

高温作业专用服装设计

摘 要

本文针对多层材料的高温作业服装的传热问题进行研究, 综合考虑多种传热方式建立传热模型, 并以此模型为基础解决了服装设计中各层材料最佳厚度的问题。

对于问题一, 要求在热物性系数不足的情况下求热量分布, 故需先求取所缺少的空气对流换热系数, 于是求解问题的第一步是已知假人皮肤外侧的温度变化求对流换热系数的反问题。本文首先建立了一维热传导正问题模型, 随后根据最小二乘法的思想, 以左边界空气对流换热系数为决策变量, 以可能的空气对流换热系数对应的假人皮肤外侧理论温度与测量温度之差的平方和最小为目标函数, 建立基于非线性规划的确定对流换热系数的模型。最后, 设计了基于连续变量离散化的二次搜索算法, 求解出对流换热系数的最优解。结果显示: 空气对流热换系数的最佳值为 $120.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。同时得出温度分布, 数据见 Excel 文件。

对于问题二, 首先在问题一求解的对流换热系数的基础上得到完备的热物性系数, 随后建立单目标问题的优化模型, 以服装重量最小为目标函数, 以满足题中所给定的隔热效果为约束条件, 在给定的第 II 层厚度的范围内进行遍历搜索, 找到全局最优值。结果显示: 第 II 层的最优厚度为 8.3mm。

对于问题三, 在问题二的基础上, 由探究单一变量扩展为探究多变量。本文对此建立多目标优化模型, 分别以两层材料的总厚度 (H) 最薄和总重量 (M) 最轻为优化目标, 以隔热达到一定效果为约束条件, 求取多目标非线性优化模型的最优解。对于多目标问题首先进行降维处理, 按不同权重加和形成单目标, 从而转变为单目标问题的求解。由于变量的可行解的数量较大, 故采用遗传算法搜索全局最优解。结果显示: 第 II 层的最优厚度为 12.1mm, 第 IV 层的最优厚度为 5.7mm。

关键词: 一维热传导问题; 第三类边值问题; 反问题; 二次搜索算法; 最小二乘法; 遗传算法; 离散化; 多目标优化

1 问题重述

问题背景：

专用的高温隔热服一般由三层材料构成，每一层在阻止温度向内传递过程中发挥一定的作用。人们在高温环境作业时，需要穿上这种的隔热服，此时人体皮肤与衣服之间由于存在间隙而多了一层空气层。如消防员的消防服，它可以有效的防止消防员被灼烧等，本文讨论在一定环境温度的条件下，穿上隔热服后人体皮肤外侧温度的变化情况。

已知条件：

附件 1 给出了各层材料以及间隙层的相关参数；

附件 2 给出了在外界环境为 75°C 时，体内恒温为 37°C 的假人穿上隔热服时，皮肤外侧温度随时间的变化情况。

本文解决的问题：

(1) 外界环境温度为 75°C 时，建立数学模型，计算假人皮肤外侧的温度分布情况并生成温度分布的 Excel 文件（文件名为 problem1.xlsx）。

(2) 外界环境温度为 65°C ，IV 层的厚度为 5.5 mm 时，在工作 60 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟的条件下，确定 II 层的最优厚度。

(3) 外界环境温度为 80°C 时，在工作 30 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟的条件下，求出 II 层和 IV 层的最优厚度。

2 问题分析

2.1 问题一的分析

问题一要求计算温度分布并生成温度分布数据文件，首先根据假设 1 建立沿垂直于皮肤方向的一维热传导模型，在假设各热物性系数已知的情况下可以建立一维热传导正问题模型；在正问题模型的基础上，分析本题所给信息，发现需要确定空气对流换热系数 $h_{c,1}$ ，因此问题转化成了求参数的反问题。

通过查阅文献，可以确定出 $h_{c,1}$ 的大致范围。为了兼顾运行时间与精度，设计二次搜索算法，即先用较大步长确定大致解，然后在大致解的附近区域用较小步长求出精确解。对每个可行的 $h_{c,1}$ 利用正问题模型求解出其对应的假人皮肤外侧的理论温度值，并以理论值与所给的测量值的差距尽量小为目标函数，寻找最佳匹配参数。从而，该问题就转

化为一个优化问题。

基于最小二乘法的思想，我们可令该优化模型的目标函数为：可能的对流换热系数 $h_{c,i}$ 对应的每个时刻的假人皮肤外侧理论温度与测量温度之差的平方和最小。求解思路见图 1。

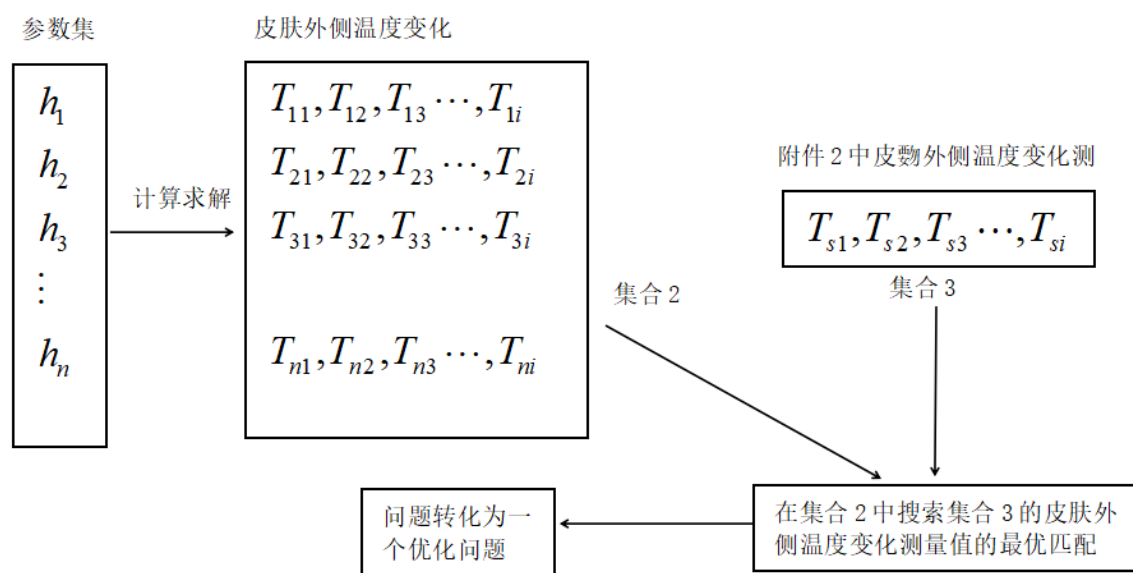


图 1. 问题一的思路示意图

2.2 问题二的分析

问题二要求确定 II 层的最优厚度，使之在特定条件下的隔热能力满足一定要求，显而易见，这是一个具有约束条件的优化问题。在问题一的基础上，假定对流热换热系数变化不大，即采用模型一中求得的 $h_{c,i}$ 当作模型二的左边界空气对流换热系数，从而得到了完备的热物性系数，进而得出相应的温度分布。从人穿戴舒适度角度考虑，以服装的重量最轻为目标函数，即第 II 层厚度最小；以工作 60 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟为约束条件建立优化模型。

