

Cuprins

1. LEGEA LUI FARADAY	2
2. FORȚA ELECTROMOTOARE.....	4
3. REGULA LUI LENZ.....	6
4. CÂMPUL ELECTRIC INDUS	7
5. MOTOARE ELECTRICE. GENERATOARE DE CURENT.....	9
6. CURENȚII TURBIONARI	9
7. AUTOINDUCȚIA. INDUCTANȚA	11
8. ENERGIA CÂMPULUI MAGNETIC	13
9. INDUCTANȚA MUTUALĂ	15
10. CIRCUITE $R-L-C$ DE CURENT CONTINUU	16
10.1. CIRCUIT $R-L$ DE CURENT CONTINUU	16
10.2. CIRCUIT $L-C$ DE CURENT CONTINUU	19
10.3. CIRCUIT $R-L-C$ DE CURENT CONTINUU	23
11. CIRCUITE $R-L-C$ DE CURENT ALTERNATIV	26
11.1. SURSE DE CURENT ALTERNATIV	26
11.2. CIRCUITE SIMPLE DE CURENT ALTERNATIV	29
11.3. CIRCUITE $R-L-C$ SERIE DE CURENT ALTERNATIV	35
11.4. REZONANȚA ÎN CIRCUITELE DE CURENT ALTERNATIV	37
11.5. CIRCUITE $R-L-C$ PARALEL DE CURENT ALTERNATIV	40
11.6. PUTEREA ÎN CIRCUITELE DE CURENT ALTERNATIV.....	42
11.7. TRANSFORMATORUL. REDRESORUL.....	44
11.8. ÎNCARCAREA „WIRELESS”	48



Sala turbinelor de la hidrocentrala construită pe Amazon în Nord-Estul Ecuadorului.
[<http://www.energycentral.com>]

Până acum am aflat că într-un circuit electric se menține un curent electric doar dacă acesta este alimentat de la o sursă de t.e.m. Cele mai uzuale surse de t.e.m. sunt bateriile, însă în circuitele ce stau la baza funcționării utilajelor din industrie sau a aparatelor electrocasnice sursele de t.e.m. nu sunt baterii, ci generatoarele de curent. Generatoarele de curent electric produc curent electric prin conversia altor forme de energie în energie electrică. De exemplu, într-o hidrocentrală energia potențială a unei căderi de apă este convertită în energie electrică, energia chimică rezultată în urma proceselor de ardere a cărbunelui sau petrolului într-o termocentrală, energia reacțiilor chimice într-o centrală nucleară sau energia eoliană într-o turbină eoliană. În cele ce urmează vom desluși acest proces de conversie utilizând fenomenul de **inducție electromagnetică**. După cum vom vedea, **legea lui Faraday** stă la baza explicării fenomenului de inducție electromagnetică, aceasta realizând legătura între t.e.m. indusă într-un circuit și modificarea fluxului câmpului magnetic prin suprafața circuitului respectiv. Fenomenul de inducție electromagnetică ne va indica că un câmp magnetic variabil este o sursă de curent electric. După cum vom vedea, și un câmp magnetic variabil va genera, va fi o sursă de câmp magnetic. Aceste rezultate remarcabile care descriu legătura dintre câmpul electric și cel magnetic sunt înglobate în **ecuațiile Maxwell**, ecuații ce ne ajută să înțelegem undele electromagnetice.

1. LEGEA LUI FARADAY

Pentru a vedea cum se poate induce o t.e.m. într-un circuit atunci când prin suprafața acestuia trece un câmp magnetic de inducție variabilă, să analizăm experimentul din figura 1. O bobină conectată la un ampermetru de mare precizie este străbătută de un câmp magnetic variabil produs prin deplasarea unui magnet permanent în interiorul acesteia. Atunci când magnetul este deplasat spre interiorul bobinei, indicația ampermetrului se modifică de la valoarea inițială zero la o valoare diferită, ca în figura 1.a. Dacă magnetul este în repaus în interiorul bobinei, indicația ampermetrului revine la zero, figura 1.b, iar dacă magnetul este deplasat spre exteriorul bobinei valoarea indicată de ampermetru se modifică din nou, fiind diferită de zero. Aceleași fenomene sunt observate și în situația în care magnetul este menținut în repaus, iar bobina este deplasată relativ cu acesta. Astfel, putem concluziona că există o legătură între curentul stabilit în bobină și variația câmpului magnetic prin suprafața acesteia. Aceste rezultate sunt surprinzătoare deoarece curentul se stabilește în circuit deși acesta nu conține nici o sursă de t.e.m. Curentul care apare în circuit îl vom numi **curent indus** și vom spune că este produs de o **t.e.m. indusă**.

În figura 2 este reprezentat experimentul efectuat de Michael Faraday. Pe un inel de fier se găsesc două înfășurări: o înfășurare primară legată la o baterie și o înfășurare secundară legată la un ampermetru. Datorită curentului care trece prin înfășurarea primară, aceasta va genera în jurul sau un câmp magnetic. La pornirea și întreruperea curentului prin această înfășurare se observă că ampermetrul va indica o valoare a curentului diferită de zero pentru un anumit interval de timp, după care revine la zero. Indicația ampermetrului rămâne zero atât în situația în care înfășurarea primară este parcursă de un curent electric staționar, fie când prin aceasta nu trece nici un curent electric. Câmpul magnetic ce apare în jurul înfășurării primare atunci când aceasta este parcursă de curent electric va acționa și asupra înfășurării din secundar. În plus, atunci când înfășurarea primară este

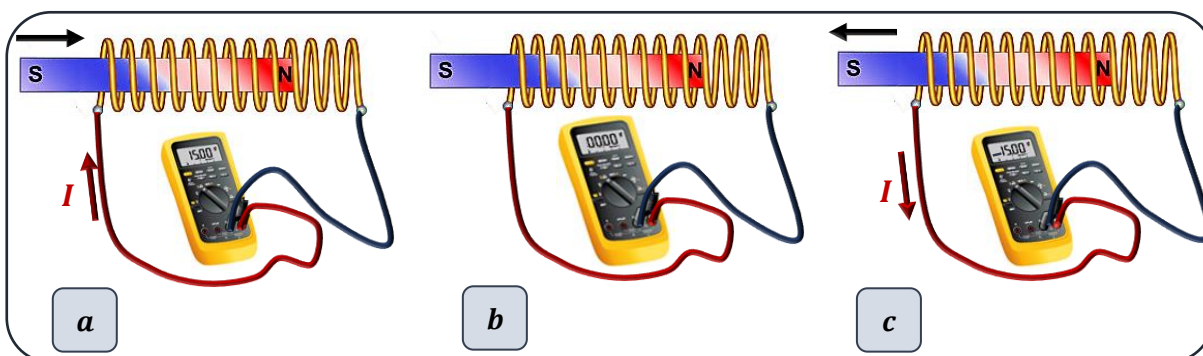


Figura 1. Un experiment simplu care arată cum este indus un curent electric într-o înfășurare atunci când înspre sau dinspre aceasta este deplasat un magnet.

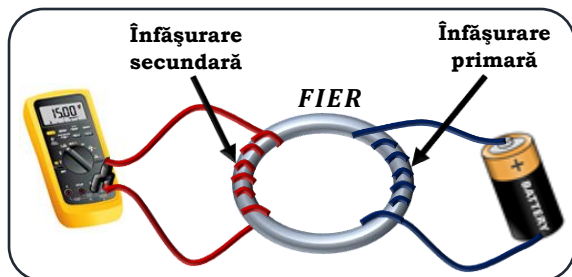


Figura 2. Experimentul lui Faraday

alimentată de la baterie, câmpul magnetic produs de aceasta va avea o inducție care va crește de la valoarea zero la o anumită valoare staționară într-un anumit interval de timp, iar această variație a câmpului magnetic va induce în secundar un curent electric. Atunci când inducția câmpului din jurul primarului rămâne constantă, datorită

stabilizării curentului prin aceasta, curentul indus în secundar se întrerupe, iar ampermetru va indica valoarea zero. Prin urmare, doar variația curentului în primar va induce un curent în secundar ci nu doar simpla prezență a curentului în înfășurarea primară. Ca urmare a acestor observații experimentale, Faraday a concluzionat că un curent electric este indus într-o bobină prin variația câmpului magnetic ce o străbate. Curentul indus va avea o valoare nenulă doar atâta timp cât inducția câmpului ce străbate circuitul este variabilă. Odată ce inducția câmpului magnetic devine constantă, curentul indus dispare. Astfel, înfășurarea primară poate fi considerată o sursă de t.e.m. atunci când este parcursă de un curent variabil și vom spune că o t.e.m. indusă, și un curent indus, sunt produse de un câmp magnetic variabil.

Cele două experimente prezentate până acum au în comun faptul că, în ambele situații, o t.e.m. este indusă într-un circuit atunci când suprafața acestuia este parcursă de un flux magnetic variabil. Aceasta t.e.m. indusă este dată de **legea lui Faraday**, care afirmă:

T.e.m. indusă într-un circuit este egală cu viteza de variație a fluxului magnetic prin suprafața circuitului:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt} \quad (1)$$

Pentru a înțelege semnul minus din relația precedentă vom introduce puțin mai târziu o convenție de semn pentru t.e.m. indusă. Fluxul magnetic elementar $d\phi_m$ este dat de relația: $d\phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S}$, iar modulul acestuia se determină prin integrarea pe toată suprafața circuitului: $\phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$.

Dacă bobina are N spire parcurse de același flux magnetic ϕ_m , o t.e.m. este indusă în fiecare spiră. Deoarece spirele sunt în serie, t.e.m. lor se însumează, astfel încât t.e.m. totală indusă va fi:

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi_m}{dt} \quad (2)$$

Dacă circuitul înconjoară o suprafață de arie S și este străbătut de un câmp magnetic uniform de inducție \vec{B} , ca în figura 3, atunci fluxul magnetic va fi egal cu $\phi_m = BScos\theta$, unde θ este unghiul făcut de direcția lui \vec{B} cu normala la suprafața circuitului, $d\vec{S}$. În acest caz, t.e.m. indusă va fi dată de relația:

$$\varepsilon = -\frac{d}{dt}(BScos\theta) \quad (3)$$

Din această relație se observă ca t.e.m. poate fi indusă într-un circuit prin mai multe metode: modificarea modului inducției câmpului magnetic, \vec{B} , modificarea ariei suprafeței circuitului, $d\vec{S}$, modificarea unghiului θ dintre direcția câmpului și normala la suprafața sau orice combinație dintre acestea.

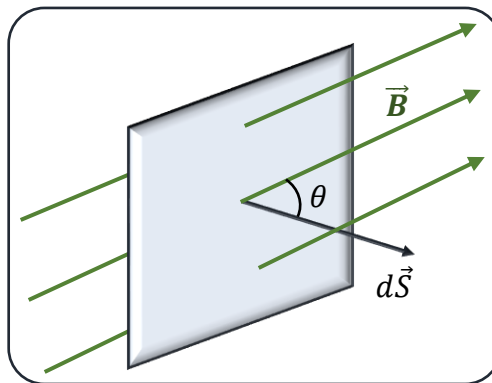


Figura 3. Circuit electric de suprafața \vec{S} străbătut de un câmp magnetic uniform de inducție \vec{B} care face unghiul θ cu normala la suprafața circuitului.

2. FORȚA ELECTROMOTOARE

În exemplele din figurile 1 și 2, t.e.m. este indusă într-un circuit fixat, atunci când acesta este plasat într-un câmp magnetic variabil. În continuare vom discuta despre **forța electromotoare** sau mai bine zis, despre t.e.m. indusă într-un circuit aflat în mișcare într-un câmp magnetic constant. Să considerăm situația din figura 4 în care un conductor liniar de lungime l , parcurs de curent electric, se află în mișcare cu viteza \vec{v} într-un câmp magnetic de inducție \vec{B} , perpendicular pe conductor. Asupra electronilor din conductor acționează forța Lorentz $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$ având orientarea din figură și care este perpendiculară atât pe \vec{v} , cât și pe \vec{B} . Sub acțiunea acestei forțe sarcinile pozitive se vor deplasa spre partea de sus a conductorului, iar la partea de jos va rămâne un surplus de electroni. Ca urmare a acestei separări în conductor se stabilește un câmp electric de intensitate \vec{E} . Separarea sarcinilor se realizează până când forța Lorentz qvB este echilibrată de forța electrică qE . Astfel, putem scrie:

$$qvB = qE \quad \text{sau} \quad E = vB \quad (4)$$

Modulul intensității câmpului electric ce apare în conductor depinde de diferența de potențial dintre capetele conductorului. Astfel, putem scrie:

$$U = El = Blv \quad (5)$$

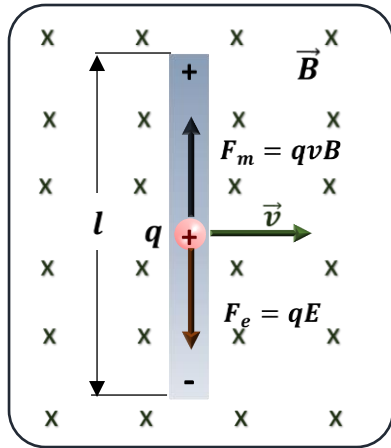


Figura 4. Conductor de lungime l aflat în mișcare într-un câmp magnetic uniform \vec{B} , perpendicular pe viteza conductorului \vec{v} .

Această diferență de potențial dintre capetele conductorului va fi menținută atâta timp cât acesta se află în mișcare în câmpul magnetic uniform. Dacă se modifică sensul de deplasare se va schimba și polaritatea diferenței de potențial.

Să considerăm acum situația în care conductorul aflat în mișcare este o latură a unui circuit electric. Această situație ne va ajuta să înțelegem cum este indus un curent electric într-un circuit închis. Astfel, să considerăm un circuit ce conține o bară conductoare de lungime l ce se poate deplasa în lungul a doua conductoare paralele fixate, ca în figura 5. Să considerăm că cele două conductoare au rezistența nulă și că sunt parte a unui circuit ce conține rezistorul R .

Acest circuit se află într-un câmp magnetic uniform, perpendicular pe planul circuitului. Pe măsură ce bara este deplasată spre dreapta sub acțiunea forței \vec{F} , asupra sarcinilor din conductor acționează forța Lorentz, orientată în lungul barei. Această forță va induce un curent electric în circuit deoarece sarcinile se vor deplasa în lungul întregului circuit închis. În acest caz, viteza de variație a fluxului magnetic prin suprafața circuitului și, implicit, t.e.m. indusă în lungul barei aflată în mișcare sunt proporționale cu variația ariei circuitului.

Deoarece aria circuitului închis este lx , unde x este poziția conductorului aflat în mișcare, fluxul câmpului magnetic va fi:

$$\phi_m = Blx \quad (6)$$

Utilizând legea lui Faraday și dacă ținem cont că variația ariei circuitului este legată doar de variația în timp a distanței x , adică: $\frac{dx}{dt} = v$, putem scrie pentru t.e.m. indusă relația:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= -\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blx) \\ \varepsilon &= -Blv \end{aligned} \quad (7)$$

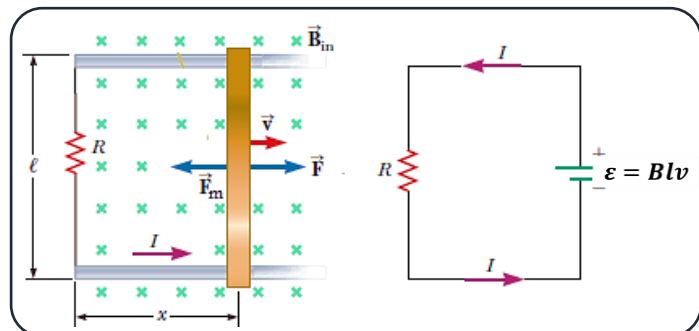


Figura 5. Conductor de lungime l aflat în mișcare pe două conductoare paralele ale unui circuit de rezistență R aflat într-un câmp magnetic uniform \vec{B} , perpendicular pe viteza conductorului \vec{v} . În partea dreaptă este circuitul echivalent.

Deoarece rezistența circuitului este R , intensitatea curentului indus va fi:

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{Blv}{R} \quad (8)$$

Putem examina sistemul utilizând și considerente energetice. Astfel, deși în circuit nu există nici o sursă de t.e.m., rezistorului îi este furnizată o t.e.m. indusă. După cum am dedus până în prezent, sursa curentului indus și a energiei furnizate rezistorului este forța exercitată asupra conductorului care efectuează un lucru mecanic asupra conductorului. La mișcare conductorului în câmpul magnetic uniform se va produce o deplasare a sarcinilor prin acesta cu o anumită viteză de drift, prin conductor stabilindu-se un curent electric. Variația energiei sistemului într-un anumit interval de timp va fi egală, conform legii de conservare a energiei, cu lucrul mecanic efectuat asupra conductorului: $L = \Delta E_i$. Am făcut aceasta simplificare deoarece energia furnizată sistemului se regăsește ca energie internă în rezistor.

Această relație poate fi verificată și matematic. Astfel, pe măsură ce conductorul se mișcă în câmpul magnetic uniform de inducție \vec{B} , asupra lui acționează forța $\vec{F}_m = I\vec{l} \times \vec{B}$. Deoarece viteza de deplasare este constantă, conductorul se află în echilibru, iar forța magnetică este echilibrată de forța aplicată conductorului care este egală ca modul, dar de sens opus. Astfel putem scrie: $F = F_m = BIl$, iar puterea furnizată de forța aplicată asupra conductorului este:

$$P = Fv = BIlv = Blv \frac{Blv}{R} = \frac{(Blv)^2}{R} = \frac{\varepsilon^2}{R} \quad (9)$$

Din această relație observăm că energia furnizată sistemului este egală cu viteza cu care energia este furnizată rezistorului, adică se respectă principiul de conservare al energiei. Mai trebuie precizat că, dacă forța exercitată de câmpul magnetic asupra conductorului are același sens cu forța aplicată, atunci conductorul ar accelera, iar principiul conservării energiei nu s-ar respecta.

