Seminar: Câmp magnetic

① O particulă cu sarcina $q = -1{,}24 \cdot 10^{-8}\,C$ se deplasează cu o viteză instantanee $\vec{v} = (4{,}19 \cdot 10^4 \frac{m}{s})\vec{i} + (-3{,}85 \cdot 10^4 \frac{m}{s})\vec{j}$.

Ⓐ Care este forța exercitată asupra particulei de un câmp magnetic de inducție $\vec{B} = (1{,}4\,T)\vec{i}$?

• $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = -1{,}24 \cdot 10^{-8}\,C\left[\left(4{,}19 \cdot 10^4 \frac{m}{s}\right)\vec{i} + \left(-3{,}85 \cdot 10^4 \frac{m}{s}\vec{j}\right)\right] \times 1{,}4\,T\,\vec{i}$

$\Rightarrow \vec{F}_m = -1{,}24 \cdot 10^{8}\,C \cdot \left[\left(5{,}8\cancel{6} \cdot 10^4 \frac{m}{s}T\right)\vec{i} \times \vec{i} - \left(5{,}39 \cdot 10^4 \frac{m}{s} \cdot T\right)\vec{j} \times \vec{i}\right]$

Cum $\vec{i} \times \vec{i} = 0$, $\vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$ $\Rightarrow \vec{F}_m = (-6{,}68 \cdot 10^{-4}\,N)\,\vec{k}$

Ⓑ Care este forța exercitată asupra particulei de un câmp magnetic de inducție $\vec{B} = 1{,}4\,T\,\vec{k}$?

• $\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B} = -1{,}24 \cdot 10^{8}\,C \cdot \left\{\left(4{,}19 \cdot 10^4 \frac{m}{s} \cdot 1{,}4\,T\right)\vec{i} \times \vec{k} + \left(-3{,}85 \cdot 10^4 \frac{m}{s} \cdot 1{,}4\,T\right)\vec{j} \times \vec{k}\right\}$

dar: $\vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}$, $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$ $\Rightarrow \vec{F}_m = (6{,}68 \cdot 10^{-4}\,N)\,\vec{i} + (7{,}27 \cdot 10^{-4}\,N)\,\vec{j}$

② Un grup de particule se deplasează într-un câmp magnetic de inducție și direcție necunoscute. Observăm că un proton care se deplasează cu $1{,}5 \frac{km}{s}$ în sensul pozitiv al axei Ox este supus acțiunii unei forțe $F_{pr} = 2{,}25 \cdot 10^{-16}\,N$ orientată în sensul pozitiv al axei Oy, iar un electron care se deplasează cu viteza $v = 4{,}75 \frac{km}{s}$ în sensul negativ al axei Oz este supus acțiunii unei forțe $F_{el} = 8{,}5 \cdot 10^{-16}\,N$ orientată tot în sensul pozitiv al axei Oy.

Ⓐ Care este valoarea inducției câmpului magnetic și orientarea acestuia?

proton: $\vec{F}_p = q\,\vec{v}_p \times \vec{B} \Rightarrow F_p\,\vec{j} = q \cdot v_p \cdot \vec{i} \times \vec{B}$.

dar $\vec{F} \perp (\vec{v}, \vec{B}) \Rightarrow B_y = 0 \Rightarrow \vec{B} = B_x\,\vec{i} + B_z\,\vec{k}$

$\Rightarrow F_p\,\vec{j} = q \cdot v_p\,\vec{i} \times (B_x\,\vec{i} + B_z\,\vec{k}) = -q\,v_p \cdot B_z \cdot \vec{j}$

$\Rightarrow F_p = -q\, v_p B_z \Rightarrow B_z = -\dfrac{F_p}{q\, v_p} = -\dfrac{2{,}25 \cdot 10^{-16} N}{1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 1{,}5 \cdot 10^3 \frac{m}{s}}$

$\Rightarrow B_z = -0{,}937\ T.$

• electron: $\vec{F_e} = q\, \vec{v_e} \times \vec{B}$ $\Rightarrow \vec{F_e} \cdot \vec{j} = q\, v_e \cdot (-\vec{k}) \times (B_x \vec{i} + B_z \cdot \vec{k})$

$\vec{F} \perp (\vec{v}, \vec{B}) \Rightarrow \vec{B} = B_x \vec{i} + B_z \cdot \vec{k}$

$\Rightarrow \vec{F_e} \vec{j} = -q\, v_e\, B_x \cdot \vec{j} \Rightarrow B_x = -\dfrac{F_e}{q\, v_e} = -\dfrac{8{,}5 \cdot 10^{-16} N}{-1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 4{,}75 \cdot 10^3 \frac{m}{s}}$

$\Rightarrow B_x = 1{,}11\ T$

$\Rightarrow \vec{B} = (1{,}11\ T) \cdot \vec{i} - (0{,}937\ T) \vec{k}$

• modulul: $B = \sqrt{B_x^2 + B_z^2} = \sqrt{(1{,}11 T)^2 + (-0{,}937 T)^2} = 1{,}46\ T.$

• orientarea: $tg\,\theta = \dfrac{B_z}{B_x} = \dfrac{-0{,}937\ T}{1{,}11\ T} = -0{,}838 \Rightarrow \theta = arctg(-0{,}838) = -40°$

③ Care este modulul și orientarea forței magnetice care acționează asupra unui electron ce se deplasează cu $3{,}2\ \frac{km}{s}$ în sensul negativ al axei Oy?

$\vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$

$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$

• $\vec{F} = q\, \vec{v} \times \vec{B} = q \cdot v(-\vec{j}) \times (B_x \vec{i} + B_z \cdot \vec{k}) \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{F} = -q\, v\, [B_x \cdot (-\vec{k}) + B_z \cdot \vec{i}]$

$\Rightarrow \vec{F} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C \cdot 3{,}2 \cdot 10^3 \frac{m}{s} \cdot [1{,}11\ T(-\vec{k}) + (-0{,}937\ T) \cdot \vec{i}]$

$\Rightarrow \vec{F} = -4{,}8 \cdot 10^{-16} N \vec{i} - 5{,}724 \cdot 10^{-16} N \vec{k}$

• modulul: $F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = \sqrt{(-4{,}8 \cdot 10^{-16} N)^2 + (-5{,}724 \cdot 10^{-16} N)^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow F = 7{,}47 \cdot 10^{-16} N.$

• orientarea: $tg\,\theta = \dfrac{F_z}{F_x} = \dfrac{-5{,}724 \cdot 10^{-16} N}{-4{,}8 \cdot 10^{-16} N} = 1{,}19 \Rightarrow \theta = arctg(1{,}19) = 50°$

(3) Un proton se deplasează cu viteza $\vec{v} = (2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k})\frac{m}{s}$ într-o regiune în care câmpul magnetic este $\vec{B} = (\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k})$ T. Care este forța care se exercită asupra protonului?

$$\vec{F_L} = q\,\vec{v}\times\vec{B} = (1{,}6\cdot10^{-19}C)\left[(2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k})\frac{m}{s}\times(\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k})T\right]$$

$$\Rightarrow \vec{F_L} = (1{,}6\cdot10^{-19}C)\cdot\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -4 & 1\\ 1 & 2 & -1\end{vmatrix} =$$

$$= (1{,}6\cdot10^{-19}C)\cdot\left\{\left[(-4)\cdot(-1)\vec{i} - (2)\cdot(1)\vec{i}\right] + \left[(1)\cdot(1)\vec{j} - (-1)\cdot(2)\vec{j}\right] + \left[(2)\cdot(2)\vec{k} - (1)(-4)\vec{k}\right]\right\}$$

