

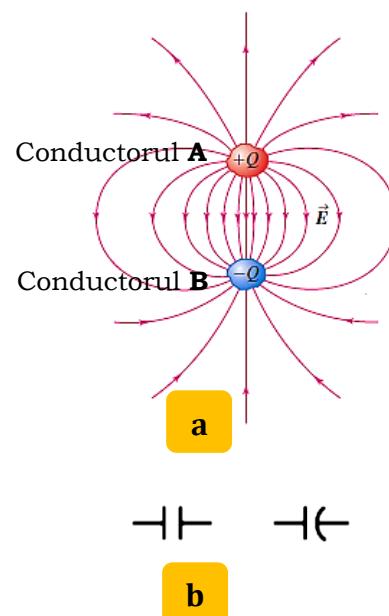
## 14. CAPACITATEA ELECTRICĂ

**Capacitatea electrică** se referă la proprietatea unui sistem de a stoca energie potențială electrică și sarcină electrică. Dispozitivul care realizează acest lucru se numește **condensator** și se poate fi realizat prin izolarea a doi conductori, unul față de altul și apropiată la o distanță mică unul de celălalt, fără a se atinge. Pentru a stoca energie într-un condensator trebuie să existe un transfer de sarcini între cele două conductoare, unul fiind încărcat negativ, iar celălalt pozitiv. La transferul de sarcină este efectuat un anumit lucru mecanic, acesta fiind stocat sub formă de energie potențială electrică.

Condensatoarele au o gamă largă de aplicații practice: blițurile aparatelor de fotografat, televiziune, circuite electrice, etc. În acest paragraf ne vom axa pe proprietățile fundamentale ale condensatoarelor și vom defini raportul dintre diferența de potențial dintre conductori și sarcina acestora printr-o mărime nouă, numită capacitate electrică. Această mărime depinde de dimensiunile și forma conductoarelor și de materialul izolator dintre acesteia. Condensatoarele electrice ne furnizează un nou mod de a privi energia potențială electrică. Astfel, energia stocată într-un condensator încărcat este legată de câmpul electric din spațiul dintre conductori. După cum vom vedea, energia potențială electrică poate fi privită ca fiind energia stocată chiar de către însăși câmpul electric. Această idee va fi fundamentalul teoriei electromagnetice a undelor și reprezintă o concepție modernă asupra naturii luminii.

### 14.1. CAPACITATEA ELECTRICĂ. CONDENSATOARE

Două conductoare paralele foarte apropiate, separate de un mediu izolator sau vid, formează un **condensator**, ca în figura 37.a. În majoritatea aplicațiilor, cele două conductoare sunt inițial neutre din punct de vedere electric și electronii



**Figura 37. (a).** Schema unui condensator electric.  
**(b).** Simboluri pentru condensatoare.

sunt transferați de la un conductor la celălalt. Acest proces se numește *încărcarea condensatorului*. După ce condensatorul a fost încărcat, cele două conductoare vor fi încărcate cu aceeași sarcină electrică, dar se semn opus, astfel încât sarcina totală a condensatorului este nulă. Astfel, când vom spune că un condensator este încărcat cu sarcina  $q$ , sau că cantitatea totală de sarcină stocată de acesta este  $Q$ , ne vom referi la faptul că, conductorul care are potențialul electric mai mare este încărcat cu sarcina  $+Q$ , iar cel care are potențialul mai mic va fi încărcat cu sarcina  $-Q$ . În circuitele de curent electric, condensatorul este reprezentat prin simbolurile din figura 37.b.

O modalitate simplă de a încărca un condensator este aceea de a-l conecta, prin intermediul a două fire conductoare, la bornele unei baterii. Odată ce pe conductoare s-au acumulat sarcinile  $+Q$  și  $-Q$ , condensatorul este deconectat de la baterie. Astfel, între cele două conductoare se stabilește o diferență de potențial  $V_{AB}$  care este egală cu tensiunea bateriei. Această diferență de potențial face ca între cele două conductoare să se stabilizească un câmp electric care este proporțional cu valoarea sarcinii electrice  $Q$  de pe fiecare conductor. Dacă dublăm valoarea sarcinii electrice înmagazinată în condensator, densitatea de sarcină electrică se dublează și, prin urmare, se dublează și diferența de potențial. În același timp se dublează și intensitatea câmpului electric, însă raportul dintre sarcina electrică și diferența de potențial rămâne constant. **Capacitatea electrică,  $C$ , a unui condensator se definește ca fiind raportul dintre sarcina electrică înmagazinată de acesta și diferența de potențial electric dintre cele două conductoare izolate:**

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} \quad (103)$$

Unitatea de măsură în SI a capacității electrice este *Faradul*, numită în onoarea fizicianului englez Michael Faraday:

$$[C]_{SI} = 1 \frac{C}{V} = 1F \quad (104)$$

Cu cât capacitatea unui condensator este mai mare, cu atât este mai mare valoarea sarcinii electrice  $Q$  acumulate pe cei doi conductori pentru o diferență de potențial dată și, prin urmare, energia stocată de condensator crește și ea. Astfel, capacitatea electrică este o măsură a gradului de energie electrică stocată de condensator. După cum vom vedea, capacitatea electrică depinde doar de forma și dimensiunile conductoarelor și de natura materialului izolator dintre acestea.

În continuare vom determina capacitatea unui condensator în funcție de diferența de potențial dintre conductoare, pentru o anumită valoare a sarcinii electrice, utilizând relația de definiție (103). Pentru început vom considera doar cazul condensatoarelor în vid, adică situația în care între cele două conductoare ale condensatorului se află vid.

### 14.1.1. CONDENSATORUL PLAN

Cel mai simplu exemplu de condensator este cel format din două plăci conductoare paralele, având aria  $S$  și situate la distanța  $d$  mult mai mică în comparație cu dimensiunile acestora, ca în figura 38.a. La încărcarea plăcilor cu sarcină electrică, câmpul electric creat este localizat aproape în întregime în regiunea dintre cele două plăci, figura 38.b. Acest câmp electric este uniform, iar sarcinile electrice sunt distribuite uniform pe cele două suprafețe opuse. Un astfel de condensator se numește **condensator plan**. Intensitatea câmpului electric creat de distribuția superficială de sarcină este dată de legea lui Gauss, scrisă sub forma:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S} \quad (105)$$

Diferența de potențial dintre cele două plăci separate de distanța  $d$  este:

$$V_{AB} = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 S} \quad (106)$$

Prin urmarea, capacitatea electrică a condensatorului plan este dată de expresia:

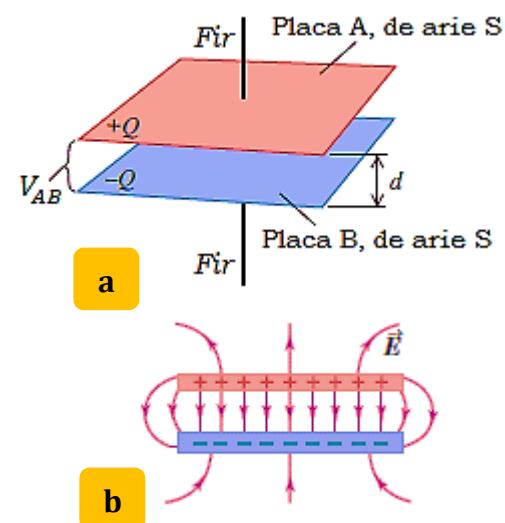
$$C = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{Q}{\frac{Qd}{\epsilon_0 S}} \Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad (107)$$

Capacitatea electrică depinde doar de geometria condensatorului și este direct proporțională cu aria  $S$  a plăcilor și invers proporțională cu distanța  $d$  dintre ele. Pentru un condensator dat, mărimile  $S$  și  $d$  sunt constante, iar permitivitatea dielectrică a vidului  $\epsilon_0$  este o constantă universală. Astfel, în vid, capacitatea este o constantă independentă de sarcina electrică a condensatorului sau de diferența de potențial dintre cele două plăci.

Relația precedentă ne permite să exprimăm permitivitatea electrică a vidului în altă unitate de măsură în SI. Astfel:

$$\epsilon_0 = \frac{Cd}{S} \Rightarrow [\epsilon_0]_{SI} = 1 \frac{F}{m} \quad (108)$$

În final, trebuie precizat că o capacitate electrică de 1 F este foarte mare. În practică este mult mai util să se folosească submultiplii:  $1\mu F = 10^{-6}F$ ,  $1nF = 10^{-9}F$  și  $1pF = 10^{-12}F$ . De exemplu, unitatea flash a blițului unei camere fotografice utilizează un condensator de câteva sute de microfarazi, iar capacitatele condensatoarelor circuitului unui radio sunt de  $10 \div 100$  pF. Dacă forma plăcilor condensatorului este mai complicată decât în cazul condensatorului plan,



**Figura 38.** (a). Condensator electric plan. (b). Câmpul electric uniform dintre armăturile unui condensator plan.

capacitatea electrică va fi mai complicată decât cea dată de relația (107), după cum vom vedea în continuare.

#### 14.1.2. CONDENSATORUL SFERIC

Un condensator sferic este format din două sfere concentrice de raze  $R$  și  $r$ , încărcate cu aceeași sarcină, dar de semn opus, ca în figura 39. Pentru a determina capacitatea acestui condensator vom pleca de la expresia diferenței de potențial dintre cele două sfere:

$$V_{AB} = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} d\vec{l} = - \int_r^R E dr \quad (109)$$

Câmpul electric creat de o distribuție sferică de sarcină este dată de relația:

$$E = k \frac{Q}{r^2} \quad (110)$$

Înlocuind acest rezultat în relația (109) obținem:

$$V_{AB} = -kQ \int_r^R \frac{dr}{r^2} = -kQ \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right) = kQ \frac{R-r}{rR} \quad (111)$$

Prin urmare, capacitatea electrică a condensatorului sferic va fi dată de relația:

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{Q}{kQ \frac{R-r}{rR}} = \frac{1}{k} \frac{rR}{R-r} = 4\pi\epsilon_0 \frac{rR}{R-r} \quad (112)$$

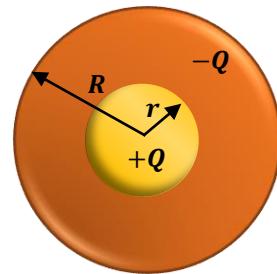
Putem face o legătură între expresia precedentă și capacitatea condensatorului plan. Mărimea  $4\pi rR$  este intermediară între ariile celor două sfere  $4\pi r^2$  și  $4\pi R^2$ . De fapt, are semnificația ariei geometrice a celor două sfere, pe care o putem nota prin  $S_{geom}$ . Dacă notăm cu  $d = R - r$  distanța dintre cele două sfere concentrice, astfel încât obținem pentru capacitatea condensatorului sferic expresia:

$$C = \epsilon_0 \frac{S_{geom}}{d} \quad (113)$$

relație care este asemănătoare cu cea a capacității condensatorului plan. Dacă distanța dintre sfere este mică în comparație cu raza lor, capacitatea electrică este identică cu cea a condensatorului plan având aceeași arie și spațiate identic.

#### 14.1.2. CONDENSATORUL CILINDRIC

Un condensator cilindric este prezentat schematic în figura 40 și este format din două conductoare cilindrice coaxiale, unul încărcat pozitiv cu sarcina  $+Q$  și având raza  $R$ , iar cel interior este încărcat negativ cu sarcina  $-Q$  și are raza  $r$  (unde  $r < R$ ). Lungimea  $L$  a condensatorului este mult mai mare decât razele celor doi cilindrii astfel încât se pot neglija efectele care apar la capete. Diferența de potențial dintre cei doi cilindri este:



**Figura 39.** Condensator sferic.

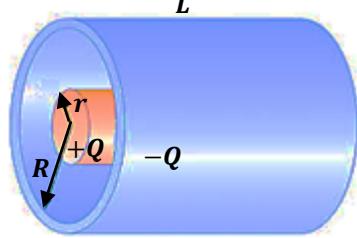
$$V_{AB} = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} d\vec{l} = - \int_r^R E dr \quad (114)$$

Câmpul electric creat de o distribuție cilindrică de sarcină este dată de relația:

$$E = 2k \frac{\lambda}{r} \quad (115)$$

Înlocuind acest rezultat în relația (114) obținem:

$$V_{AB} = -2k\lambda \int_r^R \frac{dr}{r} = -2k\lambda \ln \frac{R}{r} \quad (116)$$



**Figura 40.** Condensator cilindric.

Deoarece sarcina pe cilindrul exterior este negativă, putem pune condiția ca potențialul suprafeței interioare a cilindrului de rază  $R$  să fie nul. În acest caz, potențialul pe suprafață exterioară o cilindrului de rază  $r$  este chiar diferența de potențial dintre cei doi cilindri. Prin urmare, capacitatea electrică a condensatorului cilindric va fi dată de relația:

$$C = \frac{Q}{|V_{AB}|} = \frac{Q}{2k\lambda \ln \frac{R}{r}} = \frac{Q}{2k \frac{Q}{L} \ln \frac{R}{r}} = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln \frac{R}{r}} \quad (117)$$

Se observă că, capacitatea acestui condensator depinde doar de razele celor doi cilindri și de lungimea acestora. Din relația precedentă obținem pentru capacitatea pe unitatea de lungime a cilindrilor coaxiali relația:

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{R}{r}} \quad (118)$$

Un exemplu de astfel de aranjament este cablul coaxial, care este format din doi cilindri concentriți separați de un izolator. Un astfel de cablu îl utilizăm la televizor pentru recepția semnalului Tv. Cablul coaxial este util pentru ecranarea semnalelor electrice de influențe exterioare. Capacitatea pe unitatea de lungime a unui cablu coaxial utilizat la televizor este  $69 \frac{\text{pF}}{\text{m}}$ .

## 14.2. GRUPAREA CONDENSATOARELOR ÎN SERIE ȘI ÎN PARALEL

Condensatoarele sunt fabricate având anumite valori ale capacităților și ale tensiunii de lucru. Însă, aceste valori standard pot fi diferite de cele de care avem nevoie într-o anumită situație particulară. Putem obține valorile dorite dacă realizăm o combinație sau o grupare a diferitelor condensatoare, cele mai simple grupări fiind aceleia în serie și în paralel.

Să considerăm pentru început o grupare de **două condensatoare grupate în serie**, ca în figura 41. Cele două condensatoare sunt legate în serie, adică unul după altul, cu ajutorul firelor conductoare de legătură. Vom considera că inițial condensatoarele nu sunt încărcate. astfel, atunci când o diferență de potențial constantă și pozitivă se stabilește între punctele A și B ale circuitului, condensatoarele se încarcă astfel încât pe fiecare armătura a acestora vom avea aceeași valoare a sarcinii electrice. Vom nota cu  $C_1$  capacitatea primului

condensator care acumulează sarcina  $Q$  și cu  $C_2$  capacitatea celui de-al doilea condensator care acumulează aceeași sarcină  $Q$ . Cele două armături ale condensatoarelor se încarcă cu sarcini care au aceeași valoare totală dar semne diferite, astfel încât putem spune că în cazul grupării în serie a condensatoarelor valoarea numerică a sarcinii electrice este aceeași pe toate armăturile. Diferența de potențial dintre punctele  $A$  și  $B$  ale circuitului este:

$$V_{AB} = V_{AC} + V_{CB} \quad (119)$$

Diferența de potențial de la capetele primului condensator este  $V_{AC} = \frac{Q}{C_1}$ , iar la capetele celui de-al doilea condensator  $V_{CB} = \frac{Q}{C_2}$ , astfel încât putem scrie:

$$V_{AB} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \Rightarrow \frac{V_{AB}}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (120)$$

Capacitatea echivalentă a grupării de condensatoare  $C_{es}$  este definită ca fiind capacitatea unui condensator încărcat cu aceeași sarcină  $Q$ , când la capetele sale se află aceeași diferență de potențial  $V_{AB}$ . Cu alte cuvinte, putem înlocui cele două condensatoare cu unul singur, având capacitatea  $C_{es} = \frac{Q}{V_{AB}}$ . Astfel, putem rescrie relația precedentă sub forma:

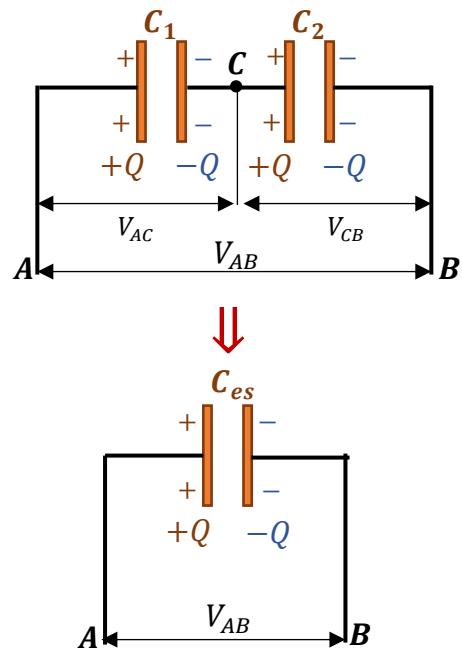
$$\frac{1}{C_{es}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (121)$$

Putem extinde relația precedentă pentru orice circuit în care se află mai multe condensatoare legate în serie. Astfel, capacitatea echivalentă se poate determina cu relația generală:

$$\frac{1}{C_{es}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (122)$$

Astfel, inversul capacității echivalente este egal cu suma algebraică a inverselor capacităților condensatoarelor individuale grupate în serie. În cazul grupării în serie, valoarea capacității echivalente a grupării este întotdeauna mai mică decât oricare din capacitățile condensatoarelor din grupare.

În figura 42 este prezentată o **grupare în paralel de condensatoare**. Două condensatoare sunt legate în paralel între punctele  $A$  și  $B$ , adică între aceleași puncte ale circuitului. După cum se observă din figură, în cazul grupării în paralel diferența de potențial dintre capetele condensatoarelor este aceeași  $V_{AB}$ . Sarcinile acumulate de cele două condensatoare sunt  $Q_1$  și  $Q_2$ , care nu sunt obligatoriu de aceeași valoare. În acest caz, sarcinile electrice acumulate de cele



**Figura 41.** Doi condensatori grupați în serie pot fi înlocuiți cu unul singur având capacitatea echivalentă  $C_{es}$ .

două condensatoare sunt:  $Q_1 = C_1 V_{AB}$  și  $Q_2 = C_2 V_{AB}$ . Sarcina totală a sistemului format de cele două condensatoare și, prin urmare, sarcina acumulată de un condensator de capacitate echivalentă  $C_{ep}$  este:

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_{ep} V_{AB} \quad (123)$$

sau

$$C_1 V_{AB} + C_2 V_{AB} = C_{ep} V_{AB} \quad (124)$$

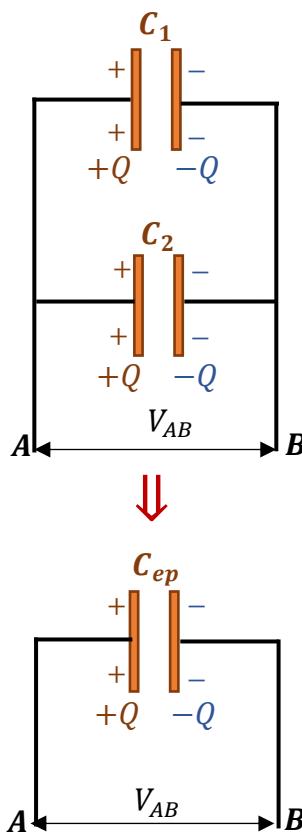
Din relația precedentă obținem, pentru capacitatea echivalentă a condensatorului ce ar putea înlocui cele două condensatoare legate în serie, expresia:

$$C_{ep} = C_1 + C_2 \quad (125)$$

Relația precedentă poate fi generalizată pentru o grupare formată din mai multe condensatoare legate în paralel, adică:

$$C_{ep} = \sum_{i=1}^n C_i \quad (126)$$

Astfel, capacitatea echivalentă a grupării paralel este egală cu suma algebraică a capacităților condensatoarelor ce formează gruparea. În cazul grupării în paralel a condensatoarelor, capacitatea echivalentă a grupării este întotdeauna mai mare decât cea a oricărui condensator din gruparea paralel.



**Figura 42.** Doi condensatori grupați în paralel pot fi înlocuiți cu unul singur având capacitatea echivalentă  $C_{ep}$ .

### 14.3. ENERGIA STOCATĂ DE UN CONDENSATOR. ENERGIA CÂMPULUI ELECTRIC

Multe dintre aplicațiile importante ale condensatoarelor depind de capacitatea acestora de a stoca energie. Energia potențială electrică stocată într-un condensator este egală cu lucrul mecanic efectuat pentru a-l încărca, adică pentru a separa sarcinile electrice de semne diferite pe cele două armături ale acestuia. La descărcarea condensatorului, această energie este transformată în lucru mecanic efectuat de forțele electrice.

Energia potențială a unui condensator încărcat poate fi determinată cu ajutorul lucrului mecanic efectuat pentru a încărca condensatorul. Astfel, dacă notăm cu  $Q$  sarcina electrică a condensatorului încărcat atunci când diferența de potențial ajunge la valoarea  $\Delta V$ , putem scrie:

$$\Delta V = \frac{Q}{C} \quad (127)$$

La un moment dat, înainte ca condensatorul să fie complet încărcat, sarcina electrică acumulată de acesta este  $q$ , lucrul mecanic efectuat pentru a-i mai transfera acestuia cantitatea  $dq$  este:

$$\delta L = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq \quad (128)$$

Lucrul mecanic total efectuat pentru a încărca condensatorului de la zero la sarcina  $Q$  este:

$$L = \int_0^Q \frac{q}{C} dq \Rightarrow L = \frac{Q^2}{2C} \quad (129)$$

Acest lucru mecanic este egal cu cel efectuat de câmpul electric la descărcarea condensatorului. În acest caz,  $q$  scade de la valoarea inițială  $Q$  la zero pe măsură ce potențialul scade și el de la valoarea  $\Delta V$  la zero.

Dacă definim energia potențială a condensatorului descărcat ca fiind nulă, atunci lucru mecanic din relația precedentă este egal cu energia potențială electrică a condensatorului încărcat, astfel încât putem scrie:

$$E_{pe} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{C\Delta V^2}{2} = \frac{Q\Delta V}{2} \quad (130)$$

Ultimul termen al relației precedente,  $E_{pe} = \frac{Q\Delta V}{2}$ , ne arată că lucru mecanic total efectuat pentru a încărca condensatorul este egal cu produsul dintre sarcina totală și valoarea medie a diferenței de potențial pe parcursul procesului de încărcare. Expresia  $E_{pe} = \frac{Q^2}{2C}$  ne indică că un condensator încărcat este analogia electrică a unui resort întins având energie potențială elastică  $E_p = \frac{kx^2}{2}$ . Sarcina  $Q$  este analogă elongației  $x$ , iar constanta elastică  $k$ , inversului capacității electrice. Energia furnizată condensatorului pentru a se încărca este analogă cu lucru mecanic efectuat pentru întinderea resortului.

Relația (130) ne arată că, capacitatea electrică este o măsură a abilității unui condensator de a stoca energie și sarcină. Dacă încărcăm un condensator prin conectarea lui la o baterie sau o altă sursă ce furnizează o anumită diferență de potențial, atunci prin creșterea valorii capacității obținem o cantitate mai mare de sarcină electrică și o energie mai mare stocată de acesta.

Putem considera că energia stocată în câmpul electric dintre armăturile condensatorului, pe măsură ce acesta este încărcat, este proporțională cu capacitatea condensatorului. Acest considerent este rezonabil deoarece intensitatea câmpului electric este proporțională cu sarcina electrică stocată de condensator. Pentru un condensator plan, diferența de potențial este legată de intensitatea câmpului electric de relația:  $V_{AB} = Ed$ , iar expresia capacității acestuia am stabilit-o anterior și are expresia:  $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$ . Dacă înlocuim aceste relații în ecuația (130) obținem:

$$E_{pe} = \frac{\varepsilon_0 S(Ed)^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 S d E^2}{2} \quad (131)$$

Dar, volumul dintre plăcile condensatorului este  $V = Sd$ , astfel încât putem defini **densitatea de energie electrică**, definită ca fiind energia pe unitatea de volum, prin relația:

$$w_e == \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \quad (132)$$

Deși relația precedentă a fost stabilită pentru condensatorul plan, aceasta este general valabilă pentru orice condensator în vid, indiferent de configurația câmpului electric în vid. Această relație ne arată că densitatea de energie electrică este proporțională cu pătratul intensității câmpului electric într-un punct dat. Rezultatul precedent mai are o implicație importantă. Când ne referim la vid, ne referim la un spațiu unde nu există materie, însă în vid poate exista un câmp electric și, prin urmare, energie electrică. Astfel, acest spațiu gol nu este, în cele din urmă, atât de gol. Vom reveni asupra acestei idei când vom discuta despre energia transportată de o undă electromagnetică.

#### 14.4. DIELECTRICI

În majoritatea a cazurilor, între armăturile unui condensator se află un material numit **dielectric**, ca de exemplu cauciuc, sticlă, polistiren, parafină sau hârtie cerată. Prin plasarea unui material dielectric solid între plăcile unui condensator se obțin câteva lucruri interesante. În primul rând, se rezolvă problema menținerii armăturilor metalice a condensatoarelor la o distanță cât mai apropiată, fără a se atinge. În al doilea rând, utilizarea dielectricului mărește posibilitatea obținerii unei diferențe maxime de potențial între armăturile condensatorului. După cum am văzut, orice material izolator supus acțiunii unui câmp electric suficient de intens suferă o ionizare parțială, ceea ce face ca acesta să devină conductor. Acest fenomen se numește **străpungerea dielectricului**. Astfel, foarte multe materiale dielectrice pot suporta câmpuri electrice de mare intensitate fără a apărea fenomenul de străpungere și, prin urmare, permite condensatorului să susțină o diferență de potențial mai mare. Acest lucru permite stocarea unei sarcini și a unei energii mai ridicate.