3. REGULA LUI LENZ

Legea lui Faraday ne spune că t.e.m. indusă este egală minusul vitezei de variație a fluxului magnetic. Interpretarea fizică a acestui semn este dată de **regula lui Lenz**:

T.e.m. indusă are un astfel de sens încât prin câmpul magnetic pe care îl creează se opune variației fluxului magnetic ce o induce.

Pentru a înțelege regula lui Lenz să considerăm situația în care conductorul alunecă pe două bare paralele într-un câmp magnetic uniform, ca în figura 6.a. Pe măsură ce conductorul se deplasează spre dreapta, fluxul magnetic prin suprafața circuitului va crește deoarece se mărește și aria suprafeței circuitului. Regula lui Lenz afirmă că, curentul indus trebuie să aibă un astfel de sens încât prin câmpul magnetic creat să se opună modificării fluxului câmpului magnetic extern. Cum fluxul magnetic creat de câmpul magnetic extern perpendicular pe pagină, orientat spre interiorul acesteia, va crește, curentul indus va trebui să producă un câmp magnetic tot perpendicular pe pagină, dar orientat spre exteriorul acesteia. Prin urmare, sensul curentului indus trebuie să parcurgă circuitul în sens antiorar, figura 6.a. atunci când conductorul se deplasează spre dreapta. Dacă conductorul se deplasează spre stânga, figura 6.b., fluxul câmpului magnetic extern se micșorează în timp, deoarece aria suprafeței circuitului scade, iar sensul curentului indus prin circuit trebuie să parcurgă circuitul în sens orar. Câmpul magnetic produs de acest curent este tot perpendicular pe pagină ca și câmpul extern și va avea același sens, spre interiorul paginii. În ambele situații, curentul indus va încerca să mențină fluxul magnetic inițial prin aria suprafeței circuitului.

Putem interpreta situația de mai sus utilizând și considerente energetice. Astfel, dacă presupunem că barei i se aplica un mic impuls care să o deplaseze spre dreapta. Conform celor spuse mai sus, în circuit se va induce un curent care va parcurge circuitul în sens anti orar. Dacă lucrurile nu ar sta astfel, curentul indus ar avea un sens orar, iar forța magnetică ar produce o accelerare a conductorului, iar aria suprafeței circuitului ar crește mai rapid. Acest lucru ar însemna o creștere a curentului indus, care va conduce la o creștere a forței, forță ce ar crește curentul indus, și așa mai departe. Drept consecință, sistemul ar acumula energie fără a-i fi furniză din exterior, ceea ce ar însemna o încălcare a principiului conservării energiei. Prin urmare, sensul curentului ar trebui să fie cel dat de regula lui Lenz.

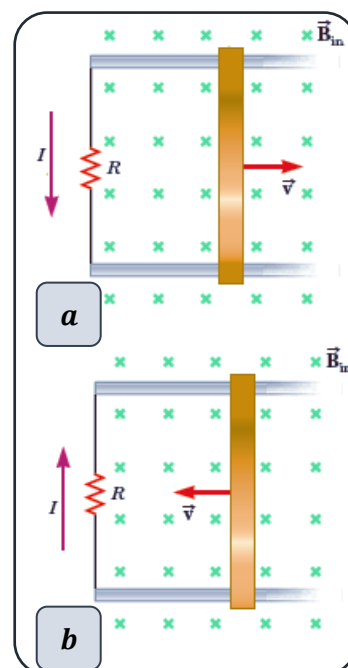


Figura 6. Utilizarea regulii lui Lenz pentru stabilirea sensului curentului indus.

4. CÂMPUL ELECTRIC INDUS

În studiul fenomenelor electrice am văzut că există o legătură între curentul electric și câmpul electric care exercită o forță asupra sarcinilor electrice. Prin urmare, putem realiza o legătură între curentul indus și câmpul

electric pe care îl produce într-un circuit, adică putem realiza o legătură între câmpul electric creat în conductor și variația fluxului magnetic prin suprafața circuitului respectiv. Tot în studiul fenomenelor electrice am văzut că existența unui câmp electric este independentă de prezența sarcinii de probă. Această independență sugerează că, chiar și în absența unui circuit închis, variația câmpului magnetic va genera în vid un câmp electric.

Spre deosebire de câmpul electric creat de o sarcină staționară, câmpul electric indus este neconservativ. Pentru a demonstra acest fapt să considerăm o spirală circulară de rază r , plasată într-un câmp magnetic uniform, perpendiculară pe liniile de câmp, ca în figura 7. Dacă fluxul magnetic ce străbate suprafața spirei este variabil în timp, în acord cu legea lui Faraday, prin spirală este indusă t.e.m.:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt} \quad (10)$$

Prezența unui curent indus în spirală va implica existența unui câmp electric indus de intensitate \vec{E} , care este tangent în orice punct la spira circulară deoarece aceasta va fi direcția în care se deplasează sarcinile electrice ca răspuns la acțiunea forței electrice. Lucrul mecanic efectuat de câmpul electric pentru a deplasa sarcina electrică în lungul spirei circulare este $L = q\varepsilon$. Deoarece forța exercitată de câmpul electric asupra sarcinii electrice este $\vec{F}_e = q\vec{E}$, lucrul mecanic efectuat de câmpul electric asupra sarcinii pentru a o deplasa în lungul spirei va fi $L = qEl = qE(2\pi r)$, unde $l = 2\pi r$ reprezintă lungimea spirei. Aceste două lucruri mecanice trebuie să fie egale, astfel încât putem scrie:

$$q\varepsilon = qE(2\pi r) \quad \text{sau} \quad E = \frac{\varepsilon}{2\pi r} \quad (11)$$

Fluxul magnetic ce străbate suprafața spirei este:

$$\phi_m = BS = B(\pi r^2) \quad (12)$$

Astfel, din ultimele trei relații obținem:

$$E = -\frac{1}{2\pi r} \frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt} \quad (13)$$

Prin urmare, dacă se cunoaște variația în timp a câmpului magnetic se poate determina intensitatea câmpului electric.

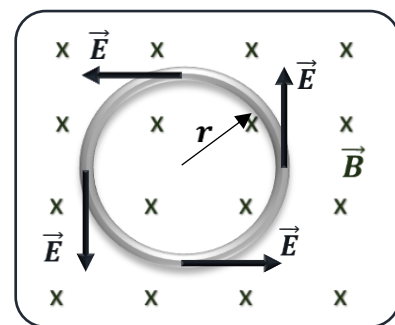


Figura 7. Spirală circulară de rază r aflată într-un câmp magnetic uniform \vec{B} , perpendicular pe planul spirei.

T.e.m. pentru orice contur închis poate fi exprimată cu ajutorul integralei $\oint \vec{E} d\vec{l}$ pe întreaga lungime a conturului închis. În caz mai general, intensitatea câmpului electric poate să nu fie constantă, iar conturul se poate să nu fie circular. Prin urmare, **legea inducției electromagnetice a lui Faraday** poate fi scrisă sub **forma generală**:

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\phi_m}{dt} \quad (14)$$

Relația precedentă ne arată că. **câmpul electric este creat de o variație a câmpului magnetic**. Câmpul indus care satisface relația precedentă nu este un câmp conservativ și nu poate caracteriza un câmp electrostatic deoarece, în cazul unui câmp conservativ, integrala pe un contur închis a produsului $\vec{E} d\vec{l}$ este nulă, ceea ce ar fi în contradicție cu relația precedentă.

5. MOTOARE ELECTRICE. GENERATOARE DE CURENT

6. CURENȚII TURBIONARI

Până în prezent, am considerat că t.e.m. este indusă în circuite electrice aflate într-un câmp magnetic variabil. Sunt multe situații în care componentele circuitelor electrice conțin părți mari din metal care se deplasează într-un câmp magnetic. În interiorul acestor componente metalice se induc curenți care circulă prin volumul de material și care se numesc **curenți turbionari**. Acest fenomen este ușor de observat dacă o placă de aluminiu sau cupru este lăsată oscileze într-un câmp magnetic, figura 8. Pe măsură ce placa intră în câmpul magnetic, modificarea fluxului magnetic care o străbate va induce în aceasta o t.e.m. ce va face ca electronii liberi din metal să se deplaseze prin material și care vor da naștere unor curenți rotitori, asemănători unor vârtejuri într-un lichid. Conform regulii lui Lenz, direcția acestor curenți este astfel încât câmpul magnetic pe care îl creează se va opune câmpului magnetic inductor. Din acest motiv, curenții turbionari vor produce poli magnetici efectivi în material care sunt respinși de poli

magnetului. Prin urmare, va apare o forță de respingere care se va opune mișcării plăcii metalice.

După cum se observă și din figura 8, curenții turbionari au sens anti orar și pe măsură ce placa metalică intră în câmpul magnetic care este perpendicular pe planul pagini, spre interiorul acesteia, curenții turbionari vor crește ca intensitate. Când placa metalică începe să iasă din câmpul magnetic, curenții turbionari își schimbă sensul. Deoarece acești curenți turbionari produc un câmp magnetic care se opun câmpului care-i creează, oscilația plăcuței este amortizată la fiecare trecere prin câmpul magnetic și în final aceasta se va opri.

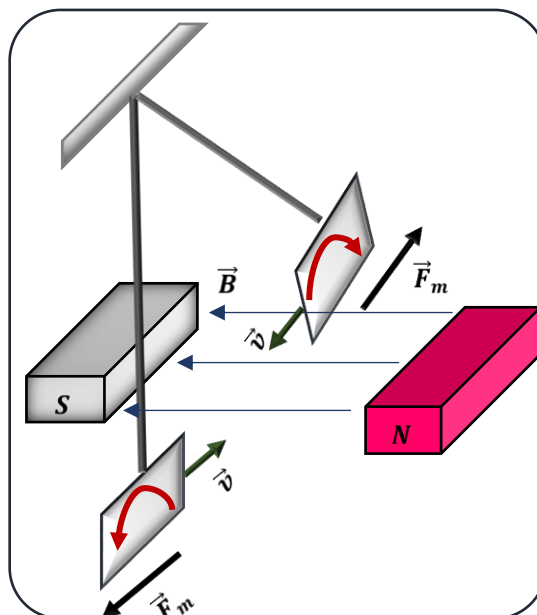


Figura 8 Curenții turbionari induși într-o placă metalică aflată în mișcare în câmp magnetic. Forța magnetică care acționează asupra plăcii are sens opus vitezei.

Datorită efectului pe care îl produc, curenții turbionari sunt utili în multe aplicații. De exemplu, sistemul de frânare al trenurilor rapide utilizează fenomenele de inducție electromagnetică și curenții turbionari. Un electromagnet atașat de tren este poziționat în apropierea șinelor, iar efectul de frânare apare atunci când un curent mare este trecut prin acesta. Mișcarea relativă a electromagnetului va induce curenți turbionari în șine, iar sensul acestora vor produce un efect de frânare asupra trenului aflat în mișcare. Deoarece curenții turbionari descresc pe măsură ce trenul încetinește, efectul de frânare este lin. Ca o măsură de siguranță, unele unelte de mare putere folosesc curenții turbionari pentru a opri rotația pânzelor atunci când alimentarea acestora este oprită. În furnalele de inducție, curenții turbionari sunt utilizați pentru a încălzi metalele în cuptoare închise în procese în care este esențial să se evite contaminarea materialelor. Detectoarele de metal utilizate pe aeroporturi funcționează prin detectarea curenților turbionari induși în obiectele metalice.

Curenții turbionari sunt cel mai adesea indezirabili deoarece reprezintă o transformare a energiei mecanice în energie internă. Pentru a reduce această pierdere de energie, părțile metalice sunt adesea laminate, adică ele sunt realizate în straturi subțiri separate prin materiale izolatoare, ca de exemplu oxizi metalici sau lac. Aceste structuri laminare reduc producerea unor curenți turbionari mari, de aceea sunt folosite în structurile interne ale transformatoarelor și motoarelor, pentru a reduce efectul curenților turbionari și, prin urmare, pentru a crește eficiența acestora.

7. AUTOINDUCȚIA. INDUCTANȚA

Pentru a nu exista nici o confuzie, trebuie să facem o distincție clară între cauzele care conduc la apariția unui curent sau a unei t.e.m. Astfel, vom folosi termenii de curent sau t.e.m. pentru a descrie situațiile în care acestea sunt produse de o sursă fizică precum bateriile și vom folosi adjectivul indus (indusă) pentru a descrie curentul sau t.e.m. produse de un câmp magnetic variabil.

Să considerăm un circuit ce conține un rezistor și o sursă de t.e.m., ca în figura 9. Atunci când întrerupătorul închide circuitul, intensitatea curentului nu ajunge instantaneu de la zero la valoarea maximă $\frac{\mathcal{E}}{R}$. Legea inducției electromagnetice a lui Faraday ne permite să descriem acest fenomen. Astfel, pe măsură ce intensitatea curentului crește în timp, inducția câmpului magnetic ce înconjoară firele conductoare trec prin circuitul închis. Acest câmp magnetic ce străbate conturul închis de circuitul propriu-zis va produce un flux magnetic. Acest flux magnetic crește odată cu intensitatea curentului electric și va induce în circuit o t.e.m. a cărei direcție va genera un câmp electric care se opune câmpului magnetic inițial. Prin urmare, t.e.m. indusă va avea un sens opus celei a sursei ceea ce va produce o creștere graduală a curentului până la valoarea lui de echilibru. Acest fenomen de apariție a unui curent autoindus într-un circuit străbătut de un flux magnetic variabil generat chiar de circuit se numește **autoinducție**. T.e.m. care ia naștere o vom numi **t.e.m. autoindusă**.

Pentru a obține o descriere cantitativă a fenomenului de autoinducție vom pleca de la legea lui Faraday. Astfel, fluxul magnetic este proporțional cu inducția câmpului magnetic care, la rândul ei, este proporțională cu intensitatea curentului electric din circuit. Prin urmare, t.e.m. autoindusă va fi proporțională cu viteza de variație a curentului electric ce străbate circuitul. Pentru un circuit închis putem scrie această relație sub forma:

$$\varepsilon_a = -L \frac{di}{dt} \quad (15)$$

unde constanta de proporționalitate L se numește **inductanță** și depinde de geometria circuitului și de alte caracteristici fizice ale acestuia. Pentru o bobină cu N spire, parcursă de un curent i , legea lui Faraday are relația:

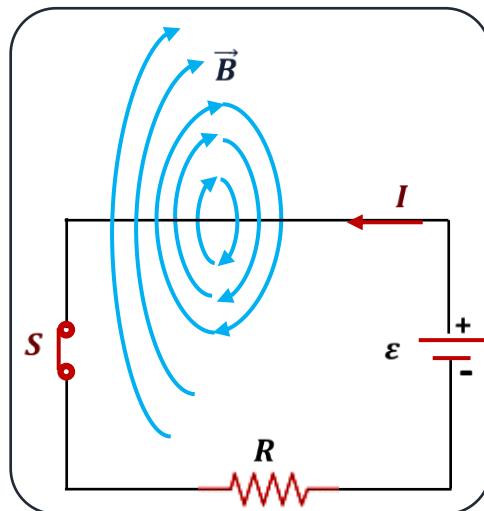


Figura 9 Autoinducția într-un circuit simplu.

$$\varepsilon_a = -N \frac{d\phi_m}{dt} \quad (16)$$

Din ultimele două relații vom obține:

$$L = \frac{N\phi_m}{i} \quad (17)$$

unde am presupus că toate cele N spire sunt parcurse de același flux magnetic, iar L este inductanța întregii bobine.

Din relația (15) obținem pentru inductanță expresia:

$$L = - \frac{\varepsilon_a}{\frac{di}{dt}} \quad (18)$$

Dacă ne reamintim că rezistența electrică este o măsură a opoziției la trecerea curentului, $R = \frac{U}{I}$, prin comparare putem spune că inductanța este o măsură a opoziției la variația curentului în timp.

Unitatea de măsură pentru inductanță este: $[L]_{SI} = 1V \cdot 1 \frac{s}{A} = 1 \text{ H (Henry)}$.

Inductanța depinde de geometria bobinei așa cum capacitatea condensatorului depinde de geometria armăturilor, iar rezistența unui rezistor de lungimea și aria secțiunii transversale a conductorului. În continuare vom obține o expresie a inductanței pentru un solenoid de lungime l și care are N spire. Vom considera că lungimea solenoidului este mult mai mare decât raza spirelor și că în centrul acestuia se află aer. Liniile câmpului magnetic din jurul fiecărei spire trec prin celelalte spire, astfel t.e.m. indusă în fiecare spirală se va opune variației curentului.

Fluxul câmpului magnetic prin suprafața fiecărei înfășurări de arie S este dat de relația:

$$\phi_m = BS = \frac{\mu_0 NiS}{l} \quad (19)$$

Dacă înlocuim acest rezultat în relația (17) vom obține:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} \quad (20)$$

Se observă că inductanța solenoidului crește cu pătratul numărului de spire și scade pe măsură ce lungimea acestuia crește și ea. În plus, ea depinde și de proprietățile magnetice ale mediului din jurul solenoidului. Dacă ținem cont că volumul interior al spirei este $V = Sl$, putem rescrie relația precedentă sub forma:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 V}{l^2} = \mu_0 n^2 V \quad (21)$$

unde prin $n = N/l$ am notata numărul de spire pe unitatea de lungime.

8. ENERGIA CÂMPULUI MAGNETIC

În continuare vom determina energia înmagazinată în câmpul magnetic al unei bobine de inductanță L . Vom considera că bobina este ideală, astfel încât rezistența ei este zero, iar energia disipată pe bobină este nulă. Astfel, putem determina energia ce trebuie furnizată unei bobine pentru a stabili prin aceasta un curent de intensitate I dacă inițial curentul este nul.

