
Группа М3216 К работе допущен _____
Студент Квачук Сергей и Орлов Владимир Работа выполнена _____
Преподаватель Тимофеева Эльвира Отчет принят _____
Олеговна

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.04

Исследование равноускоренного вращательного движения

1. Цель работы.

1. Проверка основного закона динамики вращения.
2. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Измерение времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.
 2. Расчёт ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити.
 3. Расчёт момента инерции крестовины с утяжелителями и момента силы трения.
 4. Исследование зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения.
- Проверка основного закона динамики вращения.
5. Исследование зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Проверка теоремы Штейнера.

3. Объект исследования.

Маятник Обербека. Крестовина с перемещаемыми по спицам грузами-утяжелителями и груз, создающий натяжение нити и раскручивающий крестовину.

4. Метод экспериментального исследования.

Прямые измерения времени падения груза, раскручивающего крестовину.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

Второй закон Ньютона:

$$ma = mg - T$$

Формула ускорения:

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

где h – расстояние, пройденное грузом за время t от начала движения.

Формула углового ускорения:

$$\varepsilon = \frac{2a}{d}$$

где d – диаметр ступицы.

Формула момента силы:

$$M = \frac{md}{2}(g - a)$$

Основной закон динамики вращения:

$$I\varepsilon = M - M_{\text{тр}}$$

Где I – момент инерции крестовины с утяжелителями.

Теорема Штейнера:

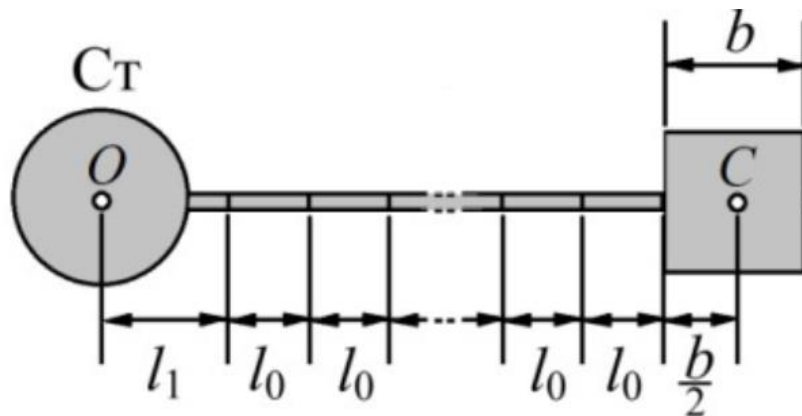
$$I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2$$

Где I_0 – сумма моментов инерции стержней крестовины, момента инерции ступицы и собственных центральных моментов инерции утяжелителей.

Формула расстояния между осью O вращения и центром C утяжелителя по формуле:

$$R = l_1 + (n - 1)l_0 + \frac{1}{2}b$$

Здесь l_1 – расстояние от оси вращения до первой риски; n – номер риски, на которой установлены утяжелители; l_0 – расстояние между соседним рисками; b – размер утяжелителя вдоль спицы.



Алгоритм расчёта коэффициентов a и b в методе МНК:

1. Найти средние значения всех экспериментальных точек:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i; \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i$$

2. Найти коэффициенты прямой по следующим формулам:

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

3. Рассчитать параметры D и d_i :

$$d_i = y_i - (a + bx_i)$$

$$D = \sum (x_i - \bar{x})^2$$

4. Определить СКО коэффициентов a и b :

$$S_b^2 = \frac{1}{D} \frac{\sum d_i^2}{n - 2}$$

$$S_a^2 = \frac{1}{\sum x_i^2} \frac{\sum d_i^2}{n-1}$$

5. Рассчитать погрешность косвенных измерений:

$$\Delta_a = 2S_a$$

$$\Delta_b = 2S_b$$

Ускорение свободного падения: $g = 9.81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Расстояние, пройденное грузом за время падения: $h = 700 \pm 0.5 \text{ мм}$

Характеристики установки:

Название величины	Значение
Масса каретки	47,0 ± 0,5г
Масса шайбы	220,0 ± 0,5г
Масса грузов на крестовине	408,0 ± 0,5г
Расстояние первой риски от оси	57,0 ± 0,5мм
Расстояние между рисками	25,0 ± 0,5мм
Диаметр ступицы	46,0 ± 0,5мм
Диаметр груза на крестовине	40,0 ± 0,5мм
Высота груза на крестовине	40,0 ± 0,5мм