2.3 问题三的分析

问题三要求确定第 II 层和第 IV 层的最优厚度，并且在特定温度条件下满足一定隔热效果。问题三是在问题二的基础上，由探究单一变量扩展为探究多变量的优化问题。对此，建立多目标优化模型，分别以两层材料的总厚度 (H) 最薄和总重量 (M) 最轻为优化目标，以在特定温度条件下隔热达到一定效果为约束条件，求取非线性优化函数的最优解。对于多目标优化问题难以直接求解，故将两个目标分别赋予不同权重进行加和，从而将其降维成单目标问题，使之简化成为单目标问题的求解。

对于问题三来说，其可行解的数量比较大，问题二中的遍历搜索不再适合，因此采用遗传算法求取全局最优解。

3 模型假设

1. 此服装沿与皮肤垂直的方向进行传热，且服装表面各处受热均匀，因此该传热模型可以看作是一维的；
2. 各层（包括空气层）材料分布均匀且各向同性；
3. 狭窄的空气层(空隙)厚度小于 6.4mm，热对流影响小，因此忽略第IV层的热对流^[1]；
4. 织物层之间、织物与空气层之间、空气层与皮肤之间的温度分布都是连续变化的，但温度梯度是跳跃的；
5. 在进入高温环境前，服装各层的温度等于人体的温度，即 37℃。

4 符号说明

符号	解释说明
L_i	第 i 层材料的厚度
T_c	高温环境温度
T_s	皮肤表面温度
$h_{c,1}$	高温空气与第 I 层材料的对流换热系数
$h_{s,4}$	皮肤表面与空气间隙的对流换热系数
K_i	第 i 层材料的热传导率
C_i	第 i 层材料的比热容
ρ_i	第 i 层材料材料的密度
S	高温作业服装的展开面积

5 问题一模型的建立与求解

问题一要求计算温度分布并生成温度分布数据文件，对于这一存在未知量 h_1 （ h_2 变化较小，当作常数）的反问题，我们认为由以下两个步骤组成：

步骤一：利用已知量和未知量建立一维热传导正问题模型。

步骤二：在正问题的基础上，建立一维热传导反问题模型，在求解未知量的同时得出温度分布.

5.1 建模前的准备

相关传热规律——傅里叶定律^[2]

在各向同性的连续介质中，任意一个时间 t ，任何位置的局部导热热流密度方向与该点的温度变化方向（梯度方向）相反，其数值均与该点的温度梯度成正比^[2]。热流密度的计算方法如下：

$$q = -K \text{grad} T = -K \frac{\partial T}{\partial n} n$$

式中， q ——物体热流密度 (W/m^2)； T ——物体当前温度 (K)； n ——单位方向向量。由上述公式可知，热流 q 的传递方向与梯度方向相反.

发生对流换热时，热流的计算是根据牛顿冷却公式：

$$\begin{cases} \text{当流体温度比物体低时：} q = h(t_w - t_f) \\ \text{当流体温度比物体高时：} q = h(t_f - t_w) \end{cases}$$

其中， t_f 是流体温度， t_w 为对流表面温度， h 是对流换热系数.

5.2 一维热传导正问题模型的建立

根据假设 1 可将该服装的传热抽象为一维非稳态传热模型，如图 1 所示，图中 h 为对流换热系数， x 为空间坐标（厚度方向），第 i 层材料厚度为 L_i 。一维传热模型不考虑上、下方向的热传导，温度变化只随坐标 x 发生变化.

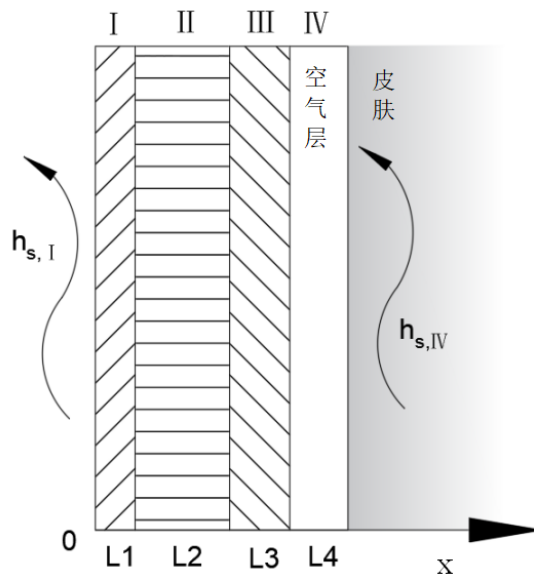


图 1. 一维热传导模型示意图

1) 一维热传导方程的确定

由于各层材料均匀且各向同性，各层材料内部的热传导可以看作是沿垂直于皮肤方向的一维热传导模型。

根据傅里叶定律，得出一维热传导方程：
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\lambda}{C\rho} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

相邻材料层间的传热：在单一材料层内部传热可运用上述微分方程，但不适用于在不同材料间的热传导，故对相邻材料层间的热传导问题进行研究。根据能量守恒定律，相邻材料层在相邻边界处传递的热量相等且温度相等，即

$$\lambda_i \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \lambda_{i+1} \cdot \frac{\partial u_{i+1}}{\partial x_{i+1}}, \quad u_i = u_{i+1}$$

2) 边值条件的确定——第三类边值问题

本模型中的边值条件并不是固定不变的，经过分析，其符合第三类边界条件问题，因此左边值：

$$-k_1 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = (q_{\text{cover}} - q_{\text{rad}}) \Big|_{x=0}$$

根据文献[6]，

$$(q_{\text{cover}} - q_{\text{rad}}) \Big|_{x=0} = h_{c,fl}(T_g - T \Big|_{x=0})$$

将（6）式带入（5）式，得到

$$-k_1 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_{c,fl}(T_g - T \Big|_{x=0})$$

同样，得到右边值：

$$-k_4 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_{c,fl}(T_s - T \Big|_{x=\delta})$$

3) 初值条件的确定

实际情况中，服装的温度接近与人的体温，为了方便研究，故将服装的初值温度近似等于体温。

$$\text{即, } T(x,0) = T_1(x), x \in \Omega_4$$

4) 最终模型的确定

综上所述，建立一维热传导正问题模型如下：

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{C\rho} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} & 0 \leq x \leq x_f, 0 \leq t \leq F \\ \lambda_i \cdot \frac{\partial T_i}{\partial x_i} = \lambda_{i+1} \cdot \frac{\partial T_{i+1}}{\partial x_{i+1}} & i = 1, 2, 3, 4 \\ -k_1 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_{c,1} (T_c - T_1 \Big|_{x=0}) \\ -k_4 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\delta} = h_{s,4} (T_s - T_4 \Big|_{x=\delta}) \\ T(x, 0) = T_s(x), x \in \Omega_4 \end{cases}$$