În ultimul rând, capacitatea electrică a unui condensator cu anumite dimensiuni este mai mare în situația în care între armături este un dielectric, comparativ cu situația în care ar fi vid. Acest lucru poate fi dovedit dacă utilizăm un **electrometru** sensibil, ca în figura 43. Un electrometru este un instrument electrostatic care servește la măsurarea potențialelor și sarcinilor electrice. El măsoară tensiuni electrice pe cale electrostatică. Instrumentul mai este cunoscut și sub numele de **electroscop**. În figura 43.a, un electrometru este conectat la bornele unui condensator încărcat cu sarcina  $Q$  pe fiecare armătură, între acestea existând o diferență de potențial  $V_0$ . Dacă între armături este inserat un material dielectric, experimentul arată că diferența de potențial scade, figura

**43.b.** Dacă dielectricul este înláaturat, diferența de potențial revine la valoarea anterioară  $V_0$ , indicând că sarcina electrică inițială de pe armături nu s-a schimbat.

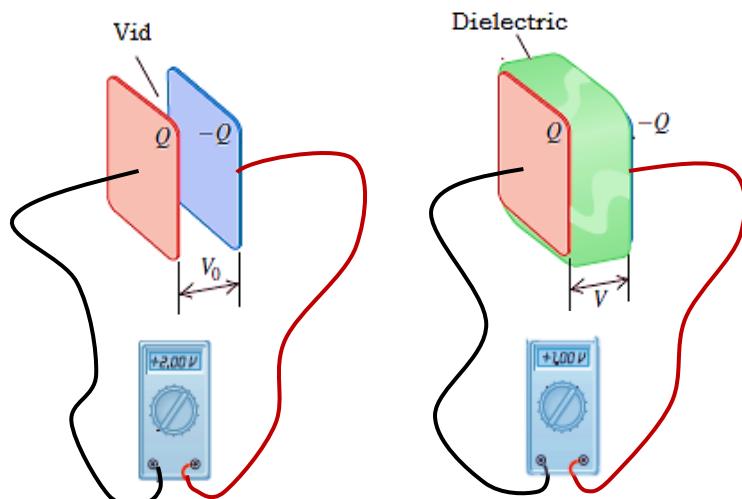
Inițial, capacitatea condensatorului este  $C_0 = \frac{Q}{V_0}$ , iar după introducerea dielectricului aceasta devine  $C = \frac{Q}{V}$ . În ambele situații valoarea sarcinii este aceeași,  $Q$ , iar  $V_0 > V$  astfel încât putem concluziona că  $C > C_0$ . Când spațiul dintre armături este umplut complet cu un dielectric raportul dintre capacitățile  $C$  și  $C_0$  este numit **constanta dielectrică** a materialului:

$$K = \frac{C}{C_0} \quad (133)$$

Constanta dielectrică  $K$  este un număr mai mare decât unitatea, iar în vid  $K = 1$ . În aer, la temperatură și presiune obișnuite  $K = 1,0006$ , de aceea putem presupune că, capacitatea condensatorului în aer este egală cu cea în vid. Deși constanta dielectrică a apei este mare ( $K = 80,4$ ), aceasta nu este un dielectric practic deoarece apa este un solvent ionic foarte bun. Astfel, fiecare ion care este dizolvat în apă va produce o curgere a sarcini între armăturile condensatorului și, prin urmare, acesta se va descărca. Valoarea constantei dielectrice și a străpungerii dielectrice, pentru câteva materiale, este prezentată în tabelul 1.

După cum am arătat mai sus, la introducerea dielectricului între armăturile condensatorului diferența de potențial scade cu un factor  $K$ , adică  $V = \frac{V_0}{K}$ . Prin urmare, intensitatea câmpului electric dintre armăturile condensatorului trebuie să scadă cu același factor:

$$E = \frac{E_0}{K} \quad (134)$$



**Figura 43.** La introducerea unui dielectric între armăturile condensatorului diferența de potențial scade față de valoarea inițială.

**Tabelul 1**

Material	Constanta dielectrică, $K$	Străpungerea dielectrică $(\frac{V}{m})$
Vid	1	
Aer (1atm)	1,0006	$3 \cdot 10^6$
Parafină	2,2	$10^7$
Polistiren	2,6	$2,4 \cdot 10^7$
Plastic	2-4	$5 \cdot 10^7$
Hârtie	3,7	$1,5 \cdot 10^7$
Cuarț	4,3	$8 \cdot 10^6$
Ulei	4	$1,2 \cdot 10^7$
Sticlă	5	$1,4 \cdot 10^7$
Porțelan	6-8	$5 \cdot 10^6$
Cauciuc	6,7	$1,2 \cdot 10^7$
Apă	80	

unde  $E_0$  este intensitatea câmpului electric în vid, iar  $E$  este intensitatea câmpului în dielectric. Cum intensitatea câmpului electric este mai mică în dielectric, densitatea superficială de sarcină trebuie să fie și ea mai mică. Sarcina superficială de pe armăturile condensatorului nu se modifică, însă pe suprafața dielectricului apare o sarcină indușă, de semn diferit, ca în figura 44. Inițial, dielectricul este neutru din punct de vedere electric și rămâne neutru. Sarcina indușă apare datorită redistribuirii sarcinilor pozitive și negative din dielectric, fenomen numit **polarizarea dielectricului**. Vom presupune că sarcina indușă pe suprafețele dielectricului este direct proporțională cu intensitatea câmpului electric în material. Această situație o regăsim în cazul majorității dielectricilor.

Putem stabili o relație între sarcina indușă pe suprafețele dielectricului și cea de pe suprafețele armăturilor condensatorului. Vom nota cu  $\sigma_i$  densitatea superficială de sarcină de pe suprafețele dielectricului și cu  $\sigma$  densitatea superficială de sarcină de pe armăturile condensatorului. Astfel, sarcina totală de pe fiecare parte a condensatorului este  $\sigma - \sigma_i$ , iar intensitatea câmpului electric dintre armături este legată de această sarcină prin relațiile:

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{și} \quad E = \frac{\sigma - \sigma_i}{\epsilon_0} \quad (135)$$

prima relație fiind valabilă în absența dielectricului și cea de-a două pentru situația în care este prezent dielectricul. Introducând acest rezultat în relația (134) obținem:

$$\sigma_i = \sigma \left(1 - \frac{1}{K}\right) \quad (136)$$

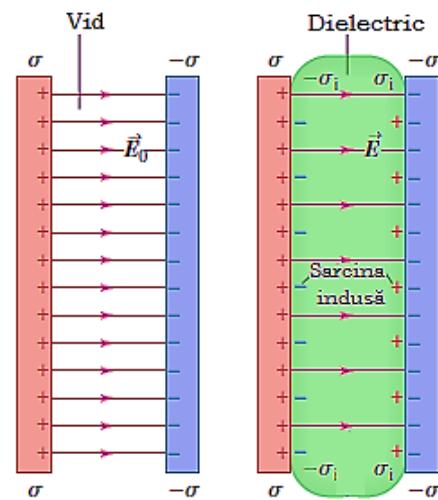
Această relație ne indică că în situația în care  $K$  este foarte mare, densitatea superficială de sarcină indușă  $\sigma_i$  este aproape egală cu cea de pe armăturile condensatorului  $\sigma$ . Prin urmare, intensitatea câmpului electric și diferența de potențial sunt mult mai mici decât valorile lor în vid.

Produsul  $\epsilon = \epsilon_0 K$  este numit **permitivitatea dielectricului**, astfel încât putem exprima intensitatea câmpului electric în dielectric prin relația:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (137)$$

Capacitatea condensatorului în prezenta dielectricului este:

$$C = KC_0 = K \frac{\epsilon_0 S}{d} = \epsilon \frac{S}{d} \quad (138)$$



**Figura 44.** Liniile câmpului electric în absența și în prezența dielectricului.

Putem exprima densitatea de energie a câmpului electric atunci când este prezent dielectricul prin relația:

$$w = \frac{\varepsilon_0 K E^2}{2} = \frac{\varepsilon E^2}{2} \quad (139)$$

În vid,  $K = 1$ , iar  $\varepsilon = \varepsilon_0$ , iar ultimele două relații sunt identice cu cele obținute pentru un condensator plan în vid.

#### 14.5. LEGEA LUI GAUSS ÎN DIELECTRICI

În cele ce urmează vom stabili o expresie particulară a legii lui Gauss pentru dielectriți. În figura 45 este prezentată o porțiune a unei zone de contact metal-dielectric a unui condensator. Dacă delimităm o zonă de formă paralelipipedică ce delimită pe cele două materiale o suprafață de arie  $S$ , sarcina electrică  $Q$  cuprinsă în această regiune va conține atât sarcini de pe armătura condensatorului, cât și sarcini electrice induse pe dielectric. Această sarcină superficială va fi dată de relația:

$$Q = (\sigma - \sigma_i)S \quad (140)$$

Astfel, legea lui Gauss va avea expresia:

$$ES = \frac{\sigma - \sigma_i}{\varepsilon_0} S \quad (141)$$

Această relație face legătura între două mărimi necunoscute: intensitatea câmpului electric din dielectric,  $E$  și densitatea de sarcină indușă pe suprafață dielectricului  $\sigma_i$ . Dacă rescriem relația (136) sub forma:

$$\sigma - \sigma_i = \frac{\sigma}{K} \quad (142)$$

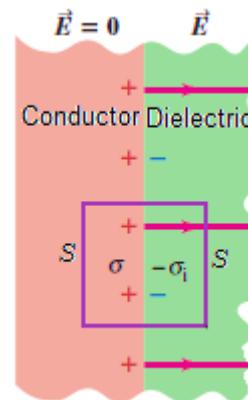
putem elimina una dintre necunoscute, și anume pe  $\sigma_i$ . Astfel, obținem:

$$ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0 K} \quad \text{sau} \quad KES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} \quad (143)$$

Această relație ne arată că fluxul electric  $K \vec{E} \vec{S}$  ce străbate suprafața de arie  $S$  este egal cu sarcina electrică închisă în suprafață respectivă. Prin urmare, putem scrie legea lui Gauss sub forma:

$$\oint K \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad (144)$$

Această relație este valabilă pentru orice suprafață închisă, dacă sarcina electrică indușă este proporțională cu intensitatea câmpului electric în material. În relația precedentă  $Q$  reprezintă sarcina electrică totală liberă de pe armătura condensatorului și nu sarcina indușă.



**Figura 45.** Legea lui Gauss în dielectriți.

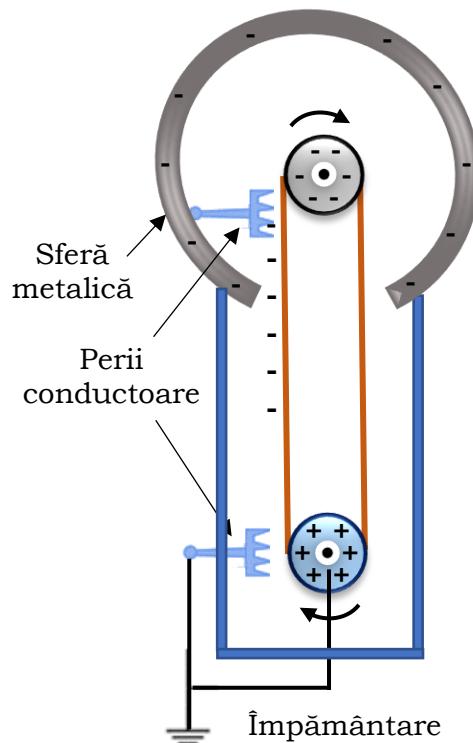
**16. APLICAȚII ALE ELECTROSTATICII****16.1. GENERATORUL VAN DE GRAAFF**

În anul 1929, Robert J. Van de Graaff a construit un dispozitiv care genera o diferență de potențial foarte mare prin separarea sarcinilor electrice. Acest dispozitiv, numit generator Van de Graaff a fost construit pentru a studia accelerarea particulelor și anumite aspecte ale fizicii nucleare. Generatorul Van de Graaff este prezentat schematic în figura **47** și include un motor, două role care întind o curea transportoare din cauciuc și o sferă mare dintr-un material conductor. Rola din partea de jos este acționată de un motor și este confectionată

dintron material dielectric (plastic sau plastic acoperit cu material textil). Când această rolă este rotită de motor se va produce o frecare între aceasta și cureaua de cauciuc și apare fenomenul de electrizare prin frecare între cele două corpuri din materiale diferite. Datorită rotației curelei, sarcinile pozitive și negative se vor separa, iar pe rola de jos se va acumula o cantitate mare de sarcină pozitivă. În același timp, cureaua se va electriza negativ, însă aceste sarcini negative vor fi distribuite în lungul curelei de cauciuc.

Un set de perii metalice este poziționat în apropierea rolei inferioare, foarte aproape de curea, fără a o atinge. Celălalt capăt al periiilor metalice este împământat. Datorită apropierei de rola încărcată pozitiv, electronii negativi din pieptene sunt atrăsi spre scripete. Cum sarcinile se adună în puncte sau muchii ascuțite, concentrația de electroni de la vârfurile periielor crește, generând o sarcină negativă intensă suficient de puternică pentru a afecta aerul din jurul lor. Prin urmare, moleculele de aer din apropierea periiilor metalice vor fi separate în electroni și ioni pozitivi. Electronii vor fi respinși de sarcina negativă puternică acumulată pe periiile metalice și vor cauza alte procese de ionizare ale moleculelor din apropiere. Astfel, după un anumit timp, se va forma o masă de electroni liberi și ioni pozitivi în jurul periiilor, masă numită plasmă. Sarcinile negative din acest nor de plasmă sunt atrase de rola electrizată pozitiv, dar nu sunt transferate rolei deoarece în acest spațiu se află cureaua de cauciuc. Prin urmare, o parte a acestei curele este electrizată negativ prin inducție, deoarece rola pozitivă induce o electrizare a periiilor metalice. Acest transfer staționar de electroni este posibil prin intermediul masei de plasmă deoarece aceasta formează un pod prin care electronii sunt transferați de la vârfurile periielor la cureaua transportoare. Trebuie precizat că numărul moleculelor de aer trebuie să fie suficient de mare pentru a se produce efectul de plasmă. Dacă generatorul Van de Graaff este plasat în vid, el nu va funcționa.

Mai departe, cureaua electrizată negativ va transporta electronii către rola superioară. Această rolă, fabricată de regulă dintron metal neutru, se va electriza cu o sarcină opusă rolei de jos (în acest caz, negativ) pe măsură ce generatorul funcționează. Astfel, electronii transportați de cureaua de cauciuc vor fi respinși de sarcina negativă a rolei superioare. Periiile metalice din apropierea rolei superioare vor fi electrizate pozitiv de aceasta, sarcinile pozitive



**Figura 47.** Schema unui generator Van de Graaff.

concentrate în vârful acestor perii vor genera la rândul lor efectul de plasmă prin acțiunea asupra moleculelor de aer din apropiere. În acest caz, electronii vor fi atrași de periile conductoare, iar ionii pozitivi de cureaua de cauciuc. Deoarece, celălalt capăt al periiilor metalice este legat la sfera metalică a generatorului, electronii se vor deplasa către această sferă care va fi electrizată negativ, electronii împrăștiindu-se pe suprafața acesteia.

Până acum am descris cum funcționează în interior un generator Van de Graaff, cu precizarea că polaritățile se pot schimba, în funcție de materialele din care sunt confecționate rolele și cureaua transportoare. În continuare vom vedea ce face un generator Van de Graaff. Astfel, sarcina de pe suprafața sferei continuă să crească până când se produce o descărcare în aer care seamănă cu o scânteie de lumină. Procesele de încărcare și descărcare vor continua atât timp cât motorul pune în mișcare rolă inferioară care antrenează cureaua. Generatorul va produce descărcarea și dacă în apropierea acestuia este adus suficient de aproape un mediu conductiv, astfel încât să se producă un transfer de sarcină. Motivul apariției scânteii în timpul descărcării generatorului este acela că aerul uscat este un mediu dielectric. Acesta rămâne izolator atât timp cât intensitatea câmpului electric nu depășește valoarea de  $3 \times 10^6 \frac{V}{m}$ . Atunci când câmpul electric al generatorului Van de Graaff este mai mare decât această valoare, apare descărcarea electrică a generatorului, adică sarcinile sunt transferate mediului înconjurător pentru a reduce câmpul electric la o valoare pe care mediu dielectric o poate suporta.

Procesul de descărcare este influențat umiditatea aerului și de dimensiunea generatorului, cu cât acesta este mai mare cu atât cantitatea de sarcină descărcată este mai mare, adică se obțin diferențe de potențial mai ridicate. De exemplu, un generator Van de Graaff foarte mare poate descărca tensiunii de 7 MV, care sunt mult mai mari decât pragul de descărcare al aerului uscat. Această dependență de dimensiunile generatorului poate fi explicată plecând de la expresia capacității unei sfere izolate de rază  $R$ :  $C = 4\pi\epsilon_0 R$ . Cum intensitatea câmpului electric într-un punct situat la distanța  $r$  ( $r > R$ ) este:  $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{CV}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{V}{R}$ , va rezulta că potențialul maxim pentru o sferă de rază  $R$  situată în aer uscat este:  $V = 3000000 \times R V$ . Astfel, se observă că potențialul maxim pentru care generatorul poate produce o descărcare depinde de raza sferei metalice a generatorului.

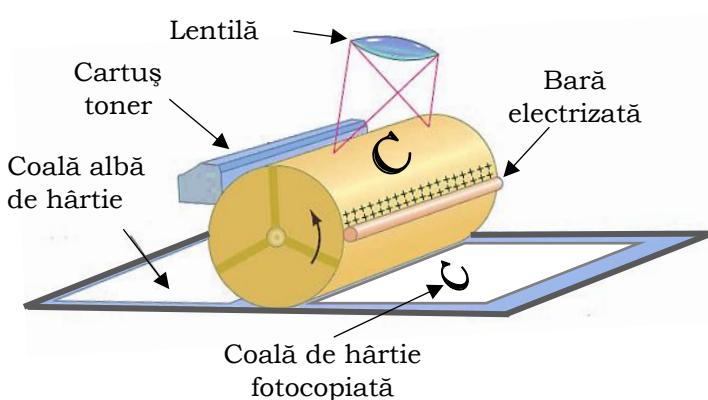
## 16.2. Xerografia și metode de printare utilizând electrostatica

Xerografia este o tehnică de fotocopiere uscată care utilizează căldura și care stă la baza fotocopiatoarelor moderne care realizează copii de documente sau imagini pe hârtie obișnuită în mod rapid și cu costuri scăzute. Dispozitivele de fotocopiere și imprimantele laser utilizează atracția electrostatică pentru a

imprima o imagine. Aceste dispozitive utilizează metode diferite pentru a proiecta imaginea pe un tambur cilindric special sau pe o bandă rulantă care se rotește. Tamburul cilindric este confectionat dintr-un material conductor (de regulă aluminiu) pe care este depus un strat subțire de seleniu. Seleniul are proprietatea de a-și modifica proprietățile de conducție în funcție de intensitatea luminii incidente, fenomen numit **fotoconductivitate**.

Într-un fotocopiator, tamburul cilindric pe care este depus stratul fotoconductiv de seleniu este electrizat uniform cu o sarcină pozitivă utilizând o bară încărcată electric, proces care se desfășoară în întuneric. După această primă etapă, imaginea pe care dorim să o multiplicăm, care se află pe o coală de hârtie, este proiectată cu ajutorul lentilelor sau a oglinzilor pe tamburul cilindric, figura 48. Pentru o înțelegere mai ușoară să presupunem că imaginea pe care dorim să o fotocopiem este litera **C** pe o coala albă de hârtie. Deoarece documentul inițial este iluminat cu o lampă de lumină, zonele albe ale acestuia sunt reflectate pe suprafața tamburului cilindric fotoconductiv. Prin urmare, zonele tamburului expuse la lumină devin conductive și electronii din aluminiu de sub stratul de seleniu va neutraliza aceste zone. În schimb, zonele care nu sunt expuse la lumină, care corespund zonelor întunecate (negre) ale documentului original, vor rămâne neconductive și vor rămâne încărcate pozitiv. Prin urmare, o imagine electrică latentă este înregistrată pe suprafața tamburului cilindric. În ultima etapă a acestui proces, o pulbere fină, numită toner, electrizată negativ, este pulverizată pe tamburul care se rotește. Particulele electrizate negativ ale tonerului sunt atrase de zonele pozitive de pe tambur și rămân fixate pe aceste zone. În final, tamburul cilindric presează o coala de hârtie care este electrizată pozitiv mai intens decât tamburul impregnat cu toner, iar particulele acestuia vor fi transferate hârtiei și vor forma imaginea finală. În cazul fotocopierii sau printării color, acest proces este repetat pentru fiecare culoare (negru, albastru, roșu și galben). Prin combinarea acestor patru culori în proporții diferite se va obține culoarea dorită.

Într-o imprimantă cu laser, un computer produce o variație a intensității unui fascicul laser pe tamburul cilindric fotoconductiv. Fasciculul laser îngust este deplasat de o oglindă mobilă dintr-o parte în alta a tamburului într-o serie de linii orizontale. Pe măsură ce lumina laser este deplasată în lungul tamburului, intensitatea fasciculului este modificată de calculator, fiind mai puternică în zonele care se doresc a rămâne albe și mai slabă sau chiar de intensitate



**Figura 48.** Schema unui dispozitiv de xerografie.

nulă în punctele menite a rămâne negre. După fiecare deplasare completă de-a lungul tamburului a fasciculului, cilindrul este rotit puțin câte puțin până la obținerea imaginii finale. Zonele luminate ale materialului fotoconductiv devin conductoare și pierd electrizarea pozitivă inițială, pe cînd tonerul se va atașa zonelor neiluminate care își păstrează electrizarea inițială. După aceea, tamburul va transfera tonerul pe hârtie, la fel ca în cazul fotocopiatorului.

În final, trebuie precizat că într-o imprimantă cu cerneală (inkjet printer) sunt pulverizate picături mici de cerneală direct pe hârtie. Duzele prin care este pulverizată cerneala sunt deplasate de-a lungul hârtiei, iar la fiecare deplasare sunt formate mici puncte de cerneală pe hârtie. Imaginea obținută este formată dintr-un număr foarte mare de puncte de cerneală foarte mici. Rezoluția sau calitatea imprimantei este specificată în **dpi** (dots per inch) pe fiecare direcție liniară.

# CAPITOLUL

# 2

# CURENTUL ELECTRIC

## Cuprins

1. Intensitatea curentului electric .....	2
2. Densitatea de curent .....	4
3. Rezistența electrică .....	5
3.1. Dependența rezistenței electrice de temperatură.....	9
3.2. Supraconductori.....	10
4. Teoria conducedie electrică .....	12
5. Tensiunea electromotoare.....	14
6. Energia și puterea în circuitele electrice .....	18
7. Gruparea rezistorilor în serie și în paralel .....	20
8. Legile lui Kirchhoff .....	22
9. Circuite R-C .....	24
9.1. Încărcarea unui condensator .....	25
9.2. Descărcarea condensatorului .....	27
10. Instalații electrice. Electrocutarea.....	28



Electromagneți supraconductori din cadrul proiectului LHC (Large Hadron Collider) de la CERN, Geneva. Bobinele acestora sunt racite cu heliu lichid pentru a fi supraconductoare, iar prin interiorul acestora se deplasează fasciculul de electroni accelerati. [<https://home.cern/resources/faqs/facts-and-figures-about-lhc>]

În capitolul precedent am studiat interacțiunile dintre sarcinile aflate în repaus. În continuare vom studia situația în care sarcinile electrice se află în mișcare în anumite regiuni ale spațiului. Astfel, vom introduce noțiunea de **curent electric** care caracterizează deplasarea sarcinilor electrice între două puncte din spațiu, prin intermediul conductoarelor electrice care se află în compoziția unor **circuite electrice**. Circuitele electrice ne permit să transportăm energie electrică între două zone. Pe măsură ce sarcinile electrice se deplasează prin circuitul electric, energia potențială electrică este transferată de la o sursă, ca de exemplu o baterie sau un generator, la un dispozitiv care fie o stochează, fie o transformă în altă formă de energie. De exemplu, un sistem audio convertește această energie în sunete, un bec în lumină, sau un toaster în căldură. Circuitele electrice sunt utile pentru că ne permit să transportăm energie fără a deplasa părți ale acestora și reprezintă elementul de bază a televizoarelor, computerelor sau a dispozitivelor electrice utilizate în industrie.

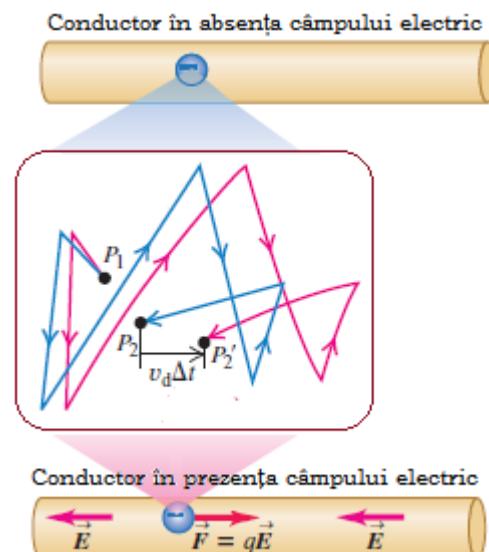
Pentru a putea înțelege aplicațiile practice ale circuitelor electrice, vom studia pentru început proprietățile de bază ale curentului electric. Aceste proprietăți vor fi caracterizate cu ajutorul unor

noi concepte precum tensiune electrică, rezistență electrică sau tensiunea electromotoare. În plus, vom analiza din punct de vedere microscopic curentul electric într-un material.