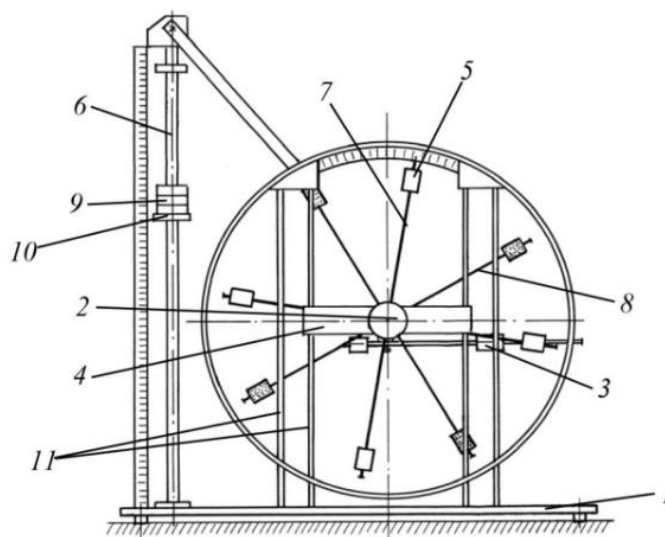
Масса груза:

Наименование	Масса груза, г.
m_1	267
m_2	487
m_3	707
m_4	927

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	цифровой	0.00–15.00с	0.005с
2	Металлическая линейка	физический	0-750мм	0.5мм

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).



В состав установки входят:

1. Основание
2. Рукоятка сцепления крестовин
3. Устройства принудительного трения
4. Поперечина
5. Груз крестовины
6. Трубчатая направляющая
7. Передняя крестовина
8. Задняя крестовина
9. Шайбы каретки
10. Каретка
11. Система передних стоек

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1: Протокол измерений времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине

Масса груза	Положение утяжелителей					
	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
m_1	4,56	5,34	6,28	7,31	8,35	10,13
	4,57	5,43	6,37	7,22	8,29	9,87
	4,52	5,32	6,34	7,22	8,38	
	$t_{cp} = 4,55$	$t_{cp} = 5,36$	$t_{cp} = 6,33$	$t_{cp} = 7,25$	$t_{cp} = 8,34$	$t_{cp} = 10,00$
m_2	3,38	3,97	4,56	5,53	6,28	6,97
	3,38	4	4,62	5,5	6,34	6,82
	3,37	4,07	4,59	5,59	6,29	
	$t_{cp} = 3,37$	$t_{cp} = 4,01$	$t_{cp} = 4,59$	$t_{cp} = 5,54$	$t_{cp} = 6,30$	$t_{cp} = 6,89$
m_3	2,81	3,25	3,91	4,4	4,92	5,72
	2,78	3,29	3,87	4,5	4,93	5,73
	2,75	3,28	3,88	4,44	4,89	
	$t_{cp} = 2,78$	$t_{cp} = 3,27$	$t_{cp} = 3,88$	$t_{cp} = 4,44$	$t_{cp} = 4,91$	$t_{cp} = 5,72$
m_4	2,41	2,84	3,4	3,81	4,25	5,3
	2,38	2,86	3,38	3,78	4,35	4,91
	2,37	2,91	3,32	3,78	4,29	
	$t_{cp} = 2,38$	$t_{cp} = 2,87$	$t_{cp} = 3,36$	$t_{cp} = 3,79$	$t_{cp} = 4,29$	$t_{cp} = 5,10$

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 2: Результат вычислений a , ε и M для найденных значений t_{cp}