正问题的求解步骤的流程图如下（见图 2）：

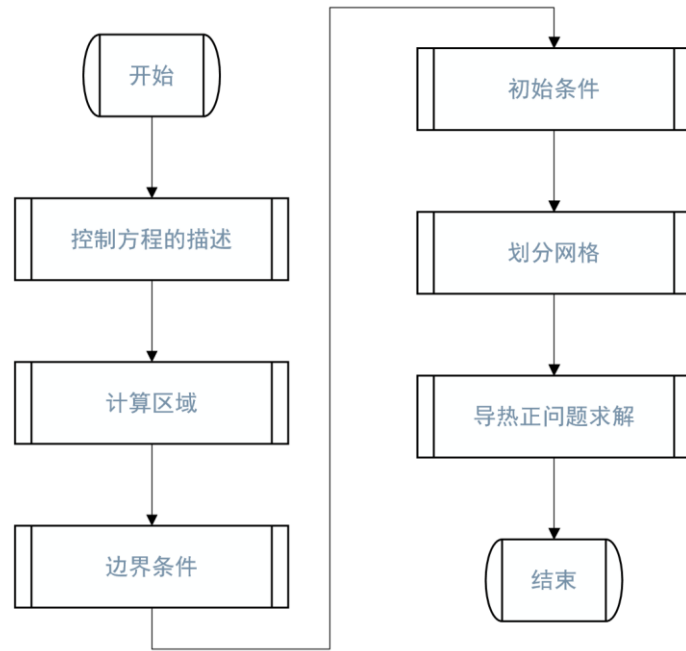


图 2. 正问题模型求解流程

5.3 基于非线性优化的确定对流换热系数模型的建立

在 5.2 一维热传导正问题模型的基础上，要求未知量 $h_{c,1}$ ，因此该问题转化为对正问题模型中参数 $h_{c,1}$ 的反推。

在模型求解中，我们期望，在求得的假人皮肤外侧温度与测量温度之间的误差最小，即根据最小二乘法的思想，通过最小化误差的平方和寻找数据的最佳函数匹配。综上，本问题最终转化为一个优化为题。

1) 决策变量的确定

在反问题的求解过程中，每增加一个变量，计算的复杂程度呈指数型上升。问题一的反问题模型是有两个待确定的变量，计算起来比较复杂，为了简化模型作如下分析：通过观察假人皮肤外侧的测量温度，发现其在整个传热过程中温度升高不是特别明显，

故可将 $h_{s,4}$ 简化为一常数。至此，该反问题决策变量只有一个，即 $h_{c,1}$

2) 目标函数的确定

基于最小二乘法的思想，本模型的目标为：可能的对流换热系数 $h_{c,1}$ 对应的每个时刻的假人皮肤外侧温度与测量温度之差的平方和最小。分别以 T_{si} 表示第 i 个时刻假人皮肤外侧的测量温度，以 T_{si}' 表示第 i 个时刻假人皮肤外侧的计算温度，故目标函数为：

$$[\text{obj}] \min S = \sum_{i=1}^{5401} (T_{si}' - T_{si})^2$$

3) 约束条件的确定

对流热换系数 $h_{c,1}$ 的大致变化范围可由文献确定，因此可以确定出对 $h_{c,1}$ 搜索的范围。

4) 最终模型的确立

综上所述，本文建立确定对流换热系数模型如下：

$$[\text{obj}] \min S = \sum_{i=1}^{5401} (T_{si}' - T_{si})^2$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{C\rho} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} & 0 \leq x \leq x_f, 0 \leq t \leq T \\ \lambda_i \cdot \frac{\partial T_i}{\partial x_i} = \lambda_{i+1} \cdot \frac{\partial T_{i+1}}{\partial x_{i+1}} & i = 1, 2, 3, 4 \\ -k_1 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_{c,1} (T_c - T_1 \Big|_{x=0}) \\ -k_4 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_{s,4} (T_s - T_4 \Big|_{x=\delta}) \\ T(x, 0) = T_s(x), x \in \Omega_4 \\ 50 \leq h_{c,1} (T_g - T \Big|_{x=0}) \leq 200 \end{cases}$$

5. 4 模型的求解

5. 4. 1 求解方法

求解热传导反问题其实是正问题和优化问题的结合。首先选择一种合适的算法，然后根据一定的更新方式进行正问题迭代，直到满足截止条件为止，求得最优解。因此正问题的准确计算是能够反推反问题中待确定值的前提。为了保证反问题的准确必须确保正问题的正确性。

由于热量交换的边界条件比较复杂，热传导的偏微分方程也是多阶的，因此无法用一般的解析法求解，故选用有限差分法求解一维热传导方程。

有限差分法利用区域转化的思想，将要求解的时间空间范围进行离散化，连续的区

域被划分成一个个规则的网格，利用网格交叉点上的温度值来模拟整个平板结构的温度场，在划分网格的时候用差分的形式代替方程的微分，然后构建出一个经过离散化的方程组^[4]。

向前差分法简单易用，但其可行性受时间差分步长（ τ ）和空间差分步长（ x ）限制，因此需要进行可行性检验，利用可行性检验公式，

$$r = \partial \frac{\Delta \tau}{\Delta x^2} < 0.5$$

经过检验其步长比（ r ）难以满足小于 0.5 的要求，在该模型中应用向前差分的方法会有较大的不稳定性。因此，该模型不适合采用向前差分的求解方法，因此采用向后差分法求取数值解。

向后差分法

材料内部向后差分法较为简单，本文直接给出推导结果：

$$u_{i,j-1} = (1+2r)u_{i,j} - r(u_{i-1,j} + u_{i+1,j})$$

边值计算：

$$u_x(x,t)|_{x=0} = \mu(j)_L$$

$$\mu(j)_L = \frac{h_1}{-k_1} (T_L - u_{1,j})$$

$$\frac{\partial u_{1,j}}{\partial x} = \frac{u_{2,j} - u_{0,j}}{2\Delta x} = \mu(j)_L$$

$$u_{0,j} = u_{2,j} - 2\Delta x \frac{h_1}{-k_1} (T_L - u_{1,j})$$

向后差分格式，得

$$u = (1+2r)u_{1,j} - r(u_{0,j} + u_{2,j})$$

结合化简得：

$$u_{1,j-1} - 2r\Delta x \frac{h_1}{-k_1} T_L = (1-2r-2r\Delta x \frac{h_1}{-k_1})u_{1,j} - 2ru_{2,j}$$

二次搜索算法的设计

为了方便计算，采用连续变量离散化的思想，将 $h_{c,1}$ 的取值离散化，设计了基于连续变量离散化的二次搜索算法。

1) 连续变量离散化

模型的未知量为左边界对流换热系数 $h_{c,1}$ ，需要对其进行全局搜索以寻找目标函数的最小值，对此连续性变量无法进行搜索，因此先将其离散化，进行定步长搜索求解。

2) 二次搜索算法

由于搜索空间较大，需要使用二次搜索算法对模型进行求解，即先使用较大步长进行全局搜索，找到近似最优解，在找到的近似最优解附近使用较小步长进行局部搜索以寻找目标函数最优值，具体算法步骤如下：