Să considerăm că la un moment de timp intensitatea curentului prin bobină este i , iar variația curentului prin aceasta este pozitivă, $\frac{di}{dt} > 0$. Tensiunea de la bornele bobinei este $U = L \frac{di}{dt}$, iar puterea furnizată bobinei este:

$$P = Ui = Li \frac{di}{dt} \quad (22)$$

Energia dE furnizată bobinei într-un interval de timp infinitezimal dt este:

$$dE = Pdt = Lidi \quad (23)$$

Energia totală furnizată în intervalul de timp în care intensitatea curentului crește de la zero la valoarea finală staționară I este:

$$E_{mag} = L \int_0^I idi = \frac{1}{2} LI^2 \quad (24)$$

Această expresie ne permite să determinăm energia stocată în câmpul magnetic al bobinei.

După ce intensitatea curentului atinge valoarea stabilă, $\frac{di}{dt} = 0$ și nici o energie nu mai este furnizată bobinei. Când prin bobină nu circulă nici un curent, energia stocată este nulă, iar când intensitatea curentului este I , energia stocată are valoarea $\frac{1}{2} LI^2$. Atunci când intensitatea curentului scade de la valoarea I la zero, bobina se comportă ca o sursă de energie ce furnizează cantitatea de energie $\frac{1}{2} LI^2$ circuitului extern.

Energia magnetică a unei bobine este înmagazinată în câmpul magnetic din jurul înfășurării așa cum energia electrică este înmagazinată în câmpul electric dintre armăturile unui condensator. Pentru a obține o expresie pentru energia câmpului magnetic să considerăm o bobină ideală de arie S suficient

de mică pentru a considera că, câmpul magnetic din jurul său este uniform pe toată această suprafață. Volumul închis de bobină este: $V = 2\pi rS$, iar inductanța bobinei va fi:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi r} \quad (25)$$

Înlocuind acest rezultat în relația (24) vom obține:

$$E_{mag} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi r} I^2 \quad (26)$$

Prin urmare, energia câmpului magnetic este energia localizată în volumul V închis de înfășurarea de spire. Putem defini densitatea de energie magnetică w_{mag} prin relația:

$$w_{mag} = \frac{E_{mag}}{V} = \frac{E_{mag}}{2\pi rS} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2}{(2\pi r)^2} I^2 \quad (27)$$

Putem exprima densitatea de energie magnetică și în funcție de inducția câmpului magnetic din interiorul bobinei. Astfel, reamintindu-ne că inducția câmpului magnetic produs de o bobină cu N spire alată în vid este $B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$, rezultatul precedent devine:

$$w_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (28)$$

Această relație este analogă expresia densității de energie electrică în vid, $w_{el} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$. De exemplu, într-un dispozitiv de *Rezonanță Magnetică Nucleară* (RMN) ce utilizează un câmp magnetic de 1,5 T, densitatea de energie magnetică este: $w_{mag} = 9 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$.

Dacă în interiorul bobinei nu este vid ci un material cu permeabilitatea magnetică μ , atunci densitatea de energie magnetică este $w_{mag} = \frac{B^2}{2\mu}$. Deși relația precedentă a fost determinată pentru o anumită configurație a bobinei în care am considerat câmpul magnetic uniform în interiorul acesteia, ea este valabilă pentru orice configurație a câmpului magnetic în material dacă permeabilitatea magnetică a acestuia este constantă.

Energia câmpului magnetic are un rol important în funcționarea anumitor dispozitive. De exemplu, în funcționarea bujiei unui motor ce utilizează benzina drept combustibil (motor cu aprindere prin scântei), figura

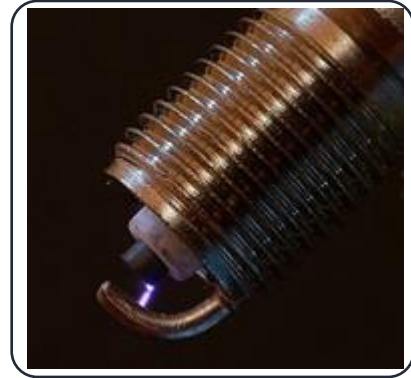


Figura 10 Energia necesară producerii scântei într-o bujie este obținută prin transformarea energiei stocate în câmpul magnetic al bobinei de inducție a automobilului.

10. În acest caz, o bobină primară ce are aproximativ 250 de spire este conectată la bateria automobilului și produce un câmp magnetic de inducție mare. Aceasta este înfășurată de o a doua bobină ce are 25000 de spire dintr-un conductor subțire. Când este necesară formarea scântei se întrerupe curentul în bobina primară, inducția câmpului magnetic scade rapid spre zero iar în cea de-a doua bobină este indusă o t.e.m. de 15.000 V – 20.000V. Astfel, energia stocată în câmpul magnetic este transformată într-un curent foarte mare care poate produce apariția scântei în bujie necesară pentru aprindere amestecului carburant din interiorul camerei de ardere a cilindrului motorului.

9. INDUCTANȚA MUTUALĂ

Fluxul magnetic ce străbate suprafața unui circuit închis variază în timp datorită modificării intensității curentului în circuitele vecine. Astfel, va exista o t.e.m. indusă printr-un proces de **inducție mutuală** datorată interacțiunii dintre două circuite electrice.

Să considerăm două bobine apropiate, ca în figura 11. Prin prima bobină, având N_1 spire și prin care trece curentul de intensitate i_1 va genera în jurul său un câmp magnetic. O parte din liniile câmpului magnetic vor străbate suprafața bobinei a doua care are N_2 spire. Inductanța mutulă M_{12} a bobinei a doua în raport cu prima bobină este:

$$M_{12} = \frac{N_2 \phi_{12}}{i_1} \quad (29)$$

unde ϕ_{12} reprezintă fluxul câmpului magnetic produs de prima bobină și care trece prin ce-a de-a doua bobină. Inductanța mutuala depinde de geometria ambelor circuite și de orientarea lor relativă. Pe măsură ce distanța dintre circuite se mărește, inductanța mutuală scade deoarece fluxul magnetic ce trece prin circuit se micșorează.

Dacă curentul i_1 variază în timp, t.e.m. indusă în bobina 2 de către prima bobină va fi:

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\phi_{12}}{dt} = -N_2 \frac{d}{dt} \left(\frac{M_{12} i_1}{N_2} \right) = -M_{12} \frac{di_1}{dt} \quad (30)$$

Dacă considerăm acum că bobina a doua este parcursă de un curent de

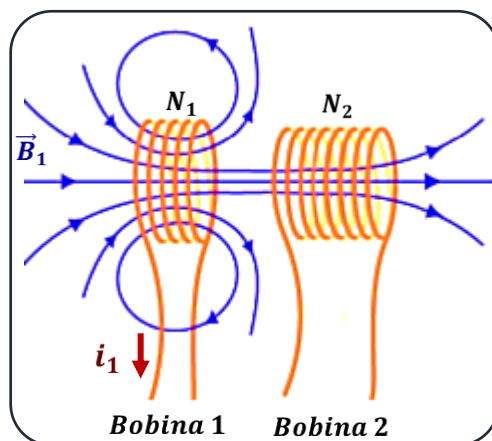


Figura 11 Câmpul magnetic produs de bobina 1 va genera un flux variabil în bobina 2 și va induce în aceasta o t.e.m.

intensitate i_2 , prin analogie cu situația descrisă mai sus, t.e.m. indusă în prima bobină va fi:

$$\varepsilon_1 = -M_{21} \frac{di_2}{dt} \quad (31)$$

unde M_{21} este inductanța mutuelă a primei bobine în raport cu cea de-a doua bobină.

În cadrul fenomenului de inducție mutuală, t.e.m. indusă în bobină este proporțională cu viteza de variație a curentului în bobina inductoare. Constantele de proporționalitate M_{12} și M_{21} sunt egale. Astfel, $M = M_{12} = M_{21}$, putem scrie:

$$\varepsilon_1 = -M \frac{di_2}{dt} \quad \text{și} \quad \varepsilon_2 = M \frac{di_1}{dt} \quad (32)$$

Aceste relații sunt asemănătoare cu legea t.e.m. autoinduse $\varepsilon = -L \frac{di}{dt}$, iar coeficientul de inducție mutuală M se va măsura în S.I. în Henry.

10. CIRCUITE R-L-C DE CURENT CONTINUU

În continuare să analizăm câteva situații de circuite care conțin o bobină. Din cele analizate până în prezent putem afirma că, prezența unei bobine în circuit va împiedica modificările rapide ale curentului datorită fenomenului de autoinducție. După cum am văzut, legea autoinducției ne arată că la o viteză de variație mare a raportului di/dt , se va produce în circuit o t.e.m. mare, iar tensiunea electrică de la bornele bobinei va fi mare. Această lege, împreună cu legile lui Kirchhoff ne va ajuta să analizăm circuitele care conțin o bobină de inductanță L .

10.1. CIRCUIT R-L DE CURENT CONTINUU

Pentru a înțelege cum funcționează un circuit ce conține o bobină, să analizăm figura 12. Pe lângă bobina de inductanță L , în circuit se mai află și un rezistor cu rezistență R . Un astfel de circuit se numește circuit $R-L$ de curent continuu. Bobina ajută la prevenirea variației rapide a curentului în circuit, lucru care este foarte util dacă se dorește un curent stabil iar sursa externă are o t.e.m. fluctuantă. Rezistorul R poate fi un element de circuit separat, sau poate fi chiar rezistența spirelor bobinei. În realitate, orice bobină va avea o rezistență proprie, cu excepția situației în care firele acesteia sunt supraconductoare. Atunci când se comută

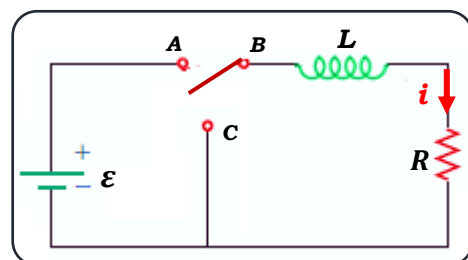


Figura 12. Circuit R-L simplu.

întrerupătorul pe poziția AB rezistorul și bobina sunt legate de sursa de t.e.m., ε . Dacă presupunem că inițial ambele comutatoare AB și BC sunt deschise, iar la momentul $t = 0$ închidem comutatorul AB. Intensitatea curentului electric nu crește instantaneu de la valoarea de zero la valoarea stabilă deoarece di/dt și t.e.m. în bobină ar fi infinită. În schimb, intensitatea curentului începe să crească progresiv cu o viteză care depinde doar de valoarea inductanței L a circuitului. La un moment de timp t după închiderea comutatorului AB prin circuit se stabilește curentul de intensitate i , iar tensiunea de la bornele rezistorului și ale bobinei sunt:

$$u_R = Ri \quad \text{și} \quad u_L = L \frac{di}{dt} \quad (33)$$

Dacă curentul are sensul din figură și este crescător, ambele tensiuni din relațiile precedente sunt pozitive. Dacă aplicăm legile lui Kirchhoff pentru ochiul de rețea alegând sensul de parcurgere al ochiului de rețea în sens orar vom obține:

$$\varepsilon = u_R + u_L \quad \text{sau} \quad \varepsilon - Ri - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (34)$$

Putem rescrie relația precedentă și sub forma:

$$\frac{di}{dt} = \frac{\varepsilon - Ri}{L} = \frac{\varepsilon}{L} - \frac{R}{L} i \quad (35)$$

La momentul inițial când este închis prima dată comutatorul AB $i = 0$, iar tensiunea pe rezistor scade spre zero. Variația inițială a curentului va fi:

$$\left(\frac{di}{dt} \right)_{\text{inițial}} = \frac{\varepsilon}{L} \quad (36)$$

Așa cum este de așteptat, cu cât este mai mare inductanța circuitului cu atât curentul va crește mai încet. Pe măsură ce curentul crește, termenul $\frac{R}{L} i$ va crește și el, iar viteza de creștere a curentului dată de relația (35) este din ce în ce mai mică. Acest lucru înseamnă că intensitatea curentului se apropie de valoarea sa finală și stabilă I . Atunci când intensitatea curentului va atinge această valoare vom avea:

$$\left(\frac{di}{dt} \right)_{\text{final}} = \frac{\varepsilon}{L} - \frac{R}{L} i = 0 \quad \text{sau} \quad I = \frac{\varepsilon}{R} \quad (37)$$

După cum observăm, valoarea finală a curentului electric nu depinde de inductanța circuitului și are aceeași valoare ca și când în circuit ar fi doar rezistorul conectat la sursa de t.e.m. În figura 13 este arătată variația intensității curentului electric în timp. Pentru a obține o relație care să descrie această variație vom pleca de la relația (35) pe care o rescriem sub forma:

$$\frac{di}{i - \frac{\varepsilon}{R}} = -\frac{R}{L} dt \quad (38)$$

Prin integrarea relației precedente obținem:

$$\int_0^i \frac{di}{i - \frac{\varepsilon}{R}} = -\int_0^t \frac{R}{L} dt \quad (39)$$

sau

$$\ln\left(\frac{i - \frac{\varepsilon}{R}}{-\frac{\varepsilon}{R}}\right) = -\frac{R}{L} t \quad (40)$$

Rezolvând această relație vom obține:

$$\frac{i - \frac{\varepsilon}{R}}{-\frac{\varepsilon}{R}} = \exp\left(-\frac{R}{L} t\right) \quad \text{sau} \quad i = \frac{\varepsilon}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L} t\right)\right] \quad (41)$$

Dacă derivăm în raport cu timpul această relație vom obține:

$$\frac{di}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} \exp\left(-\frac{R}{L} t\right) \quad (42)$$

adică la $t = 0$, $i = 0$ și $\frac{di}{dt} = \frac{\varepsilon}{L}$. La $t \rightarrow \infty$, $i \rightarrow \frac{\varepsilon}{R}$, iar $\frac{di}{dt} \rightarrow 0$ așa cum am prezis.

După cum se observă din figura 13, curentul instantaneu i crește rapid la început, după care creșterea este mult mai înceată pe măsură ce se apropie de valoarea finală $I = \frac{\varepsilon}{R}$. La momentul de timp $\tau = \frac{L}{R}$ curentul atinge valoarea de 63,2% din valoarea sa finală. Astfel, raportul $\tau = \frac{L}{R}$ este o măsură a vitezei cu care curentul ajunge la valoarea finală și este numit **constanta de timp a circuitului**.

Putem obține mai multe informații asupra circuitului RL pe considerente energetice. Rata cu care energia este furnizată circuitului de sursa de t.e.m. este $P = \varepsilon i$, iar rata cu care energia este disipată pe rezistor este Ri^2 , iar cea cu care energia este stocată în bobină este $Li \frac{di}{dt}$. Astfel, putem scrie:

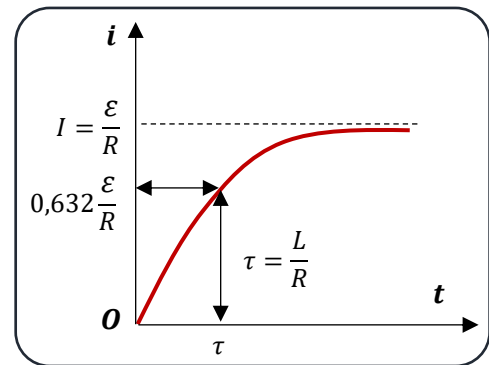


Figura 13. Dependența intensității curentului de timp pentru un circuit $R - L$. Constanta de timp τ reprezintă intervalul de timp necesar curentului pentru a ajunge la 63,2% din valoarea sa finală.

$$\varepsilon i = Ri^2 + Li \frac{di}{dt} \quad (43)$$

Din energia εi furnizată de sursă o parte, Ri^2 , este disipată pe rezistor, iar cealaltă parte, $Li \frac{di}{dt}$, este stocată de bobină.

Să considerăm acum că comutatorul din figura 12 este trecut pe poziția BC. Intensitatea curentului prin rezistor și bobină nu ajunge instantaneu la valoarea zero ci descrește lin, ca în figura 14. Aplicând legea lui Kirchhoff pentru acest ochi de rețea și urmând pașii de situația precedentă vom obține:

$$i = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \quad (44)$$

unde I_0 este intensitatea curentului la momentul $t = 0$, când a fost comutat întrerupătorul. Constanta de timp a circuitului $\tau = \frac{L}{R}$ reprezintă timpul în care curentul descrește cu aproximativ 37% din valoarea sa finală.

Energia necesară pentru a menține un curent prin circuit este furnizată de câmpul magnetic al bobinei. Plecând de la considerații energetice putem scrie:

$$0 = Ri^2 + Li \frac{di}{dt} \quad (45)$$

În acest caz, $Li \frac{di}{dt}$ este negativ, iar relația precedentă ne indică că energia stocată în câmpul magnetic al bobinei scade cu o rată egală cu cea a disipării energiei Ri^2 pe rezistor.

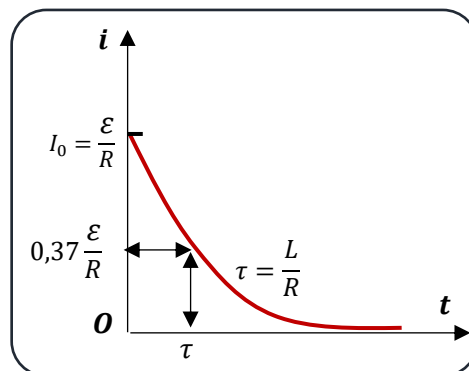


Figura 14. Dependența intensității curentului de timp pentru un circuit $R-L$ fără sursă de t.e.m.. Constanta de timp τ reprezintă intervalul de timp necesar curentului pentru a ajunge la 37% din valoarea sa finală.

