



MÓDULO DE MATEMÁTICA

SEMANA N° 02:

LOS NÚMEROS NATURALES

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Enero 2023



SESIÓN N° 3: NÚMEROS NATURALES

CONTENIDOS	LOGROS DE APRENDIZAJE	TIEMPO
<ul style="list-style-type: none"> Sistemas de numeración. Operaciones en \mathbb{N}. Potenciación y radicación. 	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve situaciones problemáticas, aplicando los conceptos de numeración, y el conjunto de los números naturales y sus operaciones. 	4 horas

Número natural



Un **número natural** es cualquiera de los números que se usan para contar los elementos de un conjunto (el cero es el número de elementos del conjunto vacío).

El conjunto de los números naturales se representa como: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$

Propiedades del conjunto de los números naturales

- El conjunto de los números naturales es infinito. No existe un número natural que sea menor que CERO ni tampoco existe un número natural que sea el mayor de todos, porque siempre habrá uno mayor que él.
- El conjunto de los números naturales es un conjunto ordenado, es decir:
 - Dados dos números naturales diferentes siempre uno es menor que el otro.
 - Dado un número natural distinto de cero, siempre habrá un número natural menor que él y otro mayor que él.

SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Un **sistema de numeración** es un conjunto de símbolos y reglas que permiten construir todos los números válidos en el sistema. Cualquier sistema consta de un conjunto de elementos (símbolos) que lo conforman, y un conjunto de reglas que permite establecer operaciones y relaciones entre tales elementos.

Base de un sistema de numeración:

La base de un sistema de numeración es un número natural mayor que la unidad, el cual nos indica la cantidad de unidades necesarias y suficientes de un orden cualquiera para formar una unidad del orden inmediato superior.

Debemos recordar los siguientes principios:

- Todo sistema de numeración posicional utiliza la cifra cero.
- En el sistema de base "n" se utilizan "n" cifras o símbolos.
- La mayor cifra que se usa es la base menos uno ($n - 1$).

CONVERSIÓN DE SISTEMAS DE NUMERACIÓN POSICIONAL

El intercambio comercial y las formas de comunicación, hizo que los sistemas de

numeración posicional se expresasen en diferentes bases.

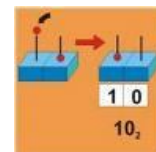
CASO I: De base "n" a base 10

Convertir $324_{(7)}$ a la base 10

Realizamos la descomposición polinómica:

$$324_{(7)} = 3 \times 7^2 + 2 \times 7 + 4 = 165$$

$$\text{Luego: } 324_{(7)} = 165$$

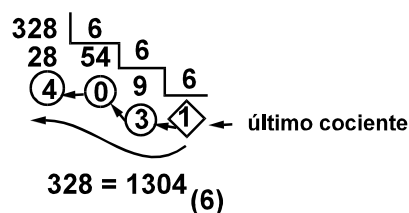


CASO II. De base 10 a base "n"

Se divide el número entre la base "n"; el cociente obtenido se vuelve a dividir nuevamente entre dicha base y así sucesivamente hasta que se obtenga un cociente menor que la base "n".

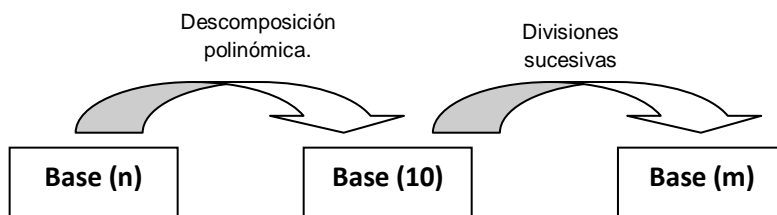
El número estará formado por el último cociente y todos los residuos obtenidos de derecha a izquierda.

Ejemplo.



CASO III. De base "n" a base "m"

En este caso, primero se pasa a base decimal y luego a la base deseada, tal como se muestra en el gráfico.



Ejemplo.

Convertir $432_{(5)}$ a base 8.

Primer paso: Convertimos $432_{(5)}$ a base 10

$$4 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 2 = 117$$

$$\therefore 432_{(5)} = 165_{(8)}$$

Segundo paso: Expresamos 117 en base 8

$$\begin{array}{r} 117 : 8 = 14 \text{ R } 5 \\ 14 : 8 = 1 \text{ R } 6 \\ 1 : 8 = 0 \text{ R } 1 \end{array}$$

SISTEMA DECIMAL

El sistema de numeración usado habitualmente en todo el mundo (excepto ciertas culturas) es el **sistema decimal**.



El **sistema decimal** es un sistema de numeración posicional cuya base es 10. En este sistema cualquier número se representa usando diez cifras diferentes: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Principio fundamental del sistema decimal

Diez unidades de un orden cualquiera forman una unidad del orden inmediato superior.

OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS NATURALES

ADICIÓN

La adición es la operación que a cada par ordenado de números llamados sumandos, le hace corresponder un tercer número al cual se le da el nombre de suma.

La adición se denota simbólicamente por:

$$(a, b) \xrightarrow{+} c, \text{ sabiendo que: } \underbrace{a + b}_{\text{Sumandos}} = \underbrace{c}_{\text{Suma}}$$

SUSTRACCIÓN

La sustracción de números naturales es la operación que hace corresponder a cada par ordenado de números naturales (m, s) llamados minuendo y sustraendo, un tercer número natural (d) denominado diferencia.

La sustracción simbólicamente se denota por:

$$(m, s) \xrightarrow{-} d, \text{ sabiendo que: } \underbrace{m}_{\text{Minuendo}} - \underbrace{s}_{\text{Sustraendo}} = \underbrace{d}_{\text{Diferencia}}$$

MULTIPLICACIÓN

La multiplicación es la operación donde a cada par ordenado de números (a, b) llamados factores, le hace corresponder un tercer número (P) que es denominado producto.

La multiplicación se denota simbólicamente por:

$$(a, b) \xrightarrow{\times} c, \text{ sabiendo que: } \underbrace{a \times b}_{\text{factores}} = \underbrace{c}_{\text{producto}}$$

**DIVISIÓN**

La división es la operación que hace corresponder a cada par ordenado de números naturales (a, b) llamados dividendo y divisor, un tercer número natural (q) llamado cociente y que es único.