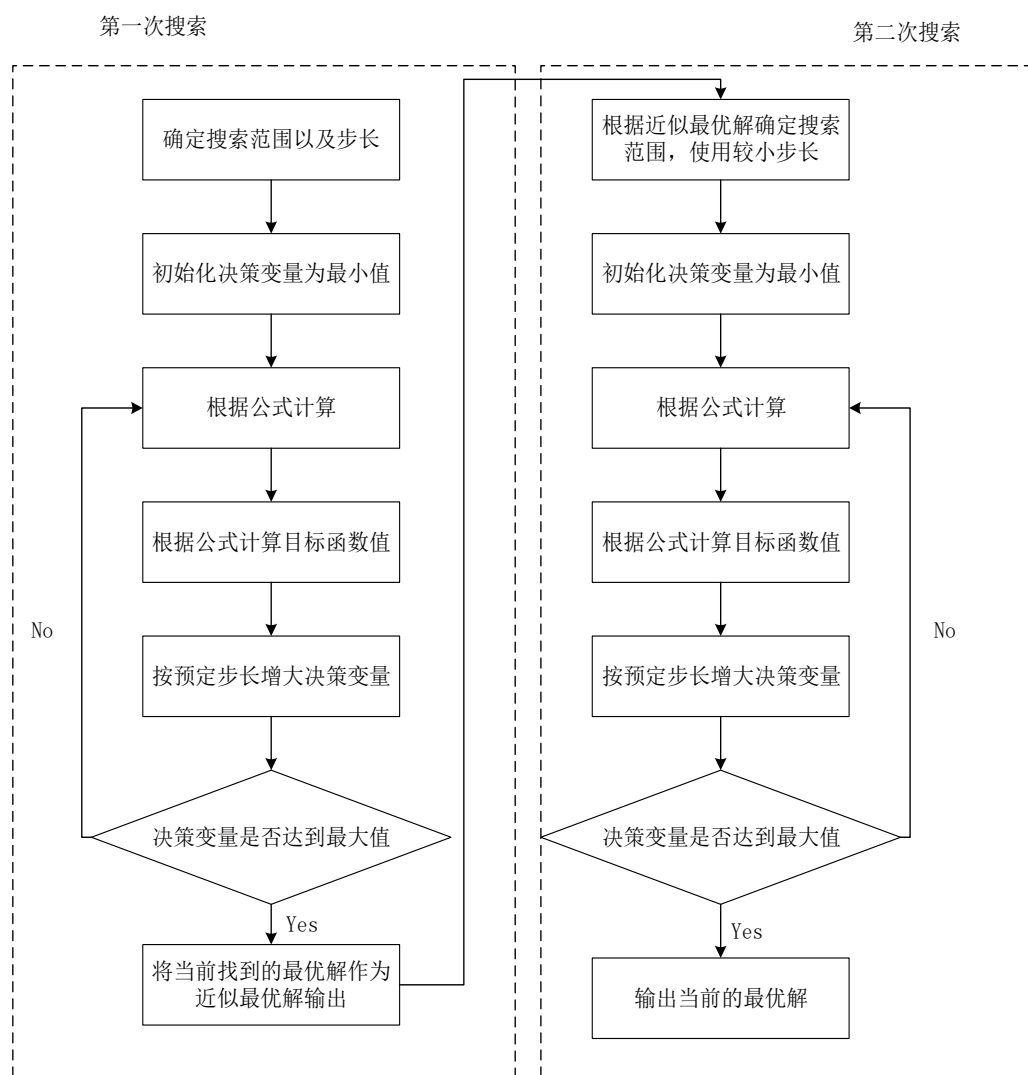


图 3. 二次搜索算法程序流程

5.4.2 求解结果

运用 Matlab 进行运算求解，程序源码及完整结果见附件 1.

结果显示：左边界空气对流传热系数值为 $120.3\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ，温度分布数据保存为 Excel 文件（文件名为 problem1.xlsx）。

为了直观显示温度分布情况，绘制出热量分布图（见图 4.）

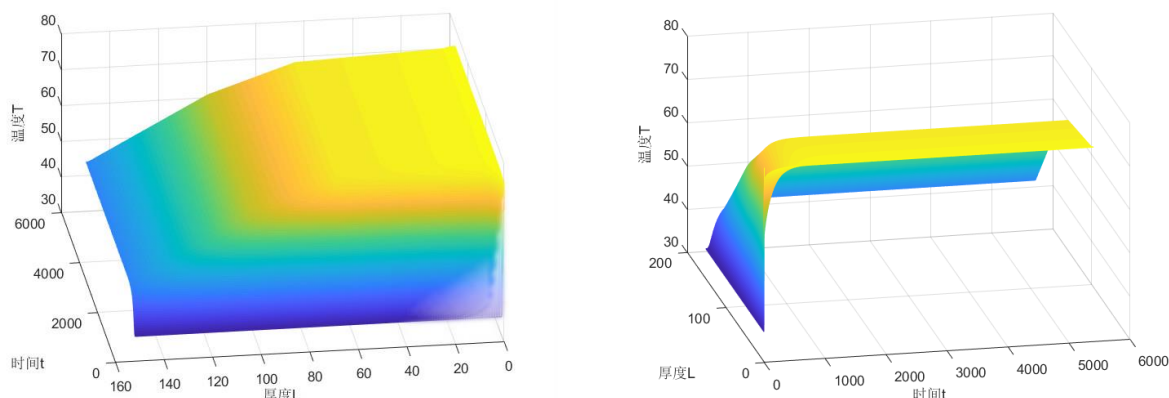


图 4. 热量分布图

5.4.3 结果讨论

从热量分布图中可以直观的看出：在刚开始一段时间内，热量传递非常快，使得材料外层的温度迅速升高；一段时间后，热量分布趋于稳定，这与附件 2 中皮肤外表面温度变化规律也是相一致的，从而在一定程度上证明了模型的正确性。

5.4.4 敏感性分析

$h_{c,l}$ 的结果受 $h_{s,4}$, K_i , C_i , ρ_i 的影响，而在实际中这些因素的取值不能保证准确无误，因此需要分别分析当这些因素发生轻微改变时会对结果产生怎样的影响，从而得到模型的敏感性。其他条件不变，外侧空气热对流系数随皮肤侧空气热对流系数的变化如下表：

$h_{c,l}$	118.88	116.65	114.31	108.89
$h_{s,4}$	0.022	0.025	0.030	0.040

通过表格的数据可知，右边界空气的对流换热系数改变时，左边界空气的对流换热系数不会发生较大变化；同样地，分别在只改变密度、比热、导热系数的情况下进行检验，发现左边界空气的对流换热系数基本稳定在 $120 m \cdot s^{-1}$ 左右。因此可以得出结论：该模型的稳定性良好。

6 问题二模型的建立与求解

问题二要求确定 II 层的最优厚度，使之在特定温度条件下的隔热能力满足一定要求，显而易见，这是一个具有明确约束条件的优化问题。从人穿戴舒适度角度考虑，以服装的重量最轻为优化目标，结合约束条件建立简易的优化模型即可。

6.1 优化模型的建立

1) 决策变量的确定

综合前文的分析，本模型的热物性系数已经完备，不需再进行求解，因此决策变量只有第 II 层的厚度 L_2 。

2) 目标函数的确定

从人体穿戴舒适度角度来讲，重量越轻的服装穿戴的舒适性越高。在服装展开总面积一定的情况下，重量与厚度成正比，因此目标函数转化成为第 II 层材料厚度最小。

$$[\text{obj}] \min L_2$$

3) 约束条件的确定

题目要求在环境温度为 65°C ，确保工作 60 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟。因为在传热过程中皮肤外表面温度是不断上升的，因此可以转化为便于计算的约束条件：

$$\begin{cases} T_s \leq 47^\circ\text{C} & t = 60\text{min} \\ T_s \leq 44^\circ\text{C} & t = 65\text{min} \end{cases}$$

附件 1 专用服装材料的参数值给定了第 II 层材料厚度 L_2 的范围，即

$$0.6 \leq L_2 \leq 25$$

4) 最终模型的确立

综上所述，本文建立确定对流换热系数模型如下：

$$\begin{aligned} & [\text{obj}] \min L_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} T_s \leq 47^\circ\text{C} & t = 60\text{min} \\ T_s \leq 44^\circ\text{C} & t = 65\text{min} \\ 0.6 \leq L_2 \leq 25 \end{cases} \end{aligned}$$