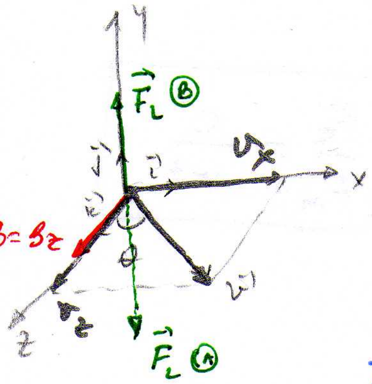
$$\Rightarrow \vec{F_L} = (1{,}6\cdot10^{-19})\cdot(2\vec{i} + 3\vec{j} + 8\vec{k})\ N$$

$$\vec{F_L} = (\overset{F_x}{3{,}2\vec{i}} + \overset{F_y}{4{,}8\vec{j}} + \overset{F_z}{12{,}8\vec{k}})\times10^{-19}\ N$$

$$F_L = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = 13{,}2\cdot10^{-19}N.$$

(4) Un fascicul de protoni ($q_p = 1{,}6\cdot10^{-19}C$) se deplasează cu viteza $v = 3\cdot10^5\frac{m}{s}$ într-un câmp magnetic de inducție $B = 2T$, care este orientat în lungul axei oz. Orientarea vectorului viteză este a.î. aceasta face unghiul $\theta = 30°$ față de axa oz.

(A) Care este forța care se exercită asupra fiecărui proton?



• $\vec{F_L} = q\,\vec{v}\times\vec{B}$ $\Rightarrow$

• $\vec{v} = v_x\cdot\vec{i} + v_z\cdot\vec{k} = (v\sin\theta)\vec{i} + (v\cos\theta)\cdot\vec{k}$

• $\vec{B} = B_z\cdot\vec{k}$

$$\Rightarrow \vec{F_L} = q\cdot\left[(v\sin\theta)\vec{i} + (v\cos\theta)\cdot\vec{k}\right]\times B_z\cdot\vec{k}$$

$\vec{i}\times\vec{k} = -\vec{j}$ $\Rightarrow$ $\vec{F_L} = -q\cdot(v\sin\theta)\cdot B_z\cdot\vec{j}$ $\Rightarrow$

$\vec{k}\times\vec{k} = 0$

$\Rightarrow \vec{F_L} = -1{,}6\cdot10^{-19}C\cdot3\cdot10^5\frac{m}{s}\cdot\sin30°\cdot2T\vec{j} \Rightarrow \vec{F_L} = -4{,}8\cdot10^{-14}N\vec{j} \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{F_L}$ este orientat în sensul negativ al axei oy și are modulul

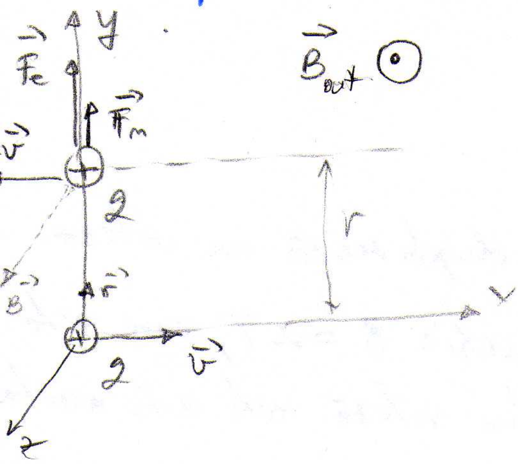
$F_L = 4{,}8\cdot10^{-14}N.$

(B) Ce se întâmplă dacă în locul fasciculului de protoni ar fi un fascicul de electroni?

- Cum $q_p = -q_e \Rightarrow \vec{F}_L$ ar avea sens opus forței determinate anterior, dar modulul rămâne neschimbat:

$$F_L = 4{,}8 \cdot 10^{-14} N.$$

(5) Doi protoni se deplasează în lungul axei Ox, pe direcții paralele opuse, cu aceeași viteză v ($v \ll c$). Să se determine forțele electrice și magnetice care se exercită asupra electronului de sus (vezi fig.) Să se compare modulele acestor forțe.



- sarcini pozitive $\Rightarrow \vec{F}_e$ asupra sarcinii de sus este în sensul pozitiv al axei Oy
- $\vec{F}_m$ se det. cu regula mâinii stângi

(A) • $\vec{F}_e = k \dfrac{q^2}{r^2} \cdot \vec{j} \left(= \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2} \cdot \dfrac{\vec{r}}{r} ; \vec{r} = r \cdot \vec{j} \right)$

(B) • $\vec{F}_m = q\, \vec{v} \times \vec{B}$

$$\begin{cases} \vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \cdot q \dfrac{\vec{v} \times \vec{r}}{r^3} \\ \vec{r} = r \cdot \vec{j} \\ \vec{v} = -v \cdot \vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 q}{4\pi} \cdot \frac{(-v \cdot \vec{i} \times r \cdot \vec{j})}{r^3} = -\frac{\mu_0 q v}{4\pi r^2} \cdot \vec{k}$$

$$\boxed{\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}}$$

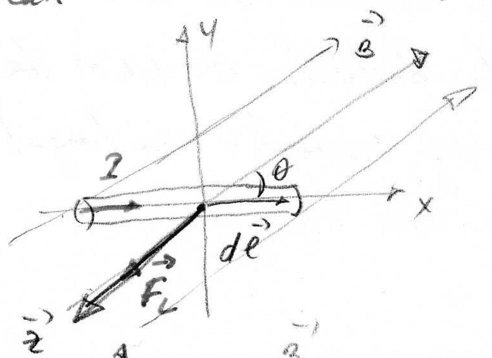
$$\Rightarrow \vec{F}_m = q \cdot (-v\vec{i}) \times \left(-\frac{\mu_0 q v}{4\pi r^2} \vec{k}\right) \Rightarrow \vec{F}_m = \frac{\mu_0 q^2 v^2}{4\pi r^2} \cdot \vec{j}$$

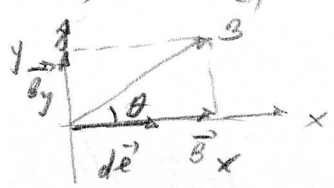
(C) $$\frac{F_e}{F_m} = \frac{\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}{\dfrac{\mu_0 q^2 v^2}{4\pi r^2}} \Rightarrow \frac{F_e}{F_m} = \frac{\frac{1}{\varepsilon_0}}{\mu_0 v^2} = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\mu_0 v^2} \Rightarrow \boxed{\frac{F_e}{F_m} = \frac{c^2}{v^2}}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

⑥ O bară conductoare de Cu cu lungimea de 1m este parcursă de un curent $I = 50\ A$, orientat de-a lungul axei OX. Conductorul se află într-un câmp magnetic de inducție $B = 1,2\ T$ orientat la un unghi $\theta = 45°$ față de conductor.

