12. POTENȚIALUL ELECTRIC

Pe parcursul acestui paragraf vom analiza energia asociată interacțiunilor electrice. De fiecare dată când aprindem un bec, utilizăm un laptop sau telefonul mobil ne bazăm pe energia electrică care este indispensabilă societății moderne în care trăim. În continuare vom utiliza conceptele de *energie* şi *lucru mecanic*, concepte pe care le-am introdus în capitolul de *Mecanică*, utilizându-le apoi şi în *Termodinamică*, pe care le vom exprima cu ajutorul conceptelor învățate până acum, de exemplu, sarcină electrică, fotă şi câmp electric, etc. Odată redefinite aceste concepte, le vom aplica pentru a rezolva simplu o mare varietate de probleme legate de electricitate.

Atunci când o sarcină electrică se află în mişcare într-un câmp electric, acesta va exercita asupra sarcinii o forță, pe care am numit-o forță electrică. Sub acțiunea acestei forțe, sarcina electrică îşi modifică starea de mişcare şi spunem că forța efectuează un lucru mecanic. Acest lucru mecanic poate fi exprimat întotdeauna cu ajutorul *energiei potențiale electrice*. Această energie depinde de poziția sarcinii electrice în câmpul electric, la fel cum energia potențială a unui corp depinde de poziția unui corp cu o anumită masă de suprafața Pământului. Pentru a descrie energia potențială electrică, vom introduce conceptul de *potențial electric*. Ne este familiar acest concept deoarece, într-un circuit electric, diferența de potențial între două puncte ale acestuia o numim *tensiune electrică*. Aceste două concepte, potențial electric şi tensiune electrică, sunt foarte importante pentru a înțelege cum funcționează un circuit electric şi au aplicații importante în foarte multe dispozitive.

12.1. ENERGIA POTENȚIALĂ ELECTRICĂ

Noțiunile de lucru mecanic şi energie potențială, precum şi legea de conservare a energiei ne-au fost de mare ajutor în studiul fenomenelor mecanice. Înainte de a utiliza aceste concepte în studiul interacțiilor electrice, să ne reamintim aceste noțiuni. În primul rând, atunci când o forță $\vec{F}$ acționează asupra unui corp pe care îl deplasează între două poziții A şi B, lucrul mecanic efectua de această forță se determină utilizând integrala curbilinie:

$$L_{A\to B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_A^B F dl \cos\alpha \qquad (57)$$

unde $d\vec{l}$ este o deplasare infinitezimală a punctului material în lungul unei traiectorii curbilinii, iar α este unghiul dintre vectorii $\vec{F}$ şi $d\vec{l}$ în fiecare punct al traiectoriei.

În al doilea rând, dacă forța $\vec{F}$ este conservativă, putem exprima lucrul mecanic cu ajutorul energiei potențiale, E_p. Atunci când punctul material se deplasează între cele două puncte A şi B, variația energiei potențiale este $\Delta E_p = E_{p_B} - E_{p_A}$, iar lucru mecanic efectuat de forța rezultantă este:

$$L_{A\to B} = -\Delta E_p = -\left(E_{p_B} - E_{p_A}\right) = E_{p_A} - E_{p_B} \qquad (58)$$

În final, teorema de variație a energiei cinetice ne spune că, pe durata deplasării, variația energiei cinetice punctului material este egală cu lucrul mecanic total efectuat asupra acestuia:

$$L_{A\to B} = \Delta E_c = E_{c_B} - E_{c_A} \qquad (59)$$

Din ultimele două relații se obține:

$$E_{p_A} - E_{p_B} = E_{c_B} - E_{c_A} \Rightarrow E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B} \qquad (60)$$

relație ce reprezintă *legea conservării energiei mecanice* în sisteme în care acționează forțe conservative.

În continuare vom defini aceste mărimi cu ajutorul conceptelor specifice interacțiunilor electrice învățate până în prezent. Să analizăm situația din figura **31**. Între două plăci metalice paralele, încărcate cu sarcini electrice de semn opus, este plasată o sarcină de probă q_0. Între cele două plăci apare un câmp electric uniform având intensitatea $\vec{E}$ şi a cărui orientare este de la placa încărcată pozitiv spre cea încărcată negativ. Câmpul electric exercită asupra sarcinii de probă forța electrică: $\vec{F} = q_0\vec{E}$ şi o deplasează pe distanța d între punctele A şi B. Forța exercitată asupra sarcinii este constantă şi independentă de poziția sarcinii şi efectuează lucrul mecanic:

$$L_{A\to B} = \vec{F}\cdot\vec{d} = q_0 E d \qquad (61)$$

unde am ținut cont că vectorii forță şi deplasare sunt paraleli şi, prin urmare, $cos\,\alpha = cos\,0° = 1$. Acest lucru mecanic este pozitiv deoarece forța are aceeaşi direcție cu cea a deplasării sarcinii de probă.

Componenta verticală a forței electrice este constantă şi aceasta nu are nici o componentă în lungul axelor ox sau oz. Această situație este analogă cu cea a forței de greutate exercitată asupra unui corp de masă m aflat în apropierea suprafeței Pământului. Cum forța de greutate este o forță conservativă, prin analogie, putem spune că şi forța electrică exercitată de câmpul uniform asupra sarcinii de probă este o forță conservativă. Prin urmare, lucrul mecanic efectuat asupra sarcinii de probă este independent de drumul urmat de aceasta între punctele A şi B, astfel încât putem scrie:

$$E_p = q_0 E y \qquad (62)$$

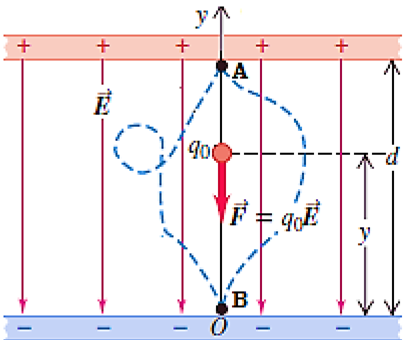

Figura 31. Lucrul mecanic efectuat la deplasarea unei sarcini electrice într-un câmp electric uniform. Acesta este independent de drumul urmat de sarcină între punctele A si B.

Lucrul mecanic efectuat la deplasarea sarcinii între puncte A şi B este egal cu:

$$L_{A\to B} = -\Delta E_p = -\left(E_{p_B} - E_{p_A}\right) = -(q_0 E y_B - q_0 E y_A) = q_0 E(y_A - y_B) \quad (63)$$

Pentru cazul particular din figura 29 $y_A - y_B = d$, astfel încât putem rescrie relația precedentă sub forma:

$$L_{A\to B} = q_0 E d \quad (64)$$

Energia potențială electrică poate fi determinată şi în situația în care câmpul electric nu este uniform. Putem să determinăm energia potențială electrică pentru orice sarcină punctiformă, plasată în orice câmp magnetic produc de o distribuție statică de sarcină electrică. De exemplu, este foarte util să determinăm lucrul mecanic efectuat asupra unei sarcini de probă q_0 care se află în câmpul electric produs de o singură sarcină punctiformă staționară q. Câmpul electric produs de o sarcină punctiformă este radial, după cum se observă din figura **10**.

Să considerăm o deplasare a sarcinii electrice de probă într-un câmp electric radial produs de o sarcină punctiformă pozitivă, ca în figura **32**. Forța exercitată asupra sarcinii de probă este dată de legea lui Coulomb şi are componenta radială:

$$F_r = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (65)$$

Dacă cele două sarcini au acelaşi semn, forța este repulsivă şi F_r este pozitivă, iar dacă au semne diferite, F_r este negativă. Pe parcursul deplasării, forța care acționează asupra sarcinii e probă nu este constantă şi, prin urmare, lucrul mecanic se va determina cu relația:

$$L_{A\to B} = \int_A^B F \cdot dr = \int_A^B \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr \quad (66)$$

Rezolvând integrala din relația precedentă vom obține:

$$L_{A\to B} = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right) \quad (67)$$

Lucrul mecanic efectuat de forța electrică în acest caz particular de mişcare depinde doar de poziția finală şi de cea inițială.

Să considerăm cazul mai general din figura 33, în care traiectoria dintre punctele A şi B nu mai este rectilinie. În acest caz, lucrul mecanic se va determina cu relația:

$$L_{A\to B} = \int_A^B F dl \cos\alpha = \int_A^B \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cos\alpha \, dl \quad (68)$$

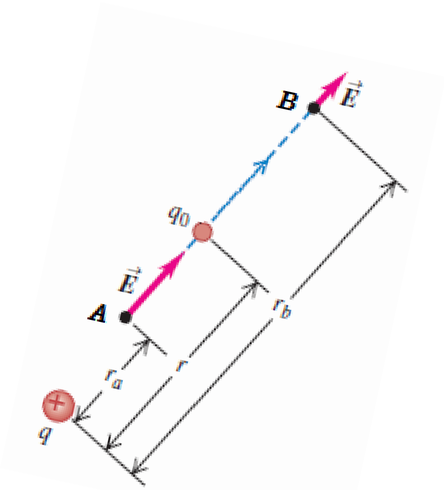

Figura 32. Sarcina de probă se deplasează rectiliniu într-un câmp radial creat de sarcina q.

Din figura **33** se observă că: $cos\alpha\, dl = dr$, astfel încât lucrul mecanic efectuat la o deplasare infinitezimală $d\vec{l}$ depinde doar de variația dr a poziției dintre cele două sarcini, aceasta reprezentând componenta radială a deplasării. Prin urmare, relația (67) este valabilă şi în cazul unei deplasări mai generale, nu doar în cazul celor rectilinii. Astfel, lucrul mecanic efectuat asupra sarcinii de probă q_0 de câmpul creat de sarcina q depinde doar de pozițiile r_A şi r_B, şi nu depinde de forma drumului. De asemenea, dacă sarcina de probă revine în poziția inițială, lucrul mecanic efectuat este nul. Prin urmare, forța electrică care acționează asupra sarcinii de probă este o forță conservativă.

