

DAY 9

ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਛਿੰਨਕ :

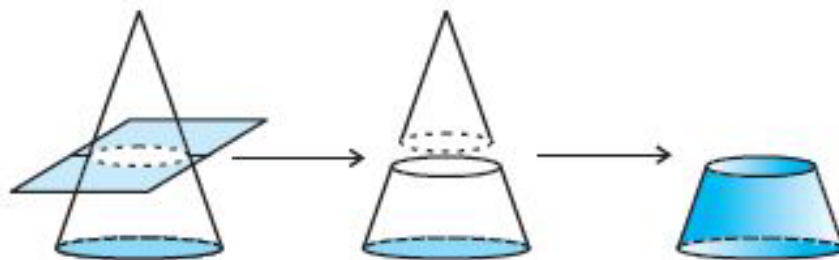
ਪਿਛਲੇ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਕਈ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਠੋਸ ਸਿਲੰਡਰ, ਸ਼ੰਕੂ, ਅਰਧਗੋਲਾ, ਗੋਲਾ, ਘਣਾਵ ਆਦਿ ਦੇ ਸੰਯੋਜਨ ਜਾਂ ਰੂਪਾਂਤਰਣ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਸੀ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਠੋਸ ਦੇ ਭਾਗ ਬਾਰੇ ਗੱਲ ਕਰਾਂਗੇ। ਜਦੋਂ ਠੋਸ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਆਧਾਰ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਤਲ ਨਾਲ ਕੱਟੀਏ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਸਿਖਰ ਭਾਗ ਨੂੰ ਅਲੱਗ ਕਰਨ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਛਿੰਨਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਭਾਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਿਰਫ ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਛਿੰਨਕ ਬਾਰੇ ਚਰਚਾ ਕਰਾਂਗੇ। ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਦਿੱਤੇ ਸ਼ੰਕੂ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਆਧਾਰ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਕਿਸੇ ਤਲ ਦੁਆਰਾ ਕੱਟਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਉਪਰਲਾ ਸ਼ੰਕੂ ਹਟਾ ਦਈਏ ਤਾਂ ਤਲ ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਪਾਸੇ ਬਚੇ ਸ਼ੰਕੂ ਦੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਛਿੰਨਕ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਛਿੰਨਕ ਦੀ ਪਾਸਵੀਂ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $\pi l(r + R)$ — — — — (i)

ਕੁੱਲ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = $\pi l(r + R) + \pi r^2 + \pi R^2$ — — — — — (ii)

$$\text{ਜਿੱਥੇ } l^2 = h^2 + (R - r)^2$$

ਆਇਤਨ = $\frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr)$ — — — — — (iii)



ਨੋਟ:

ਜੇਕਰ ਛਿੰਨਕ ਦਾ ਉਪਰਲਾ ਆਧਾਰ ਖਤਮ ਬੰਦ ਹੋ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਇਹ ਸ਼ੰਕੂ ਬਣ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਭਾਵ $r = 0$

ਤਾਂ (i), (ii), (iii) ਵਿੱਚ ਕੀਮਤ ਭਰਨ ਤੇ ਇਹ ਸ਼ੰਕੂ ਦੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਫਾਰਮੂਲੇ ਬਣ ਜਾਣਗੇ।

ਜੇਕਰ ਛਿੰਨਕ ਦੇ ਦੋਨੋਂ ਆਧਾਰ ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਣ, ਭਾਵ $R = r$ ਤਾਂ ਇਹ ਚੱਕਰਾਕਾਰ ਸਿਲੰਡਰ ਬਣ ਜਾਵੇਗਾ। (i), (ii), (iii) ਵਿੱਚ $R = r$ ਭਰਨ ਤੇ ਸਿਲੰਡਰ ਦੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਫਾਰਮੂਲੇ ਬਣ ਜਾਣਗੇ।

1. 45 ਉਚਾਈ ਵਾਲੀ ਬਾਲਟੀ ਦੇ ਸਿਰਿਆਂ ਦੇ ਵਿਆਸ 56 ਸਮ ਅਤੇ 14 ਸਮ ਹਨ। ਬਾਲਟੀ ਦੀ ਧਾਰਨ ਸਮਰੱਥਾ ਅਤੇ ਵਕਰ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। (ਉਦਾਹਰਨ 12)

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ, ਬਾਲਟੀ ਦੀ ਉਚਾਈ (h) = 45 ਸਮ

$$\text{ਛੋਟਾ ਵਿਆਸ} = 14 \text{ ਸਮ ਤਾਂ ਛੋਟਾ ਅਰਧਵਿਆਸ (r)} = \frac{14}{2} = 7 \text{ ਸਮ}$$

$$\text{ਵੱਡਾ ਵਿਆਸ} = 56 \text{ ਸਮ ਤਾਂ ਵੱਡਾ ਅਰਧਵਿਆਸ (R)} = \frac{56}{2} = 28 \text{ ਸਮ}$$

$$\begin{aligned} (i) \text{ ਬਾਲਟੀ ਦੀ ਧਾਰਨ ਸਮਰੱਥਾ (ਆਇਤਨ)} &= \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45(28^2 + 7^2 + 28 \times 7) \\ &= \frac{22 \times 15}{7}(784 + 49 + 196) = \frac{22 \times 15}{7} \times 1029 = 48510 \text{ ਸਮ}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) \text{ ਤਿਰਛੀ ਉਚਾਈ (l)} &= \sqrt{h^2 + (R - r)^2} = \sqrt{45^2 + (28 - 7)^2} \\ &= \sqrt{2025 + 441} = \sqrt{2025 + 441} = \sqrt{2466} = 49.7 \text{ (ਲਗਭਗ)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ਬਾਲਟੀ ਦੀ ਵਕਰ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} &= \pi l(R + r) = \frac{22}{7} \times 49.7 \times (28 + 7) \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{497}{10} \times 35 = 5467 \text{ ਸਮ}^2 \end{aligned}$$

