

01. 숫자 만들기

n일 때의 경우의 수를 $A(n)$ 이라고 하면

$$n = 1) A(1) = 1$$

1

$$n = 2) A(2) = 2$$

1 + 1

2

$$n = 3) A(3) = 4$$

1 + 1 + 1

2 + 1

1 + 2

3

$$n = 4) A(4) = A(3) + A(2) + A(1)$$

$n=3$ 일 때의 각 경우에 숫자1을 더하면, $n=4$ 인 경우를 만족합니다.

$n=2$ 일 때의 각 경우에 숫자2를 더하면, $n=4$ 인 경우를 만족합니다.

$n=1$ 일 때의 각 경우에 숫자3을 더하면, $n=4$ 인 경우를 만족합니다.

따라서, $A(4)$ 를 구할 때 모든 경우의 수를 일일이 구하는 것이 아니라, 이미 구해냈던 $A(1)$, $A(2)$, $A(3)$ 의 결과값을 이용하는 거죠. 기록해 놔다가 재사용하여 계산의 번거로움 즉, 계산의 반복을 피할 수 있습니다.

만약 $A(1)$, $A(2)$, $A(3)$ 의 결과를 재사용 하지 않는다면, $A(4)$ 를 구하는 과정에서 불필요하게 $A(1)$, $A(2)$, $A(3)$ 의 경우의 수를 계산하는 꼴이 됩니다.

정리

$A(1)$ $A(2)$ $A(3)$ 의 값은 사람이 직접 구해야하는 기본값들이라 일일이 손으로 값을 알아야 하고, $A(n)$ ($n \geq 4$) 부터는 $A(n-1) + A(n-2) + A(n-3) = A(n)$ 의 점화식으로 $A(n)$ 의 결과값을 계속 저장하고 재사용하는 것입니다.(Bottom up 방식: n 이 커지는 방식)

저장을 해야하니, 배열을 사용하는 것이 좋습니다.

DP는 한마디로 정리하면, 저장해놓은 값을 재활용해서 연산을 줄이자!(메모리공간을 더 쓰고, CPU연산을 줄이자) 라고 말할 수 있습니다.

참고)

알고리즘 연산을 할 때, DP를 사용하는 기준은 컴퓨터의 초당연산횟수를 초과하냐 아니냐로 결정된다고 합니다. CPU는 1억번/초 (10의 8승)의 연산을 할 수 있습니다. 따라서, 이중 for문의 각 for문이 10의 4승을 초과하는 숫자라면, 내부 실행문들과 총연산횟수를 합해서 계산했을 때 1억을 가뿐히 넘기므로 반드시 DP(배열같은 메모리공간에 기록하고 연산은 줄이고)로 풀어야 합니다.

참고)

$A(n-1) + A(n-2) + A(n-3) = A(n)$ 이 아닌 $A(n) = A(n-1) + A(n-2) + A(n-3)$ 으로 점화식을 사용하는 것은 (Top down 방식: n 이 줄어드는 방식) 재귀함수에서 쓸 수 있는 분할 정복입니다.

1000007로 나누는 이유)

int value의 최대값은 21억 %1000007 처리를 하지 않으면, $n=46$ 부터 int 가 갖을 수 있는 최대값을 넘어버리게 됩니다. ($A(45) = 18$ 억, $A(46) = 29$ 억) 최대값을 넘어버리면 MSB값이 0이 아닌 1로 변화가 오기 때문에 음수 값이 나옵니다. 또한, 정답이 1000007의 나머지를 요구하기 때문에 $A(n)$ 을 구성하는 $A(n-1)$, $A(n-2)$, $A(n-3)$,,등등 각각을 1000007로 나눕니다. 그럼 각각 나머지가 생기고 이 나머지를 합치고($A(n)$ 의 점화식이 덧셈으로 이루어졌기 때문에), 여기서 혹시라도 나머지의 합이 1000007을 넘어버리는 경우가 생길 수 있습니다. 이를 방지하기 위해 또 1000007로 나눠주면 정답에 변화를 주지 않습니다. 언제나, '나머지'라는 개념은 1000007보다 작은 ($r < 1000007$) 값이기 때문입니다.