La división simbólicamente se denota por:

$$(a, b) \xrightarrow{\div} q, \text{ sabiendo que: } \underbrace{a}_{\text{Dividendo}} \div \underbrace{b}_{\text{Divisor}} = \underbrace{q}_{\text{Cociente}}$$

Observaciones:**La división es exacta, si:**

$$\underbrace{D}_{\text{Dividendo}} \div \underbrace{d}_{\text{Divisor}} = \underbrace{q}_{\text{cociente}} \rightarrow \underbrace{r}_{\text{residuo}} = 0$$

$$\text{Luego, } D = d \cdot q$$

La división es inexacta, si:

$$\underbrace{D}_{\text{Dividendo}} \div \underbrace{d}_{\text{Divisor}} = \underbrace{q}_{\text{cociente}} \rightarrow \underbrace{r}_{\text{residuo}} \neq 0$$

$$\text{Luego, } D = d \cdot q + r$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Halla el valor de n en: $34n_8 = nn_6$

Solución:

$$\begin{aligned} 3(8^2) + 4(8) + n &= 100n + 10n + 6 \\ 192 + 32 + n &= 110n + 6 \\ 218 &= 109n \\ 2 &= n \end{aligned}$$

2. En un ómnibus llegaron 43 pasajeros a San Mateo, pero por cada pasajero que bajaba subían 3, el precio de cada pasaje era S/ 25 y se recaudó en total S/ 1250. ¿Cuál era la cantidad de pasajeros que había inicialmente?

Solución:

$$\begin{aligned} \text{N}^\circ \text{ total de pasajeros: } 1250 \div 25 &= 50 \\ \text{N}^\circ \text{ pasajeros que bajaron: } 50 - 43 &= 7 \\ \text{N}^\circ \text{ pasajeros que subieron: } 3 \times 7 &= 21 \\ \text{N}^\circ \text{ pasajeros al inicio: } 50 - 21 &= 29 \end{aligned}$$

3. Un comerciante compró 50 jarrones de cristal a S/ 8 cada uno, después de haber vendido 15 con una ganancia de S/ 2 por jarrón se rompieron 9. ¿A qué precio vendió cada uno de los jarrones que le quedaron, sabiendo que la ganancia total fue de S/ 62? ¿Podrías formular otras preguntas?

Solución:

$$\text{Gasto total: } 50 \times 8 = \text{S/ } 400$$

$$\text{Dinero recuperado: } 15 \times 10 = \text{S/ } 150$$

$$\text{Falta recuperar: } 400 - 150 = \text{S/ } 250$$

$$\begin{aligned} \text{N}^\circ \text{ jarrones que quedan para vender:} \\ 50 - 15 - 9 = 26 \end{aligned}$$

Con la venta de 26 jarrones que queda debe obtener el dinero que falta recuperar más su ganancia: $250 + 62 = \text{S/ } 312$

$$\therefore \text{ Precio venta unitario: } \frac{\text{S/ } 312}{26} = \text{S/ } 12$$

4. Un padre deja al morir a cada uno de sus hijos S/. 12 500, pero uno de sus hijos no acepta y la herencia se reparte entre los demás, recibiendo cada uno S/ 15 000. ¿Cuál es el valor de verdad de las siguientes proposiciones?
- El número de hijos es 6
 - El padre dejó a sus hijos S/ 75 000
 - Si los hijos hubieran sido 11, con las mismas condiciones, cada uno recibiría S/ 7500.

Solución:

Con la renuncia a la herencia de uno de los hermanos, cada uno de los demás recibió:

$$15\,000 - 12\,500 = 2\,500 \text{ más.}$$

Es decir, dividiendo los 12500 del hermano que renunció entre 2500 tenemos el número de hermanos que recibieron la herencia:

$$12\,500 \div 2\,500 = 5$$

Significa que el número total de hijos es 6.

$$\text{Luego, } 12\,500 \times 6 = 75\,000 \text{ (herencia total)}$$

Si fueran 11 hermanos y uno de ellos renunciara a la herencia cada uno recibiría $75\,000 \div 10 = 7\,500$

Luego, los tres enunciados son verdaderos.

5. Por una docena de manzanas que compró Lía le obsequiaron una manzana. Si en total le dieron 780 manzanas, entonces son ciertas:
- Compró 72 decenas de manzanas.



II. Si la docena de manzanas cuesta S/ 5, en total gastó S/ 300.

III. El obsequio que recibió equivale a S/ 30.

Solución:

Como por cada docena que compró, recibió 1 manzana más, entonces compró $780 \div 13 = 60$ docenas.

Es decir compró $60 \times 12 = 720$ manzanas o lo que es lo mismo, 72 decenas.

Luego, le obsequiaron 60 manzanas, es decir 5 docenas, cuyo precio es: $5 \times 5 = 25$ soles.

Y por la compra de las 60 docenas pagó:

$60 \times 5 = 300$ soles.

Respuesta: V F V

6. Sabiendo que $A + M + O + R = 24$ y que $15000 < MARIO < 17000$

Además que letras diferentes representan dígitos diferentes; hallar el máximo valor que puede tomar: $MxAxRxIx A$

Solución:

Teniendo en cuenta que nos piden el máximo valor de $MxAxRxIx A$.

$$\text{De } 15000 < MARIO < 17000 \Rightarrow \begin{cases} M = 1 \\ A = 6 \end{cases}$$

Reemplazando estos valores en:

$$A + M + O + R = 24$$

$$6 + 1 + O + R = 24 \Rightarrow O + R = 17$$

$$\Rightarrow \begin{cases} O = 8 \\ R = 9 \end{cases}$$

Luego tomamos $I = 7$ el mayor valor posible.

Así, dadas las condiciones el máximo valor de $MxAxRxIx A$ es $1x6x9x7x6 = 2268$

7. El exceso del triple de un número sobre 42 equivale al exceso de 286 sobre el número. ¿Cuál es la mitad del número?

Solución:

Sea x el número:

Luego, según los datos se tiene:

$$3x - 42 = 286 - x$$

$$4x = 328$$

$$x = 82$$

Respuesta: La mitad del número es 41.

PRÁCTICA DIRIGIDA

- 01.Cuál es el valor de "x" en: $\overline{x75}_8 = \overline{25x}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

02. Calcula el valor de "x", si $\overline{33}_x = \overline{23}_{(x+2)}$.

A) 6 B) 8 C) 2
D) 5 E) 4

03. En un corral hay $\overline{ab0}$ patos, $\overline{a0b}$ pavos y \overline{aab} gallinas. Si hay 9 patos más que pavos; además hay 11 gallinas más que patos, ¿cuántas aves hay en el corral?