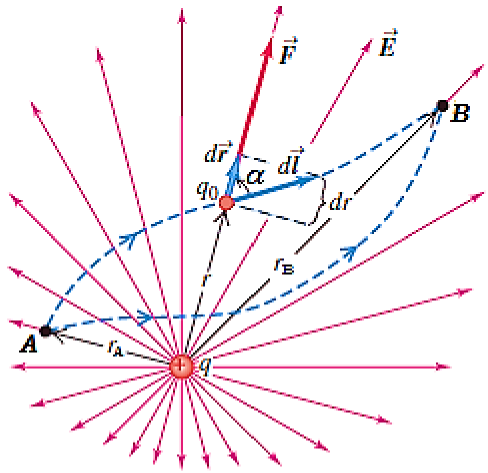

Figura 33. Lucrul mecanic efectuat asupra sarcinii de probă de câmpul electric produs de sarcina q nu depinde de drumul urmat, ci doar de distanta dintre sarcini.

Relația (67) este valabilă doar dacă definim energia potențială într-un punct prin relația: $E_{p_A}=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_A}$, atunci când sarcina de probă q_0 se află la distanța r_A fată de sarcina q care produce câmpul electric, sau $E_{p_B}=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_B}$ când sarcina q_0 se află la distanța r_B. Putem generaliza acest rezultant pentru orice poziție r între sarcina de probă şi sarcina q prin relația:

$$E_p = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \qquad (69)$$

Această relație este valabilă indiferent de semnul celor două sarcini, astfel încât energia potențială este pozitivă atunci când sarcinile au acelaşi semn şi negativă dacă ele au semne diferite.

Energia potențială este definită întotdeauna în raport cu o referință pentru care $E_p = 0$. În relația precedentă acest lucru este posibil doar atunci când distanța dintre q şi q_0 este infinită, $r \to \infty$. Prin urmare, ***energia potențială electrică reprezintă lucrul mecanic ce trebuie efectuat de câmpul electric asupra sarcinii de probă, pentru a o deplasa de la o poziție inițială r la infinit***.

În continuare, să presupunem că, câmpul electric care acționează asupra sarcinii de probă q_0 este produs de mai multe sarcini punctiforme q_1, q_2,..., q_i, situate la distanțele r_1, r_2,..., r_i, ca în figura **34**. Intensitatea câmpului electric total va fi egală cu suma vectorială a câmpurilor produse de fiecare sarcină, iar lucrul mecanic total va fi egal cu suma algebrică a lucrurilor mecanice produse de acțiunea acestor câmpuri asupra sarcinii de probă. Energia potențială asociată sarcinii de probă în poziția respectivă va fi dată de relația:

$$E_p = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \cdots + \frac{q_i}{r_i}\right) = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i} \qquad (70)$$

Putem considera orice distribuție de sarcină ca fiind o grupare de sarcini punctiforme. Relația precedentă ne arată că putem găsi întotdeauna o funcție de energie potențială pentru orice câmp electrostatic. Va rezulta că, pentru orice câmp electric generat de o distribuție statică de sarcini, forța exercitată de câmpul respectiv este o forță conservativă.

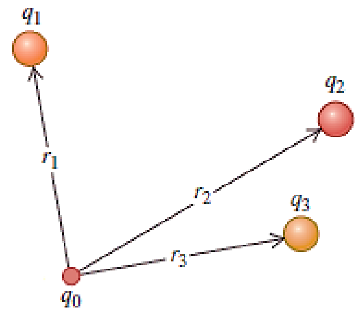

Figura 34. Energia potențială asociată sarcinii de probă depinde de celelalte sarcini din sistem şi de distanța dintre sarcina de probă şi acestea.

Ultimele două relații definesc starea în care $E_p = 0$ ca fiind starea în care distanțele sunt infinite, adică sarcina de probă se află la o distanță foarte mare de sarcinile care produc câmpul. Însă, poziția în care $E_p = 0$ este arbitrară. Întodeauna putem adăuga o constantă pentru a face ca energia potențială să fie nulă în orice punct dorim. În electrostatică, cel mai simplu este să alegem această poziție ca fiind la infinit.

12.2. POTENȚIALUL ELECTRIC

După cum am spus mai sus, o sarcină electrică aflată într-o anumită poziție în câmp electric are o energie potențială E_p în raport cu o anumită configurație a sistemului pentru care putem considera că $E_p = 0$. Raportul dintre energia potențială şi sarcina electrică defineşte o nouă mărime fizică numită ***potențial electric***, V:

$$V = \frac{E_p}{q_0} \qquad (71)$$

Această mărime fizică depinde doar de distribuția de sarcină electrică şi are o anumită valoare în fiecare punct al câmpului electric în care se află sarcina electrică. Potențialul electric este foarte util în determinarea energiei particulelor încărcate electric şi uşurează multe calcule legate de câmpul electric deoarece acesta este strâns legat de intensitatea câmpului electric $\vec{E}$.

Deoarece energia potențială electrică şi sarcina electrică sunt mărimi scalare şi potențialul electric este tot o mărime scalară a cărei uitate de măsură în SI este:

$$[V]_{SI} = 1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}} = 1\mathrm{V}\ (\text{volt}) \qquad (72)$$

Unitatea de măsură a potențialului electric a fost denumită în onoarea fizicianului italian Alessandro Volta (1745-1827).

Dacă împărțim relația (58), care exprimă teorema de variație a energiei potențiale, la sarcina electrică obținem:

$$\frac{L_{A\to B}}{q_0} = \frac{-\Delta E_p}{q_0} = -\left(\frac{E_{pB}}{q_0} - \frac{E_{pA}}{q_0}\right) = -(V_B - V_A) = V_A - V_B = U_{AB} \qquad (73)$$

Astfel, observăm că ***diferența de potențial între două puncte A și B, $U_{AB} = V_A - V_B$, este egală cu lucrul mecanic efectuat pentru a deplasa sarcina de probă între punctele respective***. Diferența de potențial dintre două puncte o vom numi, atunci când studiem circuitele electrice, și ***tensiune electrică***, figura **35**.

Potențialul electric într-un punct al câmpului electric creat de o sarcină q este dat de relația:

$$V = \frac{E_p}{q_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = k\frac{q}{r} \qquad (74)$$

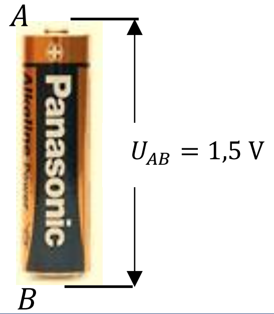

Figura 35. Tensiunea electrică a unei bateri este egală cu diferența de potențial $V_{AB} = V_A - V_B$ între borna pozitivă și cea negativă.

unde r este distanța dintre sarcina punctiformă q și punctul unde dorim să determinăm potențialul electric. Dacă sarcina care creează câmpul este pozitivă, potențialul electric este pozitiv în toate punctele, iar dacă sarcina este negativă, potențialul va fi, la rândul său, negativ. Potențialul este nul în poziția ce corespunde distanței $r = \infty$, adică la o distanță infinită față de sarcina care creează câmpul. Observăm că și potențialul electric, ca și câmpul electric, este independent de sarcina de probă q_0 pe care o utilizăm pentru a-l defini.

Dacă în sistem se găsesc mai multe sarcini punctiforme, atunci potențialul electric se determină cu relația:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i} = k\sum_i \frac{q_i}{r_i} \qquad (75)$$

În relația precedentă r_i este distanța dintre sarcina q_i și punctul în care determinăm potențialul electric. La fel cum intensitatea câmpului electric creat de mai mute sarcini punctiforme este egal cu suma vectorială a intensităților câmpurilor individuale produse de fiecare sarcină, și potențialul electric datorat unor sarcini punctiforme va fi egal cu suma algebrică a potențialelor datorate fiecărei sarcini.

În cazul unei distribuții continue de sarcini electrice, potențialul electric se determină cu relația:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r} = k\int \frac{dq}{r} \qquad (76)$$

Această relație poate fi particularizată în funcție de tipul de distribuție a sarcinii electrice. Astfel, pentru o distribuție volumică de sarcină electrică $\rho = \frac{dq}{dV}$ putem scrie:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho dV}{r} \qquad (77)$$

pentru o distribuție superficială $\sigma = \frac{dq}{dS}$ vom avea:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma dS}{r} \qquad (78)$$

iar pentru o distribuție liniară de sarcină $\lambda = \frac{dq}{dl}$ putem scrie pentru potențialul electric relația:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_L \frac{\lambda dl}{r} \qquad (79)$$

În toate aceste relații, r este distanța de la elementul de sarcină dq la punctul din câmpul electric în care determinăm potențialul electric.

Pentru o grupare de mai multe sarcini punctiforme, determinarea potențialului electric se realizează uşor cu relația (75). Însă, sunt situații în care se cunoaşte sau se poate determina foarte uşor intensitatea câmpului electric. În această situație putem determina diferența de potențial dintre două puncte cu ajutorul relației:

$$V_B - V_A = -\frac{L_{A\to B}}{q_0} = -\frac{\int_A^B \vec{F}d\vec{l}}{q_0} = -\int_A^B \vec{E}d\vec{l} \qquad (80)$$

unde am ținut cont de expresia forței electrice: $\vec{F} = q_0\vec{E}$. Această relație ne spune că diferența de potențial dintre două puncte este egală cu lucrul mecanic efectuat de forța electrică asupra unității de sarcină pentru a o deplasa, împotriva câmpului electric, între cele două puncte.

Relația precedentă ne permite să definim o altă unitate de măsură în SI pentru intensitatea câmpului electric, şi anume:

$$[E]_{SI} = 1\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \qquad (81)$$

În practică, această unitate de măsură este cea mai utilizată pentru a exprima intensitatea câmpului electric. Astfel, putem interpreta intensitatea câmpului electric ca fiind *o măsura a variației potențialului electric într-un anumit punct.*

Din relația (80) obținem:

$$V_B - V_A = -\int_A^B Edl\cos\alpha = -\int_A^B \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\alpha\, dl \qquad (82)$$

Revenind asupra figurii 31, observăm că: $\cos\alpha\, dl = dr$, astfel încât putem scrie relația precedentă sub forma:

$$V_B - V_A = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_A^B \frac{dr}{r^2} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}\Big|_{r_A}^{r_B} \qquad (83)$$

de unde obținem:

$$V_B - V_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) = kq\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) \qquad (84)$$

Această relație ne arată că integrala $\vec{E}d\vec{l}$ este independentă de drumul dintre punctele A şi B, iar câmpul electric creat de o sarcină punctiformă este un câmp conservativ. În plus, se observă că diferența de potențial dintre două puncte ale unui câmp creat de o sarcină punctiformă, depinde doar de coordonatele radiale r_A şi r_B.