10.2. CIRCUIT $L-C$ DE CURENT CONTINUU

Atunci când în circuit se află un condensator și o bobină, figura 15, obținem un circuit $L-C$. Dacă condensatorul este încărcat inițial și comutatorul închide circuitul, atât intensitatea curentului cât și sarcina electrică a condensatorului oscilează între valori maxime, pozitive sau negative. Dacă rezistența circuitului este nulă, nici o cantitate de energie nu este transformată în energie internă. În analiza următoare a circuitului $L-C$ vom considera că rezistența circuitului este nulă, cu alte cuvinte, atât condensatorul cât și bobina sunt ideale. În plus, vom considera că circuitul nu pierde energie prin radiație.

Să presupunem că condensatorul are sarcina inițială q_{max} și comutatorul se află pe poziția deschis. Să considerăm că la momentul $t = 0$ se închide circuitul. Atunci când condensatorul este încărcat la maxim, energia câmpului electric dintre armăturile acestuia este $E = \frac{q_{max}^2}{2C}$. La acest moment de timp curentul prin

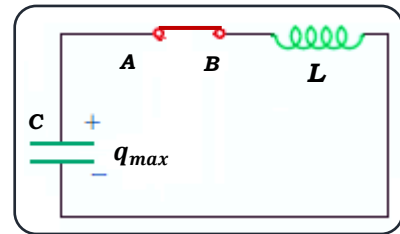


Figura 15. Circuit L-C simplu.

circuit este nul, astfel încât nici o cantitate de energie nu este înmagazinată în bobină. După ce circuitul este închis, rata cu care sarcinile electrice intră sau ies din condensator este egală cu curentul prin circuit. Atunci când întrerupătorul închide circuitul condensatorul începe să se descarce, iar energia stocată în câmpul electric dintre armături începe să scadă. Descărcarea condensatorului face ca în circuit să apară un curent electric care ajunge și la bobină, iar o parte a energiei va fi stocată în câmpul magnetic al acesteia. Prin urmare, energia este transferată între câmpul electric al condensatorului și câmpul magnetic al bobinei. Când se descarcă total condensatorul, energia stocată de acesta este zero, iar intensitatea curentului prin circuit este maximă, iar toată energia din circuit este stocată de bobină. Deși condensatorul este descărcat complet, curentul persistă și va circula prin circuit, iar condensatorul începe să se încarce din nou până la maxim, dar polaritatea armăturilor se schimbă. Acest proces continuă din nou, se va produce o nouă descărcare urmată de o nouă încărcare până la o valoare maximă a sarcinii electrice, iar polaritatea devine ca la început. Astfel, energia continuă să oscileze între condensator și bobină.

Oscilațiile circuitului $L - C$ reprezintă analogia electromagnetică a oscilațiilor mecanice pe care le-am studiat în cazul oscilatorului armonic simplu. O reprezentare a transferului de energie într-un circuit $L - C$ este prezentată în figura 16. La momentul $t = 0$ toată energia din circuit este stocată în câmpul electric al condensatorului și este egală cu $\frac{q_{max}^2}{2C}$, iar intensitatea curentului prin circuit este $i = 0$, figura 16.a. Când condensatorul este descărcat complet, energia din circuit este stocată în câmpul magnetic al bobinei este $\frac{LI_{max}^2}{2}$, iar intensitatea curentului în circuit atinge valoarea maximă I_{max} , figura 16.b. În figurile 16.c. și 16.d. sunt reprezentate situațiile succesive în care energia este în totalitate în câmpul electric sau în totalitate în câmpul magnetic. În punctele intermediare o parte din energie este electrică, iar cealaltă parte este magnetică.

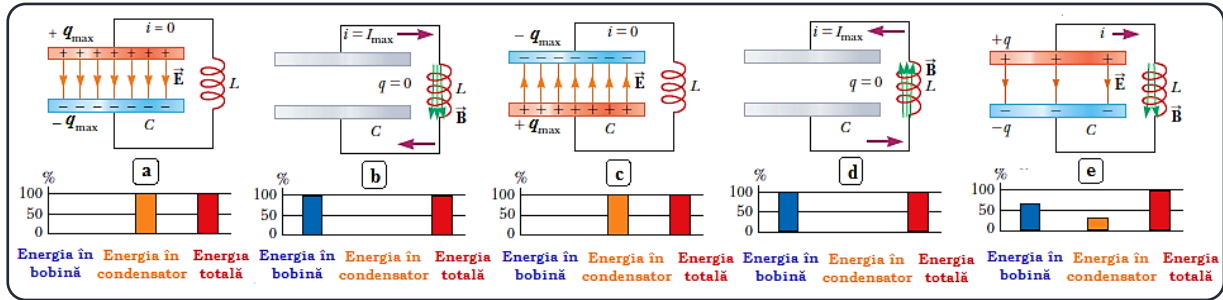


Figura 16. Transferul de energie într-un circuit L-C care are rezistență nulă și în care nu există pierderi de energie prin radiație.

Să considerăm un moment arbitrar de timp t la care întrerupătorul închide circuitul iar sarcina condensatorului este $q < q_{max}$, curentul prin circuit având valoarea $i < I_{max}$. În acest moment ambele elemente de circuit stochează energie, figura 16.e., dar suma energiilor acestora este egală cu energia stocată la momentul inițial de condensator. Astfel, putem scrie:

$$E = E_C + E_L = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \frac{q_{max}^2}{2C} \quad (46)$$

Deoarece am presupus că rezistența circuitului este nulă și că nu sunt pierderi de energie prin radiație, nu va exista pierderi de energie și putem presupune că circuitul este izolat astfel încât energia totală a circuitului rămâne constantă în timp. Matematic, condiția ca energia să rămână constantă în timp se scrie sub forma $\frac{dE}{dt} = 0$. Astfel, prin derivarea relației precedente în raport cu timpul obținem:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} \right) = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} = 0 \quad (47)$$

Ținând cont de relația că intensitatea curentului electric este $i = \frac{dq}{dt}$ și că $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ din relația precedentă va rezulta:

$$\frac{q}{C} + L \frac{d^2q}{dt^2} = 0 \text{ sau } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (48)$$

Soluția acestei ecuații diferențiale de ordinul al doilea este asemănătoare cu cea obținută în cazul oscilatorului armonic, adică:

$$q = q_{max} \sin(\omega t + \varphi) \quad (49)$$

unde q_{max} este sarcina maximă a condensatorului, iar pulsația oscilațiilor este:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (50)$$

Se observă că pulsația oscilațiilor depinde doar de inductanța și capacitatea circuitului.

Deoarece q variază sinusoidal în timp și curentul prin circuit va avea tot o astfel de variație. Astfel, din relația precedentă vom obține:

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega q_{\max} \cos(\omega t + \varphi) \quad (51)$$

La momentul $t = 0$, $i = 0$ și $q = q_{\max}$. Astfel, faza inițială trebuie să fie nulă, $\varphi = 0$, pentru a respecta condiția ca la $t = 0$, $q = q_{\max}$. Prin urmare, expresiile variațiilor în timp a sarcinii electrice și a curentului vor fi:

$$q = q_{\max} \sin \omega t \quad \text{și} \quad i = \omega q_{\max} \cos \omega t = I_{\max} \cos \omega t \quad (52)$$

Graficele dependenței sarcinii electrice și a intensității curentului electric de timp sunt prezentate în figura 17. Sarcina acumulată de condensator variază între valorile $+q_{\max}$ și $-q_{\max}$, iar curentul prin circuit între $+I_{\max}$ și $-I_{\max}$. În plus, curentul este defazat cu $\frac{\pi}{2}$ față de sarcină. Astfel, când sarcina este maximă, intensitatea curentului este nulă și invers.

Să discutăm despre circuitul $L - C$ și din punct de vedere al energiei. Astfel, înlocuind relația precedentă în relația (46) obținem:

$$E = E_C + E_L = \frac{q_{\max}^2}{2C} \sin^2 \omega t + \frac{LI_{\max}^2}{2} \cos^2 \omega t \quad (53)$$

Această relație ne arată că energia într-un circuit $L - C$ oscilează continuu între câmpul electric al condensatorului și câmpul magnetic al bobinei, când

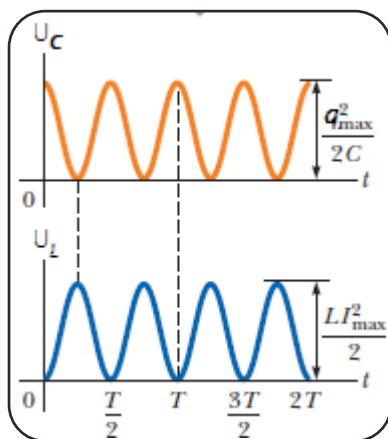


Figura 18. Variația în timp a energiei într-un circuit L-C.

energia stocată în condensator este maximă, energia stocată în câmpul magnetic al bobinei este zero și invers. Dependența de timp a energiilor E_C și E_L este reprezentată în figura 18. Suma $E_C + E_L$ este constantă și egală cu $\frac{q_{\max}^2}{2C}$ sau $\frac{LI_{\max}^2}{2}$. Amplitudinea în cele două grafice trebuie să fie egală deoarece energia maximă stocată în condensator trebuie să fie identică cu energia maximă stocată în bobină. Adică:

$$\frac{q_{\max}^2}{2C} = \frac{LI_{\max}^2}{2} \quad (54)$$

Astfel, putem obține pentru energia totală expresia:

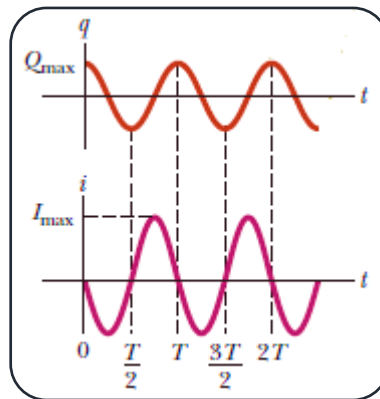


Figura 17. Dependența sarcinii și a curentului de timp într-un circuit L-C.

$$E = E_C + E_L = \frac{q_{max}^2}{2C} (\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t) = \frac{q_{max}^2}{2C} \quad (55)$$

În situația ideală pe care am analizat-o, oscilațiile care apar în circuitul $L - C$ persistă la infinit, iar energia totală rămâne constantă. În circuitele reale, va exista întodeauna o rezistență și o anumită cantitate de energie va fi disipată pe aceasta. În plus, pierderea de energie prin radiație este inevitabilă într-un astfel de circuit, iar energia totală se va diminua în urma acestor procese.

10.3. CIRCUIT $R-L-C$ DE CURENT CONTINUU

În analiza circuitului $L - C$ am presupus că elementele de circuit sunt ideale astfel încât, în circuit, nu există nici o rezistență. Însă, în circuitele reale fiecare bobină va avea și o rezistență datorată conductorului înfășurării, și există o rezistență datorată firelor de legătură. Rezistența din circuit va face ca o parte a energiei electromagnetice să fie transformată în altă formă de energie, de exemplu în energie internă a materialelor circuitului. Prin urmare, rezistența este analogul electromagnetic al frecării din sistemele mecanice.

Să considerăm un circuit un circuit format dintr-un rezistor, o bobină și un condensator legate în serie, ca în figura 19. Vom presupune că prin rezistorul R reprezentăm rezistența tuturor elementelor circuitului electric și că întrerupătorul este pe poziția AB , astfel încât inițial condensatorului este încărcat cu sarcina q_{max} . În acest moment energia stocată în câmpul magnetic al condensatorului este $\frac{q_{max}^2}{2C}$. Însă, spre deosebire de circuitul $L - C$, această energie nu mai este constantă în circuit deoarece o parte din aceasta este disipată pe rezistor care o va transforma în energie internă. Totuși, vom considera în continuare că în circuit nu există pierderi de energie prin radiație. Rata de transformare a energiei în energie internă de către rezistor este:

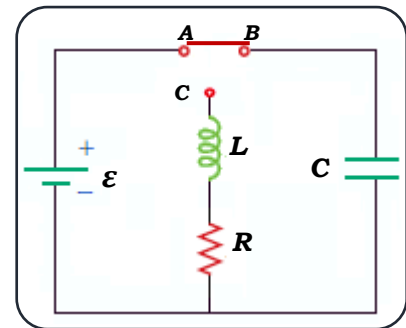


Figura 19. Circuit $R-L-C$ serie.

$$\frac{dE}{dt} = -Ri^2 \quad (56)$$

Semnul minus din relația precedentă ne indică că energia circuitului scade în timp. Astfel, legea de conservare a energiei, $E = E_C + E_L$, în circuit se scrie sub forma:

$$\frac{q}{C} \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} = -Ri^2 \quad (57)$$

Dacă ținem cont că $i = \frac{dq}{dt}$ și mutăm toți termenii în partea dreaptă a ecuației vom obține:

$$Li \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} i + Ri^2 = 0 \quad (58)$$

Dacă înmulțim relația precedentă cu $\frac{L}{i}$ vom obține:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0 \quad (59)$$

Se observă ca punând condiția ca $R = 0$ relația precedentă se reduce la cea obținută în cazul circuitului $L - C$. Aceasta relație este asemănătoare cu cea obținută în cazul oscilațiilor amortizate din mecanică. Sunt mai multe metode de obținere a unei soluții pentru această ecuație care depind de cât de mare este R , adică amortizarea oscilațiilor. Prin analogie cu soluția propusă în studiul oscilațiilor amortizate și considerând că R este mic (cazul amortizării slabe), soluția ecuației precedente este de forma:

$$q = q_{max} \exp\left(-\frac{Rt}{2L}\right) \sin \omega_a t \quad (60)$$

unde frecvența oscilațiilor amortizate este: $\omega_a = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$. În acest caz al oscilațiilor ușor amortizate se impune ca $R^2 < \frac{4L}{C}$.

În figura 20.a. este reprezentată aceasta soluție a oscilațiilor ușor amortizate. Funcția reprezintă o oscilație sinusoidală cu amplitudinea descrescătoare exponențial în timp. Dacă $R^2 = \frac{4L}{C}$, cantitatea de sub radical este nulă, iar circuitul nu mai oscilează. Acest caz reprezintă cazul oscilației aperiodice critice, figura 20.b. Pentru cazul în care R este mare sistemul se comportă ca în figura 20.c., mișcarea este aperiodică, iar q este reprezentat ca o funcție descrescătoare în de timp ce însumează două funcții descrescătoare exponențiale.

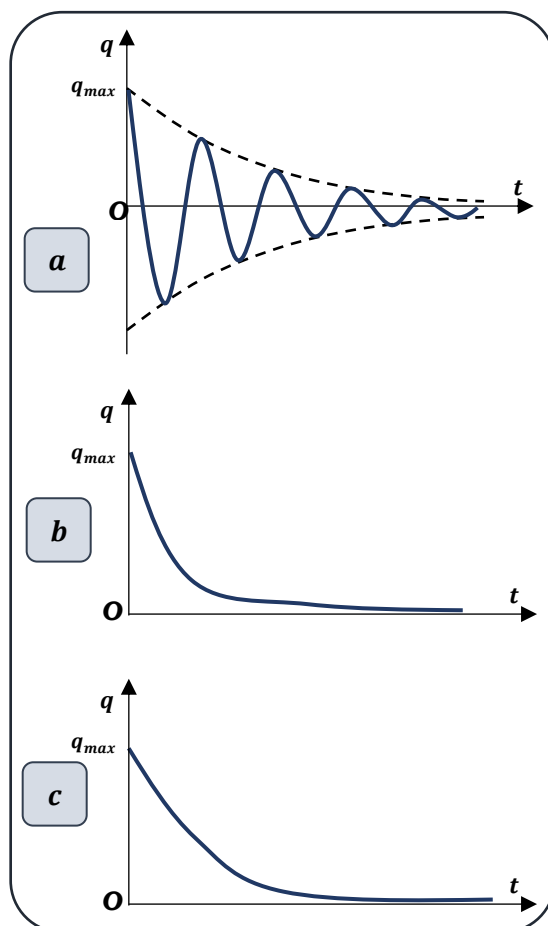


Figura 20. dependența sarcini condensatorului de timp într-un circuit **R-L-C** serie. a. oscilație ușor amortizare. b. oscilație aperiodică critică, c. oscilație aperiodică.

Aplicațiile practice ale circuitelor $R - L - C$ serie rezultă din variația sinusoidală a t.e.m. din circuit. Aceasta este analogă oscilațiilor forțate din mecanică și implică apariția fenomenelor de rezonanță. Un astfel de circuit este numit circuit $R - L - C$ de curent alternativ, care va fi tema principală de discuție a capitolului următor.

În tabelul următor sunt prezentate analogiile dintre un circuit R-L-C și un oscilator armonic simplu.