A) 632 B) 745 C) 856
D) 902 E) 982

04. Si el numeral $\overline{(a+3)(b-2)c(a+b)37}_{12}$ es capicúa; calcular: $a + b - c$.

A) 18 B) 9 C) 4
D) 0 E) 10

05. Sabiendo que se cumple: $\overline{1331}_n = \overline{260}_9$; expresar $\overline{243}_n$ en base decimal.

A) 67 B) 73 C) 87 D) 95 E) 86

06. El número de páginas de un libro está comprendido entre 400 y 500. Determina dicho número si en total se necesitan 1188 cifras para escribirlos.

A. 429
B. 435
C. 432
D. 434
E. 423



07. Una empresa en la que emplean el sistema de base 7 envió a una bodega dos cajas con botellas: una caja tenía anotado 435 botellas, y la otra, 606 botellas. ¿Cuántas botellas nos enviaron en total?
- A. 522
B. 222
C. 300
D. 520
E. 261
08. Hallar la suma de las cifras del resultado de:
- $$\begin{array}{r} 2222 \dots 2 \\ 4444 \dots 4 \\ 6666 \dots 6 \end{array}$$
- 100 cifras 99 cifras 98 cifras
- A. 299
B. 300
C. 301
D. 302
E. 303
09. Sabiendo que:
- $$a * b = \frac{2a-b}{2} \quad \text{y} \quad a \circ b = \frac{a}{2} * 4b$$
- Hallar: $6 \circ 2$
- A) -1 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 3
10. Si a un número se divide entre 6 deja un residuo de 2, si se divide entre 5 deja residuo máximo. Dar la suma de las cifras del menor número con estas propiedades.
- A) 10 B) 5 C) 7 D) 9 E) 8
11. Alejandra le pregunta a Vanesa por su sueldo semanal y ella responde: mi sueldo semanal es un número capicúa de 3 cifras que es igual a 23 veces la suma de sus cifras diferentes. ¿Cuánto gana Vanesa al mes?
- A. S/ 466
B. S/ 821
C. S/ 612
D. S/ 161
E. S/ 644
12. Un librero da propina a sus 4 hijos según sus edades. El dinero recibido por cada uno es tal que pueda ser expresado usándose únicamente dos cifras. Sabiendo que la suma distribuida por el padre está comprendida entre S/ 50 y S/ 80. ¿Cuánto suma la cantidad recibida por el mayor y el menor?
- A. S/ 66
B. S/ 21
C. S/ 12
D. S/ 33
E. S/ 22
13. Se compran 1600 kg de pescado, a razón de S/ 4 /kg. Si el transporte cuesta S/ 400 y se desea ganar con la venta S/ 1200. ¿A cuánto debe venderse el kilogramo?
- A. S/ 6
B. S/ 5
C. S/ 12
D. S/ 8
E. S/ 10
14. Jenny compra cierta cantidad licuadoras por S/ 64 000 y vende parte de ellas por S/ 62 000 a S/ 400 cada una, ganando en esta venta S/ 12400. ¿cuántas licuadoras compró?
- A. 260
B. 200
C. 240
D. 250
E. 300
15. Se compran cajones de naranja a S/. 100 cada uno; cada cajón contiene 20 kg. Primero se vende la mitad de cada caja a S/, 20/kg, después la cuarta parte a S/ 15/kg y por último el resto a S/ 10/kg. ganando S/. 11250 por todas las cajas. ¿Cuántos cajones de naranja se han comprado?
- A. 60 B. 50 C. 40 D. 80 E. 30
16. Un auto recorre 10 km por litro de gasolina, pero además pierde 3 litros por hora debido a una fuga en el tanque. Si cuenta con 48 litros de gasolina y viaja a 90 km/h, ¿qué distancia logrará recorrer?
- A. 440 km
B. 400 km
C. 360 km
D. 380 km
E. 340 km
17. Un empleador decide entregar a cada uno de sus trabajadores S/ 350. Uno de ellos es despedido y el total es repartido entre los demás, recibiendo cada uno S/. 400. ¿Cuántos eran los trabajadores inicialmente?
- A. 6 B. 5 C. 4 D. 8 E. 3



18. Hugo compra libros a S/ 50 cada uno. Por cada docena le regalan un libro, obteniendo en total 1040 libros. Si decide regalar 40 libros. ¿A qué precio debe vender cada libro para ganar S/. 12 000?
- A. S/ 66
B. S/ 80
C. S/ 62
D. S/ 70
E. S/ 60
19. La suma de 2 números es a su diferencia como 5 es a 2. ¿Cuál es el número menor, si su producto es 84?
- A) 6 B) 8 C) 3 D) 7 E) 14
20. El exceso del quíntuplo de un número sobre 36 equivale al exceso de 60 sobre 3 veces el número. La tercera parte del número es:
- A) 12 B) 14 C) 8 D) 6 E) 4

CLAVE: PRÁCTICA DIRIGIDA

1 C	2 E	3 A	4 D	5 B	6 C	7 A	8 D
9 A	10 B	11 E	12 D	13 B	14 B	15 B	16 C
17 D	18 E	19 A	20 E				



PRÁCTICA DOMICILIARIA

01. El número 496 del sistema decimal se expresa como 354 en un sistema desconocido. Calcule la base del nuevo sistema.
- A) 13 B) 15 C) 17
D) 12 E) 11
02. Se tiene un número de 2 cifras, si se agrega un 2 a la izquierda del número se convierte en un número igual a 5 veces el número original. Hallar la suma de las cifras de dicho número.
- A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 10
03. Julio parte del kilómetro $\overline{a0b}$ a una velocidad de \overline{bb} km/h. Al cabo de cierto tiempo llega al kilómetro $\overline{ab0}$; ¿cuánto tiempo estuvo viajando?