O unitate de măsură foarte utilizată în fizica atomică şi nucleară este ***electron-voltul***, **eV**, care se defineşte ca fiind egală cu variația energiei unui sistem de sarcini atunci când o sarcină elementară (electron sau proton) este deplasată între două puncte între care există o diferență de potențial de 1V:

$$1\text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{C} \cdot 1\text{V} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{J} \qquad (85)$$

De exemplu, viteza unui electron dintr-un fascicul de raze X utilizate în radiografiile dentare este de aproximativ $1{,}4 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{s}$. Această viteză corespunde unei energii cinetice de $1{,}1 \cdot 10^{-14}\text{J}$ care este echivalentă cu $6{,}7 \cdot 10^4\text{eV}$. Pentru a atinge viteza respectivă, un electron trebuie accelerat din repaus la o diferență de potențial de 67kV.

12.3. GRADIENTUL DE POTENȚIAL

Există o legătură strânsă între potențialul electric şi câmpul electric. Această legătură este exprimată de relația (80):

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}d\vec{l}$$

Astfel, dacă se cunoaşte intensitatea câmpului electric în diferite puncte, putem utiliza această relație pentru a determina diferența de potențial. În continuare vom vedea cum putem calcula intensitatea câmpului electric dacă se cunoaşte potențialul în puncte diferite ale câmpului. Considerând potențialul V ca o funcție de coordonatele (x, y, z) ale punctului în spațiu, vom vedea că coordonatele vectorului $\vec{E}$ sunt legate de derivatele parțiale ale potențialului electric în raport cu aceste coordonate.

Diferența de potențial $V_B - V_A$ apare la deplasarea sarcinii electrice între două puncte A şi B. Astfel, putem scrie:

$$V_B - V_A = \int_A^B dV \qquad (86)$$

unde dV reprezintă variația infinitezimală a potențialului electric ce însoteşte o deplasare infinitezimală $d\vec{l}$ a sarcinii între cele două puncte. Astfel, putem scrie:

$$\int_A^B dV = -\int_A^B \vec{E}d\vec{l} \qquad (87)$$

Aceste două integrale trebuie să fie egale pentru orice pereche de limite A şi B, astfel încât integranții sunt şi ei la rândul lor egali. Prin urmare, putem scrie:

$$dV = -\vec{E}d\vec{l} \qquad (88)$$

dacă scriem vectorii $\vec{E}$ şi $d\vec{l}$ utilizând componentele lor, adică:

$$\vec{E} = E_x\vec{\imath} + E_y\vec{\jmath} + E_z\vec{k} \text{ şi } d\vec{l} = dx\vec{\imath} + dy\vec{\jmath} + z\vec{k} \qquad (89)$$

vom obține:

$$dV = -\left(E_x dx + E_y dy + E_z dz\right) \qquad (90)$$

Dacă considerăm o deplasare paralelă cu axa ox, adică $dx = dy = 0$, atunci obținem:

$$dV = -E_x dx \Rightarrow E_x = -\left(\frac{dV}{dx}\right)_{x,y=const} \qquad (91)$$

Dar, această relație este ceea ce numim derivate parțiale pe care le notăm sub forma $\frac{\partial V}{\partial x}$. Astfel, putem scrie pentru componentele vectorului $\vec{E}$ relațiile:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x},\ E_y = -\frac{\partial V}{\partial y},\ E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \qquad (92)$$

Aceste relații sunt în concordanță cu unitatea $\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ pentru intensitatea câmpului electric. Astfel, putem scrie:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right) \qquad (93)$$

sau

$$\vec{E} = -\boldsymbol{grad}\, V = -\boldsymbol{\nabla} V \qquad (94)$$

unde, prin simbolurile ***grad*** sau $\boldsymbol{\nabla}$ am notat operatorul gradient:

$$\boldsymbol{grad} \equiv \boldsymbol{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}\right) \qquad (95)$$

În fiecare punct al câmpului, gradientul potențialului în punctul respectiv este orientat în direcția în care potențialul creşte mai rapid cu schimbarea poziției. Prin urmare, în fiecare punct $\vec{E}$ este orientat în direcția în care potențialul V descreşte cel mai repede.

Ecuația (94) nu depinde de alegerea arbitrară a punctului pentru care potențialul este nul. Dacă schimbăm poziția de potențial nul, atunci vom varia potențialul în fiecare punct prin aceeaşi cantitate, iar derivatele acestuia ar fi neschimbate.

Dacă $\vec{E}$ este radial în raport cu un punct sau o axă şi notăm cu r distanța până la punctul sau axa respectivă, putem scrie:

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r} \qquad (96)$$

Putem determina intensitatea câmpului electric produs de o distribuție de sarcină în două moduri: fie prin adăugarea intensității câmpului electric la sarcina punctiformă, fie prin calcularea prealabilă a potențialului electric, urmată de determinarea gradientului pentru a determina intensitatea câmpului electric. A doua metodă este mai simplu de utilizat deoarece potențialul este o mărime scalară şi trebuie să integrăm, în cel mai rău caz, această funcție. Intensitatea câmpului electric este un vector şi pentru a o determina trebuie să integrăm separat fiecare componentă a sa pentru a determina intensitatea totală a câmpului electric.

13. EXPERIMENTUL LUI MILLIKAN

Sarcina electronului, e, este o constantă fundamentală în fizică. R. A. Millikan, între anii 1909 şi 1913 a efectuat o serie de experimente cu scopul de a determina caracterul discret al sarcinii electrice. În acelaşi timp, acesta dorea să măsoare cu acuratețe valoarea celei mai mici sarcini electrice, despre care astăzi ştim că este sarcina unui electron.

În experimentul utilizat, Millikan a utilizat dispozitivul prezentat schematic în figura **36.a**, în care picături mici şi electrizate de ulei se deplasau în câmpul electric creat între două plăci paralele electrizate, una pozitiv, iar cealaltă negativ. Măsurând viteza picăturii de ulei în absența câmpului electric, datorată doar atracției gravitaționale şi viteza acesteia când între plăci există o diferență de potențial, viteză modificată de acțiunea forței electrice asupra picăturii de ulei electrizate, se obțin rezultate ce ne permit să determinăm sarcina picăturii de ulei. Pentru a ioniza aerul din interiorul camerei, Millikan a folosit raze X, iar electronii rezultați în urma acestui proces au aderat la picăturile de ulei, încărcându-le negativ. O sursă de lumină ilumina picăturile de ulei care erau vizualizate prin intermediul unui telescop, perpendicular pe direcția fasciculului de lumină. Vizualizate în acest mod picăturile apar ca mici stele luminoase, şi rata de cădere a picăturilor de ulei poate fi determinată.

Picăturile de ulei care cad între cele două plăci electrizate sunt supuse acțiunii mai multor forțe. Analizând aceste forțe putem obține o expresie care să ne permită să determinăm sarcina picăturii de ulei şi, prin urmare, a sarcinii electronului. Dacă o picătură de masă m, presupusă sferică, cade între cele două plăci, forța gravitațională care acționează asupra sa este: $F_g = mg$. În absența câmpului electric, singura forță care mai acționează asupra unei picături de ulei este forța de frecare dintre aceasta şi aerul din cameră. Această forță este dată de relația lui Stokes: $F_r = rv = 6\pi\eta rv$, relație în care η este coeficientul de frecare vâscoasă al aerului, iar r este raza picăturii de ulei. Viteza picăturii de ulei creşte până când aceasta atinge viteza finală, care este constantă şi care corespunde situației în care $F_g = F_r$, figura **36.b**. În acest caz, putem scrie:

$$mg = 6\pi\eta rv_f \qquad (97)$$

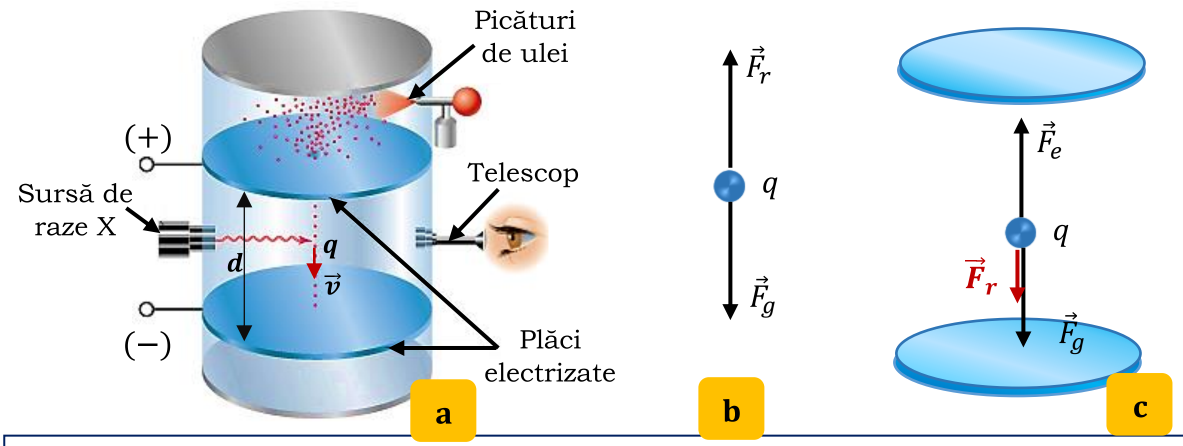

Figura 36. (a). Schema aparatului utilizat pentru determinarea sarcinii electrice elementare. **(b)**. În absenta câmpului electric asupra picăturii de ulei acționează forța gravitațională şi forța de frecare vâscoasă. **(c).** Când între cele două plăci se stabileşte o diferență de potențial, asupra picăturii de ulei acționează, în plus, şi forța electrică care deplasează picătura în sus.