Масса груза	Номер риски	Значение t_{cp}	Вычисленные значения		
			a	ε	M
m_1	1 риска	4,55	0,067625	2,940204	0,059828
	2 риска	5,363333	0,04867	2,116073	0,059944
	3 риска	6,33	0,03494	1,519122	0,060029
	4 риска	7,25	0,026635	1,158042	0,06008
	5 риска	8,34	0,020128	0,875121	0,06012
	6 риска	10	0,014	0,608696	0,060157
m_2	1 риска	3,376667	0,122787	5,338556	0,108506
	2 риска	4,013333	0,08692	3,779112	0,108908
	3 риска	4,59	0,066451	2,889182	0,109137
	4 риска	5,54	0,045615	1,983265	0,109371
	5 риска	6,303333	0,035236	1,532003	0,109487
	6 риска	6,895	0,029448	1,280359	0,109552
m_3	1 риска	2,78	0,18115	7,876089	0,156575
	2 риска	3,273333	0,130661	5,680934	0,157396
	3 риска	3,886667	0,092677	4,029448	0,158013
	4 риска	4,446667	0,070804	3,078443	0,158369
	5 риска	4,913333	0,057993	2,521435	0,158577
	6 риска	5,725	0,042715	1,85716	0,158826
m_4	1 риска	2,386667	0,245779	10,68604	0,203919
	2 риска	2,87	0,169967	7,389863	0,205535
	3 риска	3,366667	0,123517	5,370317	0,206525
	4 риска	3,79	0,097465	4,237618	0,207081
	5 риска	4,296667	0,075834	3,297136	0,207542
	6 риска	5,105	0,05372	2,335655	0,208014

Таблица 3: Результат вычислений $M_{тр}$ и I :

	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
$M_{тр}$	0,00734	0,0032	0,000773	0,01047	0,01222	0,0047
I	0,01860237	0,02760649	0,3803932	0,04773427	0,06086772	0,8561661

Таблица 4: Результат вычислений R , R^2 и I

	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
R	0,0770	0,1020	0,1270	0,1520	0,1770	0,2020
R^2	0,0059	0,0104	0,0161	0,0231	0,0313	0,0408
I	0,01860237	0,02760649	0,03803932	0,04773427	0,06086772	0,8561661

Расчет I_0 и $m_{ут}$ (Для $M_{тр}$ и I для каждой риски аналогичные вычисления) :

$$R^{2'} = \frac{1}{6} \sum R_i^2 = \frac{1}{6} * 0.1276 = 0.02127 \text{ м}^2$$

$$I' = \frac{1}{6} \sum I_i = \frac{1}{6} * 0.27847 = 0.046411 \text{ кг/м}^2$$

$$4m_{\text{YT}} = \frac{\sum(R_i^2 - R^{2'})(I_i - I')}{\sum(R_i^2 - R^{2'})^2} = \frac{0.001588}{0.00087} = 1.8329 \text{ кг}$$

$$I_0 = I' - 4m_{\text{YT}}R^{2'} = 0.046411 - 1.8329 * 0.02127 = 0.007431 \text{ кг/м}^2$$

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Расчет погрешности Δt для t_{cp} :

$$\Delta t = \sqrt{(t_1 - t_{\text{cp}})^2 + (t_1 - t_{\text{cp}})^2 + (t_1 - t_{\text{cp}})^2} = \sqrt{(4.56 - 4.55)^2 + (4.57 - 4.55)^2 + (4.52 - 4.55)^2}$$

$$= 0.012472 \text{ с}$$

Расчет погрешности Δa_1 :

$$\Delta a_1 = \sqrt{\left(\frac{\delta a}{\delta h} \Delta h\right)^2 + \left(\frac{\delta a}{\delta t} \Delta t\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2} \Delta h\right)^2 + \left(\frac{4h}{t^3} \Delta t\right)^2} = 6.09 * 10^{-5} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Расчет погрешности $\Delta \varepsilon_1$:

$$\Delta \varepsilon_1 = \sqrt{\left(\frac{\delta \varepsilon}{\delta a} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\delta \varepsilon}{\delta h} \Delta h\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{d} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{2a}{d^2} \Delta d\right)^2} = 0.022 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

Расчет погрешности ΔM_1 :

$$\Delta M_1 = \sqrt{\left(\frac{\delta M}{\delta a} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\delta M}{\delta m} \Delta m\right)^2 + \left(\frac{\delta M}{\delta d} \Delta d\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{md(g-1)}{2} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{d(g-a)}{2} \Delta m\right)^2 + \left(\frac{m(g-a)}{2} \Delta d\right)^2} = 0.000669 \text{ Нм}$$