- A) 8/11h
B) 7/11h
C) 9/11h
D) 6/11h
E) 11/9 h
04. Si $\overline{15}_a = \overline{102}_3$
Calcula el valor de $a^3 + 2a^2 - a - 200$.
- A) 82 B) 42 C) 36
D) 152 E) 72
05. Carla nació en el año $\overline{19ab}$ y se sabe que en el año $\overline{19ba}$ cumplirá $\overline{2b}$ años. ¿Cuántos años cumplirá en el año 2021?
- A. 74 B. 54 C. 44
D. 84 E. 64
06. Andrés tiene $\overline{26}_7$ años y Carlos tiene $\overline{101}_4$ años. ¿Dentro de cuántos años Carlos tendrá la edad que hoy tiene Andrés?
- A. 6 B. 5 C. 4
D. 8 E. 3
07. Hallar: $a + b$.
Sabiendo que: $CA(\overline{ab}) + CA(\overline{abab}) = 3674$
- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 7
08. Hallar la suma de las 4 últimas cifras de la siguiente suma.
 $S = 7 + 77 + 777 + \dots$, (50 sumandos)
- A) 13 B) 16 C) 14 D) 17 E) 18
09. La suma de los tres términos de una sustracción es 8312. Hallar el minuendo.
- A) 2516
B) 4156
C) 4508
D) 4056
E) 4412
10. ¿Cuál es el mayor número que dividido entre 43 nos da un resto igual al cociente?
- A) 1280
B) 1860
C) 1840
D) 1848
E) 8184



11. Definimos $a * b = \begin{cases} 2a - 5b; \text{ si } a > b \\ 3a + 2b; \text{ si } a \leq b \end{cases}$

Entonces el valor de $(1 * 2) * (3 * 2)$ es:

- A) 6 B) -6 C) 20
D) 34 E) 40

12. Determinar: $p + q + r + s + t$.

Sabiendo que $5(\overline{pqrst7}) = \overline{7pqrst}$

- A) 18 B) 19 C) 20
D) 27 E) 16

13. Un padre dejó al morir S/ 1 360 a cada uno de sus hijos; pero el mayor renunció a su herencia, lo que se repartió por igual entre los menores, por lo que cada uno de ellos recibió S/ 1 530. ¿Cuántos hermanos son en total?

- A. 6 B. 5 C. 4
D. 8 E. 9

14. La suma de dos números pares consecutivos es 50. ¿Cuáles son los números?

- A) 24 y 26
B) 20 y 25
C) 18 y 16
D) 24 y 25
E) 18 y 10

15. Con el dinero que tengo y S/ 247 más, podría pagar una deuda de S/ 525 y me sobrarían S/ 37. ¿Cuánto dinero tengo?

- A. S/ 316
B. S/ 415
C. S/ 312
D. S/ 315
E. S/ 410

16. Alfonso compra 70 televisores del mismo modelo por S/ 45 500. Vende después 4 docenas de ellos, ganando S/. 50 por cada uno. Determina el precio de venta de cada uno de los restantes, si quiere obtener un beneficio total de S/. 3 500?

- A. S/ 766
B. S/ 820
C. S/ 700
D. S/ 750
E. S/ 800

17. El producto de dos números pares positivos consecutivos es cuatro veces el menor, más 48. ¿Cuál es el producto?

- A) 20 B) 60 C) 80
D) 50 E) 40

18. ¿Cuál es el número impar, tal que agregado a los tres pares que le siguen da un total de 125? Dar como respuesta la suma de sus cifras.

- A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

19. Pablo ofrece a su hijo Matías S/ 5 por problema correctamente resuelto, pero éste tendría que devolverle S/ 3 por problema resuelto de manera incorrecta.

Si después de resolver 40 problemas Matías recibe S/ 128.

¿Cuántos devolvió Matías por los problemas mal resueltos?

- A. S/ 27
B. S/ 57
C. S/ 39
D. S/ 85
E. S/ 125

20. El cociente de una división es 11 y el resto es 39. Hallar el dividendo si es menor que 500. Dar como respuesta el número de soluciones posibles.

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

CLAVE: PRÁCTICA DOMICILIARIA

1 D	2 B	3 C	4 A	5 A	6 E	7 B	8 D
9 B	10 D	11 D	12 C	13 E	14 A	15 D	16 C
17 C	18 B	19 A	20 B				

"Los números naturales fueron creados por Dios, lo demás ha sido hecho por el hombre".

Leopold Kronecker



SESIÓN N° 04: DIVISIBILIDAD – MCM Y MCD

CONTENIDOS	LOGROS DE APRENDIZAJE	TIEMPO
Divisibilidad. Propiedades. Criterios de divisibilidad. Números primos. Teorema de factorización. MCM y MCD.	Resuelve situaciones problemáticas, aplicando los conceptos, principios y criterios de divisibilidad, MCM y MCD, sus procedimientos.	3 horas

MÚLTIPLO DE UN NÚMERO

Un número natural a es múltiplo de otro número natural b , si a contiene a b un número entero de veces. Es decir, un número natural a es múltiplo de b si existe un número natural c tal que $a = b \cdot c$ y se representa $a = b^0 = nb$ (se lee a es múltiplo de b).

✓ Se dice también que a es divisible por b o que b es divisor de a .

PROPIEDADES

- Todo número distinto de 0, es **múltiplo** de sí mismo y de la unidad.
- El cero es **múltiplo** de todos los números.
- Todo número, distinto de cero, tiene infinitos **múltiplos**.
- La **suma** de dos o más **múltiplos** de un número es otro **múltiplo** de dicho número.
- La **diferencia** de dos **múltiplos** de un número es otro **múltiplo** de dicho número.
- Si un número es **múltiplo** de otro, y éste lo es de un tercero, el primero es **múltiplo** del tercero.
- Si un número es **múltiplo** de otro, todos los **múltiplos** del primero lo son también del segundo.

DIVISOR

Se denomina divisor de un número a cualquier número que lo divide exactamente.

Si N es un número entero y d es divisor de N entonces: $0 < d \leq N$.

Divisor propio

Es todo divisor de N , menor que dicho número.

Ejemplo:

Los divisores de 10 son: 1, 2, 5 y 10, mientras que los divisores propios de 10 son: 1, 2 y 5

DIVISIBILIDAD

Un número natural a es divisible por otro número natural b , si la división $a \div b$ es exacta (cociente entero y residuo cero).

Ejemplo:

15 es divisible por 3, porque $15:3=5$

42 es divisible por 7, porque $42:7=6$

PROPIEDADES

- Todo número, distinto de 0, es divisor de sí mismo.
- El 1 es divisor de todos los números; por lo que se le conoce como divisor universal.
- Todo divisor de un número distinto de cero es menor o igual que él, por tanto el número de divisores es finito.
- Si un número es divisor de otros dos, también lo es de su suma y de su diferencia.
- Si un número es divisor de otro, también lo es de cualquier múltiplo del primero.
- Si un número es divisor de otro, y éste lo es de un tercero, el primero lo es del tercero.