## 1. INTENSITATEA CURENTULUI ELECTRIC

**Curentul electric** reprezintă o mișcare ordonată a sarcinilor electrice între două regiuni ale unui circuit electric. Pe parcursul acestui capitol vom discuta despre curentul electric în materiale conductoare. În electrostatică am stabilit că, în orice zonă din interiorul unui conductor, intensitatea câmpului electric este nulă și, prin urmare, nu va exista nici un curent electric. Însă, acest lucru nu semnifică că nu vor exista sarcini electrice în mișcare. De exemplu, într-un conductor obișnuit de cupru, vor exista electroni care se pot deplasa liber în interiorul conductorului. Acești *electroni liberi* se deplasează aleatoriu, în toate direcțiile, asemănător cu moleculele de gaz, însă cu viteze mult mai mari, de ordinul  $10^6 \frac{m}{s}$ . Totuși, electronii liberi nu pot părăsi materialul conductor deoarece ei sunt atrași de ionii pozitivi din conductor. Mișcarea acestora fiind aleatorie va determina un flux total de sarcină nul în orice direcție, adică nu va exista nici un curent electric.

Dacă în interiorul conductorului se stabilește un câmp electric staționar de intensitate  $\vec{E}$ , fiecare sarcină din interiorul conductorului va fi supusă unei forțe  $\vec{F} = q\vec{E}$ , figura 1. Dacă particula încărcată cu sarcină electrică s-ar afla în vid, această forță i-ar imprima o accelerare în direcția și sensul ei, iar după un anumit interval de timp sarcina electrică ar căpăta o viteza foarte mare. Însă, într-un conductor particula încărcată electric se va ciocni foarte des cu ionii învecinați, aflați în repaus. În urma fiecărui proces de ciocnire particula își modifică aleatoriu direcția. Câmpul electric va contribui și el la această mișcare, iar particulele încărcate cu sarcină electrică vor căpăta o **mișcare de drift** în direcția câmpului electric, ca în figura 1. Această deplasare a sarcinii electrice este caracterizată de **viteza de drift**,  $\vec{v}_d$ . Astfel, în conductor va apărea un curent electric. Deși viteza electronilor liberi care se deplasează aleatoriu este foarte mare, de aproximativ  $10^6 \frac{m}{s}$ , viteza de drift este foarte mică, de ordinul  $10^{-4} \frac{m}{s}$ . Prin urmare, ne putem întreba de ce lumina apare atât de rapid în momentul în care acționăm întrerupătorul. Acest lucru se datorează faptului că intensitatea curentului electric se stabilește în conductoare aproape cu viteza luminii, iar electronii liberi încep să se deplaseze în fir în același timp.

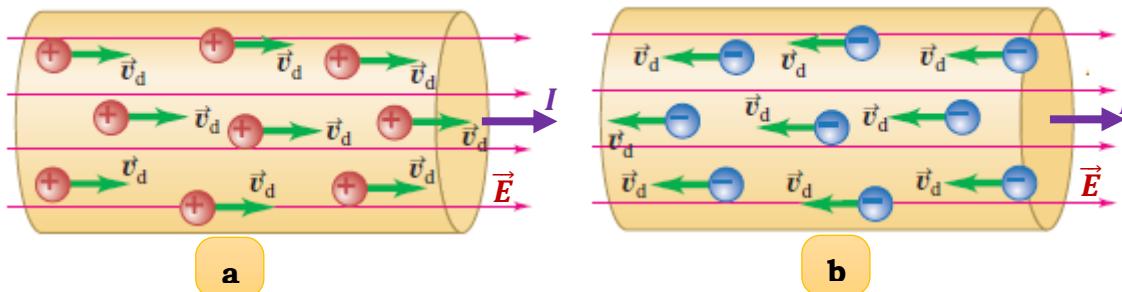


**Figura 1.** Deplasarea unei sarcini electrice în absență și în prezență câmpului electric de intensitate  $\vec{E}$ .

Mișcarea de drift a electronilor liberi poate fi interpretată pe considerante de lucru mecanic și energie. Câmpul electric efectuează lucru mecanic asupra sarcinilor aflate în mișcare, astfel încât acestea vor căpăta o energie cinetică. Această energie va fi transferată materialului conductor în urma ciocnirilor cu ionii acestuia, iar aceștia încep să vibreze în jurul unor poziții de echilibru ceea ce va duce la creșterea temperaturii conductorului. Astfel, o mare cantitate din lucrul mecanic efectuat de câmp este transformat în căldură și nu în deplasarea sarcinilor electrice cu viteze din ce în ce mai mari. Acest efect de încălzire este benefic în dispozitivele de încălzire, însă de cele mai multe ori este un rezultat nedorit al curentului electric.

În materiale conductoare diferite, sarcina particulelor care se află în mișcare poate fi pozitivă sau negativă. În metale purtătorii de sarcină electrică sunt întotdeauna electronii, pe când într-o soluție ionică sau în plasmă, purtătorii de sarcină electrică pot fi atât electronii, cât și ionii pozitivi. În semiconductoare, cum sunt siliciu și germaniu, de exemplu, purtătorii de sarcină electrică care participă la conducția electrică sunt electronii și *golurile*. Golurile sunt locurile din care lipsesc electronii și se comportă ca sarcinile pozitive.

Să considerăm un segment dintr-un conductor în care se deplasează purtători de sarcină diferenți, ca în figura 2. Dacă sarcina electrică este pozitivă, figura 2 a, forța electrică va avea aceeași direcție cu intensitatea câmpului electric, iar viteza de drift este și ea orientată în sensul câmpului electric. Dacă purtătorii de sarcină au sarcina negativă, figura 2 b, forța electrică are sens opus câmpului electric, iar viteza de drift va avea și ea sens opus câmpului. În ambele cazuri va exista o deplasare netă a sarcinilor pozitive de la stânga la dreapta, în sensul intensității câmpului electric. Astfel, vom defini **sensul curentului electric ca fiind acela cu cel de deplasare a sarcinilor electrice pozitive**. Această convenție asupra sensului curentului electric se aplică și în cazul în care purtătorii de sarcină electrică sunt electronii, deși aceștia se vor deplasa în sens opus direcției adoptate anterior. După cum vom vedea, semnul sarcinilor electric aflate în mișcare are o importanță mică în analiza circuitelor electrice.



**Figura 2.** Sensul curentului electric este, prin convenție, dat de sensul de deplasare al sarcinilor pozitive, indiferent dacă purtătorii de sarcină electrică sunt electronii (a) sau sarcini pozitive (b).

Curentul electric este caracterizat de mărimea fizică numită **intensitatea curentului electric**,  $I$ , care este o mărime fizică scalară. Această mărime poate fi definită astfel:

**Intensitatea curentului electric este egală cu raportul dintre sarcina electrică ce străbate o secțiune transversală a unui conductor în unitatea de timp.**

Considerând un element dintr-un conductor, figura 3, prin care se deplasează cantitatea de sarcină  $dQ$  într-un interval de timp  $dt$ , intensitatea curentului electric prin suprafața de arie  $S$  va fi dată de relația:

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (1)$$

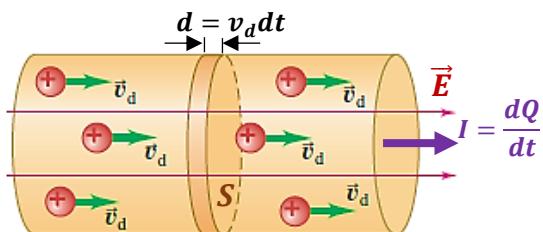
Unitatea de măsură în SI pentru intensitatea curentului electric este amperul:  $[I]_{SI} = 1A$ , numită în onoare fizicianului francez André Marie Ampère (1775–1836).

Trebuie să mai facem următoarele precizări. În primul rând, deși ne referim la direcția curentului electric, intensitatea curentului electric este o mărime scalară deoarece sensul acesteia este întotdeauna în lungul firului conductor, indiferent dacă acesta este drept sau curbat. În al doilea rând, instrumentul de măsură pentru intensitatea curentului electric se numește **ampermtru** și, după cum vom vedea când studiem circuitele electrice, acesta se montează în serie cu porțiunea de circuit prin care dorim să aflăm valoarea acestei mărimi.

## 2. DENSITATEA DE CURENT

Putem exprima intensitatea curentului electric în funcție de viteza de drift a sarcinilor electrice. Să considerăm un conductor având aria secțiunii transversale  $S$  aflat într-un câmp electric de intensitate  $\vec{E}$ , ca în figura 3. Vom presupune că sarcinile libere din conductor sunt pozitive, astfel încât viteza de drift va avea aceeași direcție cu intensitatea câmpului electric. Dacă notăm cu  $n$  concentrația purtătorilor de sarcină electrică sau numărul de molecule din unitatea de volum, măsurată în  $m^{-3}$  și dacă considerăm că toate sarcinile au aceeași viteză de drift, atunci în intervalul de timp  $dt$  ele vor parcurge distanța  $d = v_d dt$ . Astfel, în volumul cilindrului de lungime  $d$  și volum  $V = Sd = Sv_d dt$  se găsește un număr de sarcini egal cu  $nSv_d$ . Dacă valoarea sarcinii electrice a fiecărei particule este  $q$ , atunci sarcina  $dQ$  care părăsește cilindrul în intervalul  $dt$  este:

$$dQ = nqV = nqSv_d dt \quad (2)$$



**Figura 3.** Intensitatea curentului electric este proporțională cu sarcina ce trece prin suprafața  $S$  în unitatea de timp.

Astfel, intensitatea curentului electric va fi dată de relația:

$$I = \frac{dQ}{dt} = nq S v_d \quad (3)$$

Raportul dintre intensitatea curentului electric și aria suprafeței transversale definește mărimea fizică numită **densitate de curent,  $\vec{J}$** , pe care o putem exprima prin relația:

$$J = \frac{I}{S} = nq v_d \quad (4)$$

Unitatea de măsură în Si pentru densitatea de curent este:  $[J]_{SI} = 1 \frac{A}{m^2}$ . Dacă sarcina electrică nu ar fi pozitivă ci negativă, viteza de drift ar avea sens opus intensității câmpului electric, însă curentul electric are în continuare același sens cu  $\vec{E}$  în toate punctele conductorului. Prin urmare, intensitatea curentului electric și densitatea de curent electric sunt independente de semnul sarcinii electrice.

Putem definii și vectorul densitate de curent cu ajutorul relației:

$$\vec{J} = nq \vec{v}_d \quad (5)$$

Dacă  $q$  este pozitiv, viteza de drift are aceeași direcție cu intensitatea curentului electric, iar dacă  $q$  este negativ acestea au sens opus. În ambele situații vectorul  $\vec{J}$  are aceeași direcție cu vectorul  $\vec{E}$ . Trebuie să precizăm că densitatea de curent, spre deosebire de intensitatea curentului electric, este o mărime vectorială deoarece aceasta descrie cum se deplasează sarcinile într-un anumit punct, iar direcția vectorului ne indică direcția de deplasare a sarcinilor în punctul respectiv.

### 3. REZISTENȚA ELECTRICĂ

În cazul materialelor conductoare, densitatea de curent  $\vec{J}$  depinde atât de intensitatea câmpului electric  $\vec{E}$ , cât și de proprietățile materialului. De regulă, relația dintre densitatea de curent și intensitatea câmpului electrică este complexă, însă în cazul metalelor aceste mărimi sunt direct proporționale, iar raportul lor este constant. Relația dintre aceste două mărimi este:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (6)$$

Această relație reprezintă **legea lui Ohm** și a fost descoperită în anul 1826 de către fizicianul german Georg Simon Ohm (1787–1854). În relația precedentă constanta de proporționalitate  $\sigma$  reprezintă **conductivitatea conductorului**. Legea lui Ohm are următoarea formulare:

***În cazul multor materiale, inclusiv metalele, raportul dintre densitatea de curent și intensitatea câmpului electric este o***

**constantă și care este independentă de câmpul electric care produce curentul electric.**

Unitatea de măsură în SI a conductivității electrice este:  $[\sigma]_{SI} = \frac{1}{\Omega \cdot m} = 1 \frac{S}{m}$ , unde  $\Omega$  reprezintă simbolul unității de măsură **Ohm**, pe care o vom defini puțin mai încolo, iar  $S$  este simbolul unității numită **Siemens**. Conductoarele electrice au conductivitatea electrică mult mai mare decât izolatoarele. Conductivitatea electrică reprezintă analogia electrică a conductivității termice din termodinamică.

Valoarea inversă a conductivității electrice se numește **rezistivitate electrică,  $\rho$** , adică:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} \quad (7)$$

a cărei unitate de măsură în SI va fi:  $[\rho]_{SI} = 1 \Omega \cdot m$ . Valorile rezistivității electrice a unor materiale sunt date în tabelul 1. Cu cât este mai mare valoarea rezistivității electrice, cu atât mai mare va fi și intensitatea câmpului electric necesară pentru a produce un curent electric cu o anumită intensitate. Un material conductor ideal ar trebui să aibă rezistivitatea electrică egală cu zero, iar un izolator ar trebui să aibă o rezistivitate care să tindă la infinit. Metalele și aliajele au valori scăzute ale rezistivității și sunt conductoarele cele mai bune, pe când rezistivitatea izolatoarelor este mai mare cu un factor având ordinul de mărime egal cu  $10^{22}$ .

Mai trebuie să precizăm că materialele bune conductoare electrice sunt și bune conductoare termice. Din această categorie fac parte metalele. În schimb, materialele izolatoare electrice sunt și slabe conductoare de căldură, ca de exemplu, ceramica sau cauciucul. Electronii liberi dintr-un metal care sunt purtătorii de sarcină electrică furnizează în același timp și principalul mecanism pentru conducția termică. Însă, spre deosebire de diferența enormă dintre valoarea conductivității electrice a conductoarelor și izolatoarelor, conductivitatea termică variază doar cu un factor mult mai mic, având magnitudinea de aproximativ  $10^3$ . Semiconductoarele au o valoare a rezistivității electrice intermediară între cea a metalelor și a izolatoarelor. Însă, în cazul acestor materiale rezistivitatea electrică este foarte mult influențată de temperatură și de cantități mici de impurități.

**Tabelul 1.** Rezistivitatea electrică a unor materiale la 20°C

Aluminiu	$2,75 \cdot 10^{-8}$	Carbon pur	$3,5 \cdot 10^{-5}$
Cupru	$1,72 \cdot 10^{-8}$	Germaniu	0,60
Aur	$2,44 \cdot 10^{-8}$	Siliciu	2300
Argint	$1,47 \cdot 10^{-8}$	Chihlimbar	$5 \cdot 10^{14}$
Wolfram	$5,25 \cdot 10^{-8}$	Sticlă	$10^{10} \div 10^{14}$
Constantan (55% Cu și 45% Ni)	$49 \cdot 10^{-8}$	Teflon	$> 10^{134}$
Nicrom (84% Cu, 4% Ni și 12% Mn)	$1 \cdot 10^{-6}$	Lemn	$10^8 \div 10^{11}$
Grafit	$22 \cdot 10^{-8}$		

Un material care respectă legea lui Ohm este numit *ohmic* sau *liniar*. Acestea se caracterizează de faptul că, la o anumită temperatură, rezistivitatea electrică este constantă și nu depinde de valoarea intensității câmpului electric. Însă, există multe materiale care nu respectă legea lui Ohm, numite *neohmice* sau *nelineare*. În cazul acestora, dependența dintre densitatea de curent și intensitatea curentului electric se exprimă printr-o relație mai complicată decât cea dată de relația (6).

Legea lui Ohm dată de relația (6) este dificil de aplicat în situații practice deoarece, de regulă, ne interesează mai degrabă valoarea intensității curentului electric  $I$  decât cea a densității de curent  $\vec{J}$ . În plus, este mai ușor de determinat diferența de potențial sau tensiunea electrică  $U = V_B - V_A$ , decât intensitatea câmpului electric  $C$ . Acest lucru se datorează faptului că este mai ușor de măsurat  $I$  și  $U$ , decât  $\vec{J}$  și  $\vec{E}$ .

Pentru a obține o relație mult mai utilă în practică a legii lui Ohm, să considerăm un segment dintr-un conductor liniar, având lungimea  $l$  și aria secțiunii transversale  $S$ , ca în figura 4. Dacă la capetele conductorului se menține o tensiune  $U$ , în acesta apare un câmp electric  $\vec{E}$  ce creează curentul de intensitate  $I$ . Între tensiunea de la capetele conductorului și intensitatea câmpului electric există relația:

$$U = El \quad (8)$$

Prin urmare, putem scrie pentru densitatea de curent relația:

$$J = \sigma \frac{U}{l} \quad (9)$$

Conform definiției, densitatea de curent este  $J = \frac{I}{S}$ , astfel încât putem rescrie relația precedentă sub forma:

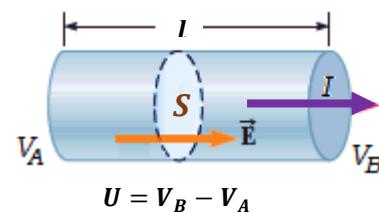
$$\frac{I}{S} = \sigma \frac{U}{l} \Rightarrow U = \frac{l}{\sigma S} I \quad (10)$$

Ținând cont de relația (7), relația precedentă devine:

$$U = \frac{\rho l}{S} I \quad (10)$$

Mărimea  $R = \rho \frac{l}{S}$  reprezintă **rezistența electrică** a conductorului. Astfel, putem rescrie rezultatul precedent sub forma:  $U = RI$ , relație care ne permite să definim rezistența electrică a unui conductor sub forma:

**Rezistența electrică a conductorului este egală cu raportul dintre tensiunea electrică de la capetele conductorului și intensitatea curentului electric ce trece prin acesta:**

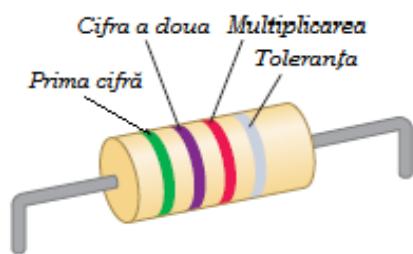


**Figura 4.** Conductor rectiliniu de lungime  $d$  și având aria secțiunii transversale  $S$ .

$$R = \frac{U}{I} \quad (11)$$

Analizând relația de definiție a rezistenței electrice putem defini **ohmul** ca unitate de măsură în SI a acestei mărimi:  $[R]_{SI} = 1 \frac{V}{A} = 1\Omega$ . Relația precedentă este cunoscută ca **legea lui Ohm** care se poate aplica, după cum vom vedea mai târziu, unei anumite porțiuni dintr-un circuit electric. Însă, trebuie să reținem că esența legii lui Ohm este proporționalitatea dintre densitatea de curent  $\vec{J}$  cu intensitatea curentului electric,  $\vec{E}$ , sau între tensiunea electrică  $U$  și intensitatea curentului electric  $I$ .

Elementul de circuit caracterizat de mărimea fizică rezistență electrică se numește **rezistor**. Acesta are rolul de a controla valorile intensității curentului electric în diferite părți ale circuitului. În multe situații, rezistorii fac parte din circuitele integrate ale circuitelor, însă se găsesc și separați în circuit. Rezistorii utilizați în circuitele electrice au, de regulă, formă cilindrică, având lungimea și diametrul de ordinul câtorva milimetri, având la capete contacte metalice. Rezistența unui rezistor este marcată de multe ori folosind codul culorilor, ca în figura 5, valorile fiind trecute în tabelul 2. Pentru culorile marcate pe rezistorul din figura 5, rezistența are valoarea  $57 \cdot 10^2 \Omega$ , iar toleranța este de  $\pm 10\%$ .



**Figura 5.** Marcarea unui rezistor utilizând codul

Mai sus am definit rezistența electrică prin relația:

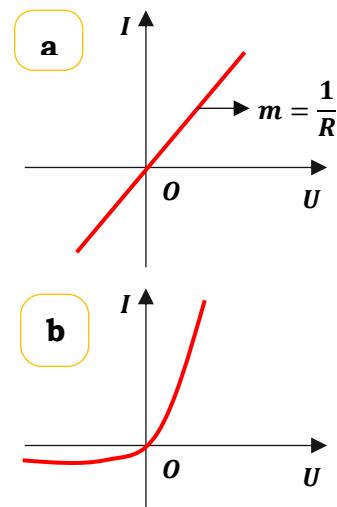
$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (12)$$

Astfel, rezistența unui material depinde de rezistivitatea acestuia și de geometria sa. Pentru un rezistor cilindric cum este un fir conductor, rezistența este proporțională cu lungimea acestuia și invers proporțională cu aria secțiunii transversale. Prin urmare, dacă lungimea acestuia se dublează și rezistența să se mărește de două ori, însă dacă aria secțiunii transversale se dublează, rezistența scade la jumătate.

**Tabelul 2.** Codul culorilor pentru rezistori

Culoarea	Numărul	Multiplicarea	Toleranță
Negru	0	1	
Maro	1	$10^1$	
Roșu	2	$10^2$	
Portocaliu	3	$10^3$	
Galben	4	$10^4$	
Verde	5	$10^5$	
Albastru	6	$10^6$	
Violet	7	$10^7$	
Gri	8	$10^8$	
Alb	9	$10^9$	
Auriu		$10^{-1}$	5%
Argintiu		$10^{-2}$	10%
Fără culoare			20%

Pentru un rezistor care respectă legea lui Ohm, dependența dintre intensitatea curentului și tensiune este liniară, ca în figura 6 a, iar panta dreptei este  $\frac{1}{R}$ . Dacă dispozitivul nu respectă legea lui Ohm, dependența dintre intensitatea curentului și tensiune este neliniară, figura 6 b, iar între aceste mărimi poate să nu existe o relație de direct proporționalitate. Un element de circuit care are un astfel de comportament este o diodă, iar rezistența acesteia este mare dacă curentul are o anumită direcție ( $U$  pozitivă) și are o valoare mică dacă curentul își schimbă sensul ( $U$  negativă). De fapt, toate dispozitivele electronice moderne, ca de exemplu tranzistorul, au o caracteristică curent-tensiune neliniară, iar funcționare lor optimă se bazează pe încălcarea legii lui Ohm.



**Figura 6.** Caracteristica curent-tensiune pentru materialele liniare (a) și pentru materialele neliniare (b).

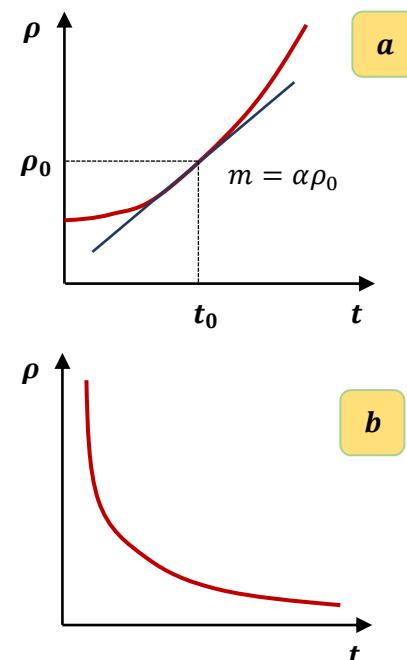
### 3.1. DEPENDENȚA REZISTENȚEI ELECTRICE DE TEMPERATURĂ

Proprietățile de conduction ale unui conductor metalic sunt influențate de temperatură. Rezistivitatea electrică a unui conductor metalic crește aproape întotdeauna cu temperatura, după cum se observă din figura 7 a. Pe măsură ce temperatura crește, ionii conductorului încep să vibreze cu o amplitudine din ce în ce mai mare. În consecință, probabilitatea ca un electron liber să se ciocnească de un ion crește, astfel încât driftul electronilor prin conductor este îngrădit, iar curentul va scădea în intensitate. Pentru o variație mică de temperatură, rezistivitatea depinde de temperatură conform relației:

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(t - t_0)] \quad (13)$$

unde  $\rho$  și  $\rho_0$  reprezintă rezistivitățile la temperaturile  $t$  și  $t_0$  (considerată în mod ușor ca fiind  $0^\circ\text{C}$  sau  $20^\circ\text{C}$ ), iar  $\alpha$  reprezintă **coeficientul termic al rezistivității electrice**. Din relația precedentă se obține pentru coeficientul termic al rezistivității electrice relația:

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta \rho}{\Delta t} \quad (14)$$



**Figura 7.** Variația rezistivității electrice cu temperatura pentru (a) un metal și (b) un semiconductor.

**Tabelul 3.** Valorile coeficientului termic al rezistivității electrice (la 20°C)

Materialul	$\alpha$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )	Materialul	$\alpha$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
Aluminiu	$3,9 \cdot 10^{-3}$	Plumb	$4,3 \cdot 10^{-3}$
Alamă	$2,0 \cdot 10^{-3}$	Argint	$3,8 \cdot 10^{-3}$
Grafit	$-0,5 \cdot 10^{-3}$	Wolfram	$4,5 \cdot 10^{-3}$
Cupru	$3,93 \cdot 10^{-3}$	Aur	$8,3 \cdot 10^{-3}$
Fier	$5,0 \cdot 10^{-3}$	Platina	$3,9 \cdot 10^{-3}$
Nichelina	$0,1 \cdot 10^{-3}$	Germaniu	$-48 \cdot 10^{-3}$
Mercur	$0,8 \cdot 10^{-3}$	Siliciu	$-75 \cdot 10^{-3}$

Unitatea de măsură a coeficientului termic al rezistivității electrice este:  $[\alpha] = ^{\circ}\text{C}^{-1}$ . În tabelul 3 sunt prezentate valorile lui  $\alpha$  pentru câteva materiale.