(A) Să se determine modulul și orientarea forței electromagnetice care se exercită asupra conductorului.





$$\vec F_L = \mathbf{B}\cdot\vec\ell\times\vec B = 50A$$

$$\vec B = B_x\cdot\vec i + B_y\cdot\vec j = B\cos\theta\,\vec i + B\sin\theta\cdot\vec j$$

$$\vec\ell = \ell\cdot\vec i$$

$$\Rightarrow \vec F_L = I\cdot(\ell\cdot\vec i)\times\left[B\cos\theta\,\vec i + B\sin\theta\cdot\vec j\right]$$

$\vec i\times\vec i = 0$, $\vec i\times\vec j = \vec k$ $\Rightarrow \vec F_L = I\cdot B\cdot\ell\cdot\sin\theta\cdot\vec k \Rightarrow$

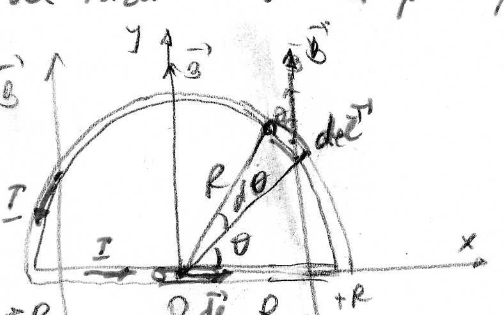
$$\Rightarrow \vec F_L = 50A\cdot 1m\cdot 1,2T\cdot\sin 45°\cdot\vec k \Rightarrow \boxed{\vec F_L = 42,4\ N\cdot\vec k} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \vec F_L$ are modulul $F_L = 42,4N$ și este orientat în sensul pozitiv al axei Oz.

(B) Care ar trebui să fie orientarea câmpului magnetic astfel încât forța exercitată să fie maximă?

• $\vec F_L = I\vec\ell\times\vec B \Rightarrow F_L = BI\ell\sin\theta \xRightarrow{\theta=90°} F_L = F_{max} = BI\ell$

⑦ Un fir conductor având forma din figură este parcurs de un curent I. Să se determine orientare și modulul forței care acționează asupra porțiunii de rază R și asupra porțiunii liniare.



• pt. porțiunea liniară: $\vec B\perp d\vec\ell \Rightarrow$

$$\Rightarrow d\vec F = I\,d\vec\ell\times\vec B \Rightarrow \vec F = I\int_{-R}^{R} d\ell\cdot\sin\theta\,\vec i\times B\cdot\vec j$$

$\measuredangle(d\vec\ell,\vec B) = \theta$

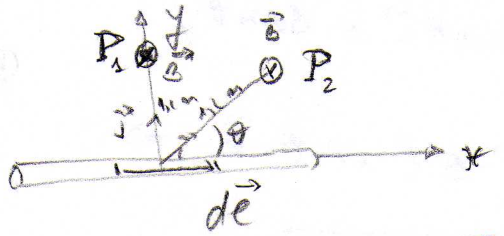
$$\Rightarrow \vec F = I\int_{-R}^{R} B\,d\ell\cdot\vec k = B\cdot I\int_{-R}^{R} d\ell\cdot\vec k = 2BIR\cdot\vec k$$

• pt. porțiunea curbă: $d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B} = -BI\, dl \sin\theta \cdot \vec{k}$

dar $dl = R\,d\theta \Rightarrow \vec{F} = -BIR \int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta \cdot \vec{k} \Rightarrow \vec{F} = -BIR(-\cos\theta)\Big|_0^{\pi} \cdot \vec{k}$

$\Rightarrow \vec{F} = BIR(-1-1)\cdot\vec{k} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = -2BIR \cdot \vec{k}}$

⑧ Un fir de Cu este parcurs de un curent constant $I = 125A$. Să se determine câmpul magnetic produs de un element de conductor cu lungimea de 1 cm într-un punct P situat la distanța de 1,2 m de conductor, când punctul P se află pe axa oy, respectiv în lungul direcției care face un unghi $\theta = 30°$ față de axa OX.



r

(P₁) $\vec{B} \perp d\vec{l} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl\,\vec{i} \times r\,\vec{j}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl \cdot \vec{k}}{r^2} \Rightarrow$

$\vec{r} = r\cdot\vec{j}$; $d\vec{l} = dl\cdot\vec{i}$; $\vec{i}\times\vec{j} = \vec{k}$ $\int dl = l$.

$\Rightarrow \vec{B} = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}\cdot 125A \cdot 10^{-2}m}{4\pi\cdot(1{,}2m)^2}\cdot\vec{k} \Rightarrow \boxed{\vec{B} = 8{,}7\cdot10^{-8}\,T\cdot\vec{k}}$

• (P₂) $\measuredangle(\vec{B}, d\vec{l}) = 30° \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{dl\cdot\vec{i}\times[r\cos\theta\cdot\vec{i} + r\sin\theta\cdot\vec{j}]}{r^3}$

$\vec{r} = r_x\vec{i} + r_y\vec{j} = r\cos\theta\,\vec{i} + r\sin\theta\,\vec{j}$;

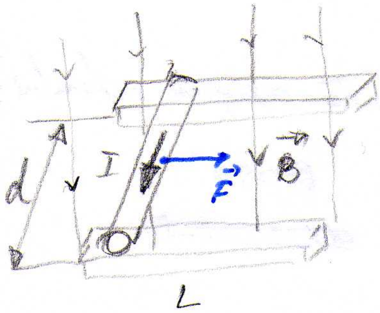
$d\vec{l} = dl\cdot\vec{i}$; $\vec{i}\times\vec{i} = 0$; $\vec{i}\times\vec{j} = \vec{k}$

$\Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{dl\sin\theta}{r^2}\cdot\vec{k} \Rightarrow \vec{B} = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}\cdot125A\cdot10^{-2}m\cdot\sin30°}{4\pi\,(1{,}2m)^2}\cdot\vec{k}$

$\int dl = dl$

$\Rightarrow \boxed{\vec{B} = 4{,}3\cdot10^{-8}\,T\cdot\vec{k}}$

9 O bară conductoare de masă $m = 0,72\ kg$ și rază $R = 6\ cm$ se află în repaus pe două șine paralele aflate la o distanță $d = 12\ cm$ una de alta și cu lungimea $L = 45\ cm$. Prin conductor trece un curent $I = 48\ A$ în direcția din figură și se rotește pe șine, fără frecare. Un câmp magnetic uniform $B = 0,24\ Tesla$ orientat a.î. el este perpendicular atât pe bară, cât și pe șine. Care este viteza barei când părăsește șinele?



• din teorema de variație a en. cinetice:

• $L = \Delta E_c = E_{c_f} - E_{c_i} = \left(E_{c_{t_f}} + E_{c_{r_f}}\right) - \left(E_{c_{t_i}} + E_{c_{r_i}}\right)$

• $L = F \cdot L \cdot \cos\theta$ $\Rightarrow$

$E_{c_{rot}} = \frac{I\omega^2}{2}$; $E_{ct} = \frac{mv^2}{2}$

$\Rightarrow F \cdot L \cdot \cos\theta = \left(\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}\right) - \underbrace{(0 + 0)}_{\text{inițial, bara se află în repaus.}}$

• $\vec{F} = I\, \vec{l} \times \vec{B} = I \cdot d \cdot B \cdot [\vec{k} \times (-\vec{j})] = \underbrace{BId}_{F} \cdot \vec{i}$ (→ forța magnetică este orientată pe Ox, în sensul pozitiv al axei).

$\vec{l} = d \cdot \vec{k}$

$\vec{B} = B \cdot (-\vec{j})$

$\Rightarrow BIdL\cos\theta = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$

• $\theta = \sphericalangle(\vec{F}, \vec{i}) = 0°$

$\omega = \frac{v}{R}$; $I = \frac{mR^2}{2}$

$\Rightarrow BIdL = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2}\frac{mR^2}{2} \cdot \frac{v^2}{R^2} = \frac{3}{4} mv^2$

$\Rightarrow v^2 = \frac{4}{3}\frac{BI \cdot d \cdot L}{m} \Rightarrow v = 2\sqrt{\frac{BIdL}{3m}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{0,24 T \cdot 48 A \cdot 12 \cdot 10^{-2} m \cdot 45 \cdot 10^{-2} m}{3 \cdot 0,72 kg}}$

$\Rightarrow \boxed{v = 1,07\ \frac{m}{s}}$

(10) Rotorul unui motor electric este o bobină plană dreptunghiulară cu 80 de spire și dimensiunea de 2,5 cm x 4 cm și se rotește într-un câmp magnetic uniform de inducție $B = 0,8 T$. Când planul rotorului este perpendicular pe direcția câmpului, prin rotor trece un curent $I = 10 mA$, iar momentul de dipol magnetic este orientat în sens opus câmpului magnetic. Atunci, rotorul se rotește cu jumătate din mișcarea de revoluție. Acest proces se repetă pentru ca rotorul să se rotească cu o viteză unghiulară constantă de $3,6 \cdot 10^3$ rot/min.