Los conceptos de divisibilidad y multiplicidad son equivalentes en el conjunto de los números enteros.



CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

POR	CRITERIO	EJEMPLO
2	Un número es divisible por 2, cuando la cifra de las unidades es múltiplo de 2 (número par).	568
3	Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.	276
4	Un número es divisible por 4 cuando el número formado por las dos últimas cifras son ceros o múltiplo de 4.	1516
5	Un número es divisible por 5 cuando la cifra de las unidades es múltiplo de 5 ó 0.	2575
6	Un número es divisible por 6 cuando es divisible por 2 y por 3.	144
7	Un número es divisible por 7 cuando la diferencia entre el número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades es múltiplo de 7.	$413 \rightarrow 41 - 2(3) = 35$
8	Un número es divisible por 8 cuando sus tres últimas cifras son ceros o forman un múltiplo de 8.	65120
9	Un número es divisible por 9 si la suma de sus cifras es múltiplo de 9.	$534168 \rightarrow 5+3+4+1+6+8=27$
11	Un número es divisible por 11 cuando la diferencia entre la suma de las cifras de los lugares pares y la suma de cifras de lugares impares, en el sentido posible, es múltiplo de 11.	$3817 \rightarrow (7+8) - (3+1) = 11$
13	Un número es divisible por 13 cuando la suma de los productos de las unidades, decenas, centenas,... de dicho número por los dígitos $\{1, -3, -4, -1, 3, 4\}$ es 0 o múltiplo de 13; $N = \frac{a \ b \ c \ d \ e \ f}{4 \ 3 \ -1 \ -4 \ -3 \ 1}$	712153 es divisible por 13, pues: $4(7) + 3(1) + (-1)(2) + (-4)(1) + (-3)(5) + 1(3)$ $= 28 + 3 - 2 - 4 - 15 + 3 = 13$

NÚMERO PRIMO

Un número natural es primo si sus únicos divisores son el mismo número y la unidad.

A pesar de que no hay una fórmula que permita hallar todos los números primos, existen algunas fórmulas sencillas con las que se obtienen varios primos consecutivos. Así por ejemplo:

- $n^2 + n + 17$ genera primos desde $n = 1$ a $n = 16$.
- $2n^2 + 29$ genera primos desde $n = 1$ a $n = 28$.
- $n^2 - n + 41$ genera primos desde $n = 1$ a $n = 40$.

Números primos entre sí (PESI): Llamados también primos relativos; son aquéllos que tienen como único divisor común a la unidad.

Ejemplo:

- 14 y 27 (divisor común: 1)
- 35, 48 y 100 (divisor común: 1)

Número compuesto: Un número es compuesto si tiene más de dos divisores.

Teorema fundamental de la aritmética:

Todo número entero positivo mayor que la unidad, se puede descomponer como el producto de sus factores primos diferentes entre sí, elevados a ciertos exponentes; esta descomposición es única y se denomina "descomposición canónica".

Ejemplo:

$$540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (MCM)

El MCM de dos o más números naturales es aquel número que cumple las siguientes condiciones:

- 1º Es un múltiplo común de todos.
- 2º Es el menor diferente de cero.

Ejemplo:

Sean los números 6 y 8.

$$M_6 = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, \dots\}$$



$$M_8 = \{0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, \dots\}$$

1º Múltiplos comunes:

$$M_6 \cap M_8 = \{0, 24, 48, 72, 96, \dots\}$$

2º El mínimo múltiplo común diferente de cero es **24**, es decir: $MCM(6; 8) = 24$

PROPIEDADES DEL MCM

- Todos los múltiplos comunes de varios números dados son también múltiplos del MCM.
Ejemplo:
Los múltiplos comunes de 6 y 8: 24, 48, 72, ... son todos múltiplos de 24.
- Si A, B son PESI: $MCM(A; B) = A \cdot B$
Ejemplo:
15 y 8 son PESI, luego:
 $MCM(15; 8) = 15(8) = 120$
- Si A es múltiplo de B: $MCM(A, B) = A$.
Ejemplo: 60 es múltiplo de 30, luego:
 $MCM(48; 24) = 48$
- Los cocientes de dividir el MCM de un conjunto de 2 o más números entre cada uno de ellos, son siempre PESI.
- Si se multiplican o dividen varios números por la misma cantidad, su MCM también queda multiplicado o dividido por esa misma cantidad.

MÁXIMO COMÚN DIVISOR (MCD)

El MCD de varios números naturales es aquel número natural que cumple dos condiciones:

- 1º Es un divisor común de todos.
2º Es el máximo posible.

Ejemplo: Sean los números 24, 36 y 30

Números	Divisores
24	1, 2, 3, 4, <u>6</u> , 8, 12, 24
36	1, 2, 3, 4, <u>6</u> , 9, 12, 18, 36
30	1, 2, 3, 5, <u>6</u> , 10, 15, 30

1º Divisores comunes: 1, 3, 4 y 6

2º El mayor es **6** $\Rightarrow MCD(24, 36 \text{ y } 30) = 6$

PROPIEDADES DEL MCD

- Todos los divisores comunes de varios números son también divisores del MCD de ellos.
Ejemplo:
Los divisores comunes de 24, 36 y 30: 1, 2, 3 y 6 son divisores de 6 que es MCD.
- Si A y B son PESI entonces $MCD(A; B) = 1$.
- Si un número es múltiplo de otro, entonces el MCD es el menor de ellos.
- Si multiplicamos o dividimos varios números por una misma cantidad, su MCD también queda multiplicado por esa misma cantidad.
- Si se dividen varios números entre su MCD, los cocientes obtenidos son números PESI.
- El producto de dos números es igual al producto de su MCD por el MCM de ellos. Es decir:
Si $MCM(A; B) = m$ y $MCD(A; B) = n$, se cumple que: $A \cdot B = m \cdot n$

EL ALGORITMO DE EUCLIDES

Un algoritmo es una secuencia de pasos para conseguir un resultado.

El algoritmo de Euclides es un procedimiento para calcular el **MCD** de dos números.

Los pasos son:

1. Se divide el número mayor entre el menor.
2. Si:
 - a) La división es exacta, el divisor es el **MCD**.
 - b) La división no es exacta, se divide el divisor entre el resto obtenido y se continúa el procedimiento hasta obtener una división exacta, siendo el último divisor el **MCD**.