Расчет погрешности m_{YT} и I_0 :

$$d_1 = I_1 - (4m_{\text{YT}}R^2 + I_0) = 0.000357$$

$$D = \sum(R_i^2 - R^{2'})^2 = 0.000866$$

$$S_b^2 = \frac{1}{0.000866} * \frac{0.0000337}{4} = 0.0973$$

$$S_b = 0.3119$$

$$S_a = \left(\frac{1}{6} + \frac{0.000452}{0.000866}\right) \frac{0.0000337}{4} = 5.801 * 10^{-6}$$

$$\Delta 4m_{\text{YT}} = 2 * S_b = 2 * 0.3119 = 0.6238 \Rightarrow \Delta m_{\text{YT}} = 0.15595 \text{ кг}$$

$$\Delta I_0 = 2 * S_a = 1.1602 * 10^{-5} \text{ кг/м}^2$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

График 1: Зависимость M от ε :

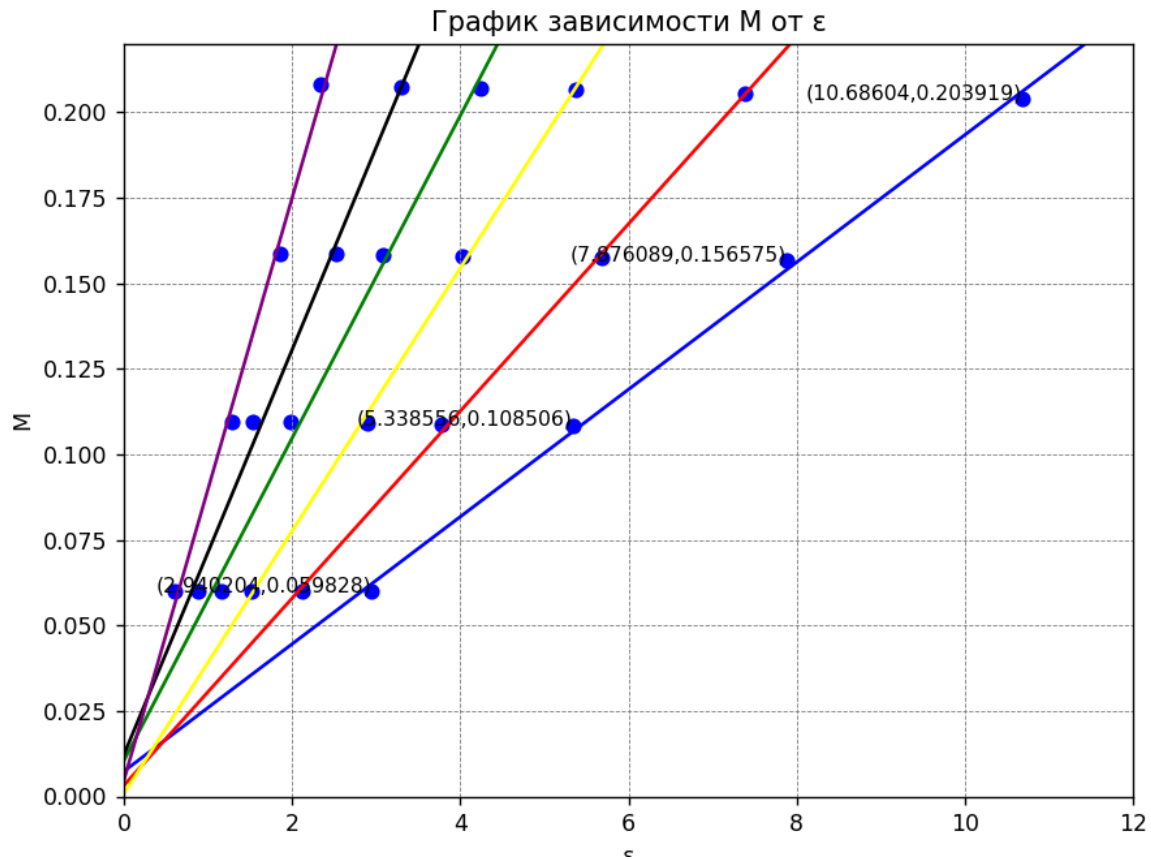
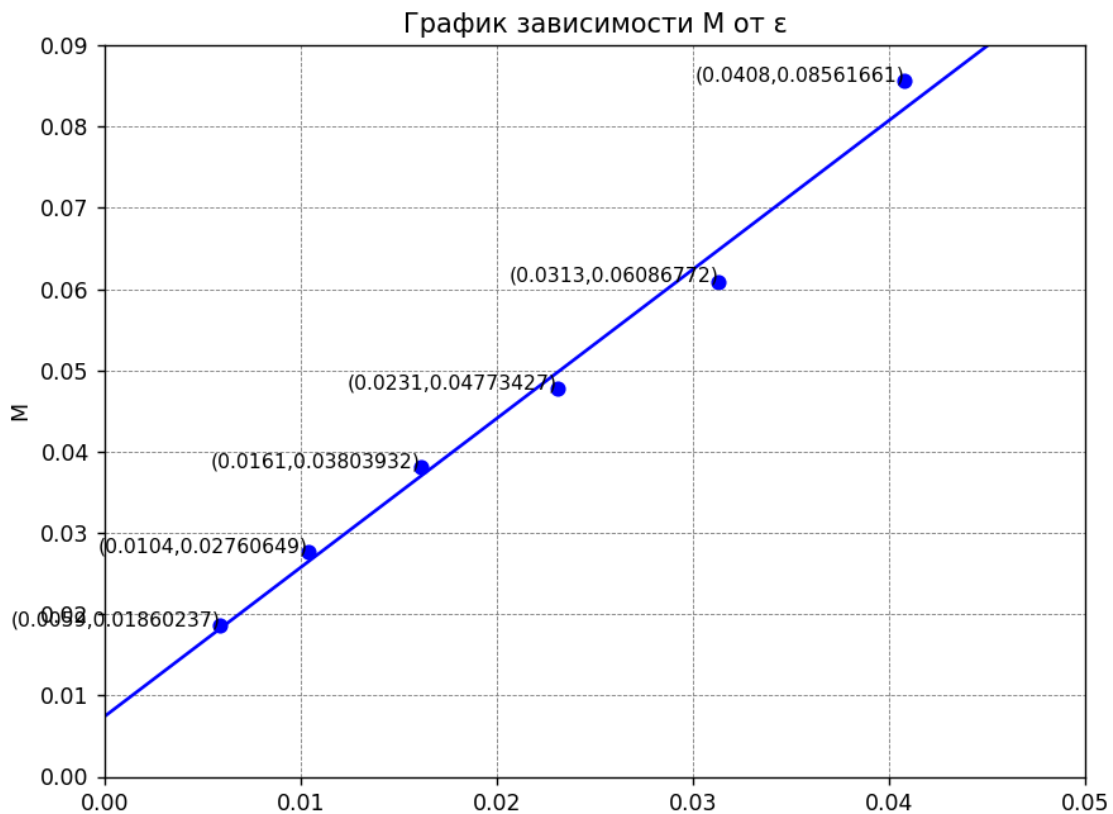