(A) Care este momentul maxim al forței care acționează asupra rotorului?

$$\bullet\ \vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} = \mu \cdot B \sin\theta \xrightarrow{\text{pt. N spire}} M = NBIS\sin\theta \xrightarrow{\theta = 90^\circ}$$

$$\bullet\ \mu = I \cdot S$$

$$\Rightarrow M_{max} = 80 \cdot 0,8 T \cdot 10 \cdot 10^{-3} A \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} m \cdot 4 \cdot 10^{-2} m \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow \boxed{M_{max} = 6,4 \cdot 10^{-4} N \cdot m}$$

(B) Care este puterea maximă de ieșire a rotorului?

$$\bullet\ P_{max} = M_{max}\omega = 6,4 \cdot 10^{-4} N \cdot m \cdot 3600 \frac{rot}{min} \Rightarrow \boxed{P_{max} = 0,241 W}$$

$$1 \frac{rot}{min} = \frac{2\pi \ rad}{60 s}$$

(C) Care este lucrul mecanic efectuat asupra rotorului de câmpul magnetic la fiecare rotație?

• pt. o jumătate de rotație eng. potențială a acest este:

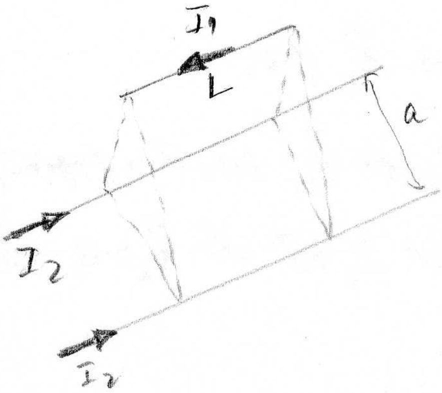
$$\Delta E_p = (-\vec{\mu} \cdot \vec{B}) (= E_{p_{max}} - E_{min}) = -\mu B \cos 180^\circ - (-\mu B \cos 0)$$

$$\Delta E_p = 2\mu B$$

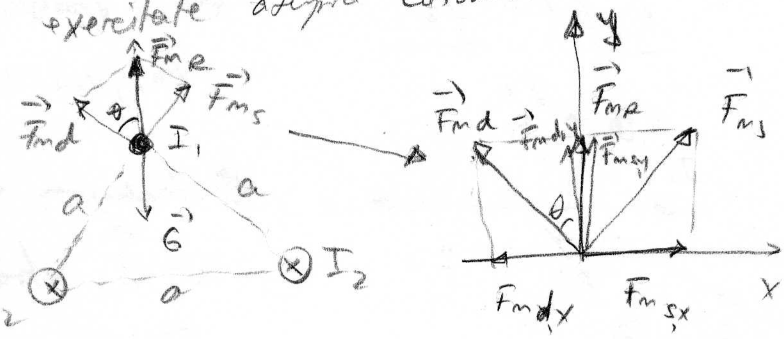
$$\bullet\ L = \Delta E_p = 2\mu B \cdot N = 2 I \cdot SBN = 2 \cdot 6,4 \cdot 10^{-4} N \cdot m \Rightarrow L = 1,28 \cdot 10^{-3} J.$$

• la o rotație completă: $\boxed{L = 2 \cdot 1,28 \cdot 10^{-3} J = 2,56 \cdot 10^{-3} J}$

(11) Două conductoare paralele, infinit de lungi sunt parcurse de un curent I_2 și se află la distanța $a = 1cm$ unul de altul. Un al treilea conductor cu lungimea $L = 10m$ și masa $m = 0,4\ kg$, levitează deasupra celor două conductoare când este parcurs de un curent $I_1 = 100A$. Care este intensitatea curentului I_2 ce trece prin conductoarele de jos, în același sens, a.î. cei trei conductori să formeze un triunghi echilateral?



• forțele exercitate asupra conductorului de sus:



• $\vec{F}_R = \vec{F}_{mR} + \vec{G} = 0$ ← cond. de echilibru

• $\vec{G} = -mg\vec{j}$

• $Ox: \vec{F}_{mR,x} = \vec{F}_{ms,x} + \vec{F}_{md,x} = 0$ ⇒

$Oy: \vec{F}_{mRy} = \vec{F}_{md,y} + \vec{F}_{ms,y} = 2\vec{F}_{my} = 2F_{my} \cdot \cos\theta \cdot \vec{j}$

$$\Rightarrow 2F_{my}\cos\theta \cdot \vec{j} - mg\vec{j} = 0 \Rightarrow 2\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \cdot \cos\theta \cdot \vec{j} = mg\vec{j} \Rightarrow$$

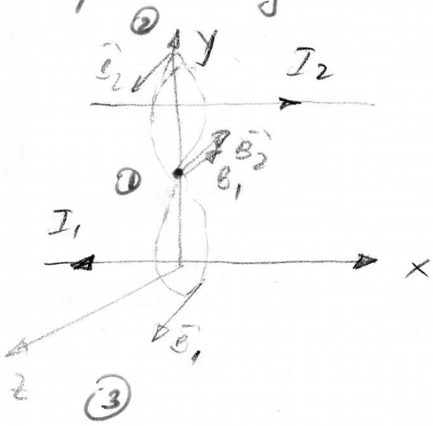
• $F_{my} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$.

$$\Rightarrow I_2 = \frac{2\pi a \cdot mg}{2\mu_0 I_1 \cos\theta} = \frac{\pi mga}{\mu_0 I_1 \cos\theta} \Rightarrow I_2 = \frac{\pi \cdot 0,4kg \cdot 9,81\frac{m}{s^2} \cdot 10^{-2}m}{4\pi \cdot 10^{-7}\frac{T\cdot m}{A} \cdot 100A \cdot \cos 30^\circ}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_2 = 113\,A}$$

(12) Un fir lung este parcurs de un curent $I_1 = 30$ A spre stânga axei Ox, iar un al doilea fir este parcurs de curentul $I_2 = 50$ A, orientat spre dreapta, în lungul liniei ($y = 0{,}28$ m, $z = 0$).

(A) În ce punct al planului celor două fire conductoare inducția câmpului magnetic total este zero?



① în spațiul dintre conductoare $\vec B$ are același sens, spre interiorul paginii $\Rightarrow \vec B_R \neq 0$.

② deasupra conductorului $I_2 \Rightarrow \vec B_2$ iese din pagină, iar $\vec B_1$ intră în pagină, dar $I_2 > I \Rightarrow \vec B_2 > B_1$ a.î. $\vec B_R \neq 0$.