Ejemplo:

Calculamos el $MCD(72; 16)$

$$\begin{array}{r|l} 72 & 16 \\ 8 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 16 & 8 \\ 0 & 2 \end{array}$$

Luego, $MCD(72; 16) = 8$

**NÚMEROS CONGRUENTES**

Dos números A y B son congruentes cuando los residuos al dividirlos entre un mismo número (módulo) "m" son iguales.

$A = 14 = \overset{0}{5} + 4$ y $B = 29 = \overset{0}{5} + 4$ entonces 14 es congruente con 29, respecto al módulo 5.

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Francisco se dedica al tallado de piedras. Tiene talladas 9 000 bloques de piedra de 60 cm x 24 cm x 18 cm, los cuales los transporta a un depósito por 5 días o los ordena formando cubos del menor tamaño posible. Transportar cada bloque demanda S/ 0,02 y el tiempo que permanecerá almacenado S/ 30; en cambio para ordenarlo deberá pagar a un obrero S/ 40 por cada cubo formado.

- Si transporta los bloques, ¿cuánto gasta?
- Si decide ordenar formando cubos, ¿cuánto gasta?
- ¿Cuál es la opción más conveniente para Francisco? ¿Por qué?

Solución:

- Si transporta todos los bloques gastará:
 $9\,000 (0,02) + 30 = 210$ soles.
- Si paga para formar cubos, cada cubo tendrá por longitud de arista: $MCM(60; 24; 18) = 360$ cm.
En cada uno de estos cubos cabrían:
 $\frac{360 \times 360 \times 360}{60 \times 24 \times 18} = 1\,800$ bloques de piedra
Luego el número de cubos: $\frac{9\,000}{1\,800} = 5$

Entonces gastaría: $5 (S/ 40) = S/ 200$

- La opción más conveniente para el constructor es la segunda; gastaría S/ 10 menos.
2. Raúl siembra la menor cantidad posible de naranjos equidistantes entre sí, en un terreno de 768 m x 600 m, de tal manera que en los límites del terreno y en las esquinas hay también plantas. Contrata a Carlos como su ayudante que le cobra S/. 25 por cada naranjo que riega y abona. Si de cada naranjo se obtienen 30 naranjas en promedio y el costo

total del abono es de S/. 2 000, ¿cuál es la distancia entre naranjo y naranjo? ¿Cuántos naranjos se podrá plantar en el largo? ¿Cuántos naranjos podrá plantar en el ancho? ¿cuánto naranjos se plantó en todo el terreno?, ¿cuál es el costo?, ¿cuánto obtendría Raúl si vendiera la docena de naranjas a S/ 13?, ¿cuál sería su ganancia en este caso?

Solución:

- 1º La distancia entre naranjo y naranjo es:

$$d = MCD(768 \text{ y } 600) = 24 \text{ m.}$$

- 2º Nº de naranjos que se planta en el largo es:

$$\frac{768 \text{ m}}{24 \text{ m}} + 1 = 32 + 1 = 33 \text{ naranjos}$$

- 3º Nº de naranjos que se planta en el ancho es:

$$\frac{600 \text{ m}}{24 \text{ m}} + 1 = 25 + 1 = 26 \text{ naranjos}$$

- 4º Nº total de naranjos: $33(26) = 858$ naranjos en todo el terreno.

- 5º El costo es:

$$858 (25) + 2\,000 = S/ 23\,450.$$

- 6º De la venta de todas las naranjas obtendría:

$$\frac{858 \times 30 \times 13}{12} = S/ 27\,885.$$

- 7º Su ganancia en este caso sería:

$$27\,885 - 23\,450 = 4\,435 \text{ soles.}$$

3. Halla "p" si 300^p tiene la misma cantidad de divisores que $16 \cdot 90^p$.

Solución:

$$300^p = 2^{2p} \cdot 3^p \cdot 5^{2p}$$

Luego tiene $(2p+1)(p+1)(2p+1)$ divisores.

$$16 \cdot 90^p = 2^4 \cdot (2^p \cdot 3^{2p} \cdot 5^p) = 2^{p+4} \cdot 3^{2p} \cdot 5^p$$

Luego tiene $(p+5)(2p+1)(p+1)$ divisores.

Por dato:

$$(2p+1)(p+1)(2p+1) = (p+5)(2p+1)(p+1)$$

$$2p+1 = p+5$$

$$p = 4$$

4. Si agrupamos a todos los alumnos de la universidad de 6 en 6, de 16 en 16 o de 20 en



20, siempre sobran 5. ¿Cuántos alumnos hay, si se sabe que son más de 1 400, pero menos de 1 500?

Solución:

Sea N = número de alumnos.

$$N = \overset{0}{6} + 5$$

$$N = \overset{0}{16} + 5$$

$$N = \overset{0}{20} + 5$$

Entonces: $N = MCM(6;16;20) + 5$

$$N = \overset{0}{240} + 5$$

Como $1400 < N < 1500$, se tiene:

$$1400 < \overset{0}{240} + 5 < 1500$$

$$1400 < 240k + 5 < 1500$$

$$5,81 < k < 6,23 \Rightarrow k = 6$$

Luego, el número de alumnos es:

$$240(6) + 5 = 1445.$$

5. El número de páginas de un libro es mayor que 500 y menor que 600. Si se cuentan de 3 en 3 sobra 2; de 5 en 5 sobran 4 y de 7 en 7 sobran 6. ¿Cuántas páginas tiene el libro?, ¿Cuántas hojas tiene el libro?

Solución:

Sea P el número de páginas.

$$P = \overset{0}{3} + 2 \Rightarrow P = \overset{0}{3} - 1$$

$$P = \overset{0}{5} + 4 \Rightarrow P = \overset{0}{5} - 1$$

$$P = \overset{0}{7} + 6 \Rightarrow P = \overset{0}{7} - 1$$

Entonces:

$$P = MCM(3, 5, 7) - 1 = \overset{0}{105} - 1$$

Como el número de páginas está comprendido entre 500 y 600:

$$500 < 105k - 1 < 600$$

$$4,77 < k < 5,72 \Rightarrow k = 5$$

Luego: $P = 105(5) - 1 = 525 - 1 = 524$, lo que significa que tiene 262 hojas.