Tabelul 1. Analogie între un circuit R-L-C și un oscilator armonic simplu			
Circuit R-L-C		Oscilator liniar armonic	
Mărimea fizică	Simbol	Simbol	Mărimea fizică
Sarcina electrică	q	x	Elongație
Intensitatea curentului electric	i	v	Viteza
Tensiune electrică	U	F	Forța
Rezistența	R	b	Coeficient de amortizare
Capacitate electrică	C	$1/k$	Constanta elastică
Inductanța	L	m	Masa oscilatorului
Intensitatea curentului electric – variația în timp a sarcinii electrice	$i = \frac{dq}{dt}$	$v = \frac{dx}{dt}$	Viteza- variația în timp a poziției
Viteza de variație a curentului – derivata de ordinul doi a sarcinii electrice	$\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$	Accelerația- derivata de ordinul doi a poziției
Energia în bobină	$E_L = \frac{LI^2}{2}$	$E_c = \frac{mv^2}{2}$	Energia cinetică a oscilatorului
Energia în condensator	$E_C = \frac{q^2}{2C}$	$E_p = \frac{kx^2}{2}$	Energia potențială a oscilatorului
Energia disipată pe rezistență	Ri^2	bv^2	Energia pierdută datorită frecărilor
Ecuția de mișcare	$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0$	$\frac{d^2x}{dt^2} + 2b \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$	Ecuția de mișcare

11. CIRCUITE R-L-C DE CURENT ALTERNATIV

Spre sfârșitul secolului al XVIII-lea, în SUA, s-a produs așa numitul "război al curenților", care își avea originea în dezbaterile privind utilizarea curentului continuu- un curent stabil, ce nu se modifică în timp și utilizarea curentului alternativ, când tensiunea și intensitatea curentului electric variază sinusoidal. Promotorul utilizării curentului continuu era Thomas Edison, pe când utilizarea curentului alternativ era susținută de George Westinghouse. Această dezbatere se baza pe faptul că tensiunile mai sunt mai puțin periculoase în utilizare de către consumatori, pe când tensiunile ridicate cărora corespund intensități mai mici ale curentului, sunt de preferat la transportul curentului pe distanțe mari deoarece reduc pierderile prin cablurile care îl aduc de la stațiile de generare la consumatori.

Astăzi, știm că Westinghouse a „câștigat” acest duel, majoritatea sistemelor de producere și distribuție a curentului electric folosesc curentul alternativ. Pentru a putea fi utilizat la aparatele electrocasnice (televizoare, PC, laptopuri, etc.) curentul alternativ este „stabilizat” cu ajutorul unor dispozitive numite transformatoare, despre care vom discuta pe parcursul acestui paragraf.

11.1. SURSE DE CURENT ALTERNATIV

Pentru a furniza un curent alternativ unui circuit electric este necesar să utilizăm o sursă de tensiune electromotoare alternativă. Un exemplu de astfel de sursă îl reprezintă o spiră care se află în mișcare de rotație, cu viteză unghiulară constantă ω , într-un câmp magnetic uniform, figura 21. Capetele spirei sunt în contact cu două inele colectoare, care sunt conectate prin intermediul rezistorului R la ampermetrul A . În timpul rotației spirei, unghiul θ dintre normala la suprafața planului spirei, \vec{S} și direcția inducției câmpului magnetic, \vec{B} variază continuu, în timp. Prin urmare, fluxul magnetic care străbate suprafața spirei variază în timp conform relației:

$$\varphi(t) = B \cdot S \cos \theta = B \cdot S \cos \omega t \quad (61)$$

Conform legii lui Faraday, $\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt}$, în spiră se generează o tensiune electromotoare indusă dată de relația:

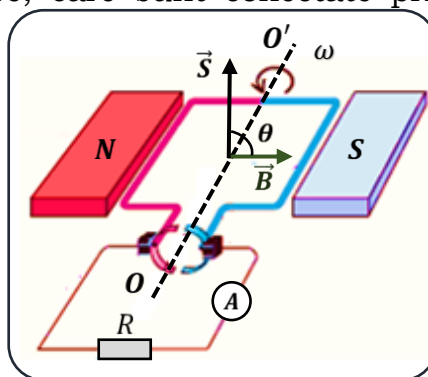


Figura 21 Datorită variației fluxului magnetic prin suprafața spirei care se rotește, conform legii lui Faraday, în aceasta se induce o tensiune electromotoare indusă, ε .

$$\varepsilon(t) = \omega BS \sin \omega t \quad \text{sau} \quad \varepsilon(t) = E_{\max} \sin \omega t \quad (62)$$

În relația precedentă, $\varepsilon(t)$ reprezintă **tensiunea electromotoare instantanee**, $E_{\max} = \omega BS = \omega \varphi_{\max}$ reprezintă **valoarea maximă**, numită **amplitudine**, a tensiunii electromotoare alternative sinusoidale, $\varphi_{\max} = BS$ reprezentând valoarea maximă a fluxului magnetic prin suprafața spirei, valoare ce corespunde unui unghi $\theta = \omega t = 0$. Pulsația tensiunii alternative este dată de relația: $\omega = 2\pi\nu$, ν fiind frecvența.

Deoarece circuitul exterior conține doar un rezistor, valoarea **intensității instantanee a curentului electric alternativ** va fi de forma:

$$i(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R} = I_{\max} \sin \omega t \quad (63)$$

unde $I_{\max} = \frac{E_{\max}}{R}$ reprezintă valoarea maximă, numită amplitudine, a intensității curentului alternativ.

Pentru a înțelege cum este generată tensiunea electromotoare alternativă sinusoidală, respectiv curentul alternativ, să analizăm rotația spirei, reprezentată în figura 22. Se observă că la momentul $t = 0$, unghiul θ format de direcția câmpului magnetic cu normala la suprafața planului spirei este nul, ceea ce conduce la $\varepsilon(t = 0) = E_{\max} \sin 0 = 0$. La momentul $t = \frac{T}{4}$, cadrul este rotit cu 90° față de poziția inițială, iar $\varepsilon(t = \frac{T}{4}) = E_{\max} \sin 90^\circ = E_{\max}$. La momentul $t = \frac{T}{2}$, cadrul este rotit cu 180° față de poziția inițială, iar $\varepsilon(t = \frac{T}{2}) = E_{\max} \sin 180^\circ = 0$. La momentul $t = \frac{3T}{4}$, cadrul este rotit cu 270° față de poziția inițială, iar $\varepsilon(t = \frac{3T}{4}) = E_{\max} \sin 270^\circ = -E_{\max}$. În sfârșit, la momentul $t = T$,

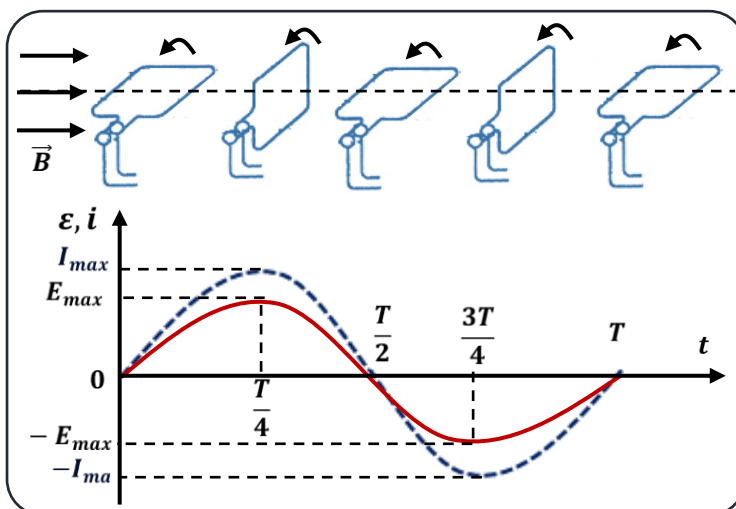


Figura 22 Vizualizarea modului în care este generată tensiunea electromotoare în spira care se rotește cu viteza unghiulară ω în câmpul magnetic uniform \vec{B} .

cadrul este rotit cu 360° față de poziția inițială, iar $\varepsilon(t = T) = E_{\max} \sin 360^\circ = 0$. Prin urmare, fluxul magnetic prin suprafața spirei variază continuu, iar în acesta se induce o **tensiune alternativă sinusoidală** și un **curent alternativ sinusoidal**.

Atât tensiunea electromotoare alternativă, cât și curentul alternativ variază periodic în timp, figura 22, iar după un timp $T = \frac{2\pi}{\nu}$ trec prin aceeași

valoare. Pentru a reprezenta această variație vom utiliza diagrame cu vectori care se rotesc, asemănătoare cu cele utilizate în studiul oscilațiilor armonice simple, figura 23. În aceste diagrame, valorile instantanee ale tensiunii și intensității curentului electric care variază sinusoidal în timp sunt reprezentate prin proiecția pe o axă a unui vector care are lungimea egală cu amplitudinea

(valoarea maximă) acestor mărimi. Vectorii se rotesc trigonometric cu viteză unghiulară constantă. Acești vectori rotitori se numesc **fazori**, iar diagrama care îi conține reprezintă **diagrama fazorilor**. În figura 23 este reprezentată diagrama fazorială a tensiunii alternative sinusoidale, respectiv a curentului alternativ sinusoidal date de relațiile (62) și (63). Se observă că proiecția fazorului pe axa verticală la momentul t descrie valorile instantanee ale tensiunii și curentului alternativ sinusoidal.

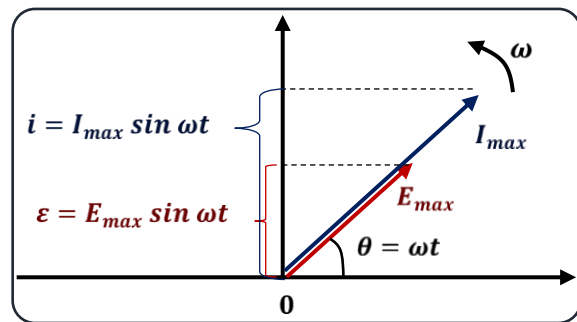


Figura 23 Reprezentarea fazorială a tensiunii alternative sinusoidale și a curentului alternativ sinusoidal.

În cazul circuitului simplu din figura 21, ce conține o sursă de tensiune alternativă sinusoidală și un rezistor, valoarea medie a intensității curentului pentru o rotație completă a spirei este nulă. Acest lucru se datorează faptului că pentru o perioadă de timp sarcinile se vor deplasa în sens pozitiv, iar după aceea în direcție opusă (sensul negativ al axei), valoarea acestuia fiind identică în ambele situații. Însă, direcția curentului nu modifică comportamentul rezistorului. Putem înțelege acest lucru dacă considerăm că ciocnirile dintre electroni și atomii materialului rezistorului va conduce la o creștere a temperaturii acestuia. Deși creșterea de temperatură depinde de valoarea intensității curentului electric, această creștere nu este influențată de direcția curentului prin rezistor. Ne reamintim că puterea disipată pe un rezistor este: $P = Ri^2$, unde i este valoarea instantanee a intensității curentului electric. Deoarece puterea disipată este proporțională cu pătratul intensității curentului electric, nu va exista nici o diferență între curentul continuu sau cel alternativ, indiferent de semnul asociat intensității curentului. Creșterea de temperatură generată de un curent alternativ având intensitatea maximă I_{max} nu va fi aceeași cu cea generată de un curent continuu având intensitatea egală cu I_{max} . Acest fapt se datorează faptului că, curentul alternativ atinge valoarea maximă doar pentru un moment de timp limitat pentru fiecare rotație a spirei, figura 24. De aceea, în cazul curentului alternativ ce străbate un circuit este importantă valoarea medie a intensității curentului electric, numită **valoare efectivă a intensității curentului electric**, I . Valoarea efectivă a curentului electric este egală cu radicalul pătratului valorii medii a intensității instantanee a curentului, $I = \sqrt{(i^2)_{med}}$. Deoarece $i^2 = I_{max}^2 \sin^2 \omega t$,

iar din figura 24 se observă că $(i^2)_{med} = \frac{1}{2} I_{max}^2$, va rezulta pentru valoarea efectivă a intensității curentului alternativ relația:

$$I = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot I_{max} \quad (64)$$

Această relație ne arată că un curent ce are valoarea maximă 1,5 A va furniza unui rezistor aceeași putere ca a unui curent continuu având intensitatea $I = 0,707 \cdot I_{max} = 0,707 \cdot 1,5 \text{ A} = 1,06 \text{ A}$. Puterea medie disipată pe rezistorul străbătut de curent alternativ va fi:

$$P_{med} = RI^2 \quad (65)$$

Conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit, $U = RI$, valoarea efectivă a tensiunii curentului alternativ va fi dată de relația:

$$U = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot U_{max} \quad (66)$$

Trebuie precizat că instrumentele de măsură ale tensiunii și intensității curentului electric indică valorile efective ale acestor mărimi. Astfel, când spunem că rețeaua de distribuție a energiei electrice din casa noastră are 220 V c.a. (curent alternativ), ne referim la faptul că tensiunea efectivă are aceasta valoare, iar valoarea maximă va avea valoarea: $U_{max} = U\sqrt{2} = 220 \text{ V} \sqrt{2} = 311 \text{ V}$.

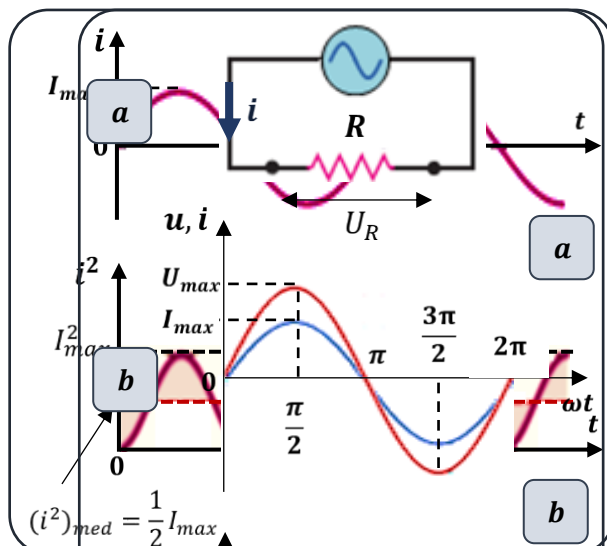


Figura 24 a. Variația intensității curentului electric în timp. b. Dependența de timp a pătratului valorii medii a curentului instantaneu ce străbate un rezistor. În general, valoarea medie, pe un ciclu, a funcției $\sin^2 \omega t$ este egală cu $\frac{1}{2}$.

Figura 26 a. Circuit de curent alternativ ce conține un rezistor. b. Dependența de timp a tensiunii și a curentului ce străbate un rezistor. c. Diagrama fazorială.

11.2. CIRCUITE SIMPLE DE CURENT ALTERNATIV

În continuare, vom deduce relații între tensiunea și intensitatea curentului dintr-un circuit particular, alimentat de o sursă de tensiune alternativă. Pentru indica că un circuit este alimentat de o sursă de tensiune alternativă, vom utiliza simbolul din figura 25. Circuitele electrice alimentate cu tensiuni electromotoare alternative se vor numi **circuite de curent alternativ**.

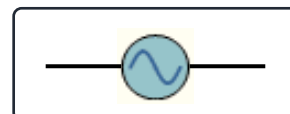


Figura 25 Simbolul utilizat pentru a indica o sursă de tensiune alternativă.

Să analizăm, pentru început, comportarea unui **rezistor în curent alternativ**. Să considerăm un circuit de curent alternativ ce conține un rezistor de rezistență

R , figura 26.a, la bornele căruia se aplică o tensiune alternativă dată de relația:

$$u = U_{max} \sin \omega t \quad (67)$$

Conform legii lui Ohm, căderea de tensiune de la bornele circuitului va fi: $u = Ri$, astfel încât valoarea instantanee a curentului prin circuit va fi:

$$i = \frac{U_{max}}{R} \sin \omega t = I_{max} \sin \omega t \quad (68)$$

După cum se observă, atât tensiunea u , cât și intensitatea curentului i sunt proporționale cu $\sin \omega t$, de aceea spunem că tensiunea este **în fază** cu intensitatea curentului electric. În figura 26.b. este reprezentată variația tensiunii și a intensității în timp, faptul că înălțimile celor două curbe sunt diferite (amplitudinea tensiunii este mai mare decât a curentului) nu are nici o semnificație, deoarece scara verticală pentru u și i este aleasă în mod arbitrar. În figura 26.c este prezentată diagrama fazorială, care ne indică că cei doi fazori ai lui u și i sunt în fază și au aceeași frecvență. Acești fazori se vor roti împreună și sunt paraleli în fiecare moment.

În continuare, să analizăm comportarea unui **condensator în curent alternativ**. Astfel, să considerăm circuitul din figura 27.a, care conține o sursă de tensiune alternativă ce alimentează condensatorul de capacitate C , considerat a fi ideal (se neglijează rezistența). La o primă analiză, am fi tentați să spunem că sarcinile electrice nu se pot deplasa prin condensator, deoarece în spațiul dintre cele două armături se află un mediu izolator (aer, dielectric, etc.). Doar că, condensatorul se încarcă și se descarcă, asigurând la fiecare moment că intensitatea instantanee a curentului de pe o armătură va fi aceeași cu cea de pe cealaltă armătură. Despre modul în care energia electrică se propagă între armăturile condensatorului vom discuta în capitolul următor, atunci când vom introduce o nouă mărime numită **curent de deplasare**. Acest curent ne va ajuta să înțelegem modul în care sarcinile electrice se deplasează prin condensator.

Dacă la bornele condensatorului se aplică o tensiune continuă, curentul nu va circula prin circuit deoarece acesta este întrerupt de dielectricul dintre armăturile condensatorului. Vom spune că *un condensator deschide circuitele de curent continuu*. Însă atunci când se aplică o tensiune alternativă, pe măsură ce aceasta crește spre valoarea sa maximă, condensatorul se încarcă, iar atunci când tensiunea scade condensatorul se descarcă și va contribui la menținerea curentului prin circuit. Astfel, putem spune că *un condensator închide circuitul de curent alternativ*.