③ $\vec B_R = \vec B_1 + \vec B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\cdot \vec k + \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}(-\vec k) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\frac{I_1}{|y|}\vec k + \frac{I_2(-\vec k)}{|y| + 0{,}28m}\right] = 0 \Rightarrow I_1(|y| + 0{,}28m) = I_2|y| \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec B_R = 0$ când $|y| = -y \Rightarrow -y I_2 = I_1(0{,}28m - y) \Rightarrow$

$\Rightarrow y = \frac{0{,}28m\, I_1}{I_1 - I_2} = \frac{0{,}28m \cdot 30A}{-20A} \Rightarrow \boxed{y = -0{,}42\,m}$

(B) O particulă cu sarcina $q = -2\mu C$ se deplasează cu viteza $150\frac{Mm}{s}\cdot\vec i$ în lungul liniei ($y = 0{,}1$ m; $z = 0$). Care este forța care acționează asupra particulei?

• la $y = 0{,}1\,m \Rightarrow \vec B_R = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}\cdot(-\vec k) + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}\cdot(-\vec k) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{y}(-\vec k) + \frac{I_2(-\vec k)}{0{,}28m - y}\right)$

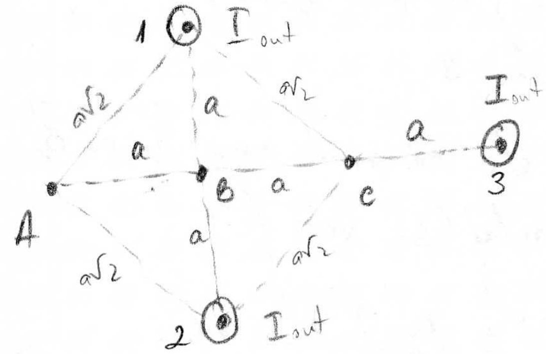
$\Rightarrow \vec B_R = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\frac{Tm}{A}}{2\pi}\left[\frac{30A}{0{,}1m}(-\vec k) + \frac{50A}{0{,}28m - 0{,}1m}(-\vec k)\right] \Rightarrow \vec B_R = 1{,}16\cdot 10^{-4}T(-\vec k)$

• $\vec F_m = q\vec v \times \vec B = q\left[150\cdot 10^{6}\frac{m}{s}\vec i \times 1{,}16\cdot 10^{-4}T(-\vec k)\right] \Rightarrow \boxed{\vec F_m = 3{,}47\cdot 10^{-2}N(-\vec j)}$

(C) Care este intensitatea câmpului electric ce ar trebui aplicat în această regiune a.î. sarcina să nu fie deviată?

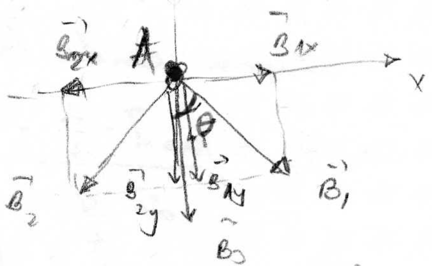
$\vec F_e = q\vec E \Rightarrow \vec E = \frac{\vec F_e}{q} = \frac{3{,}47\cdot 10^{-2}N(-\vec j)}{-2\cdot 10^{-6}C} \Rightarrow \boxed{\vec E = -1{,}73\cdot 10^{4}\frac{N}{C}\cdot\vec j}$

13) Trei conductoare paralele, foarte lungi, sunt parcurse de curenți de intensitate $I = 2A$, având orientarea din figură. Considerând distanța $a = 1cm$, să se determine modulul și orientarea câmpului magnetic în punctele A, B și C.



• În punctul A: $\vec B_A = \vec B_1 + \vec B_2 + \vec B_3$

$\Downarrow$



• $\vec B_1 = B_{1x}\cdot\vec i + B_{1y}\cdot\vec j$

• $\vec B_2 = B_{2x}\vec i + B_{2y}\cdot\vec j$

• $\vec B_3 = B_3\cdot\vec j$

$$\Rightarrow \vec B_A = (\underbrace{B_{1x} + B_{2x}}_{=0})\vec i + (B_{1y} + B_{2y} + B_{3y})\vec j \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec B_A = (B_1\cos45° + B_2\cos45° + B_3)\vec j = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\frac{1}{a\sqrt2}\cos45° + \frac{1}{a\sqrt2}\cos45° + \frac{1}{3a}\right]\vec j$$

• $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ → inducția câmp. mag. în jurul cond. liniar.

$$\Rightarrow \vec B_A = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\left[\frac{2}{\sqrt2}\cos45° + \frac13\right]\vec j = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}\cdot 2A}{2\pi\cdot10^{-2}m}\left[\frac{2}{\sqrt2}\cdot\frac{\sqrt2}{2}\cdot\frac13\right]\vec j \Rightarrow$$

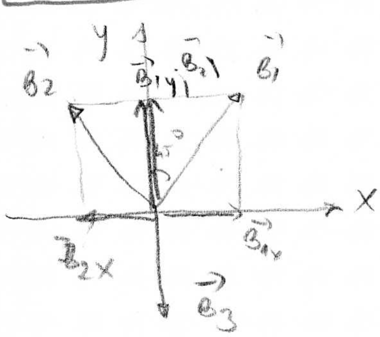
$$\Rightarrow \boxed{\vec B_A = 53{,}3\cdot10^{-6}\,T\cdot\vec j} \Rightarrow \boxed{B = 53{,}3\cdot10^{-6}\,T \text{ orientat în josul paginii}}$$

• În punctul B: $\vec B_B = \vec B_1 + \vec B_2 + \vec B_3 \Rightarrow \vec B_B = \vec B_3 = B_3\cdot\vec j = \frac{\mu_0 I}{2\pi(\cdot 2a)}\cdot\vec j \Rightarrow$

$\vec B_1 = -\vec B_2$

$$\Rightarrow \vec B_B = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}\cdot 2A}{4\pi\cdot10^{-2}m}\cdot\vec j = 20\cdot10^{-6}\,T\cdot\vec j \Rightarrow \boxed{B_B = 2\cdot10^{-5}\,T \text{ orientat în josul paginii}}$$

• În punctul C:



$$\vec B_C = (B_{1x}\cdot\vec i + B_{1y}\cdot\vec j) + (B_{2x}(-\vec i) + B_{2y}\cdot\vec j) + B_{3y}(-\vec j).$$

$$\vec B_C = (B_{1y} + B_{2y} - B_{3y})\cdot\vec j \Rightarrow$$

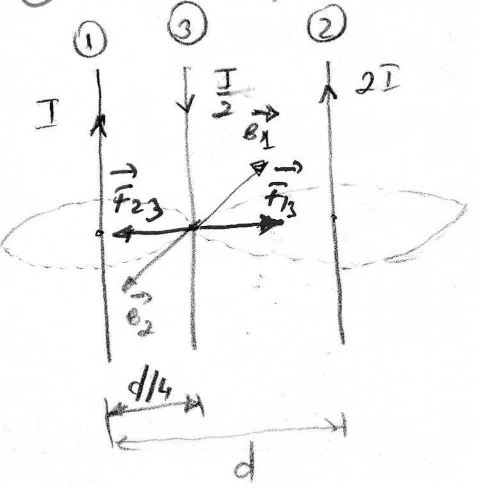
$$\Rightarrow \vec B_C = \left[\frac{\mu_0 I}{2\pi a\sqrt2}\cos45° + \frac{\mu_0 I}{2\pi a\sqrt2}\cos45° - \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\right]\cdot\vec j$$

$$\Rightarrow \vec B_C = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\left[\frac{2}{\sqrt2}\cos45 - 1\right]\cdot\vec j = \boxed{0\,\vec j}$$

$= \mu_0$

(14) Două conductoare rectilinii paralele, foarte lungi, se află la distanța d unul de altul și sunt parcurse de curenții I și $2I$, având același sens. Între acestea, la distanța $\frac{d}{4}$ de primul conductor, este introdus un al treilea conductor parcurs de curentul $\frac{I}{2}$, de sens opus.