6. Si el $MCD(\overline{a7a}; \overline{7b7}) = 11$; calcular $a + b$.

Solución:

$$\overline{a7a} = \overset{0}{11} \Rightarrow 2a - 7 = \overset{0}{11}$$

$$\Rightarrow 2a - 7 = 11 \Rightarrow a = 9$$

$$\overline{7b7} = \overset{0}{11} \Rightarrow 14 - b = \overset{0}{11}$$

$$\Rightarrow 14 - b = 11 \Rightarrow b = 3$$

$$\text{Luego: } a + b = 9 + 3 = 12$$

PRÁCTICA DIRIGIDA



01. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es falsa?

- A) 12 tiene 3 divisores compuestos.
B) 51 no es primo.
C) 45 y 99 no son primos entre sí.
D) 1024 tiene solamente un divisor primo.
E) Si un número es divisible por 3 es divisible por 9.

02. Halla la suma de los factores primos de 3960.

- A) 15 B) 16 C) 18 D) 21 E) 20

03. Calcula " $a + b$ ", si $36^b \cdot 11^a$ tiene 147 divisores.

- A) 5 B) 4 C) 6 D) 9 E) 7

04. ¿Cuántos divisores de 4 400 son impares?

- A) 4 B) 6 C) 12 D) 10 E) 16

05. De los divisores de 3600, ¿cuántos son múltiplos de 3 pero no de 5?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

06. Mercedes es una docente que ha olvidado la clave de su tarjeta MULTRED, pero recuerda que es divisible por 5, 9 y 11, y que la primera y la última cifra son iguales. ¿Cuál es su clave?

- A. 5 445 B. 5 355 C. 5 625
D. 5 175 E. 5 085



07. Rocío dice: "mi sueldo semanal es el producto de las cifras de un número de 3 cifras múltiplo de 9, donde el total de decenas es múltiplo de 8. Además, si se invierten las cifras, resulta un múltiplo de 5". ¿Cuál es el sueldo semanal de Rocío?
A. S/. 142 B. S/. 165 C. S/. 268
D. S/. 248 E. S/. 210
08. En el cumpleaños de Patricia, Hugo decide comprar un pollo a la brasa. La pollería ofrece varias ofertas y Hugo escoge el menor precio que al dividirlo por 6 o por 8 deja como residuo 5. ¿Cuánto pagó por el pollo?
A. S/ 42 B. S/ 29 C. S/ 26
D. S/ 48 E. S/ 36
09. Luis dice: mi libro tiene entre 400 y 900 hojas pero si las cuentas de 15 en 15, de 18 en 18 o de 24 en 24 siempre te sobrarán 11 hojas. ¿Cuántas páginas tiene mi libro?
A. 1 682 B. 1 310 C. 841
D. 1 462 E. 731
10. En una Institución Educativa, la cantidad de alumnos de 1° de secundaria es mayor que 354 pero menor que 368. Dicho número es tal que si se agrupan de 2 en 2 sobra 1 y si se agrupan de 7 en 7 sobran 4. ¿Cuántos alumnos se deben aumentar para que al agruparlos de 12 en 12 no sobre ninguno?
A. 10 B. 14 C. 9 D. 11 E. 5
11. El número de habitantes de una urbanización está comprendido entre 4 200 y 4 400. Si lo agrupamos de 16 en 16 sobran 6; si se agrupan de 12 en 12 sobrarían 2; y si se agrupan de 18 en 18 sobrarían 8. ¿Cuántos habitantes tienen dicha zona?
A. 4 020 B. 4 310 C. 4 300
D. 4 022 E. 4 535
12. Luis va a una librería y encuentra dos libros de Historia igual de interesantes y decide comprarlos. El precio de cada libro es un número de 2 cifras que al dividirlo entre 5 da como residuo 4 y al dividirlo entre 9 da como residuo 3. ¿Cuánto pagó por cada libro?
A. S/ 39 y S/ 84
B. S/ 84 y S/ 46
C. S/ 38 y S/ 60
D. S/ 37 y S/ 52
E. S/ 57 y S/ 80
13. A una reunión asistieron entre 320 y 400 invitados. En un primer momento se sentaron 12 por mesa, sobrando 2; luego se incrementaron 3 por mesa, pero también sobraron 2; en este caso evidentemente también sobraron mesas.
■ ¿Cuántos invitados asistieron?
■ ¿Cuántas mesas sobraron una vez ubicados de la segunda forma?
A. 362; 30 B. 360; 24 C. 362; 6
D. 384; 54 E. 358; 8
14. Sabiendo que el MCD de dos números es 7 y que su producto es 1344; determinar su MCM.
A) 180 B) 240 C) 192
D) 120 E) 198
15. El MCD de los números 36k, 54k y 90k es 1620, ¿cuál es el menor de los números?
A) 8100 B) 3220 C) 3840
D) 3240 E) 1620
16. La diferencia entre el MCM y el MCD de dos números es 189. Si el cociente entre los dos números es 5,5; hallar el mayor de ellos.
A) 18 B) 81 C) 27 D) 90 E) 99
17. Un comerciante desea poner en cajas 12028 manzanas y 12772 naranjas, de modo que cada caja contenga el mismo número de manzanas o de naranjas y, además, el mayor número posible. Si cada caja embalada cuesta S/ 400, ¿cuál es el importe total?
A. S/ 80 000
B. S/ 80 140
C. S/ 60 800
D. S/ 70 200
E. S/ 80 160
18. Halla la capacidad de un tonel sabiendo que es la menor posible que se puede llenar exactamente con baldes de 6 l, 9 l y 10 l.
A) 25 l B) 180 l C) 80 l
D) 90 l E) 120 l
19. En una bodega hay 3 barriles de vino, cuyas capacidades son: 250 l, 360 l y 540 l. Su contenido se quiere envasar en cierto número de botellas iguales.

Calcula la capacidad máxima de estas botellas para que en ellas se puedan envasar el vino contenido en cada uno de los barriles. ¿Cuántas botellas se necesitan?

- A. 12 y 140 B. 10 y 115 C. 20 y 120
D. 24 y 115 E. 10 y 118

20. Los participantes en un desfile pueden agruparse, para desfilar, de 3 en 3, de 5 en 5, o de 25 en 25, pero no pueden hacerlo ni de 4 en 4 ni de 9 en 9.

¿Cuál es el número de participantes si sabemos que está entre 1 000 y 1 250?