6.2 模型的求解

6.2.1 求解方法

通过分析，认为所求精度为 0.1mm ，而 $0.6 \leq L_2 \leq 25$ 范围比较小，该范围内的可行解的个数少于 250 个，因此可用遍历搜索算法求取全局最优解。

6.2.2 求解结果

运用 Matlab 进行求解运算，程序源码及运行结果见附录 2。

结果显示，第 II 层材料的最佳厚度为 8.3m 。

6.2.3 敏感性分析

第 II 层材料的最佳厚度 L_2 的结果受 $h_{c,1}$ ， $h_{s,4}$ ， K_i ， C_i ， ρ_i 的影响，而在实际中这些因素取值无法准确无误，因此需要分别分析当这些因素发生轻微改变时会对结果产

生怎样的影响，从而得到模型的敏感性。分别在只改变 $h_{c,1}$, $h_{s,4}$, K_i , C_i , ρ_i 的情况下进行检验，发现 L_2 变化不是太大，因此可以得出结论：该模型的稳定性良好。

7 问题三模型的建立与求解

问题三要求确定第 II 层和第 IV 层的最优厚度，并且满足在特定温度条件下满足一定隔热效果。问题三是对问题二的基础上，由探究单一变量扩展为探究多变量。同样地，建立优化目标模型；不同于问题二中的模型，问题三中两种材料的密度不同，服装重量不与厚度成正比，重量值与两中材料层厚度的选择有关。对此，建立多目标优化模型，分别以两层材料的总厚度（ H ）最薄和总重量（ M ）最轻为优化目标，以隔热达到一定效果为约束条件，进行非线性优化求取最优解。对此多目标优化模型在求解过程中首先需要对目标进行降维，使之转化成单目标函数。

7.1 优化模型的建立

1) 决策变量的确定

在问题二中模型的基础上增加了一个未知量，即第 IV 层的厚度，因此决策变量为第 II 层的厚度 L_2 和第 IV 层的厚度 L_4

2) 目标函数的确定

目标函数 1：第 II 层材料和第 IV 层材料厚度之和（ H ）最小，即

$$[\text{obj1}] \min H = L_2 + L_4$$

目标函数 2：第 II 层材料和第 IV 层材料重量之和（ M ）最小，即

$$[\text{obj2}] \min M = S\rho_2L_2 + S\rho_4L_4$$

3) 约束条件的确定

题目要求在环境温度为 80°C ，确保工作 30 分钟时，假人皮肤外侧温度不超过 47°C ，且超过 44°C 的时间不超过 5 分钟。因为在传热过程中皮肤外表面温度是不断上升的，因此可以转化为便于计算的约束条件：

$$\begin{cases} T_s \leq 47^\circ\text{C} & t = 30\text{min} \\ T_s \leq 44^\circ\text{C} & t = 25\text{min} \end{cases}$$

附件 1 专用服装材料的参数值给定了第 II 层材料厚度 L_2 和第 IV 层材料厚度 L_4 的范围，即

$$0.6 \leq L_2 \leq 25$$

$$0.6 \leq L_4 \leq 6.4$$

4) 降维处理

上述双目标模型难以直接求解，因此需要通过降维的方式，将双目标问题转化为单目标，降维步骤如下：

STEP1.分别计算不同的情况下的H和M的值；

STEP2.将H和M分别进行标准化得到各自对应的标准化值 \tilde{H} 和 \tilde{M} ；

STEP3.将标准化后的值分别赋予不同权重p和1-p相加，

$$\text{形成单目标函数,} \quad [\text{obj}] \min Y = \tilde{H} + \tilde{M}$$

5) 最终模型的确立

综上所述，本文建立确定对流换热系数模型如下：

$$[\text{obj}] \min Y = \tilde{H} + \tilde{M}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} T_s \leq 47^\circ\text{C} & t = 30\text{min} \\ T_s \leq 44^\circ\text{C} & t = 25\text{min} \\ 0.6 \leq L_2 \leq 25 \\ 0.6 \leq L_4 \leq 6.4 \end{cases}$$

7.1 模型的求解

7.1.1 求解方法

由于可行解数量比较大，故运用遗传算法进行求解. 遗传算法求解具体步骤如下：

STEP1：产生随机染色体：随机产生 50 组初始染色体，作为初始值，分别求出对应的适应度函数；

STEP2：编码：将 50 组群体转化为二进制编码；

STEP3：迭代次数 d，d=d+1；

STEP4：交叉：产生随机数，将编码后的 50 组染色体两两交换其染色体上随机对应序列号的编码值，并生成子代；

STEP4：变异：产生随机数，取变异概率为 0.1，将交叉后的 50 组染色体的对应序列号的而进制编码变异，即 0 变为 1，1 变为 0，并生成变异子代；

STEP5：求出所有父代，子代以及变异子代的十进制数值；

STEP6：求出所有父代，子代，以及变异子代对应的适应度函数，筛选出其中最

小的 50 组作为新的父代。若迭代次数达到最大迭代次数，进入 STEP7，否则，返回 STEP3；

STEP7：从最终迭代完成后的数据组里面选出最小的一组作为最优解。

7.1.2 求解结果

运用 Matlab 进行运算求解，程序源码及完整结果见附件 3。

结果显示：第 II 层的最优厚度为 12.1mm,第 IV 层的最优厚度为 5.7mm.

7.1.3 敏感性分析

第 II 层材料的最佳厚度 L_2 和第 IV 层材料的最佳厚度 L_4 的结果受 $h_{c,1}$, $h_{s,4}$, K_i , C_i , ρ_i 的影响，分别在只改变 $h_{c,1}$, $h_{s,4}$, K_i , C_i , ρ_i 的情况下进行检验，发现 L_2 和 L_4 变化不是太大，因此可以得出结论：该模型的稳定性良好。

8 模型的评价与推广

问题一：

问题一模型的评价 问题一中建立了用来求解未知量的反问题模型，该问题是在正问题的基础上对不确定的量进行推演，通过最小二乘法的思想得到最优解。在搜索最优解的过程中，巧妙的设计了二次搜索算法，先用较大步长确定大致范围，随后用较小步长求取精确解，这种做法既能满足对搜索时间的要求，又能够求解出精确解，对于某些问题具有非常大的优越性，有望得到推广。

问题一模型的推广 在实际生产应用当中存在着非常多的反问题。例如，在地质勘探中，通过某种波值的测量来判断地下的结构或用来确定地下某种矿藏的位置；在工业生产中，利用超声波的反馈测量小瓷砖上的细微裂缝的位置；还有 B 超检测、声纳探测仪等均运用了反问题思想，此处不一一列举。

问题二：

问题二模型的评价 问题二在第一问中求得的对流换热系数的基础上，在约束条件下求取最优解，由于可行解数量比较少，因此采用了简单易用的全局搜索方法——遍历搜索。相比于一些现代优化算法，其编写程序容易且能够得到准确的全局最优解，但其缺点也相对明显，只适用于可行解数量不大或者精度要求不高的情况下，否则会因运行时间过长而不适用。

问题三：

问题三模型的评价 问题三建立了多目标优化模型，运用降维的方法，将之改变为单目标优化模型，从而解决了难以求解的多目标问题。特别是在不同因素重要性不同的情况下，此模型可以对不同因素赋予不同的权重值，求解出相应的最优解，因此具有非常大的优越性。