(A) Determinați sensul de mișcare al conductorului 3.



• forțele exercitate de câmpurile mag $\vec{B}_1$ și $\vec{B}_2$ asupra conductorului (3) vor fi:

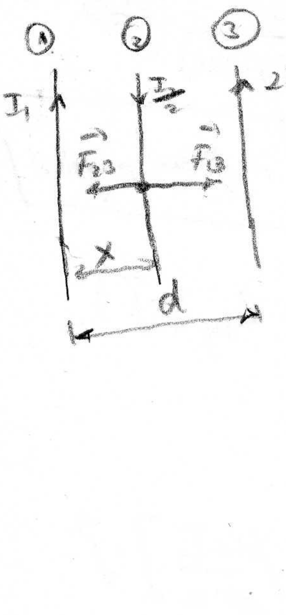
$$\bullet\ \vec{F}_{13} = \mu_0 \frac{I \cdot \frac{I}{2} \cdot l}{2\pi \frac{d}{4}} \cdot \vec{i} = \mu_0 \frac{I^2 \cdot l}{\pi d} \cdot \vec{i} \Rightarrow$$

$$\bullet\ \vec{F}_{23} = \mu_0 \frac{2I \cdot \frac{I}{2} \cdot l}{2\pi \cdot \frac{3d}{4}} (-\vec{i}) = \frac{2}{3} \mu_0 \frac{I^2 \cdot l}{\pi d} (-\vec{i}).$$

$\Rightarrow F_{23} = \frac{2}{3} F_{13} \Rightarrow F_{13} > F_{23} \Rightarrow$ conductorul (3) se va deplasa spre conductorul (2).

(B) La ce distanță de primul conductor trebuie plasat conductorul (3) pt. ca acesta să fie în echilibru?

• cond. de echilibru impune: $\vec{F}_R = 0 \Rightarrow \vec{F}_{13} = -\vec{F}_{23} \Rightarrow F_{13} = F_{23} \Rightarrow$

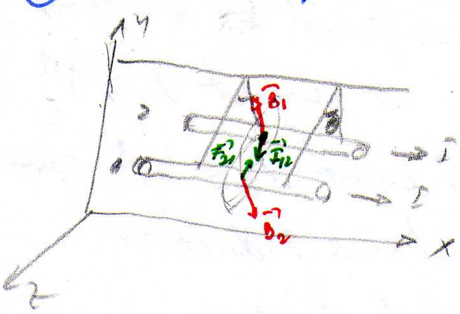


$$\Rightarrow \frac{\mu_0 I \cdot \frac{I}{2} \cdot l}{2\pi x} = \frac{\mu_0 \cdot 2I \frac{I}{2} \cdot l}{2\pi (d-x)} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{d-x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x = d - x \Rightarrow 3x = d \Rightarrow \boxed{x = \frac{d}{3}}$$

(15) Unitatea de măsură pentru fluxul magnetic, Wb, a fost numită după fizicianul german Wilhelm Weber. O altă unitate de măsură a inducției câmpului magnetic este G (gauss) numită după un alt fizician german: Carl F. Gauss. Weber și Gauss au construit în anul 1833 un telegraf format la un capăt de o baterie și un întrerupător legate printr-o linie de transmisie de 3 Km, de un electromagnet. Diagrama liniei de transmisie este prezentată în figură și constă din 2 fire paralele având masa pe unitatea de lungime de 50 $\frac{g}{m}$, menținute într-un plan orizontal de fire de 6 cm lungime. Când firele conductoare sunt parcurse de același curent I, acestea se depărtează și formează unghiul $\theta = 16°$ față de firele suport.

(A) Sunt curenții în aceeași direcție?

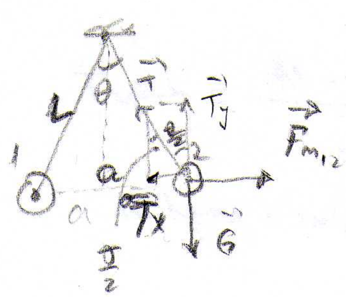


• pp. curenți de același sens $\Rightarrow$

$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow$ conductoarele se atrag.

• dar că firele se resping $\Rightarrow$ curenții sunt opuși.

(B) Care este valoarea curentului electric?



$Ox: \vec{F}_{m12} + \vec{T}_x = 0 \Rightarrow F_{m12} = T \sin\frac{\theta}{2}$ $\Rightarrow$

$Oy: \vec{T}_y + \vec{G} = 0 \Rightarrow T \cos\frac{\theta}{2} = G$

$$\Rightarrow \frac{T \sin\frac{\theta}{2}}{T\cos\frac{\theta}{2}} = \frac{\frac{F_{m12}}{L}}{\frac{G}{L}} = \frac{B \cdot I \sin 90°}{\lambda \cdot g}$$

• masa unit. de lungime: $\lambda = \frac{m}{L} \Rightarrow \frac{G}{L} = \lambda \cdot g$ $\Rightarrow$

• $F_{m12} = BIL \sin\theta$; $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

$$\Rightarrow tg\frac{\theta}{2} = \frac{\frac{\mu_0 I^2}{2\pi a}}{\lambda \cdot g}$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{a/2}{L} \Rightarrow a = 2L\sin\frac{\theta}{2}$$

$$\Rightarrow tg\frac{\theta}{2} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi \cdot \lambda \cdot g \cdot (2L\sin\frac{\theta}{2})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I^2 = \frac{4\pi \cdot \lambda \cdot g \cdot L \cdot \sin\frac{\theta}{2} \cdot tg\frac{\theta}{2}}{\mu_0}$$

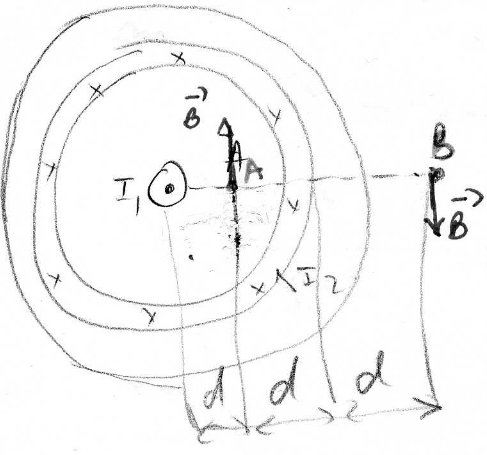
$\boxed{I = 6[illegible] A}$

(16) Niobiu (Nb) este un metal care devine supraconductor când este răcit la temperaturi sub 9 K. Supraconductivitatea acestuia se pierde când câmpul magnetic la suprafață depășește 0,1 T. În absența oricărui câmp magnetic extern, să se determine care este intensitatea maximă a curentului ce poate trece printr-un fir cu diametrul de 2 mm a.î. acesta să rămână supraconductor.

• lg. Ampère: $\oint \vec{B}\,d\vec{\ell} = \mu_0 I \Rightarrow B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow$

$$\Rightarrow I = \frac{\pi d \cdot B}{\mu_0} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot 10^{-3}\,m \cdot 0{,}1\,T}{4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{T \cdot m}{A}} \Rightarrow \boxed{I = 500\ A}$$

(17) Un cablu coaxial are în centru un conductor înconjurat de un strat de cauciuc și un alt conductor exterior, înconjurat de un strat de cauciuc, ca în fig. Prin conductorul interior trece un curent $I_1 = 1A$ care iese din pagină, iar prin cel exterior trece un curent $I_2 = 3A$ care intră în pagină. Să se determine modulul și orientarea inducției câmpului magnetic în punctele A și B, unde dist. $d = 1$ mm.