Să considerăm că la bornele condensatorului din figura 27.a se aplică o tensiune alternativă dată de relația:

$$u = U_{max} \sin \omega t \quad (69)$$

Utilizând relația de definiție a capacității unui condensator $C = \frac{q}{u}$, putem scrie:

$$q = u \cdot C = CU_{max} \sin \omega t \quad (70)$$

unde q este sarcina instantanee de pe armăturile condensatorului. Utilizând relația de definiție pentru intensitatea curentului electric putem scrie:

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega CU_{max} \cos \omega t \quad (71)$$

Utilizând identitatea trigonometrică $\cos \omega t = \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$ putem rescrie relația precedentă sub forma:

$$i = I_{max} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (72)$$

unde $I_{max} = \omega CU_{max}$ reprezintă valoarea maximă a intensității curentului electric. Dacă comparăm relația precedentă cu relația (69) se observă că într-un circuit de curent alternativ în care este prezent un condensator va *apare*

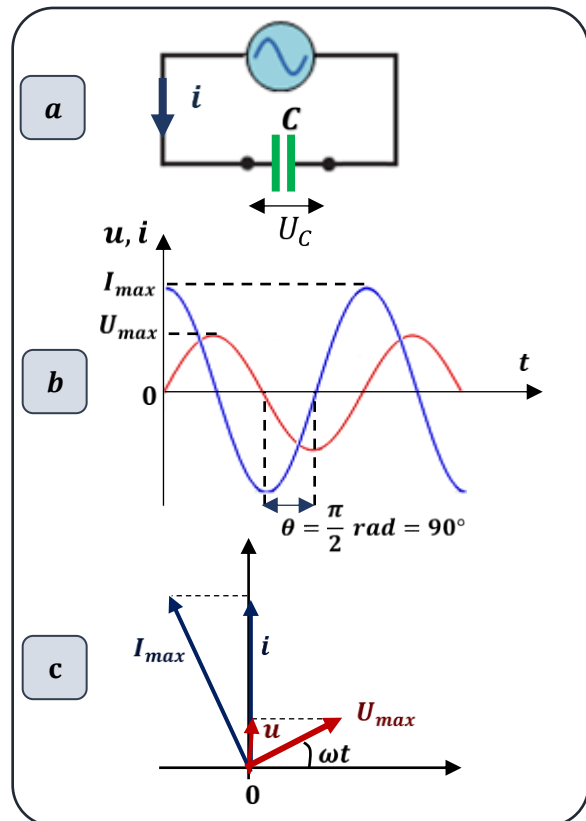


Figura 27 a. Circuit de curent alternativ ce conține un condensator. **b.** Dependența de timp a tensiunii și a curentului ce străbate condensatorul. **c.** Diagrama fazorială.

un avans de fază egal cu $\frac{\pi}{2}$ al intensității curentului față de tensiune, figura 27.b. În figura 27.c este prezentată diagrama fazorială care ne indică că cei doi fazori ai lui u și i sunt defazați cu $\frac{\pi}{2} \text{ rad} = 90^\circ$.

Dacă comparăm relația precedentă cu legea lui Ohm, $I_{max} = \frac{U_{max}}{R}$, se observă că prezența condensatorului în circuit de curent alternativ introduce o *rezistență aparentă*, numită **reactanță capacitivă**, X_C , dată de relația:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (73)$$

a cărei unitate de măsură este: $[X_C]_{SI} = \frac{[U_{max}]_{SI}}{[I_{max}]_{SI}} = \frac{1A}{1V} = 1\Omega$. Din relația precedentă se observă că reactanța capacitivă este invers proporțională atât cu frecvența unghiulară ω , cât și cu capacitatea condensatorului, C . Astfel, dacă acestea sunt mari, reactanța capacitivă va fi mică. Condensatoarele au tendința de a lasă să treacă curenții de frecvență înaltă și să-i blocheze pe cei de frecvență joasă și curentul continuu. Un dispozitiv care permite trecerea semnalelor de frecvență înaltă se numesc *filtre de înaltă frecvență*.

În final, să analizăm comportarea unei **bobine în curent alternativ**. Să considerăm circuitul din figura 28.a, în care o bobină ideală de inductanță L este alimentată de o sursă de tensiune.

Dacă că la bornele bobinei din figura 28.a se aplică o tensiune alternativă, circuitul va fi parcurs de un curent dat de relația:

$$i = I_{max} \sin \omega t \quad (74)$$

Deoarece curentul electric care străbate circuitul este variabil, el va genera un câmp magnetic variabil care va străbate și spirele bobinei. Prin urmare, în bobină va ia naștere o tensiune electromotoare autoindusă dată de relația:

$$\varepsilon = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d}{dt} (I_{max} \sin \omega t) \quad (75)$$

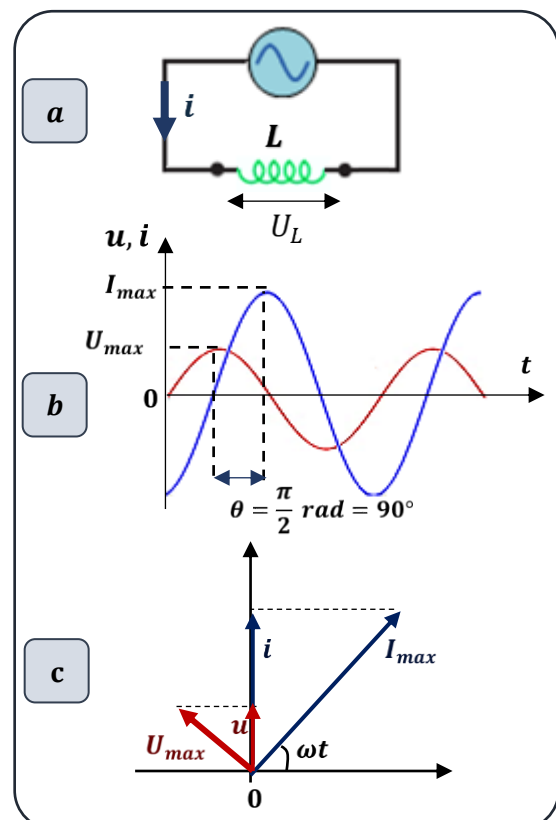


Figura 28 a. Circuit de curent alternativ ce conține o bobină ideală. b. Dependența de timp a tensiunii și a curentului ce străbate bobina. c. Diagrama fazorială.

Rezolvând relația precedentă vom obține:

$$\varepsilon = -\omega L I_{max} \cos \omega t \quad (76)$$

Deoarece bobina este ideală (rezistența este nulă), în bobină nu se produce nici o cădere de tensiune, astfel încât tensiunea electromotoare indusă va fi egală și opusă tensiunii aplicate la bornele circuitului: $u = -\varepsilon$. Astfel, putem scrie:

$$u = \omega L I_{max} \cos \omega t \quad (77)$$

Utilizând identitatea trigonometrică $\cos \omega t = \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$ putem rescrie relația precedentă sub forma:

$$u = U_{max} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (78)$$

unde $U_{max} = \omega L I_{max}$ reprezintă valoarea maximă a tensiunii alternative. Dacă comparăm relația precedentă cu relația (74) observăm că într-un circuit de curent alternativ în care este prezentă o bobină ideală va *apare un avans de fază egal cu $\frac{\pi}{2}$ al tensiunii față de intensitatea curentului electric*, figura 28.b. În figura 28.c este prezentată diagrama fazorială care ne indică că cei doi fazori ai lui u și i sunt defazați cu $\frac{\pi}{2} \text{ rad} = 90^\circ$.

Dacă comparăm relația precedentă cu legea lui Ohm, $U_{max} = R I_{max}$, se observă că prezența bobinei într-un circuit de curent alternativ introduce o *rezistență aparentă*, numită **reactanță inductivă**, X_L , dată de relația:

$$X_L = \omega L \quad (79)$$

a cărei unitate de măsură este: $[X_L]_{SI} = \frac{[U_{max}]_{SI}}{[I_{max}]_{SI}} = \frac{1A}{1V} = 1\Omega$. În acord cu această relație, reactanța inductivă și tensiunea autoindusă vor crește mai rapid cu cât variația curentului este mai mare, adică prin creșterea frecvenței unghiulare ω și cu cât inductanța L a bobinei este mai mare.

Dacă la bornele bobinei se aplică o tensiune U_L dată, curentul rezultat va avea o amplitudine mai mare când valorile reactanței inductive sunt mai mari. Cum X_L este proporțională cu frecvența, o tensiune de frecvență înaltă aplicată bobinei va genera un curent de intensitate mică, iar o tensiune de frecvență scăzută va conduce la o creștere a intensității curentului electric. Bobinele se utilizează în partea de alimentare a circuitelor electrice, ca filtre de interferență radio și pentru a bloca curenții de înaltă frecvență, lăsând în același timp să treacă curenții de joasă frecvență sau curentul continuu. Un

dispozitiv care utilizează bobine pentru acest scop reprezintă un *filtru de joasă frecvență*.

La final, să sumarizăm cele discutate despre comportamentul rezistorului, condensatorului și bobinei în circuitele de curent alternativ. În tabelul 2 sunt prezentate relațiile dintre tensiunea și intensitatea curentului electric pentru cele trei circuite analizate. Astfel, tensiunea și curentul instantaneu sunt proporționale într-un circuit ce conține un rezistor, diferența de fază dintre acestea fiind nulă. Însă, în circuitele care conțin un condensator sau o bobină intensitatea și tensiunea instantanee a curentului nu mai sunt proporționale, existând o diferență de fază egală cu 90° între acestea.

Tabelul 2. Comportamentul elementelor de circuit în curent alternativ

Elementul de circuit	Amplitudinea	Mărimea de circuit	Diferența de fază
Rezistor	$U_{max} = RI_{max}$	R	u este în faza cu i
Condensator	$U_{max} = X_C I_{max}$	$X_C = \frac{1}{\omega C}$	u defazat cu $\frac{\pi}{2}$ în urma lui i
Bobină	$U_{max} = X_L I_{max}$	$X_L = \omega L$	u defazat cu $\frac{\pi}{2}$ în fața lui i

În figura 29 este prezentată dependența de frecvența unghiulară ω a rezistenței electrice și a reactanțelor capacitive și inductive. Rezistența R este independentă de frecvență, pe când reactanțele X_C și X_L depind de aceasta. Astfel, dacă $\omega = 0$, nu va exista nici un curent prin condensator deoarece $X_C \rightarrow \infty$ (situație care este identică cu cea a unui condensator într-un circuit de curent continuu) și nu va exista nici un efect inductiv deoarece $X_L = 0$. Dacă $\omega \rightarrow \infty$, atunci și $X_L \rightarrow \infty$, iar curentul prin bobină devine extrem de slab, deoarece tensiunea autoindusă se opune modificărilor rapide ale intensității curentului. Reactanța capacitive X_C și tensiunea de la bornele condensatorului se apropie de zero, iar curentul își schimbă direcția atât de rapid încât nu se poate acumula o cantitate semnificativă de sarcină pe armăturile condensatorului.

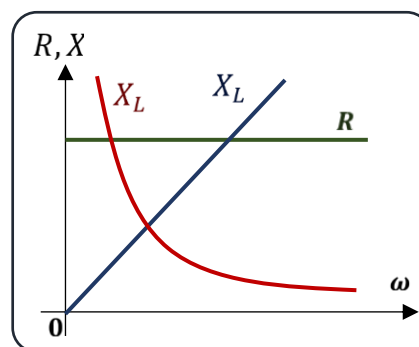


Figura 29 Dependența rezistenței, reactanței capacitive și a reactanței inductive de frecvența unghiulară a tensiunii alternative.

11.3. CIRCUITE $R - L - C$ SERIE DE CURENT ALTERNATIV

Foarte multe circuite de curent alternativ pe care le conțin dispozitivele electronice au în componență rezistoare, reactanțe capacitive și inductive. Un astfel de circuit este prezentat în figura 30.a și conține un rezistor, un condensator și o bobină, care sunt **legate în serie**. Astfel de circuite se numesc **circuite RLC serie de curent alternativ**. Dacă tensiunea aplicată variază sinusoidal, prin circuit apare un curent a cărui valoare instantanee este dată de relația:

$$i = I_{max} \sin \omega t \quad (80)$$

Cum elementele de circuit sunt legate în serie, ele vor fi parcurse de același curent, tensiunea la bornele circuitului va fi dată de relația:

$$u = U_{max} \sin(\omega t + \varphi) \quad (81)$$

unde φ reprezintă diferența de fază, la un moment dat, dintre intensitatea și tensiunea curentului alternativ. Pe baza celor discutate până acum, ne așteptăm ca intensitatea și tensiunea curentului alternativ să nu fie în fază în circuitul RLC de curent alternativ. În figura 30.b este prezentată dependența tensiunii de timp pentru fiecare element al circuitului și relația de fază cu intensitatea curentului dacă ele ar fi conectate individual la sursa de curent alternativ. În figura 30.b, amplitudinile tensiunilor de la bornele elementelor circuitului au fost notate cu U_R , U_C și U_L , iar valorile acestora au fost alese arbitrar, pentru a le putea vizualiza mai clar. Din cele studiate în secțiunea precedentă și dacă utilizăm relațiile dintre fazele tensiunii și intensității curentului, putem scrie expresiile tensiunilor instantanee de la bornele celor trei elemente de circuit. Astfel, pentru rezistor tensiunea instantanee este dată de relația:

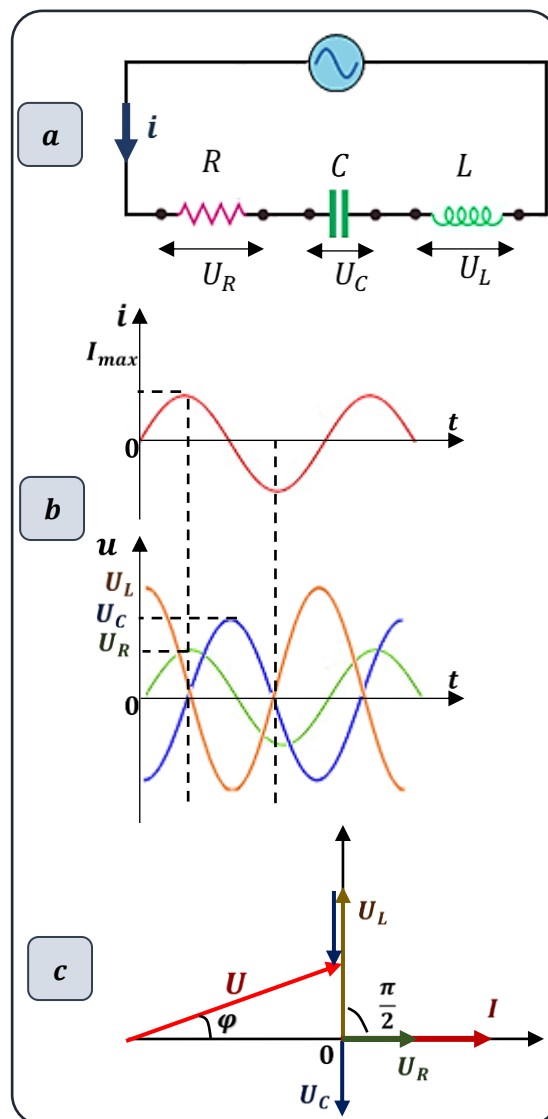


Figura 30 a. Circuit $R - L - C$ de curent alternativ. b. Relațiile dintre fazele intensității curentului electric și tensiunile instantanee de la bornele elementelor circuitului RLC serie. c. Diagrama fazorială.

intensitatea curentului dacă ele ar fi conectate individual la sursa de curent alternativ. În figura 30.b, amplitudinile tensiunilor de la bornele elementelor circuitului au fost notate cu U_R , U_C și U_L , iar valorile acestora au fost alese arbitrar, pentru a le putea vizualiza mai clar. Din cele studiate în secțiunea precedentă și dacă utilizăm relațiile dintre fazele tensiunii și intensității curentului, putem scrie expresiile tensiunilor instantanee de la bornele celor trei elemente de circuit. Astfel, pentru rezistor tensiunea instantanee este dată de relația:

$$u_R = U_R \sin \omega t \quad (82)$$

unde am ținut cont că la bornele rezistorului tensiunea $U_R = RI$ este în fază cu intensitatea I a curentului. Condensatorul introduce o diferență de fază egală cu $\frac{\pi}{2}$ a tensiunii în urma intensității curentului electric astfel încât putem scrie:

$$u_C = U_C \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (83)$$

unde $U_C = X_C I$. Bobina introduce o diferență de fază egală cu $\frac{\pi}{2}$ a tensiunii în fața intensității curentului electric astfel încât putem scrie:

$$u_L = U_L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (84)$$

unde $U_L = X_L I$. Suma acestor trei tensiuni trebuie să fie egală cu tensiunea instantanee de la bornele sursei de curent alternativ. Deoarece există relații diferite între fazele acestor tensiuni și intensitatea curentului electric, ele nu se pot însuma direct. Deoarece fazorii sunt vectori rotitori, putem realiza o diagramă fazorială în care să reprezentăm toți fazorii și să utilizăm operația de însumare a vectorilor. Această diagramă, prezentată în figura 30.c, poartă denumirea de **triunghiul tensiunilor** și ne permite să determinăm tensiunea U de la bornele circuitului. Astfel, utilizând teorema lui Pitagora, putem scrie:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \quad (85)$$

Dacă înlocuim expresiile tensiunilor vom obține:

$$U = I \cdot \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (86)$$

Termenul din dreapta relației precedente joacă rolul unei rezistențe electrice și reprezintă **impedanța circuitului**:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (87)$$

Impedanța circuitului reprezintă rezistența echivalentă a întregului circuit serie în curent alternativ, iar unitatea de măsură a acesteia este: $[Z]_{SI} = 1 \Omega$. Ultimele două relații ne permit să scriem legea lui Ohm pentru circuitul serie de curent alternativ sub forma:

$$I = \frac{U}{Z} \quad (88)$$

Impedanța unui circuit de curent alternativ are același rol cu al unei rezistențe în circuitul de curent continuu. La fel cum un curent continuu are



Figura 31 Plasma creată într-un glob cu plasmă urmează drumul impedanței minime către deget.

tendința de a urma drumul rezistenței minime și curentul alternativ va urma drumul impedanței cele mai scăzute. Acest efect îl putem observa atunci când utilizăm un glob cu plasmă, figura 31. Acesta este format dintr-un gaz închis într-o sferă de plastic sau sticlă, diferența de tensiune realizându-se între un electrod plasat în centrul sferei și suprafața acesteia. Firele de plasma pe care le observăm sunt rezultatul tensiunii alternative ce trece prin gaz. În momentul în care atingem suprafața exterioară a sferei, spațiul dintre

deget și partea interioară a sticlei se comportă precum armăturile unui condensator, iar sfera și corpul formează un circuit RLC serie. Curentul, care are o intensitate suficient de mică pentru a nu produce nici o vătămare, este atras de deget deoarece drumul către corp are o impedanță mică.