Rezistivitatea nemetalelor, ca de exemplu a grafitului, scade cu temperatura deoarece la o temperatură mai mare mai mulți electroni vor părăsi atomii și vor deveni liberi pentru a participa la conduction electrică. Prin urmare, coeficientul termic al rezistivității va fi negativ. Un comportament asemănător îl au și semiconductoarele, figura 7 b. Măsurarea rezistivității electrice a unui cristal mic de semiconductor stă la baza unui dispozitiv foarte sensibil de determinare a temperaturii numit **termistor**.

Datorită faptului că rezistivitatea electrică este proporțională cu rezistența electrică  $R$ , și aceasta din urmă va fi influențată de temperatură:

$$R = R_0[1 + \alpha(t - t_0)] \quad (15)$$

unde  $R$  și  $R_0$  reprezintă valorile rezistenței electrice la temperaturile  $t$  și  $t_0$ . Pentru câteva metale, ca de exemplu cupru, rezistivitatea este proporțională cu temperatura, după cum am observat în figura 7 a. Însă, există o regiune unde această variație este neliniară și o regăsim la temperaturi foarte scăzute, iar rezistivitatea atinge o valoare finită pe măsură ce temperatura tinde spre zero absolut. Această rezistivitate reziduală în jurul valorii de zero absolut este cauzată, în principal, de ciocnirile electronilor liberi cu impuritățile și imperfecțiunile metalului. În contrast, la temperaturi mari (regiunea liniară) rezistivitatea este cauzată predominant de coliziunile dintre electronii liberi și atomii metalului.

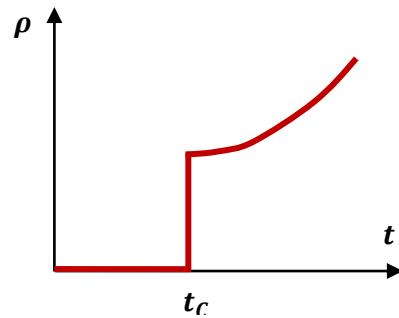
### 3.2. SUPRACONDUCTORI

**Supraconductivitatea** este un fenomen pe care îl întâlnim în cazul unor materiale, în special metale și compuși ai acestora (oxizi și aliaje) și se caracterizează prin scăderea rezistenței electrice către zero atunci când temperatura scade și sub o anumită valoare, numită **temperatura critică**,  $T_c$ , după cum se observă din figura 8. Se observă că, pe măsură ce temperatura scade, rezistivitatea scade încet ca în cazul oricărui metal, dar când se atinge temperatura critică, rezistivitatea scade brusc către zero. Supraconductivitatea a fost

descoperită în anul 1911 de către fizicianul olandez Heike Kamerlingh Onnes (1853–1926) care a utilizat mercur și a constat acesta devine supraconductor sub 4,2 K. Măsurările au arătat că rezistivitatea unui supraconductor aflat la o temperatură sub cea critică este mai mică de  $4 \cdot 10^{-25} \Omega \text{m}$  care este de aproximativ  $10^{17}$  ori mai mică decât rezistivitatea cuprului. În practică aceste valori ale rezistivității sunt considerate a fi zero. Timp de aproximativ 75 de ani valoarea cea mai mare pentru care s-a obținut starea de supraconductivitate a fost de 77 K, ceea ce presupunea utilizarea unor instalații de răcire cu heliu lichid sau hidrogen lichid. În anul 1986 Karl Muller și Johannes Bednorz au descoperit un oxid compus de bariu, lantaniu și cupru cu o temperatură critică de 40 K. Această descoperire a generat o serie de cercetări în scopul găsirii unor materiale supraconductoare la temperaturi cât mai ridicate.

În prezent se cunosc o mulțime de materiale care se comportă ca un supraconductor, o parte fiind prezentate în tabelul 4. Cele mai recente supraconductoare descoperite sunt materiale ceramice cu o temperatură critică ridicată. Dacă s-ar descoperi un material care să fie supraconductor la temperatura camerei aplicațiile acestora în tehnologie ar fi enorme. O caracteristică importantă a materialelor supraconductoare este aceea că, odată stabilit un curent prin acestea, el va persista și în absența unei diferențe de potențial deoarece  $R = 0$ . Curenți staționari au fost observați în spirale supraconductoare, iar aceștia au persistat ani fără a le scădea intensitatea.

O aplicație importantă a supraconductoarelor este aceea de a dezvolta magneți supraconductori care generează câmpuri magnetice cu intensități de zeci de ori mai mari decât cele obținute cu electromagneți obișnuiți. Magneții supraconductori sunt utilizați în medicină în investigațiile **IRM** (imagistică prin rezonanță magnetică). Supraconductorii au și alte proprietăți interesante, însă pentru a înțelege aceste proprietăți trebuie să studiem câmpul magnetic pentru a le putea înțelege. Astfel, vom reveni asupra acestor materiale în capitolele dedicate câmpului magnetic.



**Figura 8.** Variația rezistivității electrice cu temperatura pentru un supraconductor.

**Tabelul 4.** Temperaturile critice ale unor supraconductoare

Materialul	$T_c$ (K)
$\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$	134
Tl – Ba – Ca – Cu – O	125
Bi – Sr – Ca – Cu – O	105
$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$	92
$\text{Nb}_3\text{Ge}$	23,2
$\text{Nb}_3\text{Sn}$	18,05
Nb	9,46
Pb	7,18
Hg	4,15
Al	1,19
Zn	0,88

## 4. TEORIA CONDUCȚIEI ELECTRICE

În continuare vom descrie un model al conducedie electrică în metale, model propus în anul 1900 de către Paul Drude (1863–1906). Acest model ne conduce la legea lui Ohm și ne arată că rezistivitatea unui metal poate fi exprimată în funcție de mișcarea electronilor în metal. Deși modelul lui Drude descris în continuare are anumite limitări, acesta introduce concepte ce pot fi utilizate într-un model mai elaborat și mai precis.

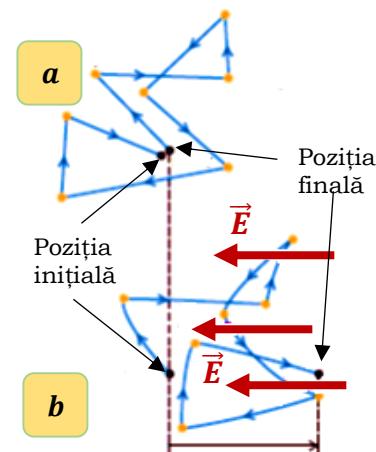
Să considerăm un conductor format dintr-o distribuție regulată de atomi între care se deplasează electronii liberi numiți și **electroni de conducție**. În absența câmpului electric electronii de conducție se deplasează dezordonat, în toate direcțiile, prin conductor, ca în figura 9 a. În prezența unui câmp electric electronii liberi sunt deviați într-o direcție opusă câmpului electric, figura 9 b, cu o viteză de drift  $v_d$  mult mai mică viteză medie dintre două ciocniri. După cum am precizat mai sus, viteză medie a electronului între două ciocniri este de  $10^6 \frac{m}{s}$ , pe când viteză de drift este mult mai mică fiind de aproximativ  $10^{-4} \frac{m}{s}$ . Timpul mediu dintre două ciocniri se numește **timpul mediu de ciocnire**,  $\tau_c$ . Energia suplimentară pe care o capătă electronul datorită lucrului mecanic efectuat asupra sa de către câmpul electric este transferată atomilor conductorului în timpul procesului de ciocnire electron-atom. Această energie transferată atomului produce o creștere a energiei interne a sistemului și, prin urmare, a temperaturii conductorului.

Utilizând cele puse mai sus vom putea deduce o expresie a vitezei de drift pe care să o legăm de mărimele care caracterizează conducedie electrică. Astfel, să considerăm un electron de masă  $m_e$  și sarcină  $q = -e$ , suspus acțiunii unui câmp electric de intensitate  $\vec{E}$ . După cum am explicat în paragraful dedicat mișcării unei particule încărcate în câmp electric, câmpul electric va acționa asupra electronului cu o forță  $\vec{F} = q\vec{E}$  și îi va imprima accelerată:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_e} = \frac{q\vec{E}}{m_e} \quad (16)$$

Deoarece electronul se mișcă într-un câmp electric uniform accelerata imprimată acestuia este constantă, astfel încât el va avea o mișcare rectilinie uniformă între două ciocniri, exprimată prin relația:

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t = \vec{v}_i + \frac{q\vec{E}}{m_e}t \quad (17)$$



**Figura 9.** Mișcarea dezordonată a electronilor de conducție (a) în absența câmpului electric și (b) în prezența câmpului care le imprimă acestora o viteză de drift.

unde  $\vec{v}_i$  este viteza inițială a electronului imediat după o ciocnire (la momentul  $t = 0$ ), iar  $\vec{v}_f$  este viteza la un moment ulterior de timp  $t$ , înainte de o nouă ciocnire. Acum, să vedem care este valoarea medie a vitezei  $\vec{v}_f$  pentru toți electronii și pentru toate momentele de timp. Presupunând că vitezele inițiale sunt distribuite aleatoriu în toate direcțiile posibile, valoarea medie a lui  $\vec{v}_i$  este zero. Valoarea medie a celui de-al doilea termen din relația precedentă este  $\frac{q\vec{E}}{m_e}\tau_c$ , astfel încât valoarea medie a vitezei  $\vec{v}_f$  este egală chiar cu viteza de drift:

$$\vec{v}_{f,m} = \vec{v}_d = \frac{q\vec{E}}{m_e}\tau_c \quad (18)$$

Valoarea timpului mediu de ciocnire depinde de dimensiunea atomilor metalului și de numărul de electroni din unitatea de volum. Putem realiza o conexiune între viteza de drift dată de relația precedentă și intensitatea curentului electric din conductor. Astfel, ținând cont de relația  $I = nqSv_d$  obținem:

$$I_m = n \frac{q^2 E}{m_e} \tau_c S \quad (19)$$

iar pentru densitatea de curent va rezulta relația:

$$J = \frac{I_m}{S} = n \frac{q^2 E}{m_e} \tau_c \quad (20)$$

Dacă comparăm această relație cu legea lui Ohm  $J = \sigma E$  vom obține pentru conductivitatea electrică și pentru rezistivitatea electrică expresiile:

$$\sigma = \frac{nq^2}{m_e} \tau_c \quad \text{și} \quad \rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m_e}{nq^2 \tau_c} \quad (21)$$

Se observă că, în acord cu acest model clasic, conductivitatea și rezistivitatea electrică nu depinde de intensitatea câmpului electric. Această afirmație este valabilă doar pentru conductoarele care se supun legii lui Ohm, numite conductoare ohmice.

Modelul prezentat anterior ne permite să determinăm rezistivitatea electrică cunoscând densitatea de electroni  $n$ , masa  $m_e$  și sarcina acestora, precum și intervalul de timp dintre ciocniri  $\tau_c$ . Acest interval mediu dintre ciocniri se determină cu relația:

$$\tau_c = \frac{l_m}{v_m} \quad (22)$$

unde  $l_m$  este distanța medie parcursă între două ciocniri cu viteza medie  $v_m$ .

Deși modelul Drude al conducedorii electrice este în acord cu legea lui Ohm, acesta nu poate preciza cu exactitate valorile rezistivității electrice atunci când

temperatura variază. De exemplu, valorile vitezei medii  $v_m$  determinate utilizând teoria clasică a gazului ideal este, în cazul electronilor, cu un ordin de mărime mai mic decât valorile reale. Astfel, valorile rezistivității determinate cu relația (21) nu sunt foarte exacte. În plus, conform aceleiași ecuații, rezistivitatea ar trebui să varieze cu temperatura în același mod ca și viteză medie  $v_m$  dintre două ciocniri. Însă, conform modelului gazului ideal această viteză este proporțională cu  $\sqrt{T}$ , ceea ce este în totală contradicție cu rezultatele experimentale care indică o dependență liniară între rezistivitate și temperatură în cazul metalelor pure. Datorită acestor incorectitudini ale modelului prezentat acesta trebuie modificat. Vom numi acest model, *modelul clasic al conducției metalice*, iar modelul care va corecta aceste imprecizii va fi dezvoltat în cadrul mecanicii cuantice. Acest model va presupune să asociem electronilor proprietăți caracteristice undelor. Să considerăm că electronii având proprietăți ondulatorii se află în mișcare într-un metal. Dacă atomii metalului sunt distribuiți într-o rețea regulată, comportamentul ondulatoriu al electronilor le permite acestora să se deplaseze liber prin conductor, iar ciocnirile cu atomii sunt puțin probabile. În cazul unui conductor idealizat, lipsa ciocnirilor dintre electroni și atomi conduce la un drum liber mediu infinit ceea ce implică o rezistivitate electrică nulă. Ciocnirile electronilor cu atomii apar doar în cazul în care aranjamentul spațial al atomilor este neregulat ca urmarea a unor defecte structurale sau a unor impurități. La temperaturi joase, rezistivitatea metalelor este determinată în principal de ciocnirile dintre electroni și impurități, iar la temperaturi ridicate de ciocnirile electronilor cu atomii metalului. Prin urmare, atomii sunt deplasăți periodic ca rezultat al agitației termice și periodicitatea rețelei este distrusă. Mișcarea termică a atomilor produce o neregularitate a structurii atomilor în metal și, prin urmare, se reduce drumul liber mediu al electronilor. Astfel, modelul clasic combinat cu elemente de mecanică cuantică ne furnizează rezultate în acord cu experimentul privind dependența rezistivității electrice de temperatură.

## 5. TENSIUNEA ELECTROMOTOARE

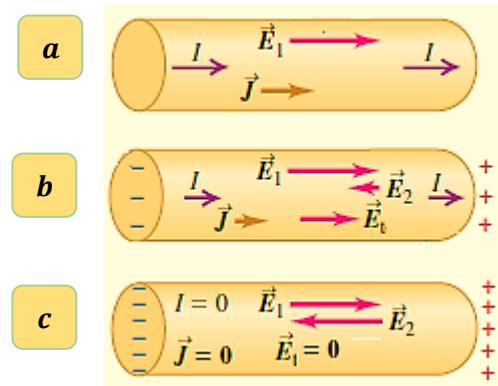
Pentru ca un conductor să fie parcurs în mod continuu de curent electric el trebuie să fie parte integrantă a unui **circuit electric**. Pentru a înțelege de ce este obligatorie această condiție să analizăm exemplul din figura 10 a. În interiorul conductorului izolat, având conductivitatea electrică  $\sigma$ , se stabilește un câmp electric de intensitate  $\vec{E}_1$ , densitatea de curent fiind dată de legea lui Ohm:  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ . Dacă acesta nu face parte dintr-un circuit electric, sub acțiunea câmpului electric la unul din capetele conductorului se acumulează rapid o cantitate de sarcină electrică pozitivă, iar la capătul opus o cantitate de sarcină negativă, figura 10 b. Această separare a sarcinilor electrice va genera un câmp electric suplimentar de intensitate  $\vec{E}_2$ , având sens opus câmpului inițial și care va genera o scădere a câmpului electric total și implicit a intensității curentului electric. Prin urmare,

într-un interval de timp foarte scurt intensitatea totală a câmpului electric din interiorul conductorului devine:  $\vec{E}_t = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0$ , iar densitatea de curent va fi și ea nulă:  $\vec{J} = 0$ . Astfel, curentul electric încetează să mai circule prin conductor, figura 10 c și astfel putem concluziona că într-un conductor care face parte dintr-un circuit incomplet nu se poate stabili o mișcare continuă a sarcinilor electrice.

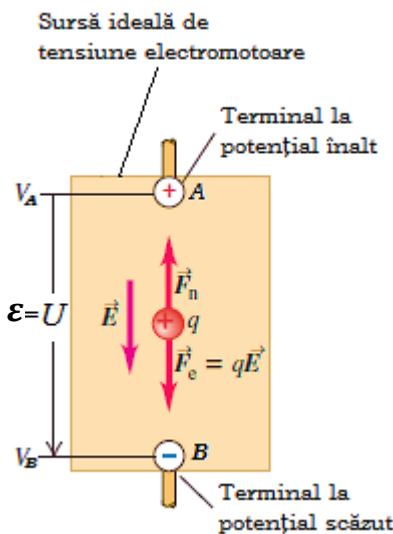
Să analizăm în continuare ce se întâmplă atunci când conductorul este parte a unui circuit complet. După cum am învățat în paragraful dedicat energiei potențiale electrice, dacă o sarcină  $q$  este deplasată de-a lungul întregului circuit, energia acesteia de la începutul deplasării trebuie să fie aceeași cu cea pe care aceasta o posedă când revine în aceeași poziție. Însă, va exista întotdeauna o scădere a energiei potențiale electrice în situația în care materialul conductor va avea o anumită rezistență electrică. Prin urmare, va trebui să existe în anumite părți ale circuitului o creștere a energiei potențiale. Acest lucru implică existența în circuitul electric a unui dispozitiv care să furnizeze sarcinii electrice o energie potențială electrică suplimentară, deși forța electrică va încerca să micșoreze energia potențială. În acest dispozitiv direcția curentului trebuie să fie în sensul cresător al energiei potențiale electrice, adică invers față de cum se întâmplă într-un conductor obișnuit. Acest dispozitiv va acționa asupra sarcinii electrice cu o **forță electromotoare**, termen ce nu este corect deoarece trebuie exprimat sub forma unei **tensiuni electromotoare**,  $\epsilon$ , adică a unui raport dintre energia potențială și sarcina electrică transportată. Tensiunea electromotoare va avea aceeași unitate de măsură cu a tensiunii electrice (sau a diferenței de potențial) și anume:  $[\epsilon]_{SI} = 1V$ . O baterie obișnuită pentru telecomanda unui televizor are o tensiune electromotoare de 1,5 V, ceea ce semnifică că aceasta efectuează un lucru mecanic de 1,5 J pe fiecare sarcină de 1,5 C care trece prin ea.

Fiecare circuit electric prin care circulă un curent electric stabil trebuie să conțină o sursă de tensiune electromotoare. În afara bateriilor electrice, alte surse de tensiune electromotoare sunt generatoarele electrice, celulele solare sau termocouple. Aceste dispozitive convertesc o formă de energie (mecanică, chimică, termică, etc.) în energie potențială electrică și o transferă în circuitele electrice în care sunt conectate anumite dispozitive electrice. O **sursă ideală de tensiune electromotoare** va menține o tensiune electrică constantă între terminalele sale, independent de curentul care o străbate.

În figura 11 este prezentată schema unei surse ideale de tensiune electromotoare care menține o tensiune constantă între punctele **A** și **B**, numite



**Figura 10.** Dacă un conductor nu este parte a unui circuit complet în acesta va circula un curent electric pentru o perioadă mică de timp.



**Figura 11** Sursă ideală de tensiune electromotoare.

terminalele sursei sau bornele sursei. La terminalul **A** marcat cu semnul + este menținut la un potențial electric mai ridicat decât terminalul **B**, marcat cu semnul -. Un câmp electric de intensitate  $\vec{E}$  este asociat cu această diferență de potențial, care are sensul de la borna **A** la borna **B**. Asupra unei sarcini electrice  $q$  din interiorul sursei acționează o forță electrică  $\vec{F}_e = q\vec{E}$ . Însă, în afara de această forță, sursa acționează asupra sarcinii și cu forța  $\vec{F}_{ne}$ , forță orientată în sens opus forței electrice și care are rolul de a menține o diferență de potențial constantă între bornele sursei ideale de tensiune electromotoare. Dacă nu ar fi prezentă această forță neelectrostatică, sarcinile s-ar deplasa între cele două borne până când diferența de potențial dintre ele ar deveni nulă.

Originea acestei forțe depinde de tipul sursei. De exemplu, într-un generator electric ea este rezultatul acțiunii câmpului magnetic asupra sarcinilor aflate în mișcare. Într-o baterie, ea este asociată procesului de difuzie și a variației concentrației electrolitului ce rezultă din reacțiile chimice.

Dacă între punctele **A** și **B** în interiorul sursei este deplasată o sarcină  $q$  pozitivă, forța neelectrostatică  $\vec{F}_{ne}$  efectuează asupra sarcinii electrice un lucru mecanic pozitiv egal cu  $L_{ne} = q\epsilon$ . Sarcina se deplasează în sens opus forței electrostatice  $\vec{F}_e$  astfel încât energia potențială asociată acesteia va crește cu valoarea  $qU$ . Pentru o sursă ideală de tensiune electromotoare forțele  $\vec{F}_e$  și  $\vec{F}_{ne}$  sunt egale ca valoare, dar de sens opus, astfel încât lucrul mecanic total efectuat asupra sarcinii electrice este nul. Astfel, se produce o creștere a energiei potențiale, dar nu se produce nici o modificare a energiei cinetice a sarcinii. Această creștere a energiei potențiale este dată doar de lucrul mecanic efectuat de forța neelectrostatică și putem scrie:

$$q\epsilon = qU \quad \text{sau} \quad \epsilon = U \quad (23)$$

Dacă la bornele sursei ideale de tensiune electromotoare se conectează un fir conductor de rezistență  $R$ , ca în figura 12, tensiunea electrică de la bornele sursei va stabili un câmp electric prin acesta, astfel încât în fir se stabilăște un curent electric de intensitate  $I$ , care are sensul de la borna **A** la borna **B**. Înțând cont de legea lui Ohm scrisă sub forma  $U = RI$  și de relația precedentă, vom obține:

$$\epsilon = RI \quad (24)$$

Astfel, când o sarcină pozitivă se deplasează prin circuit, creșterea de potențial,  $\epsilon$ , la trecerea prin sursa ideală de tensiune electromotoare este egală cu pierderea de potențial  $U = RI$  la trecerea acesteia prin restul circuitului. Se observă că, odată cunoscute  $\epsilon$  și  $R$ , relația precedentă ne permite să determinăm intensitatea curentului electric din circuit.

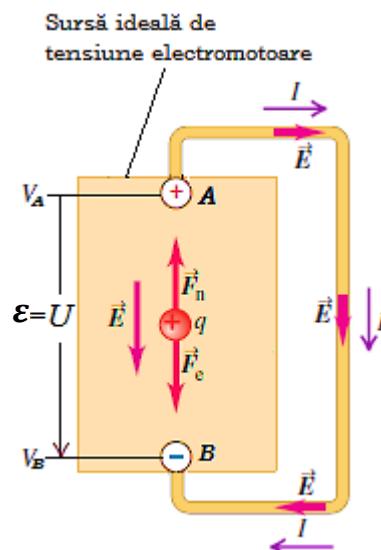
Sursele reale de tensiune electromotoare se comportă diferit față de cea ideală discutată până în prezent. Prin urmare, tensiunea electrică de la bornele sursei nu este egală cu tensiunea electromotoare a acesteia ca în relația (23). Motivul pentru care se întâmplă asta este legat de faptul că sarcina electrică care se deplasează printr-o sursă reală întâmpină o anumită rezistență, pe care o numim **rezistență internă a sursei**,  $r$ . Dacă această rezistență se comportă în acord cu legea lui Ohm ea este constantă și independentă de valoarea intensității curentului electric. Scăderea potențialului electric datorată rezistenței interne a sursei este egală cu:  $u = rI$ , astfel că putem scrie în cazul unei surse reale de tensiune electromotoare relația:

$$\epsilon = U + u \quad \text{sau} \quad \epsilon = (R + r)I \quad (25)$$

Astfel, tensiunea de la bornele sursei este mai mică decât tensiunea electromotoare deoarece apare o scădere a potențialului electric egală cu  $rI$  și care se datorează rezistenței interne a sursei. Altfel spus, creșterea energiei potențiale a sarcinii  $q$  ce traversează sursa între cele două borne este mai mică decât lucrul mecanic efectuat de forța neelectrostatică  $\vec{F}_{ne}$  deoarece o parte a energiei potențiale electrice este pierdută la parcurgerea rezistenței interne a sursei. O baterie de 1,5 V are o tensiune electromotoare de 1,5 V, dar tensiunea la borne are aceeași valoare doar dacă nici un curent nu trece prin aceasta. Dacă bateria este parte componentă a unui circuit electric tensiunea la borne va fi mai mică de 1,5 V. Astfel în cazul surselor reale de tensiune electromotoare tensiunea la borne este egală cu tensiunea electromotoare a sursei doar dacă prin aceasta nu trece nici un curent.

Intensitatea curentului în circuitul extern conectat la bornele sursei se determină cu relația:

$$I = \frac{\epsilon}{R+r} \quad (26)$$



**Figura 12** Sursă ideală de tensiune electromotoare la bornele căreia se leagă un conductor de rezistență  $R$  pentru a obține un circuit electric complet.

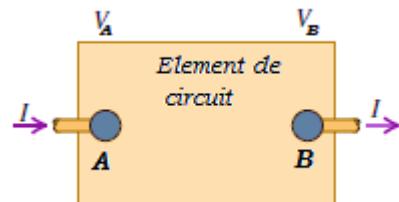
Astfel, intensitatea curentului electric este egală cu raportul dintre tensiunea electromotoare a sursei  $\epsilon$  și rezistența totală a circuitului  $R + r$ . Relația precedentă este cunoscută sub denumirea de **legea lui Ohm** pentru **un circuit complet**.

În final mai trebuie precizat că o sursă de tensiune electromotoare nu produce întotdeauna același curent, indiferent de circuitul în care este folosită. Analizând relația precedentă observăm că pe măsură ce rezistența circuitului extern crește, sursa va produce un curent de intensitate mai mică.