• În pct. A câmpul mag este dat de rel.:

$$B_A = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\frac{T m}{A} \cdot 1A}{2\pi \cdot 10^{-3}\,m} = 200\mu T$$

orientat spre partea de sus a paginii

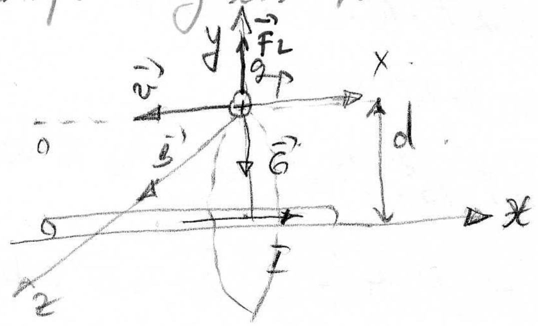
• în pct. B : $B_B = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi \cdot 3d}$

• curentul net prin suprafața ce înconjoară conductorul exterior: $I_3 = I_1 - I_2 = -2A \Rightarrow I_3 = 2A$ care intră în pagină

$$\Rightarrow B_B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\frac{T \cdot m}{A} \cdot 2A}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-3} m} = 133\mu T$$

orientat spre partea de jos a paginii

este parcurs de un curent $I = 1{,}2\,\mu A$. În vid, un proton se deplasează pe o direcție paralelă, opusă curentului, cu o viteză de $2{,}3\cdot10^4\,\frac{m}{s}$ la o distanță față de suprafață. Să se determine valoarea lui d, dacă se ignoră câmpul magnetic terestru.



• cond. de echilibru: $\vec{F}_L + \vec{G} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow q\vec{v}\times\vec{B} + mg(-\vec{j}) = 0$$

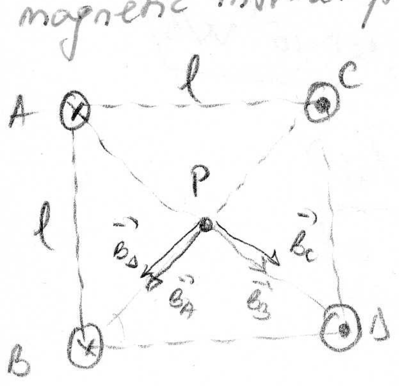
$$q v(-\vec{i})\times B\vec{k} = mg\,\vec{j} \qquad -\vec{i}\times\vec{k}$$

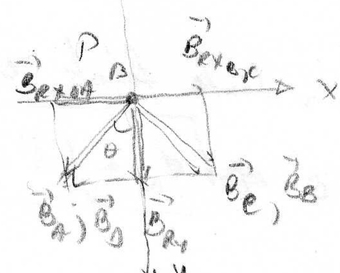
$$q v(-\vec{i})\times \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\vec{k} = mg\,\vec{j} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q\frac{v\mu_0 I}{2\pi d} = mg \Rightarrow d = \frac{\mu_0 q v I}{2\pi mg} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}C\cdot2{,}3\cdot10^4\frac{m}{s}\cdot1{,}2\cdot10^{-6}A}{2\pi\cdot1{,}67\cdot10^{-27}kg\cdot9{,}81\frac{m}{s^2}} \Rightarrow \boxed{d = 5{,}4\cdot10^{-2}m}$$

(19) Patru conductoare foarte lungi parcurse de curenți de intensitate egală $I = 5A$, având orientările din figură, se află în colțurile unui pătrat de latură $l = 0{,}2m$. Să se determine modulul și orientarea câmpului magnetic într-un punct P aflat în centrul pătratului.





$\Rightarrow$ pe Ox: $\vec{B}_R = \vec{B}_C + \vec{B}_B + \vec{B}_A + \vec{B}_D$

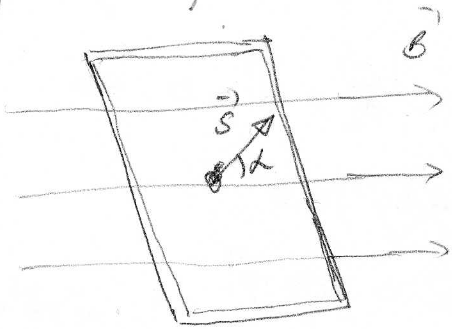
• pe Oy: $\vec{B}_R = \vec{B}_{Ay} + \vec{B}_{By} + \vec{B}_{Cy} + \vec{B}_{Dy}$

$$\Rightarrow \vec{B}_R = B_A\cos\theta\,\vec{j} + B_B\cos\theta\,\vec{j} + B_C\cos\theta\,\vec{j} + B_D\cos\theta\,\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{B}_R = 4B\cos\theta\cdot\vec{j} = 4\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi d}\cos\theta\,\vec{j} = \frac{4\mu_0 I}{2\pi\,\frac{l\sqrt{2}}{2}}\cdot\cos45^\circ\,\vec{j} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{B}_R = \frac{4\mu_0 I\cdot 2}{2\pi\cdot l\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\,\vec{j} = \frac{2\mu_0 I}{\pi\cdot l}\,\vec{j} = \frac{2\cdot4\pi\cdot10^{-7}\frac{T\cdot m}{A}\cdot5A}{\pi\cdot0{,}2m}\,\vec{j} = 2\cdot10^{-5}\,T\cdot\vec{j}$$

și $\alpha_3 = 90°$ față de normala la suprafața spirei. Să se determine fluxul magnetic în fiecare caz.



$$\bullet\ \phi_m = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cos\alpha$$

① $\alpha = 0° \Rightarrow \phi_m = 2T\cdot 10^2\cdot 10^{-4}m^2\cdot\cos 0$

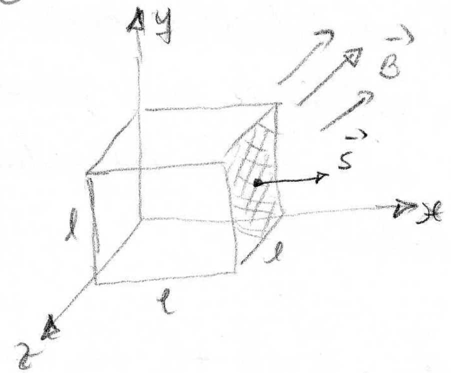
$$\phi_m = 2\cdot 10^{-2}\ Wb.$$

② $\alpha = 60° \Rightarrow \phi_m = 2T\cdot 10^2\cdot 10^{-4}m^2\cdot \underbrace{\cos 60°}_{\frac{1}{2}} = 10$

③ $\alpha = 90° \Rightarrow \phi_m = 2T\cdot 10^2\cdot 10^{-4}m^2\cdot\cos 90° = 0\ W$

(21) Un cub de latură $l = 2{,}5\,cm$ este poziționat ca în figură. Un comp[...] $\vec{B} = (5\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k})\,T$ se află în regi[...] magnetic uniform de inducție [...] cubului.