Masa picăturii de ulei poate fi exprimată în funcție de raza şi densitatea sferei, prin relația: $m = \rho V = \frac{4}{3}\rho\pi r^3$. Astfel, măsurând viteza de cădere a picăturii de ulei, v_f, putem determina raza picăturii de ulei cu relația:

$$\frac{4}{3}\rho\pi r^3 g = 6\pi\eta r v_f \Rightarrow r = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g}} \qquad (98)$$

Generând o diferență de potențial V_{12} între cele două plăci paralele, între acestea apare un câmp electric uniform $E = \frac{V_{12}}{d}$. Câmpul electric este orientat de la placa încărcată pozitiv spre cea încărcată negativ. Prin urmare, picătura de ulei fiind încărcată negativ se va deplasa în sus, ca în figura **36.c**. În acest caz, pe lângă forța gravitațională şi cea de frecare, asupra picăturii de ulei acționează şi forța electrică: $F_e = qE$. Sub acțiunea acestor forțe picătura de ulei urcă cu viteza constantă v_u. În acest caz, putem scrie relația:

$$mg + 6\pi\eta r v_u = qE \qquad (99)$$

Din ultimele două relații obținem pentru sarcina electrică a picăturii de ulei expresia:

$$q = (v_f + v_u)\frac{\sqrt{v_f}}{V_{12}}\eta^{\frac{3}{2}}\frac{18\pi d}{\sqrt{2\rho g}} \qquad (100)$$

Ținând cont de faptul că, pentru un dispozitiv dat, η, d, ρ şi g sunt cunoscute, putem rescrie relația precedentă sub forma:

$$q = const \cdot (v_f + v_u)\frac{\sqrt{v_f}}{V_{12}} \qquad (101)$$

Astfel, măsurând vitezele v_f şi v_u, în absența şi în prezența câmpului electric şi cunoscând diferența de potențial V_{12} dintre cele două plăci, se poate determina sarcina picăturii de ulei.

După ce a efectuat măsurători asupra unui număr foarte mare de picături de ulei, Millikan a găsit că această sarcină este un multiplu întreg al unei valori elementare e:

$$q = ne \qquad (102)$$

unde $n = 0, -1, -2, \ldots$, iar $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19} C$. Acest experiment a aduc dovezi concludente că sarcina este cuantificată, iar pentru lucrările sale, Millikan a fost recompensat cu premiul Nobel în anul 1923.

14. CAPACITATEA ELECTRICĂ

Capacitatea electrică se referă la proprietatea unui sistem de a stoca energie potențială electrică şi sarcină electrică. Dispozitivul care realizează acest lucru se numeşte ***condensator*** şi se poate fi realizat prin izolarea a doi conductori, unul față de altul şi apropiați la o distanță mică unul de celălalt, fără a se atinge. Pentru a stoca energie într-un condensator trebuie să existe un transfer de sarcini între cele două conductoare, unul fiind încărcat negativ, iar celălalt pozitiv. La transferul de sarcină este efectuat un anumit lucru mecanic, acesta fiind stocat sub formă de energie potențială electrică.

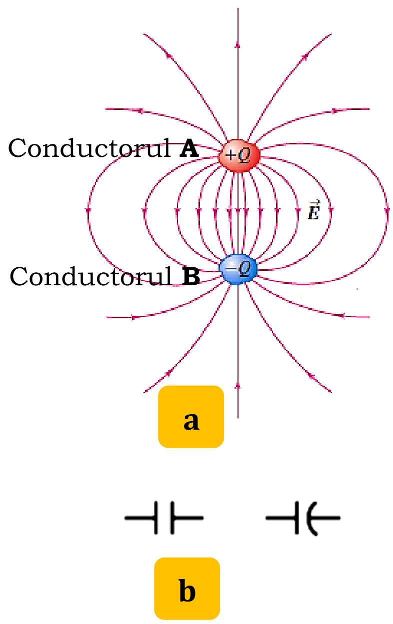

Figura 37. (a). Schema unui condensator electric. **(b)**. Simboluri pentru condensatoare.

Condensatoarele au o gamă largă de aplicații practice: blițurile aparatelor de fotografiat, televiziune. În acest paragraf ne vom axa pe proprietățile fundamentale ale condensatoarelor şi vom defini raportul dintre diferența de potențial dintre conductori şi sarcina acestora printr-o mărime nouă, numită capacitate electrică. Această mărime depinde de dimensiunile şi forma conductoarelor şi de materialul izolator dintre aceştia. Condensatoarele electrice ne furnizează un nou mod de a privi energia potențială electrică. Astfel, energia stocată într-un condensator încărcat este legată de câmpul electric din spațiul dintre conductori. După cum vom vedea, energia potențială electrică poate fi privită ca fiind energia stocată chiar de către însăşi câmpul electric. Această idee va fi fundamentul teoriei electromagnetice a undelor şi reprezintă o concepție modernă asupra naturii luminii.

14.1. CAPACITATEA ELECTRICĂ. CONDENSATOARE

Două conductoare paralele foarte apropiate, separate de un mediu izolator sau vid, formează un ***condensator***, ca în figura **37.a**. În marea majoritate a aplicațiilor, cele două conductoare sunt inițial neutre din punct de vedere electric şi electronii sunt transferați de la un conductor la celălalt. Acest proces se numeşte *încărcarea condensatorului*. După ce condensatorul a fost încărcat, cele două conductoare vor fi încărcate cu aceeaşi sarcină electrică, dar se semn opus, astfel încât sarcina totală a condensatorului este nulă. Astfel, când vom spune că un condensator este încărcat cu sarcina q, sau că cantitatea totală de sarcină stocată de acesta este Q, ne vom referi la faptul că, conductorul care are potențialul electric mai mare este încărcat cu sarcina $+Q$, iar cel care are potențialul mai mic va fi încărcat cu sarcina $-Q$. În circuitele de curent electric, condensatorul este reprezentat prin simbolurile din figura **37.b**.

O modalitate simplă de a încărca un condensator este aceea de a-l conecta, prin intermediul a două fire conductoare, la bornele unei baterii. Odată ce pe conductoare s-au acumulat sarcinile $+Q$ şi $-Q$, condensatorul este deconectat de la baterie. Astfel, între cele două conductoare se stabileşte o diferență de potențial V_{AB} care este egală cu tensiunea bateriei. Această diferență de potențial face ca între cele două conductoare să se stabilească un câmp electric care este proporțional cu valoarea sarcinii electrice Q de pe fiecare conductor. Dacă dublăm valoarea sarcinii electrice înmagazinată în condensator, densitatea de sarcină electrică se dublează şi, prin urmare, se dublează şi diferența de potențial. În acelaşi timp se dublează si intensitatea câmpului electric, însă raportul dintre sarcina electrică şi diferența de potențial rămâne constant. ***Capacitatea electrică***, ***C***, a unui condensator ***se defineşte ca fiind raportul dintre sarcina electrică înmagazinată de acesta și diferența de potențial electric dintre cele două conductoare izolate***:

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} \qquad (103)$$

Unitatea de măsură în SI a capacității electrice este *Faradul*, numită în onoarea fizicianului englez Michael Faraday:

$$[C]_{SI} = 1\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}} = 1\mathrm{F} \qquad (104)$$

Cu cât capacitatea unui condensator este mai mare, cu atât este mai mare valoarea sarcinii electrice Q acumulate pe cei doi conductori pentru o diferență de potențial dată şi, prin urmare, energia stocată de condensator creşte şi ea. Astfel, capacitatea electrică este o măsură a gradului de energie electrică stocată de condensator. După cum vom vedea, capacitatea electrică depinde doar de forma şi dimensiunile conductoarelor şi de natura materialului izolator dintre acestea.

În continuare vom determina capacitatea unui condensator în funcție de diferența de potențial dintre conductoare, pentru o anumită valoare a sarcinii electrice, utilizând relația de definiție (103). Pentru început vom considera doar cazul condensatoarelor în vid, adică situația în care între cele două conductoare ale condensatorului se află vid.

14.1.1. CONDENSATORUL PLAN

Cel mai simplu exemplu de condensator este cel format din două plăci conductoare paralele, având aria S şi situate la distanța d mult mai mică în comparație cu dimensiunile acestora, ca în figura **38.a**. La încărcarea plăcilor cu sarcină electrică, câmpul electric creat este localizat aproape în întregime în regiunea dintre cele două plăci, figura 38 b. Acest câmp electric este uniform, iar sarcinile electrice sunt distribuite uniform pe cele două suprafețe opuse. Un astfel de condensator se numeşte ***condensator plan***. Intensitatea câmpul electric creat de distribuția superficială de sarcină este dat de legea lui Gauss, scrisă sub forma:

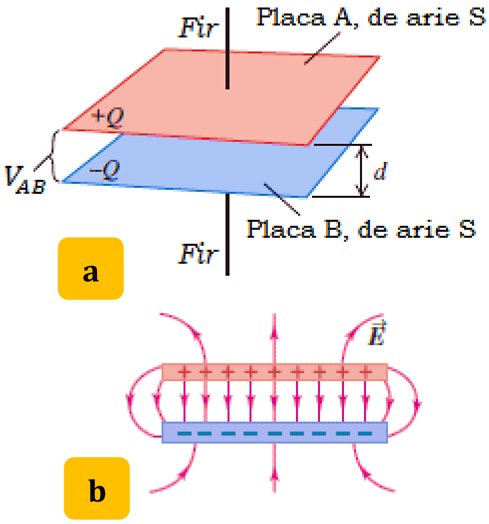

Figura 38. (a). Condensator electric plan. **(b).** Câmpul electric uniform dintre armăturile unui condensator plan.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} \qquad (105)$$

Diferența de potențial dintre cele două plăci separate de distanta d este:

$$V_{AB} = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S} \qquad (106)$$

Prin urmarea, capacitatea electrică a condensatorului plan este dată de expresia:

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{Q}{\frac{Qd}{\varepsilon_0 S}} \Rightarrow C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \qquad (107)$$

Capacitatea electrică depinde doar de geometria condensatorului şi este direct proporțională cu aria S a plăcilor şi invers proporțională cu distanța d dintre ele. Pentru un condensator dat, mărimile S şi d sunt constante, iar permitivitatea dielectrică a vidului ε_0 este o constantă universală. Astfel, în vid, capacitatea este o constantă independentă de sarcina electrică a condensatorului sau de diferența de potențial dintre cele două plăci.

Relația precedentă ne permite să exprimăm permitivitatea electrică a vidului în altă unitate de măsură în SI. Astfel:

$$\varepsilon_0 = \frac{Cd}{S} \Rightarrow [\varepsilon_0]_{SI} = 1\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} \qquad (108)$$

În final, trebuie precizat că o capacitate electrică de 1 F este foarte mare. În practică este mult mai util să se folosească submultiplii: $1\mu\mathrm{F} = 10^{-6}\mathrm{F}$, $1\mathrm{nF} = 10^{-9}\mathrm{F}$ şi $1\mathrm{pF} = 10^{-12}\mathrm{F}$. De exemplu, unitatea flash a blițului unei camere fotografice utilizează un condensator de câteva sute de microfarazi, iar capacitățile condensatoarelor circuitului unui radio sunt de $10 \div 100$ pF. Dacă forma plăcilor condensatorului este mai complicată decât în cazul condensatorului plan, capacitatea electrică va fi mai complicată decât cea dată de relația (107), după cum vom vedea în continuare.