- A) 1120 B) 1125 C) 1050
D) 1200 E) 1140

CLAVE: PRÁCTICA DIRIGIDA

1 E	2 D	3 A	4 B	5 C	6 A	7 E	8 B
9 D	10 D	11 B	12 A	13 C	14 C	15 D	16 E
17 A	18 D	19 B	20 B				



PRÁCTICA DOMICILIARIA

01. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- El MCD de dos números PESI es 1.
- El MCM de 14 y 21 es 84.
- El MCD de dos números pares es 2.
- El MCM de dos números es divisible por su MCD.

- A) VFFF
B) VFVV
C) VFFV
D) VVFF
E) VVFF

02. Si: $MCD(32; x) = 8$ y

$MCM(32; x) = 224$, halla "x".

- A) 24 B) 50 C) 56 D) 64 E) 60

03. ¿Cuántos divisores compuestos tiene 1320?

- A) 27 B) 29 C) 26 D) 28 E) 30

04. ¿Cuántos divisores tiene 10^{12} ?

- A) 25 B) 156 C) 120
D) 144 E) 169

05. Halla el menor número que tenga 15 divisores.

- A) 144 B) 1024 C) 180

- D) 90 E) 240

06. Si $\overline{a532} = \overline{9}$ y $\overline{3b58} = \overline{11}$, hallar $a + b$.
A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

07. La relación de dos números es $5/8$ y su MCM es 840, ¿cuál es el mayor?

- A) 152 B) 160 C) 168
D) 176 E) 184

08. Carlos piensa que si ahorrara durante 5 años tendría una cantidad múltiplo de 9 y cuyos dígitos serían: 5, a, 2, 4, a. ¿Cuánto sería el ahorro?

- A. S/ 56 142
B. S/ 58 265
C. S/ 58 248
D. S/ 50 248
E. S/ 58 132

09. César compra todos los artículos cuyos precios oscilan entre S/ 301 y S/ 499, y que son divisibles por 4 y 5. ¿Cuántos artículos compró César?, ¿cuánto cuesta el más caro?

- A. 10; 360 B. 8; 460
C. 9; 480 D. 11; 450
E. 7; 490

10. Ana va a una tienda comercial para comprar un televisor, observa que hay varios modelos y precios, escoge uno cuyo precio es la menor cantidad que da 7 de residuo al dividirlo por 8; 12; 30 o 42. ¿Cuánto pagó Ana por el televisor?

- A. S/ 742 B. S/ 847
C. S/ 868 D. S/ 947
E. S/ 1 217

11. El número de alumnos de una I.E. es menor que 1 500 pero mayor que 1 000, tal que si se distribuyeran en aulas de 15, 20, 36 o 48 alumnos, siempre sobrarían 8. Si la mitad de los alumnos aportara S/. 0,50 cada uno y la otra mitad aportara S/. 2 cada uno, ¿cuánto podría recaudar la Institución?

- A. S/ 1 480 B. S/ 1 750
C. S/ 1 800 D. S/ 1 810
E. S/ 2 160

12. El número de páginas de un libro es mayor que 500 y menor que 600. Si se cuentan de 3 en 3



sobran 2; de 5 en 5 sobran 4, y de 7 en 7 sobran 6. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

- A) 524 B) 512 C) 534
D) 547 E) 564

13. El número de alumnos de una Institución Educativa está comprendido entre 500 y 1000. Si salen de paseo en grupos de 3 personas, no sobran alumnos. Lo mismo sucede cuando salen en grupos de 5. El colegio está formado por secciones del mismo número de alumnos, además el número de secciones es igual al número de alumnos por sección. ¿Cuántos alumnos tiene dicha institución educativa?

- A. 900 B. 400 C. 1 000
D. 625 E. 1 600

14. Los estudiantes de un aula se sientan en bancas de 7 alumnos, excepto la última donde se sientan 8 alumnos, cuando van al laboratorio de informática se sientan en mesas de 4 alumnos, salvo un alumno que se sienta sólo. ¿Cuál es el número de estudiantes si se sabe que está comprendido entre 45 y 60?

- A. 50 B. 57 C. 48
D. 52 E. 58

15. Un granjero, tras recoger en una cesta su cosecha de huevos, piensa:

- Si los envaso por docenas, me sobran 5.
- Si tuviera uno más podría envasarlos, exactamente, en cajas de 10.
- Casi he recogido 100.

¿Cuántos huevos tiene?

- A) 85 B) 89 C) 98
D) 77 E) 90

16. Un faro se enciende cada 12 segundos, otro cada 18 segundos y un tercero cada minuto. A las 6:30 de la tarde los tres coinciden. Averigua las veces que volverán a coincidir en los 30 minutos siguientes.

- A. 10 B. 12 C. 15 D. 3 E. 6

17. En un lapso de 15 días Dora es visitada por sus tres hijos. Ana visita un día sí y otro no, Flor

cada 3 días y Carlos cada 4 días. Si el primer día acuerdan visitarla los tres. ¿Cuántos días no recibió la visita de sus hijos?

- A. 10 B. 8 C. 9 D. 5 E. 7

18. El número de libros de mi biblioteca no es menor que 400 ni mayor que 500 dice Julio. Si los agrupara de 4 en 4 sobrarían 2, si los agrupara de 8 en 8 sobrarían 6, si los agrupara de 18 en 18 sobrarían 16, y si los agrupara de 16 en 16 sobrarían 14. ¿Cuántos libros tiene Julio en su biblioteca?

- A. 460 B. 480 C. 395
D. 422 E. 430

19. ¿Cuánto mide la mayor mayólica cuadrada que cabe un número exacto de veces en una sala de 8m de longitud y 6,4m de ancho?, ¿cuántas mayólicas se necesitan?

- A. 16 dm y 15
B. 10 dm y 25
C. 16 dm y 20
D. 10 dm y 15
E. 12 dm y 18

20. Se desea depositar el agua de 4 barriles que tienen 280, 400, 520 y 360 litros de capacidad en envases de la menor cantidad posible que sean iguales entre sí. ¿Cuánto es el costo total, si cada envase lleno cuesta S/. 50?

- A. S/ 1 850
B. S/ 1 840
C. S/ 650
D. S/ 1 940
E. S/ 1 950

CLAVE: PRÁCTICA DOMICILIARIA

1 C	2 C	3 A	4 E	5 A	6 C	7 C	8 C
9 C	10 B	11 D	12 A	13 A	14 B	15 B	16 A
17 D	18 E	19 C	20 E				

Si tienes la decisión de lograr tus metas no permitas que nada ni nadie distraiga tu voluntad ni tu entusiasmo.