问题三模型的推广 在实际生产生活的决策当中，往往是多目标优化问题，因此问题三的多目标优化模型具有非常大的推广价值。如购买一件衣服时，需要考虑其价格、质量、美观等多种因素；在选择工作时，需要考虑工资、环境、城市、晋升空间等多种因素，这些都用到多目标优化问题，运用问题三模型的降维方法，对不同因素赋予不同重要权重值，从而能够针对不同需求求出相应的最优解，不同权重的思想在实际生产生活的决策当中是非常适用的。

9 参考文献

- [1] TORVI D A, DALE J D, FAULKNER B. Influence of air gaps on bench-top test results of flame resistant fabrics [J]. Journal of Fire Protection Engineering, 1999, 10(1) : 1 — 12.
- [2] 杨世铭, 陶文铨. 传热学第三版 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学硕士学位论文, 2015: 20-58.
- [3] 赵璐瑶. 一维非稳态对流换热流体温度反演算法研究 [J]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学硕士学位论文, 2017: 6.
- [4] 姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学模型 (第三版). 北京: 高等教育出版社, 2003, 8
- [5] 程蕾. 被测目标热参数反演算法研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学硕士学位论文, 2015: 20-58.
- [6] CHITRPHI ROMSRI P, KUZNETSOV A V. Modeling heat and moisture transport in firefighter protective clothing during flash fire exposure [J]. Heat and Mass Transfer, 2005, 41(3) : 206 — 215.
- [7] 薛毅. 数学建模基础. 科学出版社, 2011, 4.

附录

附录 1. 第一问反问题求解热传导系数及温度分布

```
%主函数 yi.m
clc,clear;
time=xlsread('问题1各层材料系数.xlsx','sheet2','B3:B5403');
zhong_size=50;           %种群数量
d=10;                    %进化代数
zhang_length=10;        %染色体长度
jx=0.8;                  %交叉概率
by=0.001;                %变异概率
zhong=initzhong(zhong_size,zhang_length); %随机生成初始染色体
for i=1:d
    b=biany(zhong,by);    %变异
    if ~isempty(b)
        newzhong=[zhong;crosspop(zhong,jx);b]; %生成的新种群
    else
        newzhong=[zhong;crosspop(zhong,jx)];
    end
    [newobject,v]=best(newzhong,time); %求适应值
    [object,sod]=sort(newobject);
    zhong=newzhong(1:50,:); %选出下一代种群
end
disp('最小的热对流系数:');
vpa(v,6)

%适应度函数 best.m
function [object,mn]=best(newzhong,time)
%适应性函数
lana=118;
[d,w]=size(newzhong);
T0=75;
T1=37;
rho=[300 862 74.2 1.18]; %各层密度
c=[1377 2100 1726 1005]; %比热容
K=[0.082, 0.37, 0.045, 0.028]; %导热系数
a=K./(c.*rho)*10^8;
gg=binary2decimal(newzhong);
H=[6 60 36 50]; %各层厚度
s=zeros(d,1);
x0=0;           xf=sum(H); %厚度
t0=0;           tf=5400; %时间
mul=1;          tau=1;
h=1/mul;
```

```

M=(xf-x0)/h;      %x分为M等分
N=(tf-t0)/tau;    %
u=zeros(M+1,N+1);
r=a.*tau/h^2;
x=x0:h:xf;        %步长
t=t0:tau:tf;
    first(1:H(1)-2)=-r(1);    %追赶法求解的第一列系数
    first(H(1)-1)=-K(1);
    first(H(1):H(1)+H(2)-2)=-r(2);
    first(H(1)+H(2)-1)=-K(2);
    first(H(1)+H(2):H(1)+H(2)+H(3)-2)=-r(3);
    first(H(1)+H(2)+H(3)-1)=-K(3);
    first(H(1)+H(2)+H(3):H(1)+H(2)+H(3)+H(4)-2)=-r(4);

    third(1:H(1)-1)=-r(1); %第三列系数
    third(H(1))=-K(2);
    third(H(1)+1:H(1)+H(2)-1)=-r(2);
    third(H(1)+H(2))=-K(3);
    third(H(1)+H(2)+1:H(1)+H(2)+H(3)-1)=-r(3);
    third(H(1)+H(2)+H(3))=-K(4);
    third(H(1)+H(2)+H(3)+1:H(1)+H(2)+H(3)+H(4)-2)=-r(4);

    seconf(1:H(1)-1)=1+2*r(1);    %第三列系数
    seconf(H(1))=K(1)+K(2);
    seconf(H(1)+1:H(1)+H(2)-1)=1+2*r(2);
    seconf(H(1)+H(2))=K(2)+K(3);
    seconf(H(1)+H(2)+1:H(1)+H(2)+H(3)-1)=1+2*r(3);
    seconf(H(1)+H(2)+H(3))=K(3)+K(4);
    seconf(H(1)+H(2)+H(3)+1:H(1)+H(2)+H(3)+H(4)-1)=1+2*r(4);
%%
%利用第二类边界条件求得矩阵
for all=1:d
    u=zeros(M+1,N+1);
    lanb=gg(all);
    first=[0,first,-2*r(4)];
    third=[-2*r(1),third,0];

    seconf=[1+2*r(1)-2*r(1)*h*lanb/(-K(1)),seconf,1+2*r(4)+2*r(4)*h*lanb/(-K(4)
)];
    u(1:H(1),1)=37;                %初值
    u(1+H(1):H(1)+H(2),1)=37;
    u(H(1)+H(2)+1:H(1)+H(2)+H(3),1)=37;
    u(H(1)+H(2)+H(3)+1:H(1)+H(2)+H(3)+H(4),1)=37;
    for j=1:N+1                    %边值

```

```

        u(1, j)=T0;
        u(M+1, j)=T1;
    end
    %% 环境皮肤之间考虑热传导
    %%
    for j=2:N+1                                %向后差分法求数值解
        last=[u(2, j-1)+r(1)*u(1, j);u(3:M-1, j-1);
            u(M, j-1)+r(4)*u(M+1, j)];
        last(H(1))=0;
        last(H(1)+H(2))=0;
        last(H(1)+H(2)+H(3))=0;

        last=[u(1, j-1)-T0*2*r(1)*h*lanb/(-K(1));last;u(M+1, j-1)+2*r(4)*h*T1*lanb/(-
        K(4))];
        A=tridiag(first, seconf, third, last); %追赶法求解
        u(1:M+1, j)=A;
    end
    v=u(H(1)+H(2)+H(3)+H(4), :);
    for m=1:5401
        s(all)=s(all)+(v(m)-time(m))^2; %求得平方差
    end
    s(all)=s(all)/length(v);
end
object=s; %适应度值
mn=lanb;
%mn=gg-0.0000805;

```

%遗传算法初始化种群 initzhong.m

```

function A=initzhong(size,length)
%初始化种群
A=round(rand(size,length));
return

```

%遗传算法二进制转十进制 binary2decimal.m

```

function pop2 = binary2decimal(pop)
%将二进制转换为数值
[px,py]=size(pop);
for i = 1:py
    pop1(:, i) = 2.^(py-i).*pop(:, i);
end
%sum(., 2)对行求和，得到列向量
temp = sum(pop1, 2);
pop2 = 0.02400+0.00300*temp/(2^10-1);