14.1.2. CONDENSATORUL SFERIC

Un condensator sferic este format din două sfere concentrice de raze R şi r, încărcate cu aceeaşi sarcină, dar de semn opus, ca în figura **39**. Pentru a determina capacitatea acestui condensator vom pleca de la expresia diferenței de potențial dintre cele două sfere:

$$V_{AB} = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}d\vec{l} = -\int_r^R E dr \qquad (109)$$

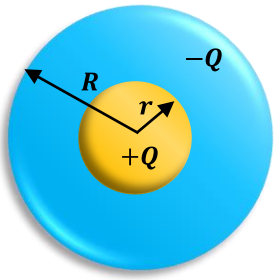

Figura 39. Condensator sferic.

Câmpul electric creat de o distribuție sferică de sarcină este dată de relația:

$$E = k\frac{Q}{r^2} \qquad (110)$$

Înlocuind acest rezultat în relația (109) obținem:

$$V_{AB} = -kQ\int_r^R \frac{dr}{r^2} = -kQ\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) = kQ\frac{R-r}{rR} \qquad (111)$$

Prin urmare, capacitatea electrică a condensatorului sferic va fi dată de relația:

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{Q}{kQ\frac{R-r}{rR}} = \frac{1}{k}\frac{rR}{R-r} = 4\pi\varepsilon_0\frac{rR}{R-r} \qquad (112)$$

Putem face o legătură între expresia precedentă şi capacitatea condensatorului plan. Mărimea $4\pi rR$ este intermediară între ariile celor două sfere $4\pi r^2$ şi $4\pi R^2$. De fapt, are semnificația ariei geometrice a celor două sfere, pe care o putem nota prin S_{geom}. Dacă notăm cu $d = R - r$ distanța dintre cele două sfere concentrice, astfel încât obținem pentru capacitatea condensatorului sferic expresia:

$$C = \varepsilon_0\frac{S_{geom}}{d} \qquad (113)$$

relație care este asemănătoare cu cea a capacității condensatorului plan. Dacă distanta dintre sfere este mică în comparație cu raza lor, capacitatea electrică este identică cu cea a condensatorului plan având aceeaşi arie şi spațiate identic.

14.1.2. CONDENSATORUL CILINDRIC

Un condensator cilindric este prezentat schematic în figura **40** şi este format din două conductoare cilindrice coaxiale, unul încărcat pozitiv cu sarcina $+Q$ şi având raza R, iar cel interior este încărcat negativ cu sarcina $-Q$ şi are raza r (unde $r < R$). Lungimea L a condensatorului este mult mai mare

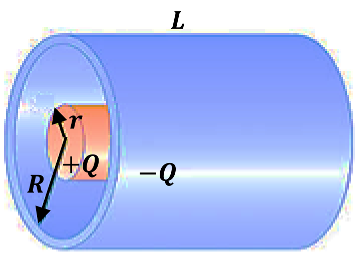

Figura 40. Condensator cilindric.

decât razele celor doi cilindrii astfel încât se pot neglija efectele care apar la capete. Diferența de potențial dintre cei doi cilindrii este:

$$V_{AB} = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}d\vec{l} = -\int_r^R Edr \qquad (114)$$

Câmpul electric creat de o distribuție cilindrică de sarcină este dată de relația:

$$E = 2k\frac{\lambda}{r} \qquad (115)$$

Înlocuind acest rezultat în relația (114) obținem:

$$V_{AB} = -2k\lambda \int_r^R \frac{dr}{r} = -2k\lambda ln\frac{R}{r} \qquad (116)$$

Deoarece sarcina pe cilindrul exterior este negativă, putem pune condiția ca potențialul suprafeței interioare a cilindrului de rază R să fie nul. În acest caz, potențialul pe suprafața exterioară o cilindrului de rază r este chiar diferența de potențial dintre cei doi cilindri. Prin urmare, capacitatea electrică a condensatorului cilindric va fi dată de relația:

$$C = \frac{Q}{|V_{AB}|} = \frac{Q}{2k\lambda ln\frac{R}{r}} = \frac{Q}{2k\frac{Q}{L}ln\frac{R}{r}} = 2\pi\varepsilon_0\frac{L}{ln\frac{R}{r}} \qquad (117)$$

Se observă că, capacitatea acestui condensator depinde doar de razele celor doi cilindrii şi de lungimea acestora. Din relația precedentă obținem pentru capacitatea pe unitatea de lungime a cilindrilor coaxiali relația:

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{ln\frac{R}{r}} \qquad (118)$$

Un exemplu de astfel de aranjament este cablul coaxial, care este format din doi cilindrii concentrici separați de un izolator. Un astfel de cablu îl utilizăm la televizor pentru recepția semnalului Tv. Cablul coaxial este util pentru ecranarea semnalelor electrice de influențele exterioare. Capacitatea pe unitatea de lungime a unui cablu coaxial utilizat la televizor este $69\frac{\mathrm{pF}}{m}$.

14.2. GRUPAREA CONDENSATOARELOR ÎN SERIE ŞI ÎN PARALEL

Condensatoarele sunt fabricate având anumite valori ale capacităților şi ale tensiunii de lucru. Însă, aceste valori standard pot fi diferite de cele de care avem nevoie într-o anumită situație particulară. Putem obține valorile dorite dacă realizăm o combinație sau o grupare a diferitelor condensatoare, cele mai simple grupării fiind acelea în serie şi în paralel.

Să considerăm pentru început o grupare de ***două condensatoare grupate în serie***, ca în figura **41**. Cele două condensatoare sunt legate în serie, adică unul după altul, cu ajutorul firelor conductoare de legătură. Vom considera că inițial condensatoarele nu sunt încărcate. astfel, atunci când o diferența de potențial constantă şi pozitivă se stabileşte între punctele A şi B ale circuitului, condensatoarele se încarcă astfel încât pe fiecare armătura a acestora vom avea aceeaşi valoare a sarcinii electrice. Vom nota cu C_1 capacitatea primului condensator care acumulează sarcina Q şi cu C_2 capacitatea celui de-al doilea condensator care acumulează aceeaşi sarcină sarcina Q. Cele două armături ale condensatoarelor se încarcă cu sarcini care au aceeaşi valoare totală dar semne diferite, astfel încât putem spune că în cazul grupării în serie a condensatoarelor valoarea numerică a sarcinii electrice este aceeaşi pe toate armăturile. Diferența de potențial dintre punctele A şi B ale circuitului este:

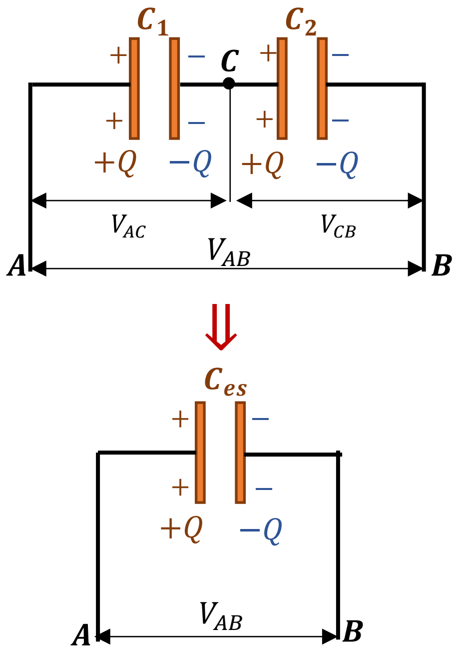

Figura 41. Doi condensatori grupați în serie pot fi înlocuiți cu unul singur având capacitatea echivalentă C_{es}.

$$V_{AB} = V_{AC} + V_{CB} \qquad (119)$$

Diferența de potențial de la capetele primului condensator este $V_{AC} = \frac{Q}{C_1}$, iar la capetele celui de-al doilea condensator $V_{CB} = \frac{Q}{C_2}$, astfel încât putem scrie:

$$V_{AB} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \Rightarrow \frac{V_{AB}}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \qquad (120)$$

Capacitatea echivalentă a grupării de condensatoare C_{eS} este definită ca fiind capacitatea unui condensator încărcat cu aceeaşi sarcină Q, când la capetele sale se află aceeaşi diferență de potențial V_{AB}. Cu alte cuvinte, putem înlocui cele două condensatoare cu unul singur, având capacitatea $C_{eS} = \frac{Q}{V_{AB}}$. Astfel, putem rescrie relația precedentă sub forma:

$$\frac{1}{C_{eS}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \qquad (121)$$

Putem extinde relația precedentă pentru orice circuit în care se află mai multe condensatoare legate în serie. Astfel, capacitatea echivalentă se poate determina cu relația generală:

$$\frac{1}{C_{eS}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \qquad (122)$$

Astfel, *inversul capacității echivalente este egal cu suma algebrică a inverselor capacităților condensatoarelor individuale grupate în serie*. În cazul grupării în serie, valoarea capacității echivalente a grupării este întotdeauna mai mică decât oricare din capacitățile condensatoarelor din grupare.

În figura **42** este prezentată o ***grupare în paralel de condensatoare***. Două condensatoare sunt legate în paralel între punctele A şi B, adică între aceleaşi puncte ale circuitului. După cum se observă din figură, în cazul grupării în paralel diferența de potențial dintre capetele condensatoarelor este aceeaşi V_{AB}. Sarcinile acumulate de cele două condensatoare sunt Q_1 şi Q_2, care nu sunt obligatoriu de aceeaşi valoare. În acest caz, sarcinile electrice acumulate de cele două condensatoare sunt: $Q_1 = C_1 V_{AB}$ şi $Q_2 = C_2 V_{AB}$. Sarcina totală a sistemului format de cele două condensatoare şi, prin urmare, sarcina acumulată de un condensator de capacitate echivalentă C_{ep} este:

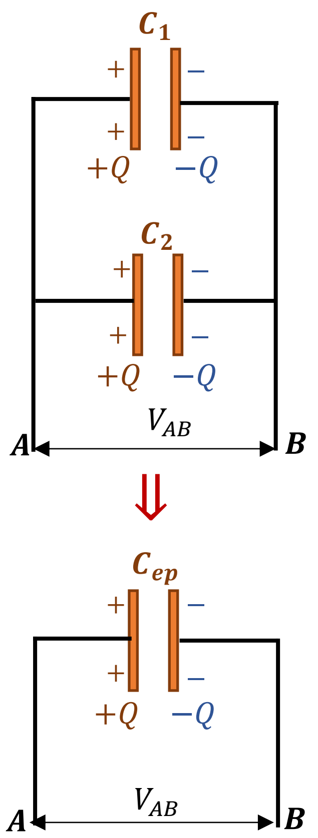

Figura 42. Doi condensatori grupați în paralel pot fi înlocuiți cu unul singur având capacitatea echivalentă C_{ep}.