## 6. ENERGIA ȘI PUTEREA ÎN CIRCUITELE ELECTRICE

Să considerăm un element de circuit (un rezistor, de exemplu) la capetele căruia se aplică o tensiune  $U$ , iar intensitatea curentului este orientată de la capătul **A** la capătul **B** al elementului, ca în figura 13. La trecerea unei sarcini  $q$  prin acest element de circuit, variația energiei potențiale electrice va fi egală cu  $qU$ . Sarcinile electrice aflate în mișcare prin elementul de circuit nu își modifică energia cinetică deoarece curentul electric prin circuitul extern trebuie să fie același cu cel din interiorul elementului. În schimb, cantitatea  $qU$  reprezintă energia transferată elementului de circuit. Într-un toaster, de exemplu, această energie este convertită în energie termică.

Dacă potențialul electric al capătului **A** este mai mic decât cel de la capătul **B**, tensiunea electrică este negativă,  $U < 0$  și se realizează un transfer de energie în exteriorul elementului de circuit. Astfel, elementul de circuit se comportă ca o sursă de tensiune, furnizând energie electrică circuitului în care este conectat. Această situație este caracteristică unei baterii, aceasta realizând o conversie a energiei chimice în energie electrică pe care o furnizează circuitului în care se află. Prin urmare, mărimea  $qU$  poate fi considerată fie o cantitate de energie furnizată unui element de circuit, fie energia extrasă de la acel element de circuit.



**Figura 13** Puterea electrică furnizată unui element de circuit este:  $P = UI$ .

În circuitele electrice ne interesează mai mult rata cu care energia este furnizată sau extrasă de la un element de circuit. Dacă intensitatea curentului electric prin elementul de circuit este  $I$ , atunci într-un interval de timp  $dt$  prin elementul de circuit trece cantitatea de sarcină  $dq = I dt$ . Variația energiei potențiale electrice a acestei cantități de sarcină electrică este:  $dE_{pe} = Udq = UI dt$ . Astfel, rata de transfer cu care energia este schimbată (primită sau extrasă) de elementul de circuit este caracterizată de mărimea numită **putere electrică**,  $P$ , dată de relația:

$$P = \frac{dE_{pe}}{dt} = UI \quad (27)$$

Unitatea de măsură a puterii electrice este **watt-ul**:

$$[P]_{SI} = 1V \cdot 1A = 1 \frac{J}{C} \cdot 1 \frac{C}{s} = 1 \frac{J}{s} = 1W.$$

Dacă elementul de circuit din figura 13 este un rezistor, tensiunea electrică de la capetele acestuia este:  $U = RI$ , iar puterea electrică furnizată rezistorului de circuitul electric este:

$$P = RI^2 = \frac{U^2}{R} \quad (28)$$

În acest caz potențialul electric în punctul **A** este întotdeauna mai mare decât în punctul **B**, curentul electric va intra prin borna aflată la potențial mai ridicat, iar relația precedentă va reprezenta rata cu care îi este transferată energie potențială electrică rezistorului. Această energie transferată rezistorului va conduce la o creștere a energiei interne a materialului din care este confectionat, iar temperatura acestuia crește sau acesta cedează căldură în exterior. În acest caz spunem că energia este disipată în rezistor cu o rată egală cu  $RI^2$ .

Să considerăm acum că elementul de circuit este conectat la o sursă de tensiune electromotoare  $\epsilon$ , având rezistență internă  $r$ , ca în figura 14, prin conductoare ideale (cu rezistență neglijabilă). În acest caz puterea electrică furnizată circuitului exterior de sursă este:

$$P = UI \quad (29)$$

Tensiunea  $U$  de la bornele sursei este legată de tensiunea electromotoare a sursei reale prin relația:

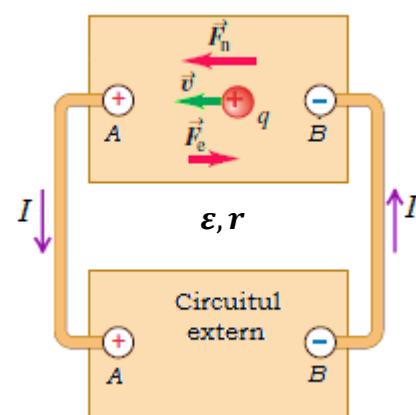
$$U = \epsilon - rI \quad (30)$$

Astfel, din ultimele două relații vom obține:

$$P = \epsilon I - rI^2 \quad (31)$$

În relația precedentă termenul  $\epsilon I$  reprezintă rata de conversie a energiei neelectrice în energie electrică în interiorul sursei, iar termenul  $rI^2$  este rata cu care energia electrică este disipată pe rezistență internă a sursei. Diferența  $\epsilon I - rI^2$  este puterea electrică netă a sursei, adică rata cu care sursa transferă energie electrică restului circuitului.

Dacă elementul de circuit este înlocuit de o sursă de tensiune electromotoare, ca în figura 15, având tensiunea electromotoare mai mare decât cea



**Figura 14** Conversia energiei într-un circuit electric simplu.

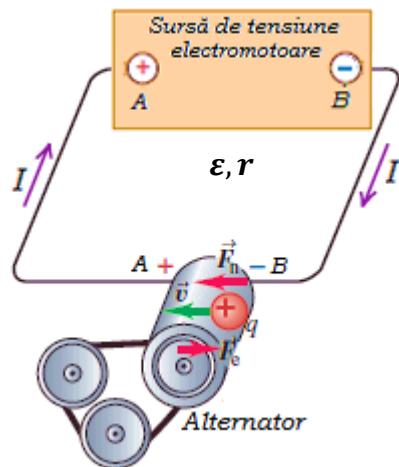
de sus și de sens opus, atunci curentul are sens opus. În acest caz sursa de jos „împinge” curentul prin sursa de sus, iar tensiunea de la bornele sursei de sus va fi:

$$U = \epsilon - rI \quad (32)$$

iar puterea devine:

$$P = \epsilon I - rI^2 \quad (33)$$

În această situație lucrul mecanic este efectuat asupra agentului care produce forță neelectrostatică. Altfel spus, se produce o conversie a energiei electrice în energie neelectrică cu o rată egală cu  $\epsilon I$ . Termenul  $rI^2$  va reprezenta din nou energia disipată pe rezistență internă a sursei. Suma  $\epsilon I - rI^2$  reprezintă puterea electrică netă de intrare a sursei de sus. Acest lucru se întâmplă când o baterie reîncărcabilă (un acumulator) este conectată la un încărcător. Încărcătorul furnizează energie electrică bateriei, o parte din aceasta fiind convertită în energie chimică, iar o parte este disipată pe rezistența internă a bateriei. Această disipare a energiei va produce o încălzire a bateriei.



**Figura 15** Conversia energiei electrice în energie chimică într-un acumulator.

## 7. GRUPAREA REZISTORILOR ÎN SERIE ȘI ÎN PARALEL

Rezistorii se găsesc într-un număr foarte mare de dispozitive electrice, ca de exemplu, în circuitele care limitează sau divide intensitatea curentului electric sau tensiunea electrică, în dispozitivele utilizate la încălzirea spațiilor de locuit, în circuitele de protecție a dispozitivelor electrocasnice, etc. În astfel de circuite se găsesc, de regulă, mai mulți rezistori sau grupări de rezistori. Un exemplu simplu de grupare de rezistoare îl reprezintă o instalație de becuri pentru bradul de sărbători.

Să considerăm o grupare de doi rezistori **legați în serie** într-un circuit electric, ca în figura 16. Ne dorim să înlocuim cei doi rezistori cu unul singur, având rezistență echivalentă cu a celor doi rezistori. În gruparea serie a rezistorilor, cantitatea de sarcină  $q$  care părăsește rezistorul  $R_1$  trebuie să intre în rezistorul  $R_2$ . În caz contrar, sarcina s-ar acumula în firul conductor ce leagă cei doi rezistori. Astfel, aceeași cantitate de sarcină trece prin cei doi rezistori în același interval de timp, adică intensitatea curentului electric este aceeași prin cei doi rezistori:

$$I = I_1 + I_2 \quad (34)$$

unde  $I$  este intensitatea curentului electric furnizat de sursa de tensiune, iar  $I_1$  și  $I_2$  sunt intensitățile curentului electric prin rezistorii  $R_1$  și  $R_2$ . Tensiunea electrică

la bornele generatorului este egală cu suma tensiunilor la bornele celor doi rezistori. Din figura 16 a se observă că scăderea de tensiune între punctele **A** și **B** este  $R_1 I_1$ , iar între punctele **B** și **C** este  $R_2 I_2$ . Astfel, tensiunea între punctele **A** și **C** este:

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = R_1 I_1 + R_2 I_2 \quad (35)$$

Tensiunea electrică la bornele generatorului este egală cu cea de la bornele rezistorului având rezistență echivalentă din figura 16 b:

$$U_{AC} = R_{es} I \quad (36)$$

unde rezistența echivalentă  $R_{es}$  are același efect în circuit ca și rezistorii pe care-i înlocuiește deoarece intensitatea curentului  $I$  rămâne neschimbată. Din ultimele două relații vom obține:

$$R_{es} I = R_1 I_1 + R_2 I_2 \quad (37)$$

Deoarece curentul are aceeași intensitate în lungul întregului circuit, din relația precedentă vom obține:

$$R_{es} = R_1 + R_2 \quad (38)$$

Dacă în circuit se găsesc mai mulți rezistori legați în serie, rezistența echivalentă se determină cu relația mai generală:

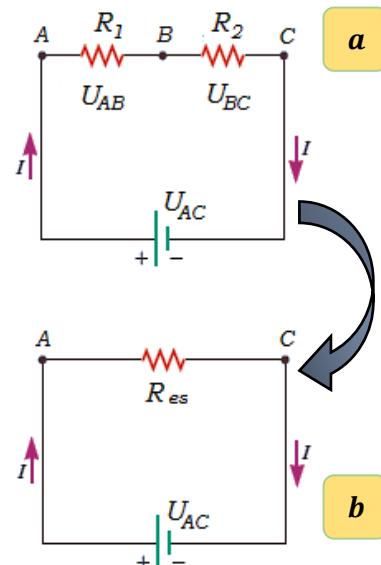
$$R_{es} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots = \sum_{i=1}^N R_i \quad (39)$$

Această relație ne arată că rezistența echivalentă o grupării serie este egală cu suma algebrică a rezistențelor individuale și, prin urmare, ea este întotdeauna mai mare decât valorile rezistențelor individuale.

În continuare să considerăm doi **rezistori grupați în paralel** ca în figura 17 a. Ca și în cazul grupării serie, dorim să înlocuim cei doi rezistori cu unul singur având rezistență echivalentă cu a celor pe care ii înlocuiește. Analizând figura 17 a se observă că ambii rezistori sunt conectați la bornele generatorului, astfel încât tensiunea electrică de la bornele rezistorilor este identică:

$$U = U_1 + U_2 \quad (40)$$

unde  $U$  este tensiunea de la bornele generatorului. Când curentul ajunge în punctul **A** este divizat în două părți: o parte cu intensitatea  $I_1$  se îndreaptă spre rezistorul  $R_1$ , iar un curent cu intensitatea  $I_2$  spre rezistorul  $R_2$ . Această divizare a curentului va face ca prin cei doi rezistori să circule un curent cu intensitățile mai



**Figura 16.** (a). Doi rezistori legați în serie. (b). Rezistor având rezistență echivalentă cu a celor pe care i-a înlocuit.

mici decât a curentului ce ieșe din generator. Deoarece sarcina electrică se conservă, intensitatea curentului care intră în punctul *A* este egală cu intensitățile curenților care părăsesc punctul respectiv:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} \quad (41)$$

unde  $I_1$  și  $I_2$  sunt intensitățile curentului electric prin rezistorii  $R_1$  și, respectiv,  $R_2$ . Intensitatea curentului în rezistorul cu rezistență echivalentă  $R_{ep}$  din figura 17 b este:

$$I = \frac{U}{R_{ep}} \quad (42)$$

unde rezistența echivalentă  $R_{ep}$  va produce aceleași efect în circuitul electric ca și cele două rezistente legate în paralel și, prin urmare, această rezistență extrage de la generator un curent de intensitate  $I$ . Din relațiile precedente obținem:

$$\frac{U}{R_{ep}} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} \quad (43)$$

Cum tensiunea de la bornele generatorului este identică cu cea de la bornele fiecărui rezistor, din relația precedentă vom obține:

$$\frac{1}{R_{ep}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (44)$$

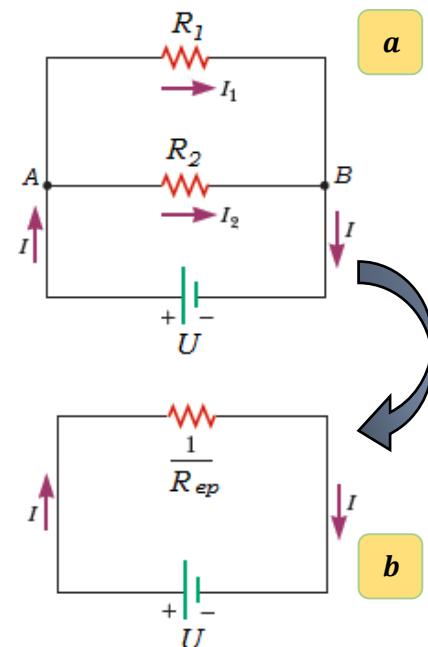
Generalizând rezultatul precedent pentru o grupare de mai mulți rezistori grupați în paralel putem scrie:

$$\frac{1}{R_{ep}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i} \quad (45)$$

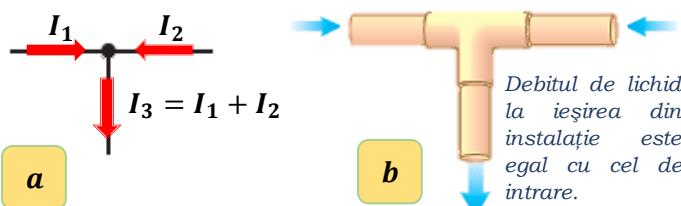
Această relație ne indică că inversul rezistenței echivalente a grupării este egal cu suma inverselor rezistențelor individuale grupate în paralel. Prin urmare, rezistența echivalentă a grupării paralel va fi întotdeauna mai mică decât rezistențele individuale ale rezistorilor din grupare.

## 8. LEGILE LUI KIRCHHOFF

În foarte multe situații practice, circuitele ce conțin mai mulți rezistori nu pot fi reduse la un circuit mai simplu prin gruparea lor serie sau paralel. În aceste situații vom utiliza o metodă de rezolvare a circuitelor de curent dezvoltată de



**Figura 17.** (a). Doi rezistori legați în paralel. (b). Rezistor având rezistență echivalentă cu celor pe care i-a înlocuit.



**Figura 19.** (a). Legea lui Kirchhoff pentru un nod de rețea. (b). Analogia dintre prima lege a lui Kirchhoff și debitul de lichid printr-o instalație în formă de T.

fizicianul german Gustav Robert Kirchhoff (1824-187). Aceste circuitele electrice au mai multe ramificații decât circuitele simple studiate anterior și sunt cunoscute sub numele de **rețele electrice**.

Pentru început trebuie să definim câțiva termeni ce caracterizează rețelele electrice și pe care ii vom utiliza în continuare. Astfel, **nodul de rețea** reprezintă punctul unde se întâlnesc cel puțin trei conductoare. **Latura rețelei** reprezintă porțiunea de circuit cuprinsă între două noduri de rețea. În final, **ochiul de rețea** este o porțiune închisă de circuit formată dintr-o succesiune de noduri și laturi. În figura 18 punctele **A** și **B** sunt noduri ale rețelei, dar punctele **C**, **D**, **E** și **F** nu sunt noduri ale rețelei, iar conturul închis **ABCD** reprezintă un ochi de rețea.

**Legile lui Kirchhoff** au următoarele enunțuri:

1. Suma algebrică a curentilor care converg într-un nod de rețea este nulă:

$$\sum_{i=1}^k I_k = 0 \quad (46)$$

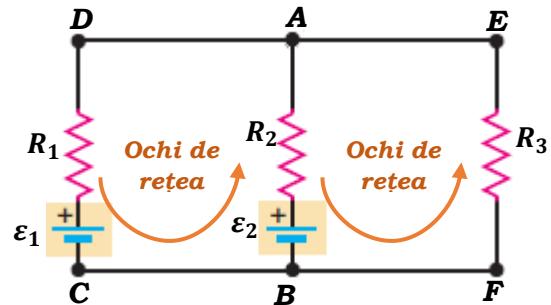
2. Suma algebrică a tensiunilor electromotoare dintr-un ochi de rețea este egală cu suma algebrică a căderilor de tensiune pe consumatori exteriori și interiori.:

$$\sum_{i=1}^k \varepsilon_k = \sum_{i=1}^k R_k I_k + \sum_{i=1}^k r_k I_k \quad (47)$$

Relația precedentă se mai poate scrie și sub forma:

$$\sum_{i=1}^k \varepsilon_k = \sum_{i=1}^k U_k + \sum_{i=1}^k u_k \quad (48)$$

Prima lege a lui Kirchhoff se bazează pe legea de conservare a sarcinii electrice. Nici o cantitate de sarcină nu se poate acumula într-un nod de rețea, astfel sarcina care intră în unitatea de timp trebuie să fie egală cu sarcina care ieșe în unitatea de timp, figura 19.a. Sarcina raportată la unitatea de timp reprezintă intensitatea curentului electric și astfel, dacă considerăm că intensitatea curentului care intră într-un nod de rețea este pozitivă, iar pe cea care ieșe negativă, suma algebrică a intensităților curentilor care converg în nod este nulă. Această situație poate fi înțeleasă mai bine



**Figura 18.** Exemplu de rețea electrică care nu poate fi redusă la un circuit simplu realizând o grupare în serie sau paralel a rezistorilor.

dacă facem o analogie cu o rețea de conducte în formă de T prin care circulă un lichid, ca în figura 19.b. Astfel, dacă prin două dintre conducte intră o anumită cantitate de lichid, prin cea de-a treia nu poate ieși mai mult sau mai puțin lichid.

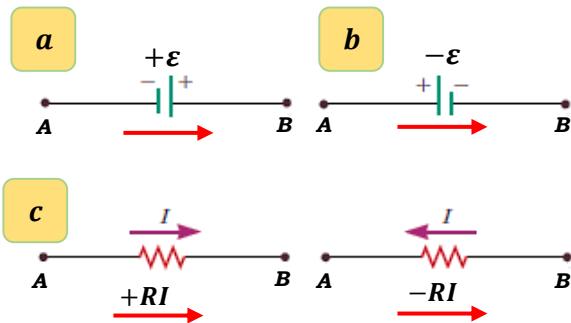
Legea a doua a lui Kirchhoff este o consecință a faptului că forța electrică este o **forță conservativă**. Dacă presupunem că măsurăm diferențele de potențial pe diferitele elemente de circuit ce se găsesc într-un nod de rețea. Când ne întoarcem în punctul de plecare trebuie să găsim că suma algebrică a acestor diferențe de potențial este nulă, altfel nu putem spune că potențialul în acest punct are o valoare definită.

Pentru a aplica legile lui Kirchhoff trebuie să utilizăm anumite convenții de semn. În primul rând, vom alege un sens de parcursere a ochiului de rețea și îl vom marca pe circuit. După aceea, plecând dintr-un anumit punct al circuitului, vom parcurge ochiul de rețea și vom aduna tensiunile electromotoare,  $\varepsilon$  și produsele  $RI$ . Când parcurgem o sursă vom considera că t.e.m a acesteia **este pozitivă** dacă sensul de parcursere al ochiului de rețea străbate sursa de la borna negativă la borna pozitivă, ca în figura 20.a. Dacă sensul de parcursere a ochiului de rețea străbate sursa de la borna pozitivă la cea negativă, vom considera că t.e.m a sursei **este negativă**, figura 20.b. Dacă sensul de parcursere al ochiului de rețea coincide cu sensul curentului prin rezistor, atunci produsul  $RI$  este pozitiv, în caz contrar acest produs este negativ, figura 20.c.

Legile lui Kirchhoff sunt utile pentru rezolvarea unei mari varietăți de rețele electrice, în care se cunosc anumite t.e.m., intensități ale curentului sau anumite rezistențe, iar unele dintre aceste mărimi nu se cunosc. Cu ajutorul acestor legi vom obține un număr de ecuații independente care este egal cu numărul de necunoscute și care poate fi rezolvat foarte simplu dacă sunt respectate regulile de aplicare ale legilor și convențiile de semn de mai sus.

## 9. CIRCUITE R-C

În studiul circuitelor analizate până în prezent am considerat că t.e.m. și rezistențele sunt constante. Prin urmare, diferența de potențial, intensitatea curentului electric și puterea electrică sunt și ele constante. Însă, la încărcarea și descărcarea unui condensator lucrurile sunt diferite deoarece intensitatea curentului, tensiunea electrică și puterea se modifică timp. Multe dispozitive au incorporate circuite ce conțin condensatoare care sunt încărcate și descărcate,



**Figura 20.** Convenții de semn utilizate pentru aplicarea legilor lui Kirchhoff.

alternativ. De exemplu, luminile de avertizare ale unui automobil, circuitele aparatelor radio sau unitățile flash ale aparatelor de fotografiat.

## 9.1. ÎNCĂRCAREA UNUI CONDENSATOR

Un circuit electric care conține o combinație de rezistoare și condensatoare reprezintă un **circuit R – C**. În figura 21 este prezentat un circuit R – C simplu. Să presupunem că inițial condensatorul este descărcat. Dacă se comută întrerupătorul din poziția **B** în poziția **A**, sarcinile încep să se deplaseze prin circuit și se stabilește un curent prin acesta, iar condensatorul începe să se încarce. Pe măsură ce condensatorul se încarcă, sarcinile electrice nu sar de pe o armătură pe celaltă datorită distanței dintre acestea. Însă, sarcinile sunt transferate între armături și firele conductoare datorită câmpului electric ce se stabilește în fire, câmp datorat legăturilor dintre fire și sursa de t.e.m. și care va continua să încarce condensatorul până la o valoare maximă. Pe măsură ce armăturile încep să se încarce, diferența de potențial dintre armături crește, iar când se ajunge la valoarea maximă a sarcinii acumulate, intensitatea curentului din circuit devine nulă deoarece diferența de potențial de la bornele condensatorului devine egală cu cea furnizată de sursă. Pentru a analiza cantitativ acest proces, să aplicăm legea a doua a lui Kirchhoff pentru circuitul în care comutatorul se află în poziția **A**. Parcurgând rețea în sens orar putem scrie:

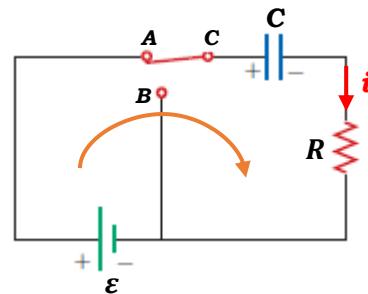
$$Ri + \frac{q}{C} = \varepsilon \quad (49)$$

unde  $u_c = \frac{q}{C}$  este tensiunea de la bornele condensatorului, iar produsul  $Ri$  este tensiunea de la bornele rezistorului,  $u_R$ . Am notat cu  $q$  și  $i$  valorile instantanee ale sarcinii și intensității curentului. Valorile acestor mărimi sunt dependente de timp pe măsură ce condensatorul se încarcă.

Putem utiliza relația precedentă pentru a determina valorile curentului inițial  $I_i$  și ale sarcinii maxime,  $Q_{max}$ , acumulate pe condensator. La momentul inițial, când comutatorul este mutat pe poziția **A** ( $t = 0$ ), sarcina acumulată pe condensator este nulă, astfel încât din relația precedentă obținem pentru intensitatea curentului inițial, care are o valoare maximă, relația:

$$I_i = \frac{\varepsilon}{R} \quad (50)$$

În acest moment, căderea de tensiune de la bornele sursei este egală cu cea de la bornele rezistorului. Mai târziu, pe măsură ce condensatorul se încarcă până la valoarea sa maximă  $Q_{max}$ , sarcinile încetează să se mai deplaseze prin circuit,



**Figura 21.** Circuit R-C simplu. Condensatorul este încărcat.

intensitatea curentului în circuit devine nulă, iar diferența de tensiune de la bornele sursei va fi aceeași cu cea de la bornele condensatorului. Înlocuind pe  $i = 0$  în ecuația (49) vom obține pentru valoarea maximă a sarcinii pe condensator relația:

$$Q_{max} = \varepsilon C \quad (51)$$

Pentru a stabili o expresie analitică pentru dependența dintre sarcină și curent trebuie să rezolvăm ecuația (49) ce conține două variabile  $q$  și  $i$ . Intensitatea curentului trebuie să fie aceeași de-a lungul întregului circuit și, prin urmare, curentul prin rezistorul  $R$  trebuie să aibă aceeași valoare cu cel dintre armături și firele de legătură prin care este conectat în circuit. Intensitatea curentului va fi egală cu variația în timp a sarcinii electrice pe armăturile condensatorului. Astfel, dacă facem înlocuirea  $i = \frac{dq}{dt}$  în relația (49) vom obține:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC} \quad (52)$$

Separând variabilele vom obține:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon C - q}{RC} = -\frac{q - \varepsilon C}{RC} \Rightarrow \frac{dq}{q - \varepsilon C} = -\frac{1}{RC} dt \quad (52)$$

Integrând această relație și având în vedere că la  $t = 0$ ,  $q = 0$ , vom obține:

$$\int_0^q \frac{dq}{q - \varepsilon C} = \int_0^t -\frac{1}{RC} dt \quad (53)$$

de unde va rezulta:

$$\ln\left(\frac{q - \varepsilon C}{-\varepsilon C}\right) = -\frac{t}{RC} \quad (54)$$

Utilizând relația de definiție a logaritmilor naturali, putem rescrie relația precedentă sub forma:

$$q(t) = \varepsilon C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = Q_{max} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad (55)$$

Dacă diferențiem relația precedentă în raport cu timpul, vom obține pentru curentul instantaneu expresia:

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (56)$$

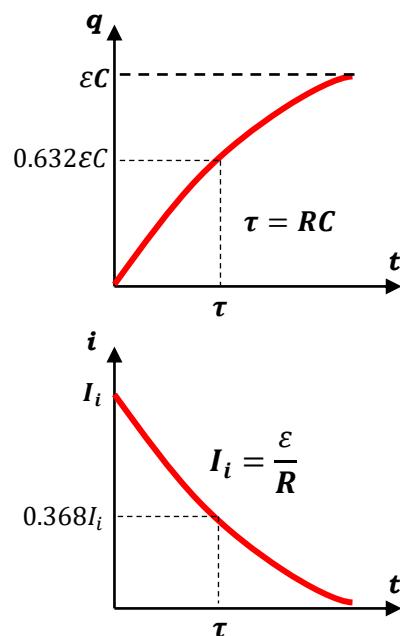
Dependența de timp a sarcinii acumulate pe condensator și a intensității curentului este reprezentată în figura 22. Se observă că sarcina este nulă la  $t = 0$  și se apropiște de valoarea maximă  $Q_{max} = \varepsilon C$  când  $t \rightarrow \infty$ . Intensitatea curentului electric are valoarea maximă  $I_i = \frac{\varepsilon}{R}$  la momentul  $t = 0$  și scade exponențial spre zero

când  $t \rightarrow \infty$ . Mărimea  $RC$  care apare la exponențială relațiilor (55) și (56) este denumită **temp de relaxare al circuitului**:

$$\tau = RC \quad (57)$$

Timpul de relaxare reprezintă intervalul de timp în care intensitatea curentului scade cu  $1/e$  din valoarea inițială, adică scade la valoarea  $i = \frac{I_i}{e} = 0.368I_i$ . După un interval de timp egal cu  $2\tau$  curentul scade la valoarea  $i = \frac{I_i}{e^2} = 0.135I_i$ . De asemenea, în intervalul de timp  $\tau$  sarcina electrică crește de la valoarea zero la valoarea  $\varepsilon C(1 - e^{-1}) = 0.632\varepsilon C$ .