```

%遗传算法交叉 crosspop.m

function newpop=crosspop(pop,pc)

%交叉

[d,w]=size(pop);

m=randperm(d);

n_pop=zeros(d,w);

for i=1:2:d

 if rand<pc

 locate=floor(rand*w)+1;

 n_pop(i,:)=pop(m(i),1:locate),pop(m(i+1),locate+1:w)];

 n_pop(i+1,:)=pop(m(i+1),1:locate),pop(m(i),locate+1:w)];

 end

end

newpop=n_pop;

%遗传算法变异 bianyi.m

function newzhong=bianyi(zhong,by)

%变异

[d,w]=size(zhong);

by=find(rand(1,w)<by);

n_zhong=[];

if ~isempty(by)

 for i=1:length(by)

 locate=floor(rand*w)+1;

 n_zhong(i,:)=zhong(by(i),:);

 if(zhong(by(i),locate)==0)

 n_zhong(i,locate)=1;

 else

 n_zhong(i,locate)=0;

 end

 end

end

if ~isempty(n_zhong)

 newzhong=n_zhong;

else

 newzhong=[];

end

%向后差分求数值解

%追赶法 tridiag.m

function s =tridiag(a,b,c,d)

%追赶法求解方程

n=length(d);

c(1)=c(1)/b(1);

```

for j=2:n-1
    c(j)=c(j)/(b(j)-a(j-1)*c(j-1));
end
d(1)=d(1)/b(1);
for j=2:n
    d(j)=(d(j)-a(j-1)*d(j-1))/(b(j)-a(j-1)*c(j-1));
end
s(n)=d(n);
s(n-1)=s(n);
for j=n-2:-1:1
    s(j)=d(j)-c(j)*s(j+1);
end
end
%%图像 draw.m
clc,clear;
time=xlsread('问题1各层材料系数.xlsx','sheet2','B3:B5403');
T0=75; %外界温度
T1=37; %内部温度
lana=118; %空气与第一层的热对流系数
lanb=0.02644; %皮肤与空气层的热对流系数
rho=[300 862 74.2 1.18]; %各层密度
c=[1377 2100 1726 1005]; %比热容
K=[0.082, 0.37, 0.045, 0.028]; %导热系数
a=K./(c.*rho)*10^8;
L=[6 60 36 50]; %各层厚度
x0=0; xf=sum(L); %厚度
t0=0; tf=5400; %时间
mul=1; tau=1;
h=1/mul;
M=(xf-x0)/h; %x分为M等分
N=(tf-t0)/tau;
u=zeros(M+1,N+1);
r=a.*tau/h^2;
x=x0:h:xf;
t=t0:tau:tf;
u(1:L(1),1)=37; %初值
u(1+L(1):L(1)+L(2),1)=37;
u(L(1)+L(2)+1:L(1)+L(2)+L(3),1)=37;
u(L(1)+L(2)+L(3)+1:L(1)+L(2)+L(3)+L(4),1)=37;
for j=1:N+1 %边值
    u(1,j)=T0;
    u(M+1,j)=37;
end
%追赶法求解的第一列

```

```

aa(1:L(1)-2)=-r(1);
aa(L(1)-1)=-K(1);
aa(L(1):L(1)+L(2)-2)=-r(2);
aa(L(1)+L(2)-1)=-K(2);
aa(L(1)+L(2):L(1)+L(2)+L(3)-2)=-r(3);
aa(L(1)+L(2)+L(3)-1)=-K(3);
aa(L(1)+L(2)+L(3):L(1)+L(2)+L(3)+L(4)-2)=-r(4);
%第二列
cc(1:L(1)-1)=-r(1);
cc(L(1))=-K(2);
cc(L(1)+1:L(1)+L(2)-1)=-r(2);
cc(L(1)+L(2))=-K(3);
cc(L(1)+L(2)+1:L(1)+L(2)+L(3)-1)=-r(3);
cc(L(1)+L(2)+L(3))=-K(4);
cc(L(1)+L(2)+L(3)+1:L(1)+L(2)+L(3)+L(4)-2)=-r(4);
%第三列
bb(1:L(1)-1)=1+2*r(1);
bb(L(1))=K(1)+K(2);
bb(L(1)+1:L(1)+L(2)-1)=1+2*r(2);
bb(L(1)+L(2))=K(2)+K(3);
bb(L(1)+L(2)+1:L(1)+L(2)+L(3)-1)=1+2*r(3);
bb(L(1)+L(2)+L(3))=K(3)+K(4);
bb(L(1)+L(2)+L(3)+1:L(1)+L(2)+L(3)+L(4)-1)=1+2*r(4);
%加入边值条件后的线性矩阵
aa=[0, aa, -2*r(4)];
cc=[-2*r(1), cc, 0];
bb=[1+2*r(1)-2*r(1)*h*lanb/(-K(1)), bb, 1+2*r(4)+2*r(4)*h*lanb/(-K(4))];
for j=2:N+1
    %向前差分法求数值解

    dd=[u(2, j-1)+r(1)*u(1, j); u(3:M-1, j-1);
        u(M, j-1)+r(4)*u(M+1, j)];
    dd(L(1))=0;
    dd(L(1)+L(2))=0;
    dd(L(1)+L(2)+L(3))=0;

    dd=[u(1, j-1)-T0*2*r(1)*h*lanb/(-K(1)); dd; u(M+1, j-1)+2*r(4)*h*T1*lanb/(-K(4))];

    A=tridiag(aa, bb, cc, dd);
    u(1:M+1, j)=A;
    % u(1:M+1, j)=A;
end
[a, b]=meshgrid(t, x);
mesh(a, b, u);