2. ਇੱਕ ਸ਼ੰਕੂ ਦੇ ਛਿੰਨਕ ਦੀ ਤਿਰਛੀ ਉਚਾਈ 4 ਸਮ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਚੱਕਰੀ ਸਿਰਿਆਂ ਦੇ ਪਰਿਮਾਪ 18 ਸਮ ਅਤੇ 6 ਸਮ ਹਨ। ਛਿੰਨਕ ਦੀ ਵਕਰ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ। (ਅਭਿ. 13.4, ਪ੍ਰ 2)

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ, ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਤਿਰਛੀ ਉਚਾਈ (l) = 4 ਸਮ ਅਤੇ ਦੋਨਾਂ ਸਿਰਿਆਂ ਦੇ ਅਰਧਵਿਆਸ R ਅਤੇ r ਹਨ।

$$\text{ਵੱਡੇ ਸਿਰੇ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} = 2\pi R = 18 \quad \Rightarrow R = \frac{9}{\pi}$$

$$\text{ਛੋਟੇ ਸਿਰੇ ਦਾ ਪਰਿਮਾਪ} = 2\pi r = 6 \quad \Rightarrow r = \frac{3}{\pi}$$

$$\text{ਹੁਣ, ਛਿੰਨਕ ਦੀ ਵਕਰ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} = \pi l(R + r) = \pi \times 4 \left(\frac{9}{\pi} + \frac{3}{\pi} \right) = 4\pi \times \frac{12}{\pi} = 48 \text{ ਸਮ}^2$$

3. ਕਿਸੇ ਧਾਤੂ ਦੀ ਚਾਦਰ ਦਾ ਬਣਿਆ ਇੱਕ ਬਰਤਨ, ਸ਼ੰਕੂ ਦੇ ਛਿੰਨਕ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦਾ ਹੈ। ਇਸਦੀ ਉਚਾਈ 13 ਸਮ ਅਤੇ ਹੇਠਲੇ ਅਤੇ ਉਪਰਲੇ ਸਿਰਿਆਂ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ 4 ਸਮ ਅਤੇ 9 ਸਮ ਹੈ। ਬਰਤਨ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ, ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਛਿੰਨਕ ਦੀ ਉਚਾਈ (h) = 13 ਸਮ

$$\text{ਹੇਠਲਾ ਅਰਧਵਿਆਸ (r)} = 4 \text{ ਸਮ ਅਤੇ ਉਪਰਲਾ ਅਰਧਵਿਆਸ (R)} = 9 \text{ ਸਮ}$$

$$\begin{aligned} \text{ਤਾਂ ਤਿਰਛੀ ਉਚਾਈ (l)} &= \sqrt{h^2 + (R - r)^2} = \sqrt{13^2 + (9 - 4)^2} \\ &= \sqrt{169 + 25} = \sqrt{194} = 13.9 \text{ (ਲਗਭਗ)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ਬਰਤਨ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ} &= \pi l(R + r) + \pi r^2 + \pi R^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 13.9(9 + 4) + \frac{22}{7} \times 4 \times 4 + \frac{22}{7} \times 9 \times 9 \\ &= \frac{22}{7} \times \frac{139}{10} \times 13 + \frac{352}{7} + \frac{1782}{7} = \frac{39754}{70} + \frac{352}{7} + \frac{1782}{7} = \frac{61094}{70} = 872.77 \text{ ਸਮ}^2 \end{aligned}$$

ਅਭਿਆਸ

1. ਇੱਕ ਬਰਤਨ, ਸ਼ੰਕੂ ਦੇ ਛਿੰਨਕ ਦੇ ਆਕਾਰ ਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਦੀ ਉਚਾਈ 10 ਸਮ ਅਤੇ ਹੇਠਲੇ ਅਤੇ ਉਪਰਲੇ ਸਿਰਿਆਂ ਦੇ ਅਰਧਵਿਆਸ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 3 ਸਮ ਅਤੇ 5 ਸਮ ਹਨ। ਇਸਦੀ ਧਾਰਨ ਸਮਰੱਥਾ ਪਤਾ ਕਰੋ।
2. 14 ਸਮ ਉਚਾਈ ਵਾਲੀ ਬਾਲਟੀ ਦੇ ਸਿਰਿਆਂ ਦੇ ਅਰਧਵਿਆਸ 8 ਸਮ ਅਤੇ 5 ਸਮ ਹਨ। ਬਾਲਟੀ ਦੀ ਵਕਰ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
3. 8 ਸਮ ਉਚਾਈ ਵਾਲੇ ਬਰਤਨ ਦੇ ਸਿਰਿਆਂ ਦੇ ਵਿਆਸ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 12 ਸਮ ਅਤੇ 3 ਸਮ ਹਨ। ਇਸਦੀ ਧਾਰਨ ਸਮਰੱਥਾ ਅਤੇ ਵਕਰ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।
4. ਅਭਿ 13.4, ਪ੍ਰ. 1, 3