Energia furnizată de sursă în intervalul de timp necesar încărcării maxime a condensatorului este  $\varepsilon Q_{max} = \varepsilon^2 C$ . După ce condensatorul se încarcă la maxim, energia stocată este  $\frac{\varepsilon Q_{max}}{2} = \frac{\varepsilon^2 C}{2}$  care este jumătate din valoarea furnizată de sursă, cealaltă jumătate fiind regăsită ca energie internă în rezistor.



**Figura 22.** Dependența de timp a sarcinii acumulate pe condensator și a intensității curentului electric.

## 9.2. DESCĂRCAREA CONDENSATORULUI

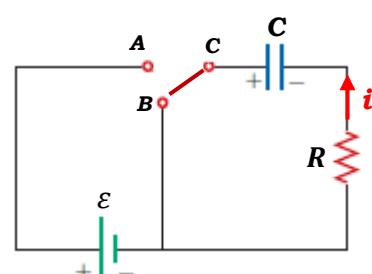
Să considerăm acum că, condensatorul este încărcat la maxim. La bornele acestuia tensiunea este  $U_c = \frac{Q_i}{C}$  și, prin urmare, diferența de potențial de la bornele rezistorului este nulă deoarece prin circuit intensitatea curentului este nulă,  $i = 0$ . Dacă intrerupătorul este comutat pe poziția B, ca în figura 23, la momentul initial  $t = 0$ , condensatorul se descarcă pe rezistor. La un anumit moment de timp din acest proces, intensitatea curentului prin circuit este  $i$ , iar sarcina condensatorului este  $q$ . În acest caz, în circuit nu mai există nici o sursă de t.e.m., iar ecuația (49) devine:

$$Ri + \frac{q}{C} = 0 \quad (58)$$

Dacă înlocuim pe  $i = \frac{dq}{dt}$ , relația precedentă devine:

$$R \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{C} \text{ sau } \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt \quad (59)$$

Integrând relația precedentă ținând cont că la  $t = 0$ ,  $q = Q_i$ , vom obține:



**Figura 23.** Circuit R-C simplu. Condensatorul se descarcă pe rezistorul  $R$ .

$$\int_{Q_i}^q \frac{dq}{q} = \int_0^t -\frac{1}{RC} dt \quad (60)$$

care ca conduce la rezultatul:

$$\ln\left(\frac{q}{Q_i}\right) = -\frac{t}{RC} \quad \text{sau} \quad q(t) = Q_i e^{-\frac{t}{RC}} \quad (61)$$

Dacă derivăm relația precedentă în raport cu timpul, vom obține pentru intensitatea instantanee a curentului expresia:

$$i(t) = -\frac{Q_i}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (62)$$

unde mărimea  $\frac{Q_i}{RC} = I_i$  reprezintă curentul inițial. Semnul minus indică că pe măsură ce condensatorul se descarcă, sensul curentului are sens opus celui care a condus la încărcarea condensatorului. În acest caz, atât sarcina electrică a condensatorului cât și intensitatea curentului scad exponențial cu o rată caracterizată de timpul de relaxare  $\tau = RC$ .

## 10. INSTALAȚII ELECTRICE. ELECTROCUTAREA

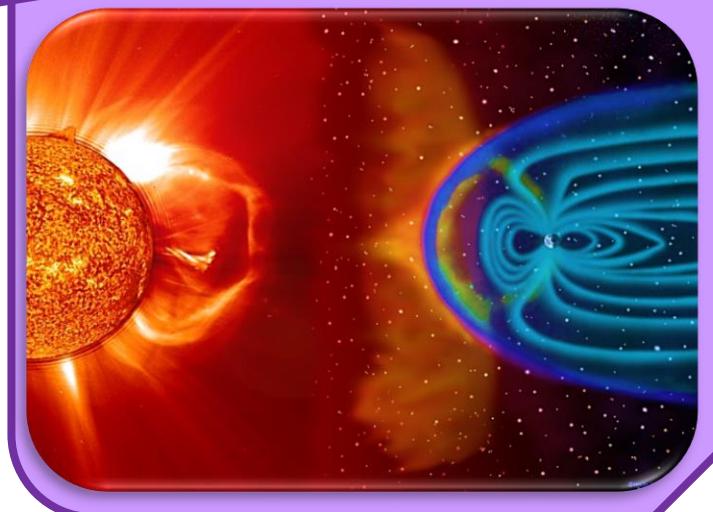
# CAPITOLUL

# 3

# CÂMPUL MAGNETIC

## Cuprins

1. INTRODUCERE	2
2. CÂMPUL MAGNETIC	3
3. MIŞCAREA PARTICULELOR ÎNCĂRCATE ELECTRIC ÎN CÂMP MAGNETIC UNIFORM	6
4. APLICAȚII ALE MIŞCĂRII PARTICULELEOR ELECTRIZATE ÎN CÂMP MAGNETIC	8
5. ACȚIUNEA CÂMPULUI MAGNETIC ASUPRA CONDUCTOARELOR PARCURSE DE CURENT ELECTRIC. FORȚA ELECTROMAGNETICĂ	9
6. MOMENTUL FORȚEI PRODUS DE UN CÂMP MAGNETIC UNIFORM ASUPRA UNEI SPIRE PARCURSE DE CURENT ELECTRIC	11
6.1. MOMENTUL DE DIPOL MAGNETIC ȘI COMPORTAREA MAGNETULUI	13
7. MOTORUL DE CURENT CONTINUU	15
8. EFECTUL HALL	17
10. SURSE DE CÂMP MAGNETIC	19
10.1. CÂMPUL MAGNETIC PRODUS DE O SARCINĂ ÎN MIŞCARE	19
10.2. LEGEA BIOT-SAVART	21
10.3. CÂMPUL MAGNETIC PRODUS DE UN CONDUCTOR LINIAR	22
10.4. CÂMPUL MAGNETIC ÎN CENTRUL UNEI SPIRE CIRCULARE	24
10.5. INTERACȚIUNEA CONDUCTOARELOR PARCURSE DE CURENT ELECTRIC	25
11. LEGEA LUI AMPÈRE	27
11.1. CÂMPUL MAGNETIC DIN INTERIORUL UNUI SOLENOID	28
12. FLUXUL CÂMPULUI MAGNETIC	30
13. CÂMPUL MAGNETIC ÎN SUBSTANȚĂ	



**Câmpul magnetic al Pământului ne protejează de radiațiile periculoase emise în urma exploziilor solare.**

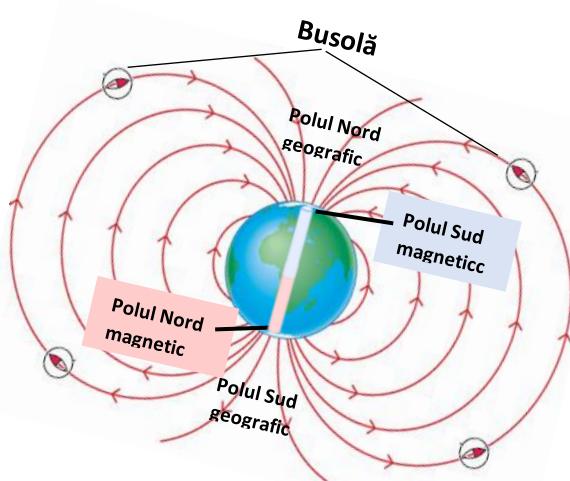
<http://www.newtonapple.org.uk/wp-content/uploads/2013/04/sunearth01.jpg>

## 1. INTRODUCERE

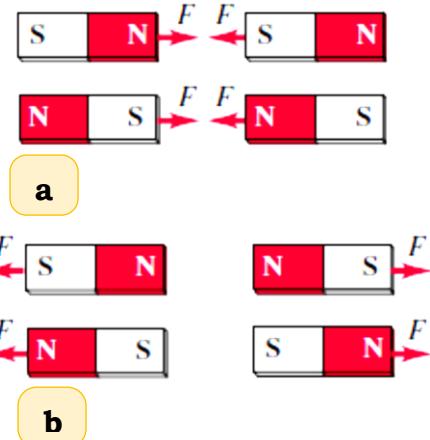
Mulți istorici ai științei au acreditat ideea că primele utilizări ale magnetismului au fost utilizate în China, în secolul XIII î.e.n., când se utiliza busola ce folosea acul magnetic. În Grecia antică, descoperirile legate de magnetism datează din anul 800 î.e.n., când s-a descoperit că magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) atrage bucăți mici de fier.

În anul 1269, francezul Pierre de Maricourt a observat că direcția unui ac se modifică atunci când este adus în apropierea unui magnet. Acesta era orientat după direcția unor linii închise în jurul magnetului, linii care se închideau în două puncte opuse ale magnetului, pe care le-a numit **polii magnetului**. Experiențele ulterioare au indicat că orice magnet, indiferent de forma sa, are doi poli, **polul Nord magnetic**, respectiv **polul Sud magnetic**. Prin intermediul polilor săi, magnetul exercită forțe asupra altor poli magnetici, aşa cum sarcinile electrice exercită forțe unele asupra celorlalte. Astfel, polii de același nume exercită forțe de respingere unul asupra celuilalt (N-N sau S-S), figura 1.b., pe când între polii de nume diferite se exercită forțe de atracție (N-S sau S-N), figura 1.a..

Denumirile celor doi poli magnetici sunt datorate comportamentului acului busolei, care este un magnet, în câmpul magnetic al Pământului, orientându-se în funcție de cei doi poli ai acestuia: Polul Nord și Polul Sud.



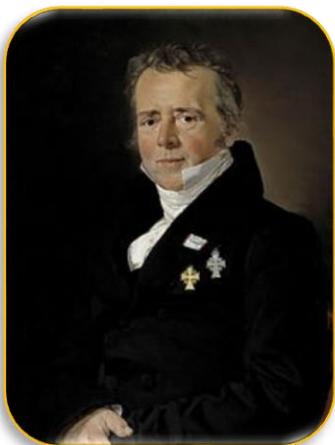
**Figura 2.** Interacțiunea dintre acul busolei și câmpul magnetic terestru.



**Figura 1.** Interacțiunea dintre polii unui magnet. (a). Polii de nume diferențiate se atrag. (b). Polii de același nume se resping

Dacă un magnet în formă de bară este suspendat de un fir legat la mijlocul său, acesta se rotește într-un plan orizontal până când a celor doi poli ai Pământului: Polul Nord magnetic la Polul Nord geografic, iar Polul Sud magnetic la Polul Sud geografic, ca în figura 2.

În anul 1600 William Gilbert a extins experiențele lui Maricourt la o serie variată de materiale. Acesta cunoștea cum



**Hans Christian Oersted**  
(1777–1851)

Fizician și chimist danez, a fost primul care a observat deviația acului unei busole la apropierea acesteia de un conductor parcurs de curent electric. Oersted a fost primul care a reușit să obțină aluminiu pur.

se orientează acul busolei și a sugerat că și Pământul la rândul sau este un magnet permanent uriaș. Experimentele realizate mai târziu cu ajutorul balanțelor de torsiune au indicat că forțele exercitate între polii magnetilor scad cu inversul pătratului distanței dintre aceștia. Deși forțele exercitate între polii magnetici sunt similare celor exercitate între sarcinile electrice, sarcinile electrice se semn contrar pot fi izolate pe când polii magnetici nu pot fi izolați. Altfel spus, polii magnetici sunt mereu în pereche, iar experimentele realizate până în prezent au confirmat insuccesul separării polilor magnetici.

Relația dintre magnetism și electricitate a fost descoperită în anul 1819 de către fizicianul danez Hans Christian Oersted. Aceasta a constatat că un ac magnetic este deviat atunci când în apropiere se află un conductor parcurs de curent electric. În anul 1820 legătura dintre electricitate și magnetism a fost confirmată independent de către Michael

Faraday și Joseph Henry. Aceștia au arătat că un într-un circuit apare un curent electric dacă un magnet este deplasat înspre sau dinspre circuit. Aceste observații au demonstrat că un câmp magnetic variabil va genera un câmp electric variabil. Mai târziu, James Clerk Maxwell a arătat că și fenomenul invers este posibil, adică un câmp electric variabil va genera un câmp magnetic variabil.

## 2. CÂMPUL MAGNETIC

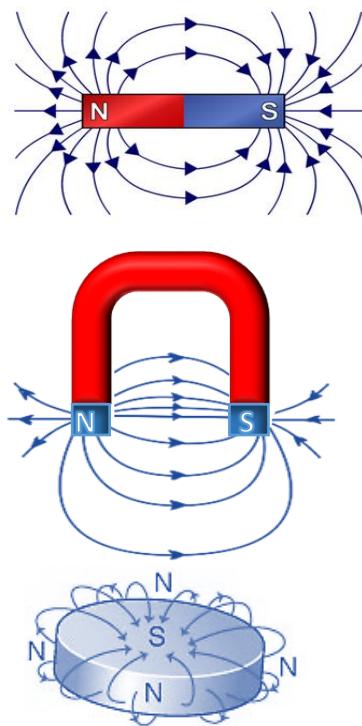
Atunci când am studiat corpurile electrizate am descris interacțiunea dintre acestea cu ajutorul câmpului magnetic. Ne reamintim că în jurul oricărei sarcini electrice există un câmp electric, iar că în jurul sarcinii electrice aflate în mișcare, pe lângă câmp electric va exista și un **câmp magnetic**. Astfel, putem defini **câmpul magnetic** ca fiind **forma de existență a materiei din jurul unui magnet sau din jurul unei sarcini electrice aflate în mișcare și care se manifestă prin acțiuni asupra acului magnetic**.

Mărimea ce caracterizează câmpul magnetic este **inducția câmpului magnetic**,  $\vec{B}$ , pe care o vom defini mai târziu. Direcția inducției câmpului magnetic este dată de direcția acului magnetic în acel punct. Câmpul magnetic poate fi reprezentat cu ajutorul **liniilor de câmp magnetic**. În

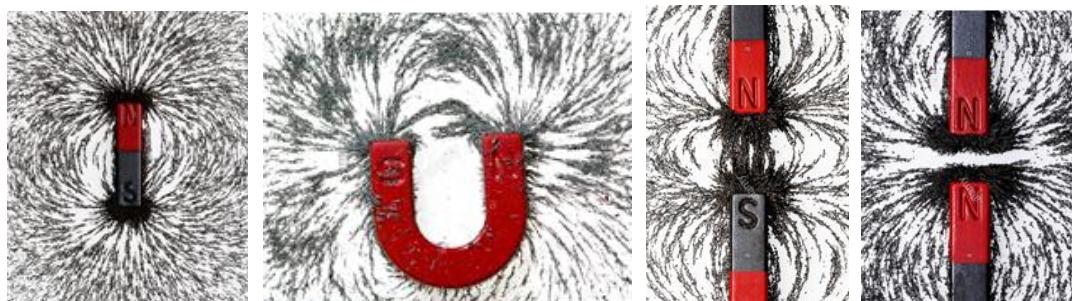
figura 3 sunt reprezentate liniile câmpului magnetic din jurul unui magnet. Acestea sunt curbe închise în jurul magnetului și sunt orientate de la polul Nord spre polul Sud. Putem vizualiza orientarea liniilor de câmp magnetic cu ajutorul piliturii de fier, după cum se observă din figura 4.

Existența câmpului magnetic într-un anumit punct din spațiu poate fi determinată măsurând **forța magnetică**,  $\vec{F}_m$ , exercitată asupra unei sarcini de probă plasată în punctul respectiv. Analizând acest proces de plasare a unei sarcini  $q$  în câmp magnetic vom obține următoarele rezultate, asemănătoare cu cele obținute în studiul forței electrice. În primul rând, forța magnetică este proporțională cu cantitatea de sarcină plasată în punctul respectiv. În al doilea rând, forța exercitată asupra unei sarcini pozitive are orientarea opusă forței care acționează asupra unei sarcini negative ce se deplasează pe aceeași direcție. În final, forța magnetică este direct proporțională cu inducția câmpului magnetic,  $\vec{B}$ .

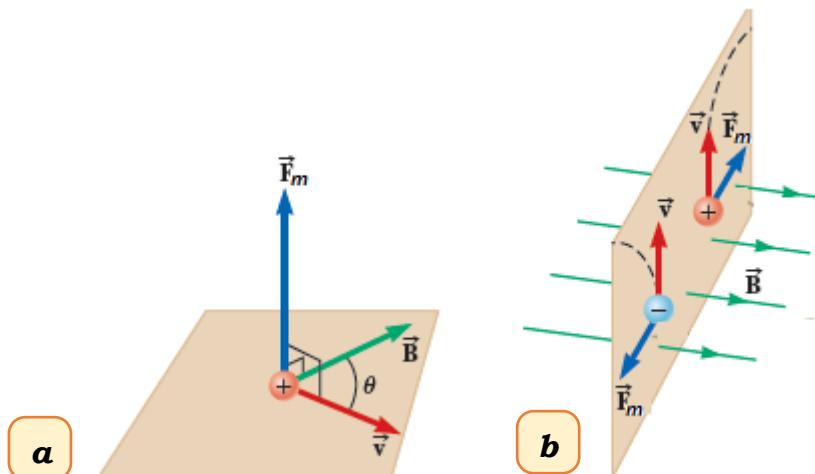
Însă, s-au observat și rezultate care sunt diferite față de cele obținute în studiul forței electrice. Astfel, forța magnetică este proporțională cu viteza particulei electrizate, iar dacă vectorul viteză face un anumit unghi cu direcția vectorului  $\vec{B}$ , atunci forța este proporțională și cu sinusul acestui unghi. Atunci când sarcina se deplasează paralel cu direcția câmpului magnetic, forța magnetică exercitată asupra sa este nulă. Dacă particula electrizată se deplasează pe o direcție care nu este paralelă cu direcția lui  $\vec{B}$ , forța magnetică va acționa pe o direcție care este perpendiculară atât pe viteza,  $\vec{v}$ , cât și pe  $\vec{B}$ . Adică, forța magnetică este perpendiculară pe planul format de vectorii  $\vec{v}$  și  $\vec{B}$ .



**Figura 3.** Sensul liniilor câmpului magnetic din jurul unor magneți cu forme diferite



**Figura 4.** Vizualizarea liniilor câmpului magnetic din jurul unor magneți cu ajutorul piliturii de fier. Se poate observa forma liniilor de câmp la interacțiunea dintre magneți.



**Figura 5.** (a). Direcția forței magnetice  $\vec{F}_m$  care acționează asupra unei sarcini pozitive care se deplasează în câmp magnetic cu viteza  $\vec{v}$ . (b). Direcția forței magnetice care acționează asupra unei sarcini pozitive sau negative. Liniile punctate reprezintă direcția particulei electrizate.

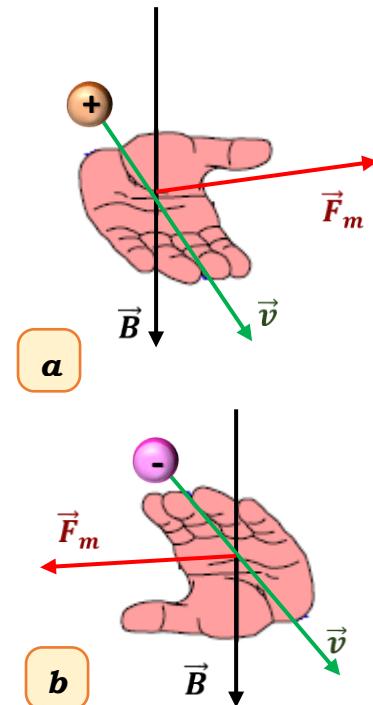
Acste rezultate ne indică că forța magnetică este mai complicată decât forța electrică. În figura 5 este prezentată orientarea forței magnetice care se exercită asupra unei particule electrizate.

Rezultatele de mai sus pot fi sintetizate într-o relație care să exprime legătura dintre forța magnetică,  $\vec{F}_m$ , inducția magnetică,  $\vec{B}$ , viteza particulei,  $\vec{v}$ , și orientarea celor trei vectori. Această relație este de forma:

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

Dacă ne reamintim regula produsului vectorial, se observă că vectorul  $\vec{F}_m$  este perpendicular atât pe viteza,  $\vec{v}$ , cât și pe inducția câmpului magnetic,  $\vec{B}$ . Forța exercitată de câmpul magnetic asupra unui purtător de sarcina aflat în mișcare în câmp magnetic se mai numește și **forță Lorentz**, în onoarea fizicianului Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928).

În figura 6 este prezentată o metodă de determinare a orientării forței Lorentz cu ajutorul regulii mâinii stângi, în cazurile în care sarcinile aflate în câmp magnetic sunt pozitive sau negative. Astfel, pentru particule pozitive, se așeză mâna stânga astfel încât inducția magnetică să intre în palmă, cele patru degete



**Figura 6.** Determinarea orientării forței Lorentz cu ajutorul regulii mâinii stângi, (a). pentru o sarcină pozitivă, (b). pentru o sarcină negativă.

sunt orientate pe direcția și în sensul vitezei, iar degetul mare întins lateral indică sensul forței Lorentz. În cazul particulelor negative, se aşează mâna stângă astfel încât inducția magnetică să intre în palmă, cele patru degete sunt orientate pe direcția vitezei, dar în sens opus acesteia, degetul mare întins lateral indică sensul forței Lorentz.

Modulul forței Lorentz care se exercită asupra particulei electrizate se determină cu relația:

$$F_m = |q|vB \sin\theta \quad (2)$$

unde  $\theta$  este unghiul dintre vectorii  $\vec{v}$  și  $\vec{B}$ . Analizând această relație observăm că forța Lorentz este nulă atunci când  $\vec{v}$  este paralel cu  $\vec{B}$  ( $\theta = 0$  sau  $180^\circ$ ) și are valoare maximă când  $\vec{v}$  este perpendicular pe  $\vec{B}$  ( $\theta = 90^\circ$ ).

Plecând de la relația precedentă putem stabili unitatea de măsură în S.I. pentru inducția câmpului magnetic, numită **Tesla**:

$$[B]_{SI} = \frac{[F_m]_{SI}}{[q]_{SI}[v]_{SI}} = \frac{1N}{1C \cdot 1\frac{m}{s}} = 1 \frac{N}{A \cdot m} = 1 T \quad (3)$$

O altă unitate de măsură tolerată utilizată pentru inducția câmpului magnetic este **gauss**, **G**, care este legată de tesla prin relația:  $1 T = 10^4 G$ . În tabelul 1 sunt indicate câteva valori ale inducției câmpului magnetic.

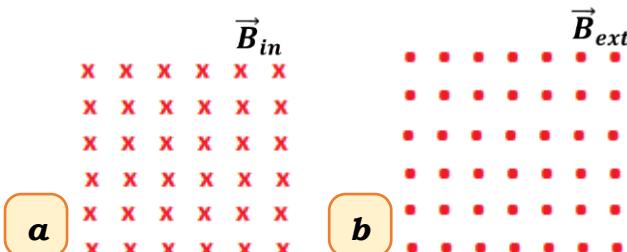
Tabelul 1

Valori aproximative ale inducției câmpului magnetic

Sursa de câmp	$B(T)$
Magnet supraconductor de laborator	30
Magnet convențional de laborator	2
Unitate RMN	1.5
Magnet bară	$10^{-2}$
Câmpul magnetic la suprafața Soarelui	$10^{-2}$
Câmpul magnetic la suprafața Pământului	$0.5 \cdot 10^{-4}$
Câmpul magnetic în interiorul Creierului uman	$10^{-13}$

### 3. MISCAREA PARTICULELOR ÎNCĂRCATE ELECTRIC ÎN CÂMP MAGNETIC UNIFORM

Înainte de a merge mai departe, trebuie să introducem anumite notații pe care le vom utiliza în continuare. Pentru a ilustra direcția vectorului  $\vec{B}$  vom utiliza de multe ori reprezentarea din figura 7. Astfel, pentru a reprezenta vectori câmpului magnetic care sunt perpendiculari pe planul paginii, având orientarea înspre interiorul acesteia, vom utiliza reprezentarea din figura 7.a., iar pentru a reprezenta vectorii care sunt perpendiculari pe pagină, având



**Figura 7.** Reprezentarea liniilor de câmp magnetic perpendicular pe pagină (a).  $\vec{B}$  intră în pagină, (b).  $\vec{B}$ iese din pagină.

orientarea spre exteriorul acesteia, vom utiliza reprezentarea din figura 7.b. Același tip de reprezentare, cu puncte și x, poate fi utilizată pentru a reprezenta mărimi care sunt perpendiculare pe pagină, precum forțe sau direcția curentului electric.