Impedanța circuitului depinde atât de R , L și C , cât și de frecvența unghiulară curentului. De aceea, pentru o anumită tensiune aplicată circuitului, amplitudinea curentului va fi diferită pentru frecvențe diferite

Tot din triunghiul tensiunilor se poate determina defazajul φ dintre tensiunea la borne și intensitatea curentului prin circuit. Acesta va fi:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (89)$$

Astfel, dacă intensitatea instantanee a curentului prin circuit va fi $i = I_{\max} \sin \omega t$, tensiunea la bornele circuitului este: $u = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$.

În figura 30.c este prezentată comportarea unui circuit RLC în situația în care $X_L > X_C$. Situația în care reactanța capacitivă este mai mare decât reactanța inductivă, $X_L < X_C$, este prezentată în figura 32. În acest caz efectul capacitiv este predominant în raport cu cel inductiv și cum $\operatorname{tg} \varphi < 0$, defazajul va fi negativ.

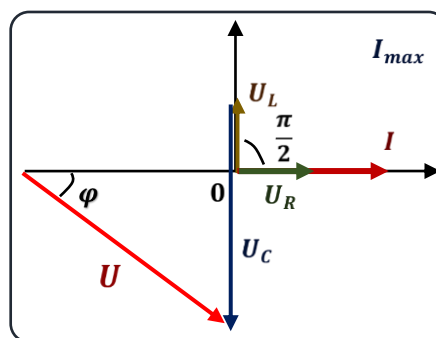


Figura 32. Diagrama fazorială în situația în care $X_L < X_C$.

11.4. REZONANȚA ÎN CIRCUITELE DE CURENT ALTERNATIV

Importanța practică a circuitelor RLC serie este dată de răspunsul acestora la surse ce au frecvențe unghiulare ω diferite. Un exemplu circuit

RLC serie este circuitul de recepție a undelor de la un aparat radio. Acest circuit preia energia unei purtătoare și va genera un curent de aceeași frecvență cu cea a semnalului receptat. Amplitudinea curentului va atinge valoarea cea mai mare în momentul în care frecvența semnalului radio va egala o frecvență particulară pentru care circuitul receptorului este acordat. Acest semnal amplificat va fi ulterior transformat într-o undă sonoră de difuzorul aparatului radio. Acest fenomen de acordare a semnalului radio cu frecvența circuitului de recepție pentru care amplitudinea curentului va fi maximă se numește **rezonanță**. Circuitul de recepție este construit în așa fel încât curenții generați de celelalte semnale să fie suficient de mici încât să nu genereze sunete ce pot fi auzite.

Pentru a înțelege cum un *RLC* serie poate fi utilizat ca un circuit acordabil, să considerăm că la bornele acestuia se legă o sursă de tensiune alternativă cu amplitudine constantă U , dar care permite modificarea frecvenței unghiulare a curentului prin circuit. Curentul care apare în circuit va avea aceeași frecvență cu a sursei și amplitudinea dată de relația: $I = \frac{U}{Z}$, Z fiind impedanța circuitului care depinde de frecvența ω a curentului. În figura 33.a este prezentată dependența rezistenței, a impedanței și a inductanțelor capacitive și inductive de logaritmul frecvenței (se utilizează scara logaritmică pentru a se putea un domeniu larg de frecvențe). Când frecvența crește, X_L crește, iar X_C scade și va exista întotdeauna o frecvență la care $X_L = X_C$, iar $X_L - X_C = 0$. La această frecvență impedanța circuitului va fi minimă și egală cu rezistența R .

Pe măsură ce se modifică frecvența sursei, amplitudinea curentului variază ca în figura 33.b. Se observă că acesta atinge o valoare maximă la o frecvență la care impedanța este minimă. În acest moment se obține rezonanța, iar frecvența pentru care se obține acest fenomen se numește **frecvență unghiulară de rezonanță**, ω_0 . Expresia acestei frecvențe se obține din condiția ca $X_L = X_C$, de unde va rezulta:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (90)$$

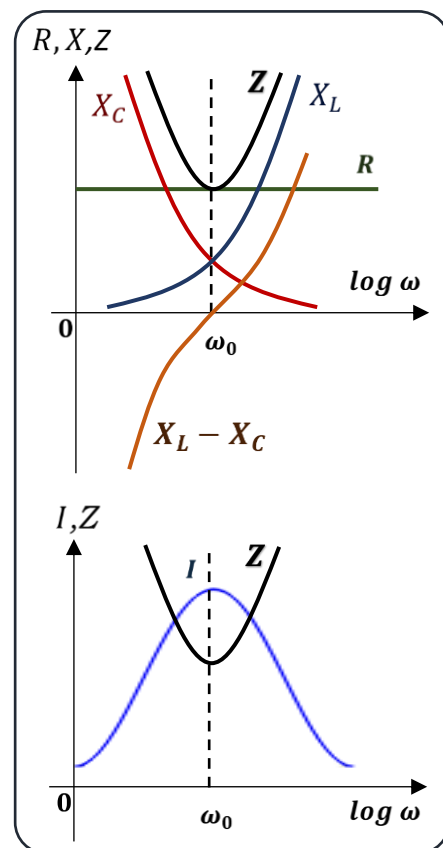


Figura 33 Variația cu frecvența unghiulară pentru: **a.** rezistență, reactanțe și impedanță; **b.** Impedanță și intensitatea curentului.

Dacă ținem cont de relația dintre frecvență și frecvența unghiulară: $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$, obținem pentru **frecvența de rezonanță** relația:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (91)$$

Această frecvență corespunde unei valori maxime a amplitudinii intensității curentului în circuit pentru o valoare fixată a tensiunii sursei și corespunde situației în care circuitul este acordat. **Intensitatea curentului de rezonanță** va fi determinată cu relația:

$$I_{rez} = \frac{U}{R} \quad (92)$$

La rezonanță, perioada tensiunii alternative este dată de relația:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad (93)$$

relație ce poartă numele de **relația Thomson**.

Frecvența de rezonanță se poate modifica și prin variația inductanței bobinei sau a capacității condensatorului. Prin această metodă sunt acordate radiourile sau televizoarele pentru a recepta un anumit post sau canal. La începutul utilizării radiourilor, acordarea se realiza prin utilizarea condensatoarelor cu armături mobile ce permitea ajustarea capacității acestuia. Astăzi, această acordare se realizează prin modificarea inductanței bobinei utilizând o bobină cu un miez din ferită ce se poate deplasa în interiorul acesteia.

Într-un circuit RLC serie de curent alternativ, atunci când intensitatea curentului atinge valoarea de rezonanță, impedanța atinge o valoare minimă. În acest moment curentul are o frecvență de rezonanță determinată de reactanțele X_L și X_C . Însă, trebuie să ne întrebăm ce se va întâmpla dacă modificăm și rezistența rezistorului. După cum se observă din figura 34, în care este reprezentată variația intensității curentului în funcție de frecvența unghiulară a sursei, pe măsură ce rezistența crește curbele sunt mai atenuate, iar pentru valori mai mici ale rezistenței, curbele (peak-urile) sunt mai înalte și mai ascuțite. La

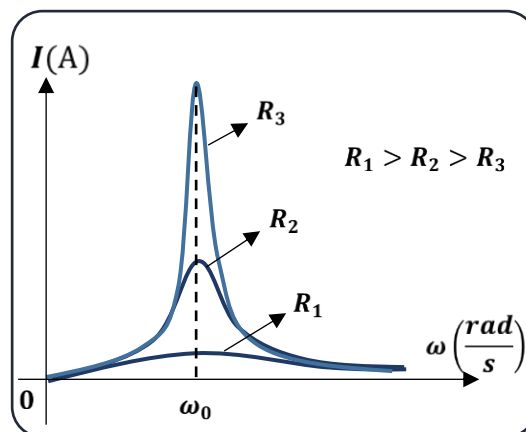


Figura 34 Dependența amplitudinii intensității curentului de frecvență într-un circuit RLC serie, pentru valori diferite ale rezistenței R .

rezonanță $Z = R$ și $I_{rez} = \frac{U}{R}$, prin urmare maximul peak-ului este invers proporțional cu R .

Forma curbelor de răspuns este importantă în realizarea circuitelor de recepție ale radiourilor și televizoarelor. O curbă este mai înaltă și mai ascuțită face posibilă separarea a două posturi cu bande de frecvențe apropiate. Dacă curba este foarte ascuțită, o parte din informația semnalului receptat se pierde, asemănător cu frecvențele înalte din sunetele muzicale. În plus, o formă ascuțită a curbei de rezonanță corespunde unei valori mici a lui R și unor oscilații ușor amortizate ale sistemului, pe când o curbă aplatizată corespunde unei valori mari a lui R și unor oscilații puternic amortizate. Această situație este asemănătoare cu cea pe care am întâlnit-o în studiul oscilațiilor mecanice, atunci când amortizarea depindea de coeficientul de amortizare, cu cât acesta era mai mare, cu atât amplitudinea oscilațiilor era mai mică.

Această atenuare a curbelor este caracterizată de o mărime adimensională numită **factor de calitate al circuitului**, Q , dat de relația:

$$Q = \left(\frac{U_L}{U} \right)_{\omega=\omega_0} = \left(\frac{U_C}{U} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (94)$$

Din relația precedentă se observă că factorul de calitate al circuitului ne arată de câte ori este mai mare tensiunea la bornele bobinei sau a condensatorului, la rezonanță, decât tensiunea de la bornele circuitului. La rezonanță, dacă ținem cont că $U_L = X_L I$, $U_C = X_C I$ și $U = RI$, atunci relația precedentă devine:

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (95)$$

Se observă că atunci când $\sqrt{\frac{L}{C}} \gg R$ și $Q \gg 1$, iar tensiunea de la bornele bobinei, respectiv, condensatorului este mult mai mare decât tensiunea de la bornele circuitului. Mărimea $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ se numește **impedanța caracteristică** a circuitului RLC serie.

11.5. CIRCUITE $R - L - C$ PARALEL DE CURENT ALTERNATIV

În continuare, să analizăm circuitul din figura 35.a care conține un rezistor, un condensator și o bobină, care sunt **legate în paralel**, la bornele acestui circuit fiind o sursă de tensiune alternativă, a cărei valoare instantanee este dată de relația:

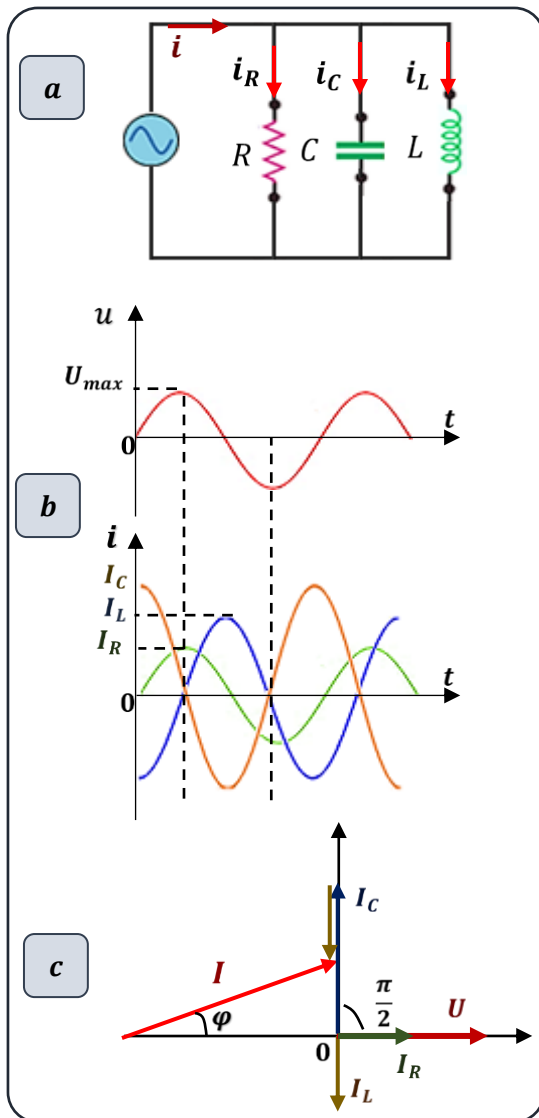


Figura 35 a. Circuit $R - L - C$ paralel de curent alternativ. **b.** Relațiile dintre fazele tensiunii electrice și intensitățile instantanee ale curentului ce străbate elementele circuitului RLC paralel. **c.** Diagrama fazorială.

$$u = U_{max} \sin \omega t \quad (96)$$

Dacă tensiunea aplicată variază sinusoidal, prin circuit apare un curent a cărui valoare instantanee este dată de relația:

$$i = I_{max} \sin(\omega t + \varphi) \quad (98)$$

unde φ reprezintă defazajul, la un moment dat, dintre tensiune și intensitatea curentului alternativ. Cum elementele de circuit sunt legate în paralel, tensiunea la bornele elementelor de circuit va fi aceeași, U , iar expresiile curenților care străbat elementele circuitului vor avea amplitudinile:

$$I_R = \frac{U}{R}, I_C = \frac{U}{X_C}, I_L = \frac{U}{X_L} \quad (99)$$

În conformitate cu cele discutate anterior, rezistorul nu introduce nici un defazaj între intensitate și tensiune, bobina introduce un defazaj egal cu $\frac{\pi}{2}$ al intensității în urma tensiunii electrice, iar condensatorul introduce un defazaj egal cu $\frac{\pi}{2}$ al intensității în fața tensiunii electrice. În figura 35.b este prezentată relația de fază dintre intensitățile curentului prin elementele de circuit, dacă ele ar fi conectate individual la sursa de curent alternativ.

În figura 35.c este prezentată diagrama fazorială a intensităților curentului electric, denumită de **triunghiul intensităților**, de unde se observă că intensitatea totală I da curentului prin circuit va fi egală cu suma vectorială a intensităților curenților prin fiecare element al circuitului. Astfel, utilizând teorema lui Pitagora, putem scrie:

$$I = U \cdot \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} \quad (100)$$

Dacă ținem cont de relațiile (99), putem rescrie relația precedentă sub forma:

$$I = U \cdot \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2} \quad (101)$$

Impedanța circuitului RLC paralel reprezintă rezistența echivalentă a întregului circuit și va fi dată de relația:

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}} \quad (102)$$

Astfel, legea lui Ohm pentru circuitele RLC paralel de curent alternativ va fi:

$$I = \frac{U}{Z} \quad (103)$$

Din triunghiul intensităților putem determina defazajul dintre curentul total I prin circuit și tensiunea U de la borne:

$$\tan \varphi = \frac{I_C - I_L}{I_R} = R \cdot \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right) \quad (104)$$

Astfel, dacă tensiunea la bornele circuitului este: $u = U_{max} \sin \omega t$, intensitatea instantanee a curentului prin circuit va fi $\sin(\omega t + \varphi)$.

În figura 35.c. am considerat că $I_C > I_L$, adică $\frac{1}{X_C} > \frac{1}{X_L}$. În situația în care $I_C = I_L$ și $X_C = X_L$ și apare **rezonanța al intensităților** în circuitul paralel. În acest caz, conform relației (102) se observă că intensitatea curentului total prin circuit este minim la rezonanță și este dat de relația:

$$I_{rez} = \frac{U}{R} \quad (105)$$

Această situație se explică prin faptul că, la rezonanță, intensitățile curenților prin condensator și bobină sunt permanent defazate cu π și sunt egale în mărime.

11.6. PUTEREA ÎN CIRCUITELE DE CURENT ALTERNATIV

În continuare să realizăm o abordare energetică pentru a analiza circuitele de curent alternativ și să considerăm transferul de energie de la sursa de tensiune alternativă la circuit. Ne reamintim că puterea furnizată de o sursă de curent continuu unui circuit este dată de relația: $P = UI$. În același mod, puterea instantanee furnizată de o sursă de tensiune alternativă circuitului este egală cu produsul dintre intensitatea curentului și tensiunea aplicată. Dacă considerăm triunghiul tensiunilor pentru circuitul RLC serie din figura 30.c și înmulțim valorile laturilor cu intensitatea efectivă I , triunghiul nou obținut va avea laturile egale cu valorile puterilor, figura 36.

În acest triunghi, ipotenuza reprezintă **puterea aparentă**, P_a , și este dată de relația:

$$P_a = UI \quad (106)$$

Aceasta reprezintă *energia furnizată în fiecare secundă circuitului de sursă de tensiune alternativă*.

Unitatea de măsură pentru puterea aparentă este numită **volt-ampere**, notată cu **VA**. Puterea aparentă este puterea care se obține prin înmulțirea valorilor efective ale intensității curentului și tensiunii electrice măsurate direct prin plasarea unui voltmetru și a unui ampermetru în circuitul alternativ.

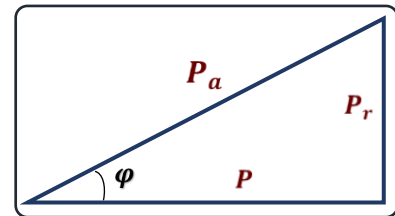


Figura 36 Triunghiul puterilor.