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_{ep} V_{AB} \qquad (123)$$

sau

$$C_1 V_{AB} + C_2 V_{AB} = C_{ep} V_{AB} \qquad (124)$$

Din relația precedentă obținem, pentru capacitatea echivalentă a condensatorului ce ar putea înlocui cele două condensatoare legate în serie, expresia:

$$C_{ep} = C_1 + C_2 \qquad (125)$$

Relația precedentă poate fi generalizată pentru o grupare formată din mai multe condensatoare legate în paralel, adică:

$$C_{ep} = \sum_{i=1}^{n} C_n \qquad (126)$$

Astfel, capacitatea echivalentă a grupării paralel este egală cu suma algebrică a capacităților condensatoarelor ce formează gruparea. În cazul grupării în paralel a condensatoarelor, capacitatea echivalentă a grupării este întotdeauna mai mare decât cea a oricărui condensator din gruparea paralel.

14.3. ENERGIA STOCATĂ DE UN CONDENSATOR. ENERGIA CÂMPULUI ELECTRIC

Multe dintre aplicațiile importante ale condensatoarelor depind de capacitatea acestora de a stoca energie. Energia potențială electrică stocată într-un condensator este egală cu lucrul mecanic efectuat pentru a-l încărca, adică pentru a separa sarcinile electrice de semne diferite pe cele două armături ale acestuia. La descărcarea condensatorului, această energie este transformată în lucru mecanic efectuat de forțele electrice.

Energia potențială a unui condensator încărcat poate fi determinată cu ajutorul lucrului mecanic efectuat pentru a încărca condensatorul. Astfel, dacă notăm cu Q sarcina electrică a condensatorului încărcat atunci când diferența de potențial ajunge la valoarea ΔV, putem scrie:

$$\Delta V = \frac{Q}{C} \qquad (127)$$

La un moment dat, înainte ca condensatorul să fie complet încărcat, sarcina electrică acumulată de acesta este q, lucrul mecanic efectuat pentru a-i mai transfera acestuia cantitatea dq este:

$$\delta L = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq \qquad (128)$$

Lucrul mecanic total efectuat pentru a încărca condensatorului de la zero la sarcina Q este:

$$L = \int_0^Q \frac{q}{C} dq \Rightarrow L = \frac{Q^2}{2C} \qquad (129)$$

Acest lucru mecanic este egal cu cel efectuat de câmpul electric la descărcarea condensatorului. În acest caz, q scade de la valoarea inițială Q la zero pe măsură ce potențialul scade şi el de la valoarea ΔV la zero.

Dacă definim energia potențială a condensatorului descărcat ca fiind nulă, atunci lucrul mecanic din relația precedentă este egal cu energia potențială electrică a condensatorului încărcat, astfel încât putem scrie:

$$E_{pe} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{C\Delta V^2}{2} = \frac{Q\Delta V}{2} \qquad (130)$$

Ultimul termen al relației precedente, $E_{pe} = \frac{Q\Delta V}{2}$, ne arată că lucrul mecanic total efectuat pentru a încărca condensatorul este egal cu produsul dintre sarcina totală şi valoarea medie a diferenței de potențial pe parcursul procesului de încărcare. Expresia $E_{pe} = \frac{Q^2}{2C}$ ne indică că un condensator încărcat este analogia electrică a unui resort întins având energia potențială elastică $E_p = \frac{kx^2}{2}$,. Sarcina Q este analogă elongației x, iar constanta elastică k, inversului capacității electrice. Energia furnizată condensatorului pentru a se încărca este analogă cu lucrul mecanic efectuat pentru întinderea resortului.

Relația (130) ne arată că, capacitatea electrică este o măsură a abilității unui condensator de a stoca energie şi sarcină. Dacă încărcăm un condensator prin conectarea lui la o baterie sau o altă sursă ce furnizează o anumită diferența de potențial, atunci prin creşterea valorii capacității obținem o cantitate mai mare de sarcină electrică şi o energie mai mare stocată de acesta.

Putem considera că energia stocată în câmpul electric dintre armăturile condensatorului, pe măsură ce acesta este încărcat. Acest considerent este rezonabil deoarece intensitatea câmpului electric este proporțională cu sarcina electrică stocată de condensator. Pentru un condensator plan, diferența de potențial este legată de intensitatea câmpului electric de relația: $V_{AB} = Ed$, iar expresia capacității acestuia am stabilit-o anterior şi are expresia: $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$. Dacă înlocuim aceste relații în ecuația (130) obținem:

$$E_{pe} = \frac{\varepsilon_0 S(Ed)^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 SdE^2}{2} \qquad (131)$$

Dar, volumul dintre plăcile condensatorului este $V = Sd$, astfel încât putem defini ***densitatea de energie electrică***, definită ca fiind energia pe unitatea de volum, prin relația:

$$w_e == \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \qquad (132)$$

Deşi relația precedentă a fost stabilită pentru condensatorul plan, aceasta este general valabilă pentru orice condensator în vid, indiferent de configurația câmpului electric în vid. Această relație ne arată că densitatea de energie electrică este proporțională cu pătratul intensității câmpului electric într-un punct dat. Rezultatul precedent mai are o implicație importantă. Când ne referim la vid, ne referim la un spațiu unde nu există materie, însă în vid poate exista un câmp electric şi, prin urmare, energie electrică. Astfel, acest spațiu gol nu este, în cele din urmă, atât de gol. Vom reveni asupra acestei idei când vom discuta despre energia transportată de o undă electromagnetică.

14.4. DIELECTRICI

În marea majoritate a cazurilor, între armăturile unui condensator se află un material numit ***dielectric***, ca de exemplu cauciuc, sticlă, polistiren, parafină sau hârtie cerată. Prin plasarea unui material dielectric solid între plăcile unui condensator se obțin câteva lucruri interesante. În primul rând, se rezolvă problema menținerii armăturilor metalice a condensatoarelor la o distanță cât mai apropiată, fără a se atinge. În al doilea rând, utilizarea dielectricului măreşte posibilitatea obținerii unei diferențe maxime de potențial între armăturile condensatorului. După cum am văzut, orice material izolator supus acțiunii unui câmp electric suficient de intens suferă o ionizare parțială, ceea ce face ca acesta să devină conductor. Acest fenomen se numeşte ***străpungerea dielectricului.*** Astfel, foarte multe materiale dielectrice pot suporta câmpuri electrice de mare intensitate fără a apare fenomenul de străpungere şi, prin urmare, permite condensatorului să susțină o diferență de potențial mai mare. Acest lucru permite stocarea unei sarcini şi a unei energii mai ridicate.

În ultimul rând, capacitatea electrică a unui condensator cu anumite dimensiuni este mai mare în situația în care între armături este un dielectric, comparativ cu situația în care ar fi vid. Acest lucru poate fi dovedit dacă utilizăm un ***electrometru*** sensibil, ca în figura **43**. Un electrometru este un instrument electrostatic care serveşte la măsurarea potențialelor şi sarcinilor electrice. El

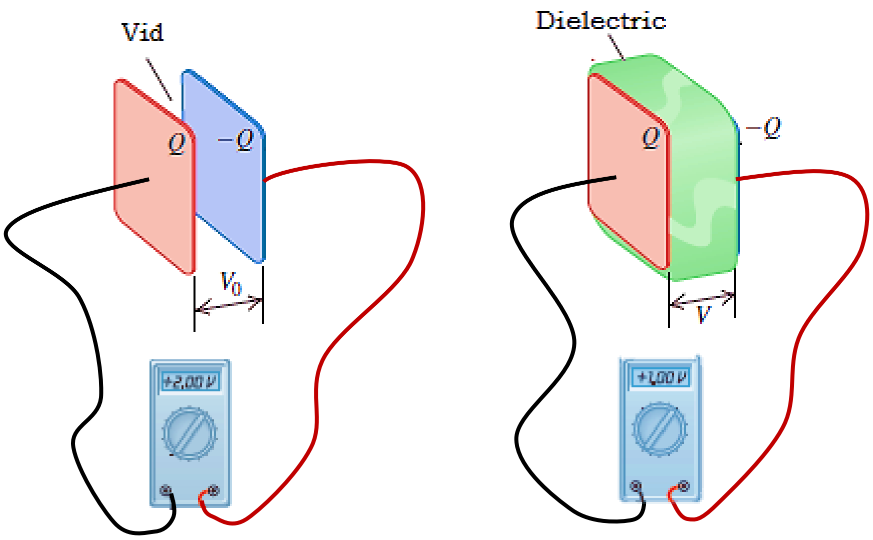

Figura 43. La introducerea unui dielectric între armăturile condensatorului diferența de potențial scade față de valoarea inițială.

măsoară tensiuni electrice pe cale electrostatică. Instrumentul mai este cunoscut şi sub numele de ***electroscop***. În figura **43.a**, un electrometru este conectat la bornele unui condensator încărcat cu sarcina Q pe fiecare armătură, între acestea existând o diferență de potențial V_0. Dacă între armături este inserat un material dielectric, experimentul arată că diferența de potențial scade, figura **43.b**. Dacă dielectricul este înlăturat, diferența de potențial revine la valoarea anterioară V_0, indicând că sarcina electrică inițială de pe armături nu s-a schimbat.

