,

$$\begin{aligned}\therefore \text{ਬਹੁਲਕ} &= L + \left(\frac{b-a}{2b-a-c} \right) \times i \\ &= 200 + \left(\frac{18-9}{2 \times 18-9-12} \right) \times 100 \\ &= 200 + \left(\frac{9}{36-21} \right) \times 100 = 200 + \frac{9}{15} \times 100 = 200 + 60 = 260\end{aligned}$$

ਬਹੁਲਕ = 260

6. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਮਾਨ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	0-50	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300
ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ	6	9	12	8	5	10

ਹੱਲ:-

ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ	ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ	cf	ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ (x)	fx
0-50	6	6	25	150
50-100	9	15	75	675
100-150	12	27	125	1500
150-200	8	35	175	1400
200-250	5	40	225	1125
250-300	10	50	275	2750
ਕੁੱਲ ਜੋੜ	$\Sigma f = 50$			$\Sigma fx = 7600$

ਮੱਧਮਾਨ: $\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{7600}{50} = 152$

ਮੱਧਿਕਾ: $\left(\frac{N}{2} \right)^{\text{ਵੀਂ}}$ ਰਕਮ = $\left(\frac{50}{2} \right)^{\text{ਵੀਂ}}$ ਰਕਮ = 25^{ਵੀਂ} ਰਕਮ
25^{ਵੀਂ} ਰਕਮ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 100-150 ਵਿੱਚ ਹੈ।
ਇਸ ਲਈ **ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 100-150** ਹੈ।

$\Rightarrow L = 100, cf = 15, f = 12 \text{ and } i = 50$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ਮੱਧਿਕਾ} &= L + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right) \times i \\ &= 100 + \left(\frac{\frac{50}{2} - 15}{12} \right) \times 50 = 100 + \left(\frac{25 - 15}{12} \right) \times 50 \\ &= 100 + \frac{10}{12} \times 50 = 100 + 41.66 = 141.66 \text{ (ਲਗਭਗ)} \\ \text{ਮੱਧਿਕਾ} &= 141.66 \text{ (ਲਗਭਗ)}\end{aligned}$$

ਅਭਿਆਸ

1. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

x	20	30	25	28	15	22
f	2	8	5	7	5	6

2. ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।

x	10	20	30	40	50	60
f	5	12	13	8	14	9

3. Ex 14.3, Q 1,2,5,6,7

come-become-educated

37bhyaas