```

```
shading interp;
```

附录 2. 第二问通过遍历寻找最优厚度值

```
clc,clear;
T0=65;
T1=37;
lana=118;      %左侧的热对流系数
lanb = 0.0263506; %右边界热对流系数
rho=[300 862 74.2 1.18]; %各层密度
c=[1377 2100 1726 1005]; %比热容
K=[0.082, 0.37, 0.045, 0.028]; %导热系数
a=K./(c.*rho)*10^8;
weight=0.6:0.1:25; %厚度范围
count=0;
for z=1:length(weight)
    L=[6 round(weight(z)*10) 36 55]; %各层厚度
    % L=[6];
    x0=0;          xf=sum(L); %厚度
    t0=0;          tf=3600; %时间
    mul=1;         tau=1;
    h=1/mul;
    M=(xf-x0)/h; %x分为M等分
    N=(tf-t0)/tau; %
    u=zeros(M+1,N+1);
    r=a.*tau/h^2;
    x=x0:h:xf;
    t=t0:tau:tf;
    u(1:L(1),1)=37; %初值
    u(1+L(1):L(1)+L(2),1)=37;
    u(L(1)+L(2)+1:L(1)+L(2)+L(3),1)=37;
    u(L(1)+L(2)+L(3)+1:L(1)+L(2)+L(3)+L(4),1)=37;
    for j=1:N+1 %边值
        u(1,j)=T0;
        u(M+1,j)=37;
    end
    %追赶法求解的第一列
    aa(1:L(1)-2)=-r(1);
    aa(L(1)-1)=-K(1);
    aa(L(1):L(1)+L(2)-2)=-r(2);
    aa(L(1)+L(2)-1)=-K(2);
    aa(L(1)+L(2):L(1)+L(2)+L(3)-2)=-r(3);
    aa(L(1)+L(2)+L(3)-1)=-K(3);
```

```

aa(L(1)+L(2)+L(3):L(1)+L(2)+L(3)+L(4)-2)=-r(4);
%追赶法求解的第三列
cc(1:L(1)-1)=-r(1);
cc(L(1))=-K(2);
cc(L(1)+1:L(1)+L(2)-1)=-r(2);
cc(L(1)+L(2))=-K(3);
cc(L(1)+L(2)+1:L(1)+L(2)+L(3)-1)=-r(3);
cc(L(1)+L(2)+L(3))=-K(4);
cc(L(1)+L(2)+L(3)+1:L(1)+L(2)+L(3)+L(4)-2)=-r(4);
%追赶法求解的第二列

bb(1:L(1)-1)=1+2*r(1);
bb(L(1))=K(1)+K(2);
bb(L(1)+1:L(1)+L(2)-1)=1+2*r(2);
bb(L(1)+L(2))=K(2)+K(3);
bb(L(1)+L(2)+1:L(1)+L(2)+L(3)-1)=1+2*r(3);
bb(L(1)+L(2)+L(3))=K(3)+K(4);
bb(L(1)+L(2)+L(3)+1:L(1)+L(2)+L(3)+L(4)-1)=1+2*r(4);
aa=[0, aa, -2*r(4)];
cc=[-2*r(1), cc, 0];
bb=[1+2*r(1)-2*r(1)*h*1ana/(-K(1)), bb, 1+2*r(4)+2*r(4)*h*1anb/(-K(4))];
for j=2:N+1
    %向前差分法求数值解
    % u(1, j+1)
    % aa(1:M-2)=-r;
    % cc=aa;
    % bb(1:M-1)=1+2*r;
    dd=[u(2, j-1)+r(1)*u(1, j); u(3:M-1, j-1);
        u(M, j-1)+r(4)*u(M+1, j)];
    dd(L(1))=0;
    dd(L(1)+L(2))=0;
    dd(L(1)+L(2)+L(3))=0;

dd=[u(1, j-1)-T0*2*r(1)*h*1ana/(-K(1)); dd; u(M+1, j-1)+2*r(4)*h*T1*1anb/(-K(4))];

A=tridiag(aa, bb, cc, dd);
u(1:M+1, j)=A;
% u(1:M+1, j)=A;
end
v=u(M+1, :);
if max(v)<=47 %约束条件, 判断是否符合条件
    if length(find(v>=44))<=300
        count=count+1;
        fitweight(count)=weight(z); %记录符合条件的值
    end
end

```



```

end
end
disp(' 最优的厚度为: ');
fitweight(1)

```

附录 3. 第三问通过遗传算法求解材料最佳厚度

```

%其他遗传算法函数与第一问相同 best.m
function [object,mn]=best(newzhong)
lana=118; %左侧热对流系数
lanb = 0.02560; %右侧热对流系数
[d,w]=size(newzhong);
count=0;
T0=80;
T1=37;
p1 = 0.9;
p2 = 0.1;%权值
rho=[300 862 74.2 1.18]; %各层密度
c=[1377 2100 1726 1005]; %比热容
K=[0.082, 0.37, 0.045, 0.028]; %导热系数
a=K./(c.*rho)*10^8;
weight1=binary2decimal(newzhong(:,1:10),1); %二进制换算
weight2=binary2decimal(newzhong(:,11:20),2);
for z=1:length(weight1)
    H=[6 round(weight1(z)) 36 round(weight2(z))]; %各层厚度
    s=zeros(d,1); first=[0]; seconf=[0];
    thrid=[0]; last=[0];
    x0=0; xf=sum(H); %厚度
    t0=0; tf=1800; %时间
    mul=1; tau=1;
    h=1/mul;
    M=(xf-x0)/h; %x分为M等分
    N=(tf-t0)/tau; %
    u=zeros(M+1,N+1);
    r=a.*tau/h^2;
    x=x0:h:xf;
    t=t0:tau:tf;
    %追赶法求解的第一列
    first(1:H(1)-2)=-r(1);
    first(H(1)-1)=-K(1);
    first(H(1):H(1)+H(2)-2)=-r(2);
    first(H(1)+H(2)-1)=-K(2);
    first(H(1)+H(2):H(1)+H(2)+H(3)-2)=-r(3);
    first(H(1)+H(2)+H(3)-1)=-K(3);

```

```

first(H(1)+H(2)+H(3):H(1)+H(2)+H(3)+H(4)-2)=-r(4);
%追赶法求解的第三列
third(1:H(1)-1)=-r(1);
third(H(1))=-K(2);
third(H(1)+1:H(1)+H(2)-1)=-r(2);
third(H(1)+H(2))=-K(3);
third(H(1)+H(2)+1:H(1)+H(2)+H(3)-1)=-r(3);
third(H(1)+H(2)+H(3))=-K(4);
third(H(1)+H(2)+H(3)+1:H(1)+H(2)+H(3)+H(4)-2)=-r(4);
%追赶法求解的第二列
seconf(1:H(1)-1)=1+2*r(1);
seconf(H(1))=K(1)+K(2);
seconf(H(1)+1:H(1)+H(2)-1)=1+2*r(2);
seconf(H(1)+H(2))=K(2)+K(3);
seconf(H(1)+H(2)+1:H(1)+H(2)+H(3)-1)=1+2*r(3);
seconf(H(1)+H(2)+H(3))=K(3)+K(4);
seconf(H(1)+H(2)+H(3)+1:H(1)+H(2)+H(3)+H(4)-1)=1+2*r(4);
%%
%利用第二类边界条件求得矩阵
first=[0,first,-2*r(4)];
third=[-2*r(1),third,0];

seconf=[1+2*r(1)-2*r(1)*h*lambda/(-K(1)),seconf,1+2*r(4)+2*r(4)*h*lambda/(-K(4))];
u=zeros(M+1,N+1);
u(1:H(1),1)=37; %初值
u(1+H(1):H(1)+H(2),1)=37;
u(H(1)+H(2)+1:H(1)+H(2)+H(3),1)=37;
u(H(1)+H(2)+H(3)+1:H(1)+H(2)+H(3)+H(4),1)=37;
for j=1:N+1 %边值
    u(1,j)=T0;
    u(M+1,j)=T1;
end
%% 环境皮肤之间考虑热传导
%%
for j=2:N+1 %向后差分法求数值解
    last=[u(2,j-1)+r(1)*u(1,j);u(3:M-1,j-1);
        u(M,j-1)+r(4)*u(M+1,j)];
    last(H(1))=0;
    last(H(1)+H(2))=0;
    last(H(1)+H(2)+H(3))=0;

last=[u(1,j-1)-T0*2*r(1)*h*lambda/(-K(1));last;u(M+1,j-1)+2*r(4)*h*T1*lambda/(-K(4))];

```

```

        A=tridiag(first, seconf, third, last);%追赶法求解
        u(1:M+1, j)=A;
    end
    v=u(H(1)+H(2)+H(3)+H(4), :);
    if max(v)<=47          %约束条件
        if length(find(v>=44))<=300
            count=count+1;
            fitweight1(count)=weight1(z);    %满足条件的厚度
            fitweight2(count)=weight2(z);
            adda(count)=weight1(z)+weight2(z); %目标函数
        end
    end
end
end
object=adda;
mn=[fitweight1', fitweight2'];

```