Inițial, capacitatea condensatorului este $C_0 = \frac{Q}{V_0}$, iar după introducerea dielectricului aceasta devine $C = \frac{Q}{V}$. În ambele situații valoarea sarcinii este aceeaşi, Q, iar $V_0 > V$ astfel încât putem concluziona că $C > C_0$. Când spațiul dintre armături este umplut complet cu un dielectric raportul dintre capacitățile C şi C_0 este numit ***constanta dielectrică*** a materialului:

$$K = \frac{C}{C_0} \qquad (133)$$

Constanta dielectrică K este un număr mai mare decât unitatea, iar în vid $K = 1$. În aer, la temperatură şi presiune obişnuite $K = 1{,}0006$, de aceea putem presupune că, capacitatea condensatorului în aer este egală cu cea în vid. Deşi constanta dielectrică a apei este mare ($K = 80{,}4$), aceasta nu este un dielectric practic deoarece apa este un solvent ionic foarte bun. Astfel, fiecare ion care este dizolvat în apă va produce o curgere a sarcini între armăturile condensatorului şi, prin urmare, acesta

Tabelul 1

Material	***Constanta dielectrică, K***	***Străpungerea dielectrică*** $\left(\frac{V}{m}\right)$
Vid	1	
Aer (1atm)	1,0006	$3 \cdot 10^6$
Parafină	2,2	10^7
Polistiren	2,6	$2{,}4 \cdot 10^7$
Plastic	2-4	$5 \cdot 10^7$
Hârtie	3,7	$1{,}5 \cdot 10^7$
Cuarț	4,3	$8 \cdot 10^6$
Ulei	4	$1{,}2 \cdot 10^7$
Sticlă	5	$1{,}4 \cdot 10^7$
Porțelan	6-8	$5 \cdot 10^6$
Cauciuc	6,7	$1{,}2 \cdot 10^7$
Apă	80	

se va descărca. Valoarea constantei dielectrice şi a străpungerii dielectrice, pentru câteva materiale, este prezentată în tabelul 1.

După cum am arătat mai sus, la introducerea dielectricului între armăturile condensatorului diferența de potențial scade cu un factor K, adică $V = \frac{V_0}{K}$. Prin urmare, intensitatea câmpului electric dintre armăturile condensatorului trebuie să scadă cu acelaşi factor:

$$E = \frac{E_0}{K} \qquad (134)$$

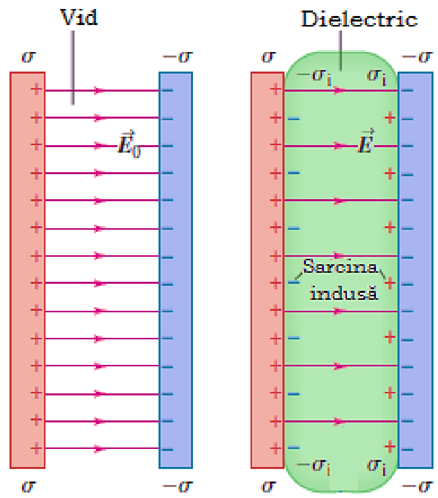

Figura 44. Liniile câmpului electric în absența şi în prezența dielectricului.

unde E_0 este intensitatea câmpului electric în vid, iar E este intensitatea câmpului în dielectric. Cum intensitatea câmpului electric este mai mică în dielectric, densitatea superficială de sarcină trebuie să fie şi ea mai mică. Sarcina superficială de pe armăturile condensatorului nu se modifică, însă pe suprafața dielectricului apare o sarcină indusă, de semn diferit, ca în figura **44**. Inițial, dielectricul este neutru din punct de vedere electric şi rămâne neutru. Sarcina indusă apare datorită redistribuirii sarcinilor pozitive şi negative din dielectric, fenomen numit ***polarizarea dielectricului***. Vom presupune că sarcina indusă pe suprafețele dielectricului este direct proporțională cu intensitatea câmpului electric în material. Această situație o regăsim în cazul majorității dielectricilor.

Putem stabili o relație între sarcina indusă pe suprafețele dielectricului şi cea de pe suprafețele armăturilor condensatorului. Vom nota cu σ_i densitatea superficială de sarcină de pe suprafețele dielectricului şi cu σ densitatea superficială de sarcină de pe armăturile condensatorului. Astfel, sarcina totală de pe fiecare parte a condensatorului este $\sigma - \sigma_i$, iar intensitatea câmpului electric dintre armături este legată de această sarcină prin relațiile:

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad \text{şi} \qquad E = \frac{\sigma - \sigma_i}{\varepsilon_0} \qquad (135)$$

prima relație fiind valabilă în absenta dielectricului şi cea de-a două pentru situația în care este prezent dielectricul. Introducând acest rezultat în relația (134) obținem:

$$\sigma_i = \sigma\left(1 - \frac{1}{K}\right) \qquad (136)$$

Această relație ne indică că în situația în care K este foarte mare, densitatea superficială de sarcină indusă σ_i este aproape egală cu cea de pe armăturile condensatorului σ. Prin urmare, intensitatea câmpului electric şi diferența de potențial sunt mult mai mici decât valorile lor în vid.

Produsul $\varepsilon = \varepsilon_0 K$ este numit ***permitivitatea dielectricului***, astfel încât putem exprima intensitatea câmpului electric în dielectric prin relația:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad (137)$$

Capacitatea condensatorului în prezenta dielectricului este:

$$C = KC_0 = K\frac{\varepsilon_0 S}{d} = \varepsilon\frac{S}{d} \qquad (138)$$

Putem exprima densitatea de energie a câmpului electric atunci când este prezent dielectricul prin relația:

$$w = \frac{\varepsilon_{0K}E^2}{2} = \frac{\varepsilon E^2}{2} \qquad (139)$$

În vid, $K = 1$, iar $\varepsilon = \varepsilon_0$, iar ultimele două relații sunt identice cu cele obținute pentru un condensator plan în vid.

14.5. LEGEA LUI GAUSS ÎN DIELECTRICI

În cele ce urmează vom stabili o expresie particulară a legii lui Gauss pentru dielectrici. În figura **45** este prezentată o porțiune a unei zone de contact metal-dielectric a unui condensator. Dacă delimităm o zonă de formă paralelipipedică ce delimitează pe cele două materiale o suprafață de arie S, sarcina electrică Q cuprinsă în această regiune va conține atât sarcini de pe armătura condensatorului, cât şi sarcini electrice induse pe dielectric. Această sarcină superficială va fi dată de relația:

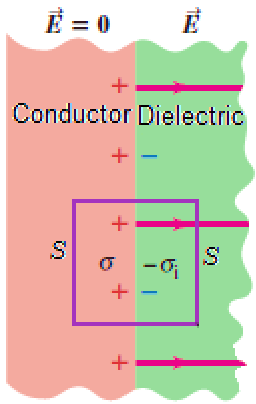

Figura 45. Legea lui Gauss în dielectrici.

$$Q = (\sigma - \sigma_i)S \qquad (140)$$

Astfel, legea lui Gauss va avea expresia:

$$ES = \frac{\sigma - \sigma_i}{\varepsilon_0}S \qquad (141)$$

Această relație face legătura între două mărimi necunoscute: intensitatea câmpului electric din dielectric, E şi densitatea de sarcină indusă pe suprafața dielectricului σ_i. Dacă rescriem relația (136) sub forma:

$$\sigma - \sigma_i = \qquad (142)$$

putem elimina una dintre necunoscute, şi anume pe σ_i. Astfel, obținem:

$$ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0 K} \quad \text{sau} \quad KES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} \qquad (143)$$

Această relație ne arată că fluxul electric $K\vec{E}\vec{S}$ ce străbate suprafața de arie S este egal cu sarcina electric închisă în suprafața respectivă. Prin urmare, putem scrie legea lui Gauss sub forma:

$$\oint K\vec{E}d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad (144)$$

Această relație este valabilă pentru orice suprafață închisă, dacă sarcina electrică indusă este proporțională cu intensitatea câmpului electric în material. În relația precedentă Q reprezintă sarcina electrică totală liberă de pe armătura condensatorului şi nu sarcina indusă.

15. MIŞCAREA PARTICULELEOR ÎNCĂRCATE ÎN CÂMP ELECTRIC UNIFORM

Sunt multe situații practice în care particulele încărcate electric se află în mişcare într-un câmp electric. De exemplu, mişcarea fasciculelor de electroni într-un accelerator liniar de particule sau mişcarea electronilor într-un tub catodic al unui osciloscop.

Să considerăm un electron cu sarcina $-e$ şi masa m, aflat în mişcare într-un câmp electric uniform, ca în figura **46**. Asupra acestuia câmpul electric exercită forța:

$$\vec{F} = -e\vec{E} \qquad (145)$$

Sub acțiunea acestei forțe electronul capătă accelerația:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-e\vec{E}}{m} \qquad (146)$$

Să considerăm că electronul are la intrarea în câmpul electric viteza $\vec{v}_x$ şi parcurg în câmpul electric uniform distanța l. După ce părăseşte câmpul electric, electronul loveşte un ecran fluorescent situat la distanța L. În plus, considerăm că întregul sistem se află în vid.

Să analizăm pentru început, mişcarea electronului în regiunea în care se află câmpul electric. Deoarece pe direcția 0x asupra electronului nu acționează nici o forță, viteza acestuia nu se modifică, astfel încât pe această direcție mişcarea electronului este rectilinie uniformă, ecuația mişcării fiind:

$$x = v_x t \qquad (147)$$

Însă, datorită acțiunii câmpului electric care este perpendicular pe direcția inițială a mişcării, pe axa 0y electronul va avea

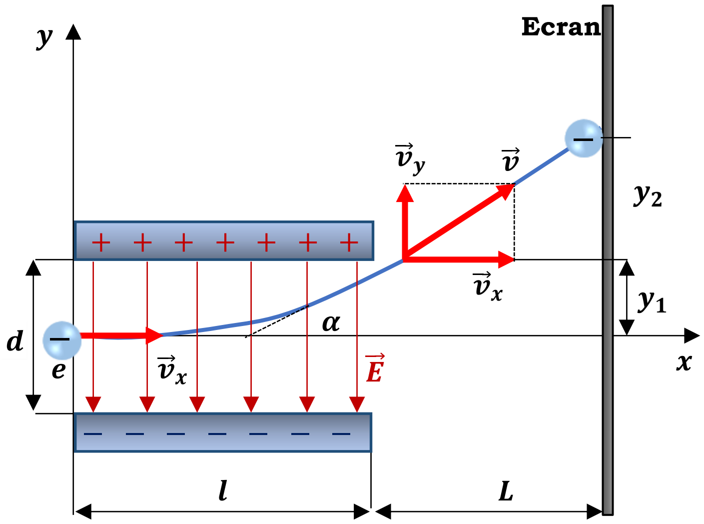

Figura 46. Electron aflat în mişcare într-un câmp electric uniform de intensitate $\vec{E}$.

accelerația $a_y = \frac{eE}{m}$, ecuația mişcării având expresia:

$$y = \frac{a_y t^2}{2} = \frac{eE}{2m} t^2 \quad (148)$$

Dacă eliminăm timpul între ultimele două relații se obține ecuația traiectoriei electronului sub forma:

$$y = \frac{eE}{2mv_x^2} x^2 \quad (149)$$

Astfel, la ieşirea din câmpul electric, $x = l$, deviația electronului va fi:

$$y_1 = \frac{eE}{2mv_x^2} l^2 \quad (150)$$

Această relație reprezintă ecuația unei parabole, prin urmare, în câmp electric electronul este deviat după o parabolă. Dacă diferența de potențial dintre cele două conductoare electrizate, aflate la distanța d unul de celălalt, între care apare câmpul magnetic este $V_{12} = Ed$, atunci ecuația traiectoriei devine:

$$y_1 = \frac{eV_{12}}{2mdv_x^2} l^2 \quad (151)$$

Se observă că deviația electronului în câmpul electric uniform este proporțională cu diferența de potențial şi invers proporțională cu viteza inițială a electronului.