Să considerăm o particulă electrizată pozitiv aflată în mișcare într-un câmp magnetic uniform, perpendicular pe planul paginii, spre interiorul acesteia, viteza inițială a acesteia fiind perpendiculară pe direcția câmpului magnetic, ca în figura 8. După cum am afirmat mai sus, forța exercitată de câmpul magnetic asupra particulei este perpendiculară atât pe vectorul  $\vec{v}$ , cât și pe vectorul  $\vec{B}$ . Particula își modifică direcția vitezei sub acțiunea forței Lorentz, însă aceste rămân în permanență perpendiculară una pe cealaltă. Prin urmare, dacă forța este întotdeauna perpendiculară pe vitează, traectoria particulei va fi circulară, după cum se observă și din figura 8. Particula se va mișca pe o traекторie circulară într-un plan perpendicular pe câmpul magnetic. Forța Lorentz este perpendiculară pe planul dintre  $\vec{v}$  și  $\vec{B}$ , amplitudinea fiind constantă și egală cu  $qvB$ . După cum se observă și din figura 8, rotație se desfășoară în sens trigonometric în cazul sarcinii pozitive. Dacă sarcina ar fi negativă, rotația să ar desfășura în sens orar, lucru ce poate fi ușor vizualizat dacă folosim regula mâinii stângi, enunțată mai sus.

Dacă aplicăm legea a doua a lui Newton putem scrie:

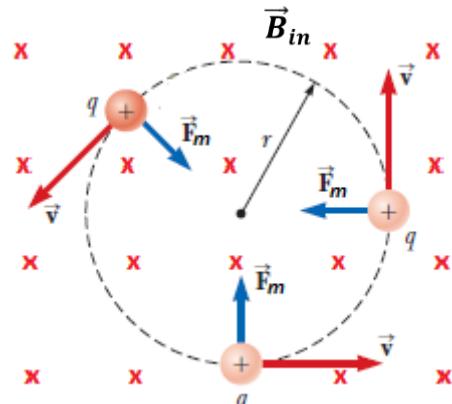
$$F_m = ma \quad (4)$$

Deoarece particula se află într-o mișcare circulară, aceasta are o accelerare centripetă,  $a = \frac{v^2}{r}$ , astfel încât putem rescrie relația precedentă sub forma:

$$F_m = qvB = \frac{mv^2}{r} \quad (5)$$

Din relația precedenta obținem pentru raza traectoriei circulare expresia:

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (6)$$



**Figura 8.** Atunci viteza particulei electrizate este perpendiculară pe  $\vec{B}$ , traectoria este circulară, într-un plan perpendicular pe  $\vec{B}$ .

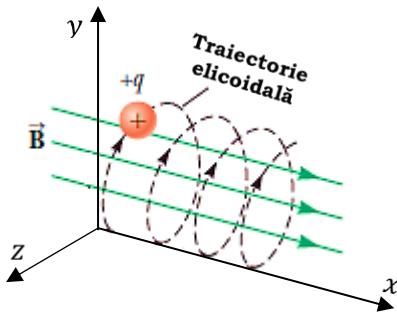
După cum se observă, raza traectoriei este proporțională cu impulsul particulei  $mv$  și invers proporțional cu sarcina electrică și modulul inducției câmpului magnetic. Viteza unghiulară a particulei va fi dată de relația:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \quad (7)$$

Perioada mișării este egală cu circumferința cercului împărțită la viteza particulei, adică:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB} \quad (8)$$

Acest rezultat indică că viteza unghiulară a particulei și perioada mișării circulare depind de viteza particulei și de raza traectoriei. Viteza unghiulară este denumită adesea frecvență ciclotronică, deoarece particulele încărcate electric se deplasează cu această viteză într-un accelerator de particule numit ciclotron. Dacă particula electrizată se deplasează în câmpul magnetic uniform cu o viteză care face un anumit unghi cu  $\vec{B}$ , atunci traectoria particulei va fi elicoidală. De exemplu, dacă câmpul este orientat în lungul axei  $ox$ , ca în figura 9, nu va exista nici o componentă a forței pe această direcție și, prin urmare, componenta vitezei pe această axă rămâne constantă. Particula electrizata se află în echilibru pe această direcție. Forța Lorentz va modifica componentele  $v_y$  și  $v_z$ , iar mișcarea rezultantă este de tip elicoidal, a cărui axă este paralelă cu câmpul magnetic. Ecuatiile (6), (7) și (8) rămân valabile, doar ca viteza trebuie înlocuită cu relația  $v_{\perp} = \sqrt{v_y^2 + v_z^2}$ .



**Figura 9.** O particulă electrizată care are o componentă a vitezei paralelă cu câmpul magnetic uniform are o traectorie elicoidală.

#### 4. APLICAȚII ALE MIȘĂRII PARTICULELEOR ELECTRIZATE ÎN CÂMP MAGNETIC

Selectoarele de viteze, Spectrometrul de masă, Ciclotronul, Experimentul lui Thomson pentru determinarea sarcinii specifice a electronului,

## 5. ACȚIUNEA CÂMPULUI MAGNETIC ASUPRA CONDUCTOARELOR PARCURSE DE CURENT ELECTRIC. FORȚA ELECTROMAGNETICĂ

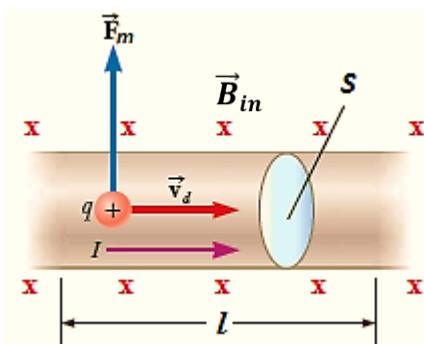
Până acum am discutat cazul în care câmpul magnetic acționează asupra unei sarcini singulare, aflate în mișcare în câmp magnetic. Însă, în multe situații practice, regăsim situația în care avem mai multe sarcini aflate în mișcare în câmp magnetic. Cel mai des întâlnim cazul conductoarelor parcuse de curent, reamintindu-se că prin curent electric înțelegem o deplasare continuă și ordonată de sarcini electrice. În acest caz, forța exercitată de câmpul magnetic asupra firului conductor va fi rezultanta forțelor exercitate asupra sarcinilor individuale. Forța exercitată asupra sarcinilor este transmisă firului atunci când acestea se ciocnesc cu atomii din care este format.

Pentru a determina forța exercitată asupra unui conductor parcurs de curent electric, numită și **forță electromagnetică** sau **forță Laplace**, să considerăm un segment de conductor de lungime  $l$  și aria secțiunii transversale  $S$ , parcurs de un curent electric de intensitate  $I$ , având sensul din figura 10. Firul se află într-un câmp magnetic uniform de inducție  $\vec{B}$ , care este perpendicular pe fir. Pentru început vom considera cazul unei sarcini pozitive  $q$  ce se deplasează prin fir cu viteza  $\vec{v}_d$ , pe care am numit-o viteza de drift și care este și ea la rândul ei perpendiculară pe  $\vec{B}$ . Forța exercitată asupra particulei este  $\vec{F}_m = q\vec{v}_d \times \vec{B}$ , având orientarea din figura 10. Deoarece  $\vec{v}_d \perp \vec{B}$ , modulul forței exercitate asupra particulei este dat de relația:  $F_m = qv_d B$ . Pentru a determina forța totală exercitată asupra firului va trebui să multiplicăm forța  $\vec{F}_m$  cu numărul de sarcini din porțiunea de fir. Deoarece volumul segmentului este  $Sl$ , numărul sarcinilor din porțiunea de fir considerată este  $nSl$ , unde  $n$  reprezintă numărul de sarcini din unitatea de volum. Prin urmare, forța totală exercitată asupra firului va fi dată de relația:

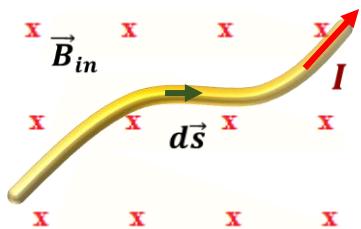
$$\vec{F}_m = (nSl)(qv_d \times \vec{B}) \quad (9)$$

Ne reamintim că densitatea de curent am definit-o prin relația:  $J = nqv_d$ , iar că produsul  $JS$  este chiar intensitatea curentului electric. Astfel, putem rescrie ecuația precedentă sub forma:

$$\vec{F}_m = I(\vec{l} \times \vec{B}) \quad (10)$$



**Figura 10.** Conductor parcurs de curent electric plasat în câmp magnetic uniform.



**Figura 11.** Conductor de formă oarecare parcurs de curent electric plasat în câmp magnetic uniform.

unde  $\vec{l}$  este un vector care este orientat în direcția curentului și care are modulul egal cu lungimea  $l$  a segmentului de fir. Trebuie precizat că relația precedentă se aplică doar în cazul unui conductor liniar plasat într-un câmp magnetic uniform. Modul forței Laplace se determină cu relația:  $F = BIl$  deoarece  $\vec{l} \perp \vec{B}$ . Dacă între direcțiile vectorilor  $\vec{B}$  și  $\vec{l}$  există un unghi  $\theta$ , atunci, ținând cont de relația de definiție a produsului vectorial, modulul forței Laplace se determină cu relația:  $F = BIl\sin\theta$ .

Putem generaliza rezultatul precedent și pentru fire conductoare care nu sunt rectilinii. Astfel, să considerăm un segment de fir de o formă oarecare, figura 11, plasat în câmp magnetic uniform. Forța Laplace exercitată asupra unui segment de lungime  $d\vec{s}$  este data de relația:

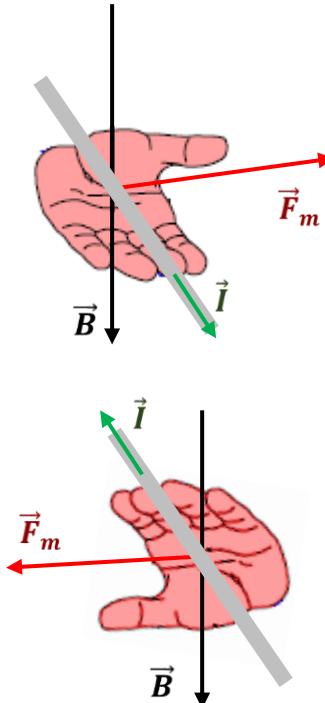
$$d\vec{F}_m = I(d\vec{s} \times \vec{B}) \quad (11)$$

Pentru a determina forța exercitată asupra întregului segment de fir vom integra relația precedentă pentru întreaga lungime  $l$  a firului:

$$\vec{F}_m = I \int_0^l d\vec{s} \times \vec{B} \quad (12)$$

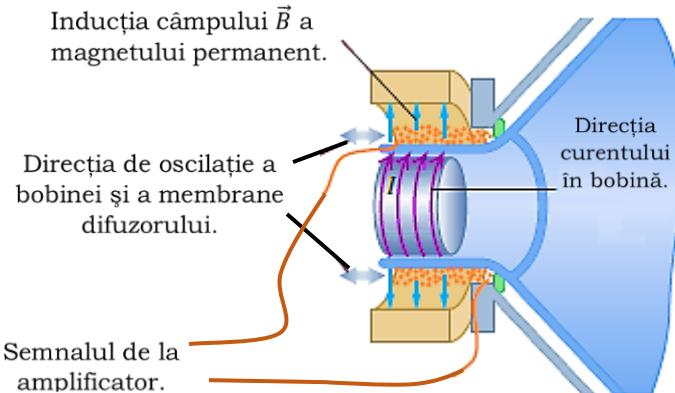
La rezolvarea integralei, trebuie să avem în vedere că inducția câmpului magnetic și direcția acesteia în raport cu  $d\vec{s}$  poate fi diferită de la un punct la altul. În final, mai trebuie precizat că sensul forței Laplace se determină cu regula mâinii stângi: se așează mâna stângă astfel încât  $\vec{B}$  să intepere palma, cele patru degete să fie în sensul curentului, iar degetul mare indică sensul forței Laplace, figura 12.

O aplicație a forței electromagnetice o regăsim la firul conductor al unui difuzor, figura 13. Câmpul magnetic radial creat de un magnet permanent exercită o forță asupra curentului ce parcurge o bobină, curent ce este generat prin transformarea energiei undei sonore în energie electrică. Direcția forței electromagnetice este influențată de direcția curentului. Semnalul furnizat de amplificator produce o oscilație a



**Figura 12.** Determinarea orientării forței Laplace cu ajutorul regulii mâinii stângi.

curentului în direcție și amplitudine. Membrana difuzorului care este atașată acestei bobine va oscila cu o amplitudine proporțională cu cea a curentului în bobină. Prin modificarea volumul, amplificatorul va modifica amplitudinea curentului și, în consecință, și amplitudinea de oscilație a membranei se va modifica și va produce unde sonore cu amplitudini diferite.



**Figura 13.** Funcționarea unui difuzor se bazează pe forță electromagnetică exercitată de un magnet permanent asupra curentului printr-o bobină de care este atașată o membrană.

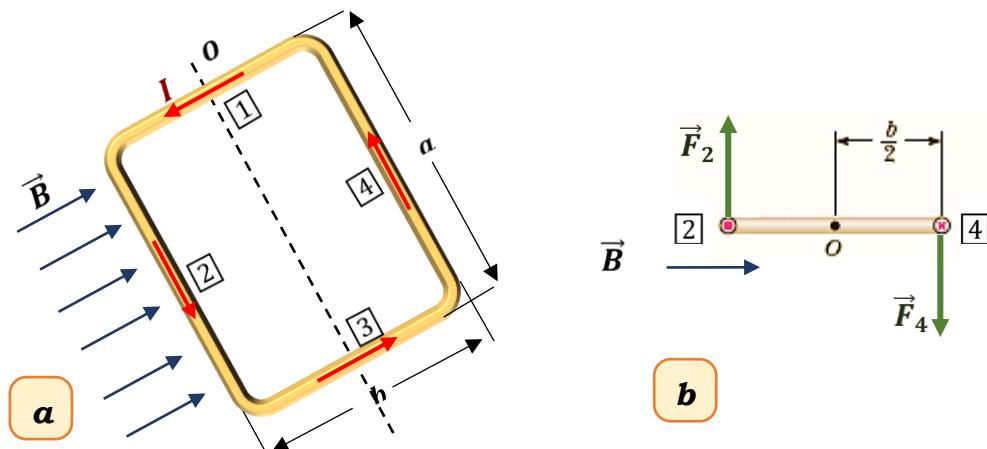
## 6. MOMENTUL FORTEI PRODUS DE UN CÂMP MAGNETIC UNIFORM ASUPRA UNEI SPIRE PARCURSE DE CURENT ELECTRIC

Până acum am discutat despre forță exercitată asupra unui conductor, parcurs de curent electric, plasat într-un câmp magnetic uniform. În continuare, vom extinde studiul pentru o spiră parcursă de curent electric, plasată într-un câmp magnetic uniform.

Să considerăm o spiră dreptunghiulară parcursă de un curent de intensitate  $I$ , care se află într-un câmp magnetic uniform, paralel cu suprafață spirei, ca în figura 14.a. Asupra laturilor 1 și 3 nu se exercită nici o forță electromagnetică deoarece inducția câmpului magnetic  $\vec{B}$  este paralelă cu direcția curentului. Însă, asupra laturilor 2 și 4 acționează o forță electromagnetică deoarece  $\vec{B}$  este perpendicular pe direcția curentului. Modulele acestor două forțe sunt egale și sunt date de relația:

$$F_2 = F_4 = BIa \quad (13)$$

Direcția forței  $\vec{F}_2$  exercitată asupra laturii 2 este perpendiculară pe planul paginii, sensul de ieșire din pagină, iar cea a forței  $\vec{F}_4$  exercitată asupra laturii 4 este perpendiculară pe planul paginii, sensul fiind spre intrarea din pagină. În figura 14.b. se pot vizualiza direcțiile celor două forțe la o vedere din lateral a spirei. Se observă că cele două forțe au aceeași direcție, dar au sensuri opuse, ceea ce produce o rotație a cadrului în jurul axei  $O$  a cadrului, adică va exista un moment al forței care va produce rotația spirei. Modulul acestui moment este:



**Figura 14.** (a). Spiră dreptunghiulară parcursă de curent electric aflată într-un câmp magnetic uniform. (b). Vedere laterală a laturilor [2] și [4] asupra cărora se exercită forțele electromagnetice  $\vec{F}_2$  și  $\vec{F}_4$  care sunt perpendiculare pe pagină.  $\vec{F}_2$  ieșe din pagină, iar  $\vec{F}_4$  intră în pagină. (regula mâinii stângi!)

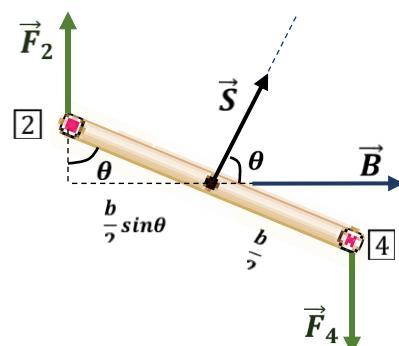
$$M_{max} = \frac{F_2 b}{2} + \frac{F_4 b}{2} = (BIa)\frac{b}{2} + (BIa)\frac{b}{2} = BIab \quad (14)$$

unde am considerat că brațul forței în raport cu axa de rotație  $O$  este  $\frac{b}{2}$  pentru fiecare forță. Deoarece aria închisă de spiră este  $S = ab$ , putem scrie pentru valoarea maximă a momentului forței relația:

$$M_{max} = BIS \quad (15)$$

Această relație este validă doar în situația în care direcția inducției câmpului magnetic este paralelă cu suprafața spirei. Dacă sensul curentului electric prin spiră se inversează, se modifică și sensul forțelor Laplace, iar spira se va roti în sens invers.

Să considerăm în continuare că între direcția inducției câmpului magnetic și normala la suprafața spirei există un unghi  $\theta < 90^\circ$ , ca în figura 15. Inducția câmpului magnetic  $\vec{B}$  este perpendiculară cu laturile [2] și [4] ale spirei, iar forțele exercitate asupra laturilor [1] și [3] se anulează reciproc și nu vor produce nici o rotație spirei. Forțele electromagnetice  $\vec{F}_2$  și  $\vec{F}_4$  vor produce un moment de rotație în fiecare punct al laturilor [2] și [4]. Din figură observăm că brațele celor două forțe sunt egale între ele și au valoarea  $\frac{b}{2} \sin\theta$ , și cum  $F_2 = F_4 = BIa$ , modulul momentului forței în raport cu axa  $O$  va fi:



**Figura 15** Vedere laterală a spirei. Câmpul magnetic face unghiul  $\theta$  cu normala la suprafață.

$$M = \frac{F_2 b \sin \theta}{2} + \frac{F_4 b \sin \theta}{2} = BIa b \sin \theta = BIS \sin \theta \quad (16)$$

Această relație ne arată că momentul forței are o valoare maximă egală cu  $BIS$  atunci când  $\vec{B}$  este perpendicular pe normala la suprafața spirei ( $\theta = 90^\circ$ ) și este nul când cele două sunt paralele ( $\theta = 0$ ).

Putem rescrie relația precedentă sub forma vectorială:

$$\vec{M} = I \vec{S} \times \vec{B} \quad (17)$$

unde  $\vec{S}$  este vectorul care ne dă orientarea suprafeței spirei și care are modulul egal cu aria suprafeței spirei.

Produsul vectorial  $\vec{S} \times \vec{B}$  definește mărimea numită **moment de dipol magnetic**,  $\vec{\mu}$ :

$$\vec{\mu} = I \vec{S} \quad (18)$$

a cărei unitate de măsură în S.I. este  $[\mu]_{SI} = 1 \text{ Am}^2$ . Din ultimele două relații obținem pentru momentul forței expresia:

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (19)$$

Deși relația momentului forței a fost obținută pentru o anumită orientare a inducției câmpului magnetic în raport cu suprafața spirei, relația precedentă este validă și pentru altă orientare. În plus, această relație este valabilă și pentru o altă formă a spirei, iar dacă avem  $N$  spire relația momentului de dipol magnetic poate fi exprimată astfel:  $\vec{\mu} = NIS$ , relație ce ne permite să utilizăm și relația precedentă și în situația a  $N$  spire.

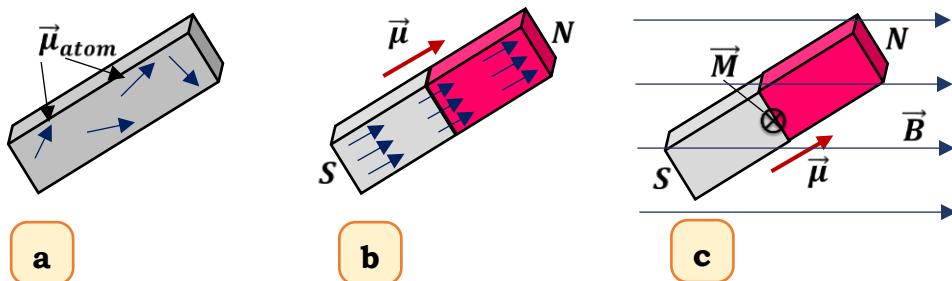
Prin analogie cu câmpul electric, putem determina și energia potențială a unui sistem ce posedă un moment de dipol magnetic sub forma:

$$E_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (20)$$

Această relație ne arată că sistemul are o energie minimă  $E_{pmin} = -\mu B$  atunci când  $\vec{\mu}$  este în aceeași direcție cu  $\vec{B}$  și o energie maximă  $E_{pmax} = +\mu B$  când  $\vec{\mu}$  este în direcție opusă cu  $\vec{B}$ .

## 6.1. MOMENTUL DE DIPOL MAGNETIC ȘI COMPORTAREA MAGNETULUI

Să ne imaginăm un electron ca o sferă electrizată care se rotește. Astfel, deplasarea sarcini în jurul axei de spin este asemănătoare cazului discutat mai sus, aceea a unei spire parcuse de curent electric aflat în câmp magnetic. Prin urmare, electronul posedă un moment magnetic propriu. Această analogie, deși utilă, nu este foarte exactă, electronul nefiind chiar o sferă ce are mișcare de spin. O explicație completă asupra momentului de dipol



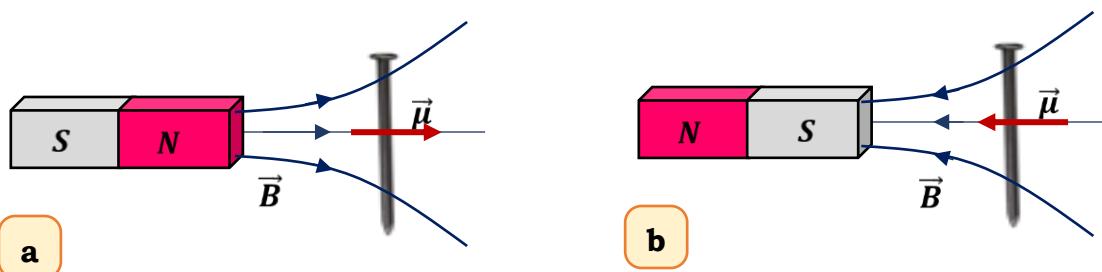
**Figura 16** (a). O bucată nemagnetizată de fier. (b). O bucată magnetizată de fier (magnet bară). Momentul magnetic total se orientează de la polul Sud, la polul Nord. (c). Magnet bară în câmp magnetic.

magnetic al electronului implică cunoștințe de fizică cuantică, mult peste scopul nostru. Într-un atom de fier, o mare parte din momentele magnetice ale electronilor sunt aliniate, iar atomul are un moment magnetic diferit de zero. Într-o bucată de fier nemagnetizată, momentele magnetice ale atomilor sunt aliniate aleatoriu, iar suma lor vectorială este nulă, figura 16.a. Însă, într-o bară magnetizată de fier, momentele magnetice ale majorității atomilor sunt paralele și va exista un moment magnetic rezultant  $\vec{\mu}$  substanțial, figura 16.b. Dacă magnetul este plasat într-un câmp magnetic de inducție  $\vec{B}$ , câmpul va exercita o forță al cărei moment este dat de relația  $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ , care va avea tendința de a alinia pe  $\vec{\mu}$  cu  $\vec{B}$ , figura 16.c. Magnetul tinde să se alinieze cu direcția lui  $\vec{B}$ , astfel încât momentele magnetice se aliniază și ele în direcția câmpului magnetic. Astfel, semnificația reală a polilor unui magnet este aceea că aceștia reprezintă capătul, respectiv coada momentului de dipol magnetic.