Ⓐ Care este fluxul magnetic prin suprafața hașurată?



$$\bullet\ \phi_m = \int\vec{B}\cdot\vec{S} = \vec{B}\cdot\vec{S} = \vec{B}\cdot S\cdot\vec{i}$$

$$\phi_m = (5\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k})\,T\cdot S\cdot\vec{i}$$

$$\phi_m = (5\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k})\,T\cdot l^2\cdot\vec{i}$$

$$\phi_m = (5\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k})\,T\cdot (2{,}5\cdot 10^{-2}m)^2\cdot\vec{i}$$

$$\phi_m = (5\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k})\,T\cdot (2{,}5\cdot 10^{-2}m)^2\cdot\vec{i}$$

$\vec{i}\cdot\vec{i} = 1$

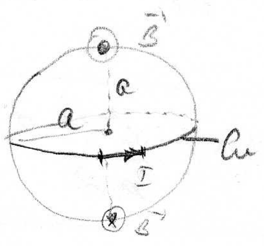
$\vec{i}\cdot\vec{j} = \vec{i}\cdot\vec{k} = 0$

$$\Rightarrow \phi_m = (5\cdot 6{,}25\cdot 10^{-4})\ Wb \Rightarrow \boxed{\phi_m = 3{,}125\cdot 10^{-3}\ Wb}$$

Ⓑ Care este fluxul magnetic total prin toate fețele cubului?

. pt. o suprafață închisă: $\oint\vec{B}\cdot\vec{S} = 0 \Rightarrow \boxed{\phi_m = \oint\vec{B}\cdot\vec{S} = 0}$

(22) Inducția câmpului magnetic la poli este de aproximativ $7\cdot10^{-5}$ T. Să presupunem că, înainte de inversarea polilor magnetici, acest câmp scade la zero. Anumiți oameni de știință au propus generarea unui câmp magnetic artificial care să-l înlocuiască prin întinderea unui fir de Cu în jurul ecuatorului și trecerea prin acesta a unui curent care să genereze la poli un câmp magnetic echivalent cu cel al Pământului. Care ar trebui să fie intensitatea acestui curent?



• Câmpul mag. la distanța x de centrul spirei de Cu este:

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

• (revedere lg. Biot-Savart pt. o spiră circulară!)

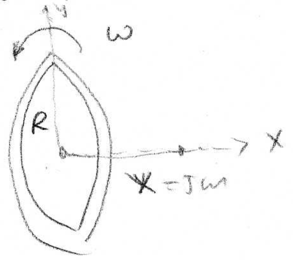
• $x = a \Rightarrow B = \dfrac{\mu_0 I a^2}{2(a^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} = \dfrac{\mu_0 I a^2}{2(2a^2)^{\frac{3}{2}}} = \dfrac{\mu_0 I a^2}{2\cdot 2^{\frac{3}{2}}\cdot a^3} = \dfrac{\mu_0 I}{2^{\frac{5}{2}}\cdot a}$

$$\left.\begin{aligned} &\Rightarrow I = \frac{2^{\frac{5}{2}}\cdot aB}{\mu_0} \\ &a = R_p = 6{,}37\cdot10^{6}\,m \\ &B = 7\cdot10^{-5}\,T \\ &\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}\,\frac{T\cdot m}{A} \end{aligned}\right\} \Rightarrow I = \frac{2^{\frac{5}{2}}\cdot 6{,}37\cdot10^{6}\,m\cdot 7\cdot10^{-5}\,T}{4\pi\cdot10^{-7}\,\frac{T\cdot m}{A}} \Rightarrow \boxed{I = 2{,}01\cdot10^{9}\,A}$$

⇒ I este foarte mare a.î. firul s-ar vaporiza instantaneu!

⇒ în plus, puterea furnizată firului ar fi de ordinul 10^{20} W care este mai mare decât toate sursele de energie solară de pe Pământ!

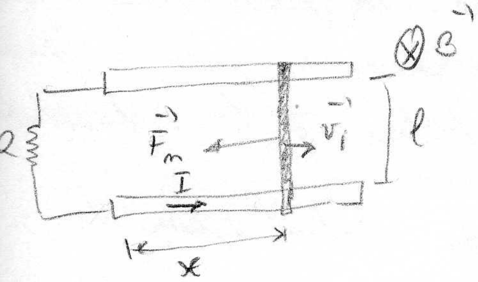
(23) Un inel dintr-un material izolator de rază $R = 10$ cm este electrizat uniform cu o sarcină pozitivă de $10\,\mu C$. Inelul se rotește cu o viteză unghiulară constantă $\omega = 20\,\frac{rad}{s}$ în jurul unei axe care trece prin centrul său, perpendiculară pe planul inelului. Care este inducția câmpului magnetic pe axa de rotație la o distanță de 5 cm față de centrul inelului?



$$\left.\begin{aligned} &\bullet\ B = \frac{\mu_0 I\cdot R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}} \\ &\bullet\ I = \frac{q}{t} = \frac{q}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega q}{2\pi} \end{aligned}\right] \Rightarrow B = \frac{\mu_0\,\omega\,q\cdot R^2}{4\pi\,(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \frac{4\pi\cdot10^{-7}\,\frac{T\cdot m}{A}\cdot 20\,\frac{rad}{s}\cdot 10\cdot10^{-6}\,C\ \ 10\cdot10^{-2}\,m}{4\pi\left[(5\cdot10^{-2}\,m)^2+(10\cdot10^{-2}\,m)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \boxed{B = 1{,}43\cdot10^{-10}\,T} = 143\,pT$$

(24) O bară de lungime ℓ și masă m se deplasează, fără frecare, pe două laturi ale unui circuit cu o viteză inițială v_i. Care este viteza barei la un moment de timp ulterior, dacă circuitul se află într-un câmp magnetic uniform?

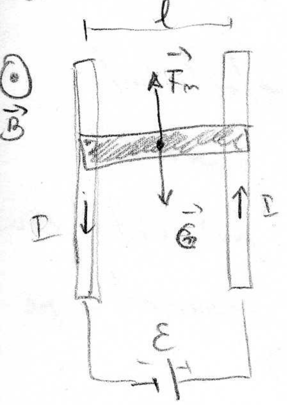


• Princ. II: $\vec{F}_R = m\cdot\vec{a} \Rightarrow F_m(-\vec{i}) = m\dfrac{dv}{dt}\cdot(\vec{i})$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow -BI\ell = m\dfrac{dv}{dt} \\ I = \dfrac{\mathcal{E}}{R} = \dfrac{B\ell v}{R} \end{array}\right] \Rightarrow -\frac{B^2\ell^2\cdot v}{R} = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_{v_i}^{f}\frac{dv}{v} = \int_{v_i}^{f} -\frac{B^2\ell^2\cdot dt}{mR} \Rightarrow \ln\frac{v_f}{v_i} = -\frac{B^2\ell^2}{mR}\cdot t \Rightarrow \boxed{v_f = v_i\cdot \exp\left[-\frac{B^2\ell^2\cdot t}{mR}\right]}$$

(25) O bară conductoare de lungime $\ell = 10\,cm$, masă $m = 100\,g$ și rezistență $R = 0{,}1\,\Omega$ alunecă, fără frecare, în lungul a două bare verticale, de rezistență neglijabilă, plasate într-un câmp magnetic uniform de inducție $B = 0{,}5\,T$, care este perpendicular pe planul barelor. Să se determine t.e.m pe care ar trebui să o aibă o sursă cu rezistență internă neglijabilă, legată între barele fixe, a.î. bara mobilă să rămână în echilibru.



• la echilibru: $\vec{F}_R = 0 \Rightarrow \vec{F}_m + \vec{G} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_m\vec{j} + G\cdot(-\vec{j}) = 0 \Rightarrow BI\ell(\vec{j}) = mg(\vec{j})$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow BI\ell = mg \\ I = \dfrac{\mathcal{E}}{R} \end{array}\right] \Rightarrow \frac{B\mathcal{E}\ell}{R} = mg \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{mgR}{B\ell} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = \frac{100\cdot10^{-3}\,kg\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot 0{,}1\,\Omega}{0{,}5\,T\cdot 10\cdot10^{-2}\,m} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = 2\,V}$$