După ce părăseşte câmpul electric electronul are o mişcare rectilinie uniformă pe direcția pe care o au în momentul ieşirii. Din figură se observă că $tg\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{y_2}{L}$ de unde rezultă că:

$$y_2 = \frac{v_y}{v_x} L \quad (152)$$

Dar, legea vitezei mişcării rectilinii uniforme este: $v_y = a_y t = \frac{eE}{m} t = \frac{eV_{12}}{md} t$, iar $t = \frac{l}{v_x}$. Prin urmare, deviația electronului la ieşirea din câmpul electric va fi dată de relația:

$$y_2 = \frac{eV_{12}}{mdv_x^2} lL \quad (153)$$

Deviația totală a electronului până când acesta atinge ecranul este dată de relația:

$$y = y_1 + y_2 = \frac{eV_{12}}{2mdv_x^2} l(l + 2L) \quad (154)$$

16. APLICAȚII ALE ELECTROSTATICII

16.1. Generatorul Van de Graaff

În anul 1929, Robert J. Van de Graaff a construit un dispozitiv care genera o diferență de potențial foarte mare prin separarea sarcinilor electrice. Acest dispozitiv, numit generator Van de Graaff a fost construit pentru a studia accelerarea particulelor şi anumite aspecte ale fizicii nucleare. Generatorul Van de Graaff este prezentat schematic în figura **47** şi include un motor, două role care întind o curea transportoare din cauciuc şi o sferă mare dintr-un material conductor. Rola din partea de jos este acționată de un motor şi este confecționată dintr-un material dielectric (plastic sau plastic acoperit cu material textil). Când această rolă este rotită de motor se va produce o frecare între aceasta şi cureaua de cauciuc şi apare fenomenul de electrizare prin frecare între cele două corpuri din materiale diferite. Datorită rotației curelei, sarcinile pozitive şi negative se vor separa, iar pe rola de jos se va acumula o cantitate mare de sarcină pozitivă. În acelaşi timp, cureaua se va electriza negativ, însă aceste sarcini negative vor fi distribuite în lungul curelei de cauciuc.

Un set de perii metalice este poziționat în apropierea rolei inferioare, foarte aproape de curea, fără a o atinge. Celălalt capăt al periilor metalice este împământat. Datorită apropierii de rola încărcată pozitiv, electronii negativi din pieptene sunt atraşi spre scripete. Cum sarcinile se adună în puncte sau muchii ascuțite, concentrația de electroni de la vârfurile periilor creşte, generând o sarcină negativă intensă suficient de puternică pentru a afecta aerul din jurul lor. Prin urmare, moleculele de aer din apropierea periilor metalice vor fi separate în electroni şi ioni pozitivi. Electronii vor fi respinşi de sarcina negativă puternică acumulată pe periile metalice şi vor cauza alte procese de ionizare ale moleculelor din apropiere. Astfel, după un anumit timp, se va forma o masă de electroni liberi şi ioni pozitivi în jurul periilor, masă numită plasmă. Sarcinile negative din acest nor de plasmă sunt atrase de rola electrizată pozitiv, dar nu sunt transferate rolei deoarece în acest spațiu se află cureaua de cauciuc. Prin urmare, o parte a acestei curele este electrizată negativ prin inducție, deoarece rola pozitivă induce o electrizare a periilor metalice. Acest transfer staționar de electroni este posibil prin intermediul masei

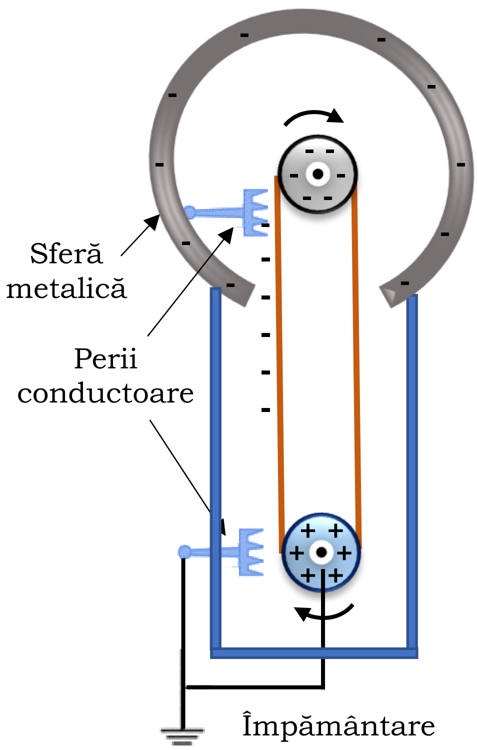

Figura 47. Schema unui generator Van de Graaff.

de plasmă deoarece aceasta formează un pod prin care electronii sunt transferați de la vârfurile periilor la cureaua transportoare. Trebuie precizat că numărul moleculelor de aer trebuie să fie suficient de mare pentru a se produce efectul de plasmă. Dacă generatorul Van de Graaff este plasat în vid, el nu va funcționa.

Mai departe, cureaua electrizată negativ va transporta electronii către rola superioară. Această rolă, fabricată de regulă dintr-un metal neutru, se va electriza cu o sarcină opusă rolei de jos (în acest caz, negativ) pe măsură ce generatorul funcționează. Astfel, electronii transportați de cureaua de cauciuc vor fi respinşi de sarcina negativă a rolei superioare. Periile metalice din apropierea rolei superioare vor fi electrizate pozitiv de aceasta, sarcinile pozitive concentrate în vârful acestor perii vor genera la rândul lor efectul de plasmă prin acțiunea asupra moleculelor de aer din apropiere. În acest caz, electronii vor fi atraşi de periile conductoare, iar ionii pozitivi de cureaua de cauciuc. Deoarece, celălalt capăt al periilor metalice este legat la sfera metalică a generatorului, electronii se vor deplasa către această sferă care va fi electrizată negativ, electronii împrăştiindu-se pe suprafața acesteia.

Până acum am descris cum funcționează în interior un generator Van de Graaff, cu precizarea că polaritățile se pot schimba, în funcție de materialele din care sunt confecționate rolele şi cureaua transportoare. În continuare vom vedea ce face un generator Van de Graaff. Astfel, sarcina de pe suprafața sferei continuă să crească până când se produce o descărcare în aer care seamănă cu o scânteie de lumină. Procesele de încărcare şi descărcare vor continua atâta timp cât motorul pune în mişcare rola inferioară care antrenează cureaua. Generatorul va produce descărcarea şi dacă în apropierea acestuia este adus suficient de aproape un mediu conductiv, astfel încât să se producă un transfer de sarcină. Motivul apariției scânteii în timpul descărcării generatorului este acela că aerul uscat este un mediu dielectric. Acesta rămâne izolator atâta timp cât intensitatea câmpului electric nu depăşeşte valoarea de $3 \times 10^6 \frac{V}{m}$. Atunci când câmpul electric al generatorului Van de Graaff este mai mare decât această valoare, apare descărcarea electrică a generatorului, adică sarcinile sunt transferate mediului înconjurător pentru a reduce câmpul electric la o valoare pe care mediul dielectric o poate suporta.

Procesul de descărcare este influențat umiditatea aerului şi de dimensiunea generatorului, cu cât acesta este mai mare cu atât cantitatea de sarcină descărcată este mai mare, adică se obțin diferențe de potențial mai ridicate. De exemplu, un generator Van de Graaff foarte mare poate descărca tensiunii de 7 MV, care sunt mult mai mari decât pragul de descărcare al aerului uscat. Această dependența de dimensiunile generatorului poate fi explicată plecând de la expresia capacității unei sfere izolate de rază R: $C = 4\pi\varepsilon_0 R$. Cum intensitatea câmpului electric într-un punct situat la distanța $r\,(r > R)$ este: $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{CV}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{V}{R}$, va rezulta că potențialul maxim pentru o sferă de rază R

situată în aer uscat este: $V = 3000000 \times R\,V$. Astfel, se observă că potențialul maxim pentru care generatorul poate produce o descărcate depinde de raza sferei metalice a generatorului.

16.2. Xerografia şi metode de printare utilizând electrostatica

Gianicoli pagina 462

Photocopy machines and laser printers use electrostatic attraction to print an image. They each use a different technique to project an image onto a special cylindrical drum (or rotating conveyor belt). The drum is typically made of aluminum, a good conductor; its surface is coated with a thin layer of selenium, which has the interesting property (called "photoconductivity") of being an electrical nonconductor in the dark, but a conductor when exposed to light.

In a **photocopier**, lenses and mirrors focus an image of the original sheet of paper onto the drum, much like a camera lens focuses an image on an electronic detector or film. Step 1, done in the dark, is the placing of a uniform positive charge on the drum's selenium layer by a charged roller or rod: see Fig. 16–41.

16.3. Osciloscopul catodic. Monitoare TV

11.1 Introduction 159
11.2 Atmospheric Electricity and Storms 160
11.3 Electric Current in a Vacuum and in Gases 161
11.4 Corona and Spark Discharge 164
11.5 Electrostatic Pollution-Control Filters 164
11.6 Electrostatic Imaging—Xerography 168
11.7 Industrial Electrostatic Separation 172
11.8 Four-Point Probe for Resistivity Measurements 174
11.9 Brief Overview of Other Applications 176