График 2: Зависимость I от R^2 :



12. Окончательные результаты.

$$a = 0.067625 \pm 0.00006 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\varepsilon = 2.9402 \pm 0.02 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

$$M = 0.59828 \pm 0.0007 \text{ Нм}$$

$$m_{\text{ут}} = 0.45872 \pm 0.15 \text{ кг}$$

$$I_0 = 0.007431 \pm 0.00001 \text{ кг/м}^2$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В результате проведенных измерений и вычислений было выявлено, что зависимости $M(\varepsilon)$ и $I(R2)$ в маятнике Оберека является линейной. Исходя из графиков, зависимость $M(\varepsilon)$ наблюдаем, что чем дальше утяжелитель от оси вращения маятника, то тем быстрее возрастает момент силы натяжения нити M . Это следствие увеличения момента инерции маятника при удалении утяжелителей от осей. Из этого следует, что и момент силы натяжения нити также должен увеличиваться

14. Дополнительные задания.

15. Выполнение дополнительных заданий.

16. Замечания преподавателя (*исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт*).

Примечание:

1. Пункты 1-6,8-13 Протокола-отчета **обязательны** для заполнения.
2. Необходимые исправления выполняют непосредственно в протоколе-отчете.
3. При ручном построении графиков рекомендуется использовать миллиметровую бумагу.
4. Приложения 1 и 2 вкладывают в бланк протокола-отчета.