Cateta opusă unghiului φ se numește **putere reactivă**, P_r , reprezintă puterea înmagazinată în câmpul electric dintre armăturile condensatorului și în câmpul magnetic al bobinei și este dată de relația:

$$P_r = I \cdot (U_L - U_C) = I^2 \cdot (X_L - X_C) \quad (107)$$

Unitatea de măsură pentru puterea aparentă este numită **volt-ampere-activ**, notată cu **VAR**. Din figura 36 se observă că pentru puterea reactivă se poate scrie și relația:

$$P_r = P_a \sin \varphi = UI \sin \varphi \quad (108)$$

Cateta alăturată unghiului φ se numește **putere activă**, P , și reprezintă puterea disipată pe rezistorul R . Această mărime este dată de relația:

$$P_r = U_R I \quad (109)$$

iar unitatea de măsură a acesteia este **W** (watt-ul). Din triunghiul puterilor se observă că puterea activă poate fi scrisă și sub forma:

$$P = P_a \cos \varphi = UI \cos \varphi \quad (110)$$

Factorul $\cos \varphi$ este numit **factor de putere** și ne arată ce fracțiune din puterea furnizată de sursa de tensiune alternativă circuitului este reprezentată de puterea activă, adică câtă energie este disponibilă consumatorului.

Se observă că pe condensatoarele și bobinele ideale nu există putere disipată în circuitele de curent alternativ. Pentru a înțelege de ce, să analizăm circuite care conțin fie doar condensatorul, fie doar bobina. În cazul în care circuitul conține un condensator și o sursă de tensiune alternativă, pe măsură ce tensiunea crește într-o direcție spre valoarea maximă, sarcinile încep să se acumuleze pe armături. Când tensiunea atinge valoarea maximă, sarcina acumulată atinge și ea valoarea maximă, iar energia stocată de condensator

este $\frac{CU_{max}^2}{2}$. Această energie este momentană, când tensiunea scade spre valoarea minimă, condensatorul se descarcă și returnează sursei alternative energia furnizată pe parcursul încărcării. Astfel, puterea medie furnizată de sursa de tensiune alternativă este nulă și astfel nu există pierderi de putere într-un condensator aflat într-un circuit de curent alternativ.

În continuare, să considerăm situația în care circuitul conține doar bobina ideală. Pe măsură ce intensitatea curentului prin bobină crește spre valoarea maximă, energia stocată în câmpul magnetic al bobinei se crește spre valoarea maximă $\frac{LI_{max}^2}{2}$, iar când curentul începe să scadă, energia stocată este returnată sursei de tensiune și bobina va menține curentul prin circuit.

Relația (110) ne arată că puterea furnizată de o sursă de curent alternativ depinde de faza φ . Acest fapt are multe aplicații interesante. De exemplu, o fabrică care utilizează motoare, generatoare sau transformatoare, sarcina inductivă este mare. Pentru a putea furniza o putere mare acestor dispozitive fără a utiliza tensiuni excesiv de ridicate, în circuite se introduc condensatoare pentru a schimba faza.

11.7. TRANSFORMATORUL. REDRESORUL

Pentru a reduce pierderile de energie pe rețelele de transport ale curentului electric pe distanțe mari, se utilizează tensiuni ridicate și curenți de intensitate mică. Acest lucru reduce pierderile de energie datorate rezistenței firelor sau prin efect Joule. După cum am precizat, puterea disipată pe rezistoare este RI^2 , iar prin efect Joule $RI^2\Delta t$. Astfel, pe liniile de transport utilizate în multe zone se utilizează rețele de înaltă tensiune de 110 kV, 220 kV, 400 kV sau chiar și 750 kV. Însă, tensiunea finală utilizată în rețelele casnice sau industriale necesită valori mai mici ale tensiunii, fiind necesară coborârea tensiunii până la 20 kV la stațiile de distribuție și la 4000 V în cele care distribuie energia electrică către zonele rezidențiale. În final, la consumatori uzuali tensiunea este coborâtă până la 220 V (sau 120 V în unele țări). Prin urmare, este nevoie să se utilizeze un dispozitiv pentru a produce aceste modificări ale tensiunii fără a produce pierderi apreciabile ale puterii furnizate. Acest dispozitiv se numește **transformator** de curent alternativ.

Un transformator simplu de curent alternativ este alcătuit din două bobine realizate din fire înfășurate (bobinate) pe un miez de fier, figura 37. Acest dispozitiv seamănă cu dispozitivul utilizat de Faraday (vezi figura 2). Bobina din stânga este conectată la tensiunea alternativă de intrare se numește **primar** și are N_1 spire, iar cea din dreapta, formată din N_2 spire și conectată la un rezistor, este numită **secundar**. Rolul miezului de fier este

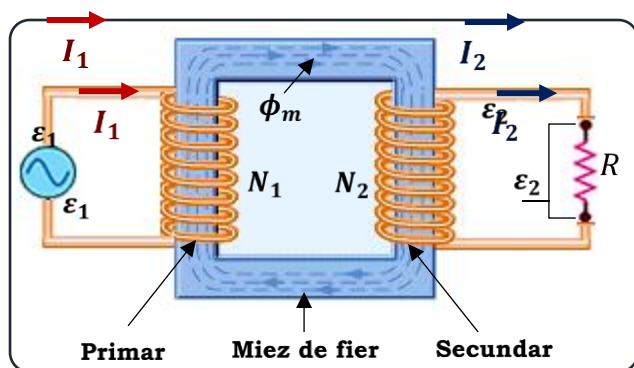


Figura 37 Schema unui transformator ideal. Primarul este conectat la o sursă de tensiune alternativă, iar secundarul la un rezistor R .

acela de a crește fluxul magnetic prin bobine și de a asigura un mediu în care liniile de câmp care străbat una din bobine pot trece către cealaltă bobină, realizând o maximizare a *inducției mutuale* între cele două bobine. Curenții turbionari sunt reduși prin utilizarea unui miez laminat, iar pierderile datorate transformării energiei electrice în energie internă în firele conductoare ale bobinelor

sunt, de regulă, foarte mici, transformatoarele obișnuite având o eficiența cuprinsă între 90% și 99%. În continuare vom vedea cum funcționează un transformator și vom considera un transformator ideal, astfel pierderile de energie prin bobine și miez sunt nule.

Sursa de tensiune alternativă va face ca prin primar să circule un curent alternativ. Acest curent va genera un flux magnetic variabil prin miez și va induce, conform legii lui Faraday, o tensiune electromotoare prin fiecare înfășurare. Acest flux magnetic variabil va induce în secundar un curent alternativ care va fi furnizat rezistorului care este conectat la acesta. Frecvențele intensității și tensiunii electromotoare induse au aceeași valoare cu cea a sursei de tensiune alternativă. Conform legii lui Faraday, tensiunea electromotoare în primar este:

$$\varepsilon_1 = -N_1 \frac{d\phi_m}{dt} \quad (111)$$

unde ϕ_m este fluxul câmpului magnetic prin fiecare bobină. Dacă toate liniile câmpului magnetic rămân în miezul de fier, atunci fluxul magnetic ce străbate primar va fi egal cu cel care străbate secundarul. Prin urmare, tensiunea indusă în secundar va fi dată de relația:

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\phi_m}{dt} \quad (112)$$

Din ultimele două relații obținem:

$$\varepsilon_2 = \frac{N_2}{N_1} \varepsilon_1 \quad (113)$$

Din relația precedentă se observa că atunci când $N_2 > N_1$, tensiunea de ieșire este mai mare decât cea de intrare și spunem că transformatorul funcționează ca un **ridicător de tensiune**. Când $N_2 < N_1$, tensiunea de ieșire este mai mică decât cea de intrare și spunem că transformatorul funcționează

ca un **coborât de tensiune**. Diagrama unui transformator conectat la o rezistență este prezentată în figura 38.

Dacă circuitul secundarului conține un rezistor R , atunci amplitudinea intensității curentului prin secundar este: $I_2 = \frac{\varepsilon_2}{R}$. Cum transformatorul este ideal (rezistența firelor bobinelor este neglijabilă), putere furnizată primarului trebuie să fie egală cu cea de ieșire a secundarului:

$$\varepsilon_1 I_1 = \varepsilon_2 I_2 \quad (114)$$

Din ultimele două relații obținem:

$$R_p = \frac{\varepsilon_1}{I_1} = R \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \quad (115)$$

unde R_p este rezistența echivalentă cu rezistența pe care este disipată puterea din secundar, văzută din primar. Această relație ne arată că atunci când curentul din circuitul secundarului este disipat pe un rezistor în secundar, atunci este ca și cum sursa este legată la un rezistor de rezistență egală cu produsul dintre valoarea rezistenței și pătratul raportului numărului de spire. Cu alte cuvinte, transformatorul „transformă” impedanța rețelei la care este legat circuitul secundarului. Relația precedentă are și consecințe practice. Astfel, puterea furnizată de sursă unui rezistor depinde atât de rezistența sursei, cât și de rezistență pe care este disipată energia în secundar. Puterea transferată între circuitul primarului și al secundarului este maximă când cele două rezistențe sunt egale. Atunci când o sursă de curent alternativ având o impedanță mare trebuie conectată la un circuit cu impedanță mică, de exemplu atunci când conectăm un amplificator la un difuzor, impedanța sursei poate fi „potrivită” cu cea a circuitului prin utilizarea unui transformator cu un raport $\frac{N_2}{N_1}$ potrivit.

Transformatoarele reale au întotdeauna anumite pierderi de energie. Deoarece firele bobinelor primarului și secundarului au o anumită rezistență și atunci o parte a energiei este disipată pe

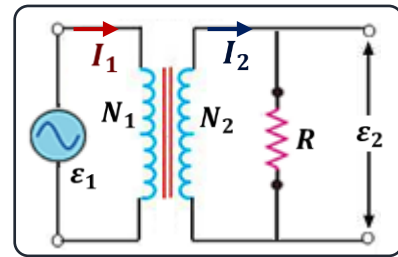


Figura 38 Diagrama unui transformator dintr-un circuit.



Figura 39 Circuitul interior al unui încărcător de telefon. Acesta conține un transformator coborât de tensiune, care reduce tensiunea de la rețeaua (220V) electrică la 5V.

aceste rezistențe. De aceea, atunci când punem mâna pe un încărcător de laptop sau telefon, după un anumit timp de funcționare, simțim că acesta se încălzește. În figura 39 este prezentată imaginea unui încărcător de telefon care a fost deschis pentru a vedea componentele electronice din interior. După cum se observă, circuitul intern al acestuia conține un transformator, rezistoare și condensatoare.

Dispozitivele electronice portabile (laptopuri, telefoane, tablete, etc) sunt alimentate cu un curent continuu furnizat de un acumulator intern. Însă, după un anumit timp de funcționare, acumulatorul trebuie reîncărcat cu ajutorul unui dispozitiv ca cel prezentat în figura 39. Acest adaptor conține un transformator care coboară tensiunea de la 220 V (sau 120 V în anumite țări) până la 5 V sau 12 V și un circuit care transformă curentul alternativ în curent continuu. Acest proces de convertire a tensiunii se numește **redresarea curentului alternativ**, iar dispozitivul care realizează acest proces este numit **redresor**.

Elementul cel mai important al unui redresor de tensiune este **dioda**, un element de circuit ce permite curentului să treacă doar într-o singură direcție și este un dispozitiv semiconductor. Dioda are o rezistență scăzută la trecerea curentului într-o direcție și rezistență foarte mare la trecerea curentului în direcție opusă. Pentru a înțelege cum redresează dioda curentul alternativ, să considerăm circuitul din figura 40, unde se utilizează un aranjament numit **redresor undă completă** format din patru diode. Transformatorul reduce tensiunea alternativă de la 220V la o tensiune mai mică necesară dispozitivului legat în secundarul acestuia, având rezistența R . Se observă că indiferent de direcția curentului provenit de la sursa alternativă, curentul ce trece prin rezistor are un sigur sens. În plus, redresorul transformă curentul alternativ în curent continuu, astfel încât că la bornele rezistorului căderea de tensiune U este constantă.

Intensitatea medie a curentului rectificat, I_{rm} , este definit astfel încât pe durata oricărui număr de cicluri, fluxul total de sarcină rămâne constant ca și cum intensitatea curentului este ar fi constantă. Denumirea de curent rectificat mediu nu înseamnă că intensitatea curentului redresat este egală cu valoarea medie a curentului sinusoidal inițial. Din figura 41 se observă că sarcina totală care trece prin circuit în timpul t corespunde

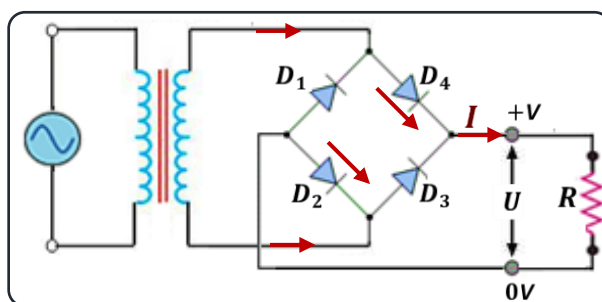


Figura 40 Transformator cuplat la un circuit de redresare undă întreagă. Curentul care trece prin rezistor este un curent continuu.

ariei de sub graficul $i = f(t)$ și este egală cu aria dreptunghiului de înălțime I_{rm} . Se observă că valoarea lui I_{rm} este mai mică decât valoarea maximă a intensității curentului, I . Între aceste intensități există relația:

$$I_{rm} = \frac{2}{\pi} I = 0,637 I \quad (116)$$

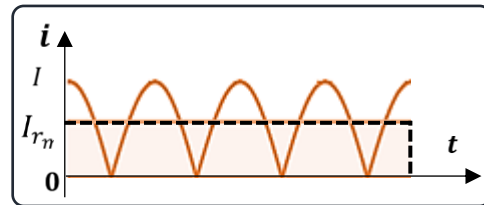


Figura 41 Graficul intensității curentului redresat undă complet și a valorii sale medii I_{rm} .

11.8. ÎNCARCAREA „WIRLESS”

Foarte multe dispozitive electronice, ca de exemplu, telefoane, periute de dinți sau chiar și automobile electrice, primesc energia electrică de la acumulatori (baterii reîncărcabile). După un anumit interval de timp aceste dispozitive trebuie reîncărcate. Acest proces se poate realiza fie utilizând un cablu care presupune un contact între componente metalice, fie pot fi reîncărcate utilizând dispozitive wireless („fără fir”) care nu presupun astfel de contacte. Aceste dispozitive utilizează fenomenul de inducție electromagnetică.

Un astfel de exemplu îl reprezintă periuta electrică pentru curățat dantura din figura 22. Pentru a reîncărca acumulatorul, periuta trebuie așezată în încărcător, care are la interior o bobină primară conectată la sursa de tensiune alternativă. Interiorul periei conține o bobină secundară, cu un număr mare de spire. În momentul în care primarul este alimentat de la rețeaua de curent electric alternativ, în jurul acesteia ia naștere un câmp magnetic variabil. Acest câmp magnetic va străbate secundarul și va induce în acesta un curent electric care va reîncărca acumulatorul. Acest proces este asemănător cu cel dintr-un transformator cu excepția faptului că în acest caz nu este prezent miezul de fier și, prin urmare, eficiența este mai scăzută. La final, când

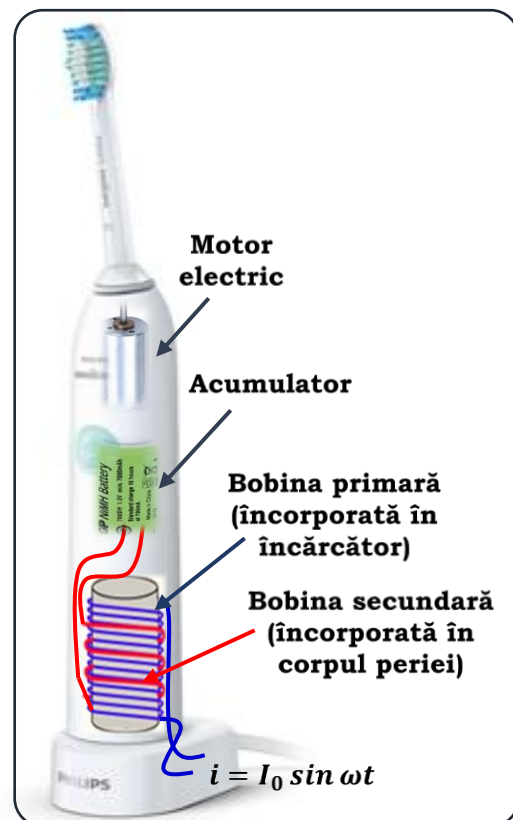


Figura 22 O periută electrică de dinți conține un acumulator (baterie reîncărcabilă) care este reîncărcat wireless pe baza fenomenului de inducție electromagnetică.

acumulatorul s-a încărcat, periuța poate fi utilizată fără a fi atașată de încărcător.

Încărcarea wireless a telefoanelor mobile se realizează asemănător. Energia electrică este transferată de la încărcătorul wireless la telefon doar prin poziționarea acestuia pe suprafața încărcătorului. Pentru ca acest proces să se realizeze cu un randament mai ridicat este necesar ca circuitul de încărcare al telefonului să nu fie ecranat de materiale metalice. De aceea, spatele telefoanelor, unde se află acest circuit, este construit din sticlă sau plastic. Utilizarea unui capac metalic ar face ca o mare parte din energia undei electromagnetice să fie preluată de acesta. În materialul metalic se generează un curent electric care va încălzi telefonul, proces ce este de evitat. Pentru a reduce acest fenomen se pot utiliza încărcătoare wireless care emită o undă electromagnetică acordată cu circuitul de încărcare al telefonului.

Transmisia wireless a energiei electrice trebuie realizată pe distanțe mici pentru a menține o eficiență rezonabilă a procesului de încărcare. Transmisia wireless a informației cu ajutorul undelor electromagnetice se poate realiza pe distanțe mari deoarece și semnalele de putere mică pot fi detectate și este important doar să receptăm informația din acesta, nu și energia.