Momentul forței exercitat asupra unei spire parcuse de curent, plasată în câmp magnetic ne ajută să explicăm cum un corp de fier nemagnetizat, se magnetizează. Dacă un corp de fier este adus în apropierea unui magnet puternic, momentele magnetice ale atomilor se aliniază cu  $\vec{B}$ . Atunci când magnetul este îndepărtat, momentele de dipol magnetic rămân aliniate, iar corpul de fier va avea un moment magnetic nenul. Corpul poate fi demagnetizat prin încălzire sau prin contactul cu alte coruri nemagnetizate când modificarea energiei interne va conduce la rearanjarea întâmplătoare a momentelor de dipol.

Momentul de dipol magnetic explică și forțele de atracție sau respingere dintre magneți. Acest moment de dipol este orientat de la polul Sud spre polul Nord. Astfel, dacă se apropie doi magneți cu polii de același nume, forțele vor fi repulsive, iar dacă se apropie doi magneți cu polii de nume diferite forțele vor fi de atracție. Aceste fenomene se pot observa în figura 4.

În final, putem explica cum un magnet atrage corurile nemagnetizate din fier. Aceasta este un proces care se realizează în două etape: în prima etapă, momentele magnetice ale atomilor de fier au tendința de a se alinia în direcția câmpului magnetic al magnetului. Prin urmare, corpul de fier capătă un moment de dipol nenul, care este paralel cu câmpul magnetic. În a doua etapă,



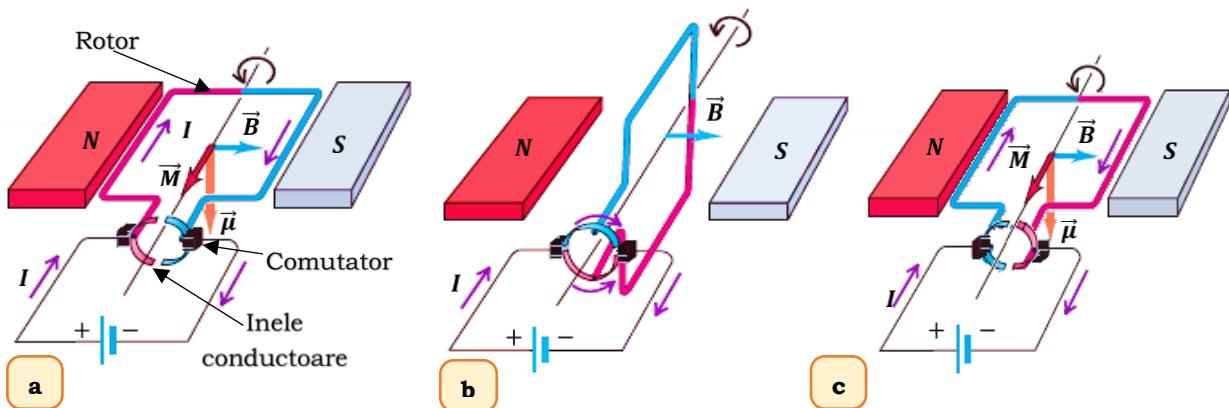
**Figura 17** (a). Un magnet atrage o bucată nemagnetizată de fier în două etape. Prima dată câmpul magnetic exterior conduce la o creștere a momentului magnetic rezultant corpului de fier. În a doua etapa, câmpul magnetic neuniform al magnetului va atrage momentul magnetic al corpului. Atracția va fi aceeași, indiferent de polul magnetului.

câmpul neuniform al magnetului va atrage dipolul magnetic, după cum se observă din figura 17.a. Polul Nord al magnetului este apropiat de corpul de fier și va induce acestuia un moment de dipol magnetic rezultant nenul, prin reorientarea momentelor de dipol al atomilor de fier, ca în figura 16.a. Forța magnetică exercitată asupra corpului de fier este orientată înspre magnet. Dacă se schimbă polul magnetului se schimbă orientarea atât a lui  $\vec{B}$  cât și a momentului magnetic  $\vec{\mu}$ , figura 17.b, dar forța magnetică va fi orientată tot spre magnet. Prin urmare, un corp de fier nemagnetizat inițial va fi atras de ambii poli ai magnetului. În cazul altor materiale, ca de exemplu, aluminiu, alamă sau lemn, au momente de dipol magnetic care răspund greu unui magnet. Deși au momente de dipol magnetic, acestea au tendința de a se alinia foarte greu într-un câmp magnetic exterior.

## 7. MOTORUL DE CURENT CONTINUU

În societatea modernă, unul din deziderate majore este acela de a reduce poluarea generată în urma diferitelor activități industriale sau de către dispozitivele și utilajele pe care le utilizăm în viața cotidiană. **Motorul electric** are un rol foarte important în realizarea acestui deziderat, în special în industria auto, unde se dorește ca într-un timp cât mai scurt motoarele ce funcționează pe baza arderii combustibililor fosili să fie înlocuite cu motoare nepoluante. În plus, eficiența unui motor electric este mult mai ridicată decât a motoarelor convenționale.

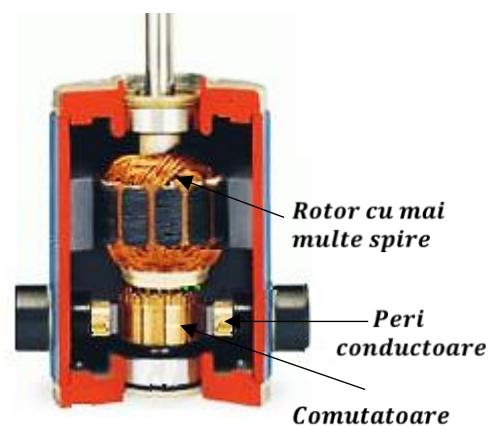
Într-un motor electric, momentul forței generat de acțiunea câmpului magnetic asupra conductoarelor parcuse de curent și energia electrică sunt convertite în energie mecanică sau, mai bine zis, în moment de rotație al roților unui automobil. Să considerăm în continuare un caz simplu de motor electric, parcurs de un curent continuu, ca în figura 18. Partea mobilă a unui motor electric se numește **rotor**, care este un conductor modelat sub forma unei spire dreptunghiulare, deschisă la unul din capete, și care se poate roti liberă în jurul unei axe. Capetele libere ale spirei sunt prinse pe două inele



**Figura 18** Schema unui motor de curent continuu (c.c.). Rotorul este un fir sub formă de spiră dreptunghiulară care se rotește în jurul unei axe și poate fi modelat ca o spiră parcursă de curent electric, aflată într-un câmp magnetic uniform.

conductoare numite **comutatoare**. Aceste inele sunt alimentate de la un circuit extern ce conține o sursă de t.e.m. prin intermediul unor **peri**. Circuitul extern va face ca prin rotor să circule un curent electric. Prin urmare, putem modela rotorul ca o spiră parcursă de curent electric, care se află în câmpul magnetic generat de magnetul permanent care înconjoară rotorul. Acest câmp magnetic de inducție  $\vec{B}$  va induce rotorului un moment de rotație  $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$  ce va face ca rotorul să se rotească în sens antiorar, ca în figura 18.a, în direcția alinierii momentului magnetic  $\vec{\mu}$  cu  $\vec{B}$ .

În figura 18.b. rotorul s-a rotit cu  $90^\circ$  față de orientarea inițială, iar dacă curentul prin rotor este constant, rotorul se va afla în echilibru și va oscila în jurul acestei poziții. Însă, în acest moment comutatoarele intrerup curentul prin rotor care, datorită inerției, va continua să se rotească în sens antiorar, iar momentul magnetic este nul. Când rotorul se rotește cu  $180^\circ$  față de poziția inițială, comutatoarele restabilesc un curent prin rotor. Dar, pentru că momentul magnetic s-ar alinia cu direcția câmpului ceea ce ar face ca momentul de rotație să fie nul, comutatoarele inversează sensul curentului prin rotor, figura 18.c. Astfel, datorită comutatoarelor, direcția intensității curentului electric este modificată la fiecare rotație de  $180^\circ$  a rotorului și, prin urmare, momentul de rotație va avea întotdeauna o orientare ce va permite rotorului să se rotească în sens antiorar. Când motorul atinge o viteză mare, momentul magnetic mediu este echilibrat de un moment opus datorat rezistenței aerului, frecării din



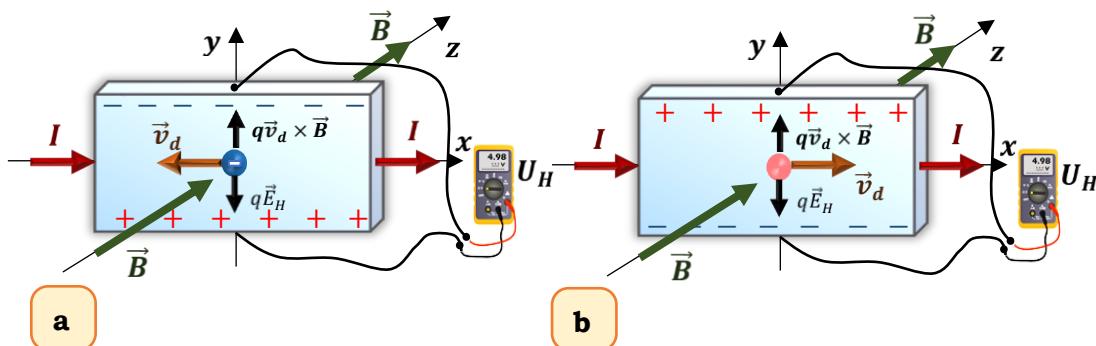
**Figura 19** Secțiunea unui motor de curent continuu.

rulmenții rotorului și frecării dintre periile conductoare și inele.

Mai trebuie precizat că, în cazul prezentat în figura 18, rotorul este format dintr-un singur conductor. În realitate însă, rotorul este format din mai multe fire conductoare, acest lucru crescând momentul magnetic ceea ce permite motorului să rotească greutății mai mari. Momentul de rotație poate fi crescut și prin utilizarea unui magnet mai puternic, ceea ce face ca în practică, să se folosească electromagneți în locul magneților permanenți. În cazul prezentat, modulul momentului de rotație crește și scade pentru anumite rotații ale rotorului, lucru ce este remediat în practică prin utilizarea unor spire independente care sunt orientate la diferite unghiuri, figura 19.

## 8. EFECTUL HALL

În anul 1879 Edwin Hall (1855–1938) a descoperit apariția unei tensiuni suplimentare, numită **tensiune Hall**, într-un conductor parcurs de curent electric, plasat în câmp magnetic, perpendicular pe liniile de câmp. Tensiunea Hall apare pe o direcție care este perpendiculară atât pe direcția curentului, cât și pe cea a inducției câmpului magnetic,  $\vec{B}$ , iar acest fenomen a fost numit **efect Hall**. În figura 20.a. avem o placă conductoare (sau semiconductoare), parcursă de un curent de intensitate  $I$ , plasată în câmpul magnetic de inducție  $\vec{B}$ , perpendicular pe suprafața conductorului. Dacă purtătorii de sarcină electrică sunt electronii, având viteza drift  $\vec{v}_d$ , asupra lor se exercită forță Lorentz  $\vec{F}_m = q\vec{v}_d \times \vec{B}$ . Sub acțiunea acestei forțe electronii sunt deviați la marginea superioară a conductorului, lăsând un exces de sarcini pozitive la marginea de jos a acestuia. Această separare a sarcinilor electrice va avea ca efect apariția unui câmp electric în conductor, iar intensitatea acestui câmp va crește până când forța electrică este echilibrată de forța Lorentz. Un voltmetru legat la marginile laterale ale conductorului va indica o diferență de potențial între aceste două margini. Aceasta tensiune electrică suplimentară care apare în conductor este numită **tensiune Hall**,  $U_H$ .



**Figura 20** Semul tensiunii Hall în funcție de semnul purtătorilor de sarcină electrică.

Dacă purtătorii de sarcină electrică sunt încărcați pozitiv, având viteza de drift  $\vec{v}_d$ , figura 20.b., forța Lorentz exercitată asupra lor este tot  $\vec{F}_m = q\vec{v}_d \times \vec{B}$ . Sub acțiunea acestei forțe sarcinile pozitive se vor acumula la partea superioară a conductorului ceea ce va avea ca efect un surplus de sarcini negative la partea inferioară. Prin urmare, tensiunea Hall care apare va avea un semn opus celei care asupra în cazul în care purtătorii de sarcină sunt electronii. Astfel, tipul de sarcină electrică poate fi determinat măsurând polaritatea tensiunii Hall.

Analizând figura 20 se observă că  $\vec{v}_d \perp \vec{B}$ , astfel încât modulul forței Lorentz este  $F_m = qv_d B$ . Această forță este echilibrată de forța electrică  $F_e = qE_H$ , unde prin  $E_H$  am notat modulul intensității câmpului electric Hall, câmp ce apare datorită separării sarcinilor electrice. Astfel, putem scrie:

$$qv_d B = qE_H \quad (21)$$

Dacă lățimea conductorului este  $a$ , tensiunea Hall este:

$$U_H = E_H d = v_d B a \quad (22)$$

Astfel, măsurând tensiunea Hall și dacă se cunoaște lățimea  $a$  a conductorului și inducția  $B$  a câmpului magnetic, se poate determina viteza de drift,  $v_d$ . Măsurând intensitatea curentului prin probă se poate determina și densitatea purtătorilor de sarcină electrică,  $n$ , din relația vitezei de drift:

$$v_d = \frac{I}{nqS} \quad (23)$$

unde  $S = a \cdot c$  este aria secțiunii conductorului,  $c$  fiind grosimea conductorului. Din ultimele două relații obținem:

$$U_H = \frac{BIa}{nqS} = R_H \frac{BI}{c} \quad (24)$$

unde  $R_H = \frac{1}{nq}$  este **constanta Hall**. Aceasta relație ne arată că se poate utiliza un conductor calibrat foarte bine se poate utiliza pentru a măsura un câmp magnetic de inducție necunoscută. Un astfel de dispozitiv poartă numele de sondă Hall.

Deoarece toată mărimile implicate în relația precedentă pot fi măsurate, cu excepția produsului  $nq$ , o valoare a constantei Hall poate fi ușor determinată. Semnul și valoarea acestei constante determină semnul purtătorilor de sarcină și densitatea numerică a acestora. În majoritatea metalelor purtătorii de sarcină electrică sunt electronii, iar densitatea purtătorilor de sarcină electrică determinată din măsurători ale efectului Hall sunt în bună concordanță cu calculele, pentru metale precum Li, Na, Cu și

Ag, adică metalele a căror atomi cedează un electron pentru conducția curentului electric. În aceste cazuri,  $n$  este aproximativ egal cu numărul de electroni de conducție pe unitatea de volum. Acest model clasic însă nu este valid și pentru metale precum Fe, Bi și Cd sau pentru semiconductoare. Aceste discrepanțe pot fi explicate utilizând un model bazat pe teoria cuantică a solidelor.

## 10. SURSE DE CÂMP MAGNETIC

Până în prezent am studiat forțele exercitate de câmpul magnetic asupra sarcinilor electrice sau asupra conductoarelor parcuse de curent electric. Însă, nu am spus nimic despre ce anume produce câmpul magnetic respectiv. Experiența ne spune că atât magneții permanenți cât și conductoarele parcuse de curent electric sunt surse de câmp magnetic. În continuare vom studia aceste surse de câmp magnetic în detaliu. Vom începe studiul plecând de la câmpul magnetic creat de o sarcină punctiformă aflată în mișcare și vom extinde studiul și în cazul conductoarelor de forme diferite parcuse de curent electric. După care vom introduce legea lui Ampere, care este analogă legii lui Gauss din electrostatică și care ne permite să explorăm proprietățile de simetrie legate de câmpul magnetic și sursele sale. În final vom analiza magnetismul legat de mișcarea particulelor atomice care sunt de asemenea surse de câmp magnetic. Acest studiu ne va permite să înțelegem de ce anumite materiale pot fi utilizate pentru a intensifica câmpul magnetic și de ce anumite materiale se comportă ca un magnet permanent.

### 10.1. CÂMPUL MAGNETIC PRODUS DE O SARCINĂ ÎN MIȘCARE

Să considerăm, pentru început, câmpul magnetic al unei sarcini punctiforme pozitive  $q$  care se deplasează cu o viteză constantă,  $\vec{v}$ . Ne dorim să determinăm inducția câmpului magnetic într-un punct  $P$  situat la distanța  $r$  de sarcină. După cum vom vedea, vor exista anumite similitudini între câmpul magnetic și câmpul electric. Astfel, experiențele arată că inducția câmpului magnetic produs de o sarcină aflată în mișcare cu viteză constantă este proporțională cu sarcina electrică  $|q|$  și invers proporțională cu pătratul distanței  $r$ . Însă, spre deosebire de câmpul electric, direcția vectorului inducție câmp magnetic  $\vec{B}$  nu este în lungul dreptei care unește sarcina punctiformă cu punctul considerat. În acest caz,  $\vec{B}$  este perpendicular pe planul ce conține această dreaptă și vectorul viteză  $\vec{v}$ , după cum se observă și din figura 21. Mai mult, inducția câmpului magnetic este proporțională cu viteza particulei și depinde și de unghiul  $\theta$  dintre direcția vitezei și vesorul  $\vec{r}$  al dreptei care unește sarcina cu punctul în care calculăm câmpul. Însumând

aceste rezultate, putem scrie pentru inducția câmpului magnetic în punctul  $P$  relația:

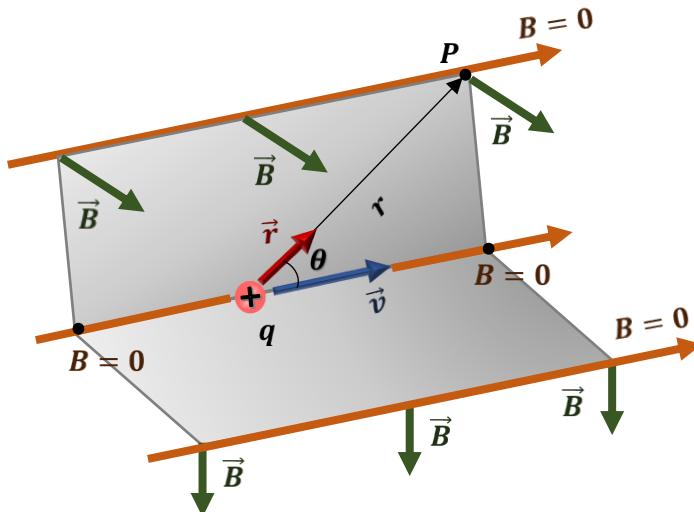
$$B = \frac{\mu_0 |q| v \sin \theta}{4\pi r^2} \quad (25)$$

unde  $\frac{\mu_0}{4\pi}$  este o constantă de proporționalitate.

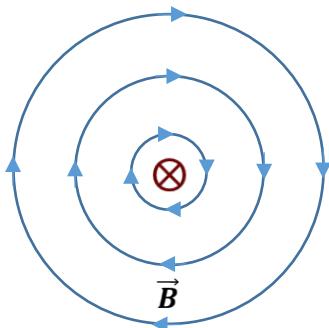
Putem rescrie relația precedentă și sub formă vectorială utilizând produsul vectorial, adică:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q \vec{v} \times \vec{r}}{4\pi r^3} \quad (26)$$

unde vesorul distanței de la sarcina de probă la punctul considerat are modulul egal cu unitatea. Din figura 21 observăm că în toate punctele de pe o dreaptă paralelă cu viteza inducția câmpului magnetic este nulă deoarece  $\sin \theta = 0$ . La orice distanță  $r$  față de sarcina  $q$  modulul inducției câmpului magnetic  $\vec{B}$  este maxim într-un plan perpendicular pe viteza deoarece  $\theta = 90^\circ$ , iar  $\sin \theta = 1$ . Dacă sarcina este negativă, direcția vectorului  $\vec{B}$  este în sens opus celei din figura 21.



**Figura 21** Inducția câmpului magnetic este un vector perpendicular în orice punct pe planul vectorilor  $\vec{v}$  și  $\vec{r}$ . Modulul vectorului este proporțional cu sinusul unghiului dintre  $\vec{v}$  și  $\vec{r}$ .



**Figura 22** Sensul liniilor de câmp magnetic sunt date de regula burghiului drept. Semnul din centrul figurii indică că sarcina pozitivă se deplasează în lungul unei drepte perpendiculare pe pagină, spre interiorul acesteia.

După cum știm, o sarcină punctiformă în mișcare produce un câmp electric ale cărui linii de câmp sunt radiale, spre exteriorul sarcinii pozitive. Liniile câmpului magnetic sunt total diferite, ele fiind cercuri concentrice într-un plan perpendicular pe viteza particulei. Sensul liniilor de câmp magnetic se stabilește cu ajutorul regulii burghiului drept: se aşează burghiul paralel cu vectorul viteză și se rotește în sens de deplasare al sarcinii pozitive. Sensul de rotație al burghiului ne indică sensul liniilor de câmp, figura 22. Dacă sarcina este negativă, burghiul se rotește în sens invers sensului vitezei și liniile de câmp vor avea sens opus față de primul caz.

Relațiile precedente descrie câmpul magnetic produc într-un punct de o sarcină care se deplasează cu viteza constantă. Dacă sarcina se

deplasează accelerat, câmpul magnetic produs este mai complicat. Sarcinile aflate în mișcare accelerează în punctele în care conductorul prin care se deplasează curentul pe care îl generează prezintă o curbă, iar viteza de drift își modifică direcția. Deoarece modulul vitezei de drift într-un conductor este foarte mic, viteza centripetă este și ea mică, astfel încât putem ignora acest efect.

Utilizând ultimele două relații putem determina unitatea de măsură a constantei  $\mu_0$ , numită **permeabilitatea magnetică a vidului**. Astfel:

$$[\mu_0]_{SI} = 1 \frac{T \cdot m^2}{C \cdot \frac{m}{s}} = 1 \frac{\frac{N}{A \cdot m} \cdot m^2}{A \cdot m} = 1 \frac{N}{A^2} = 1 \frac{T \cdot m}{A}$$

iar valoarea acestei constante este:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$ . Această valoare derivă din definiția amperului, pe care o vom introduce mai târziu.

## 10.2. LEGEA BIOT-SAVART

Prin analogie cu câmpul electric, putem enunța principiul superpoziției câmpului magnetic sub forma: *inducția câmpului magnetic total generat de sarcini în mișcare este egală suma vectorială a inducțiilor câmpurilor magnetice produse de fiecare sarcină individuală*. În continuare, vom utiliza acest principiu pentru a determina inducția câmpului magnetic produs de un curent ce străbate un conductor.

Să considerăm un segment dintr-un conductor de lungime  $d\vec{l}$ , ca în figura 23, parcurs de un curent de intensitate  $I$ . Volumul segmentului este  $V = Sdl$ , unde  $S$  este aria secțiunii transversale a conductorului. Cantitatea de sarcină care străbate conductorul este:

$$dQ = nqSdl \quad (27)$$

unde  $n$  reprezintă numărul de sarcini  $q$  din unitatea de volum.

Inducția câmpului magnetic elementar generat de acest element de curent, într-un punct  $P$  situat la distanța  $r$  de elementul de curent  $dl$  este:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|dQ|v_d \sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{n|q|Sv_d \sin\theta}{r^2} dl \quad (28)$$

Ținând cont că intensitatea curentului prin conductor este  $I = n|q|Sv_d$ , putem rescrie relația precedentă sub forma:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Is \sin\theta}{r^2} dl \quad (29)$$

a cărei formă vectorială este:

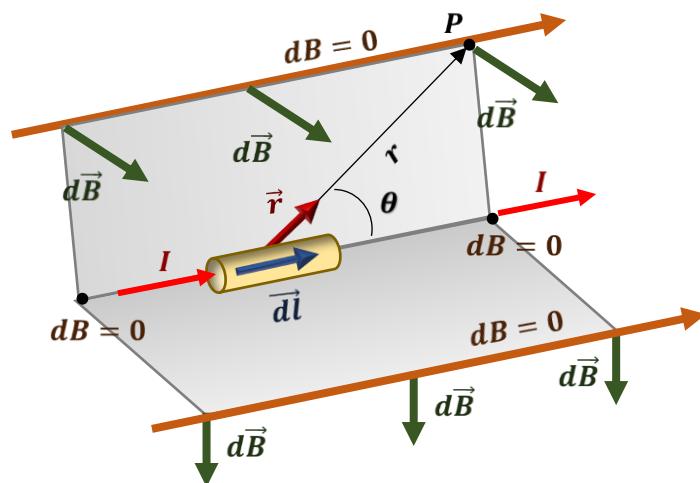
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (30)$$

Ultimele două relații se numesc **legea Biot-Savart**. Aceste legi ne ajută să determinăm inducția câmpului magnetic total în fiecare punct din spațiu, generat de un curent ce străbate un circuit. Prin integrarea relației precedente pe întreaga lungime a conductorului obținem:

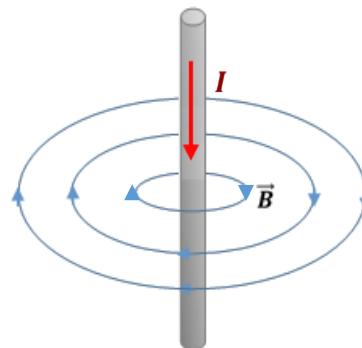
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (31)$$

Aceasta relație ne va permite să calculăm câmpurile magnetice generate de conductori având forme diferite.

În figura 24 este indicat sensul liniilor câmpului magnetic generat de un conductor parcurs de curent electric. și în acest caz, sensul liniilor de câmp se determină cu regula burghiuilui drept, care este rotit în sensul curentului prin conductor.



**Figura 23** Inducția câmpului magnetic generat de un element de curent  $d\vec{l}$ .



**Figura 24** Sensul liniilor câmpului magnetic din jurul unui conductor parcurs de curent electric.