

# CAPITOLUL

# 1

# CÂMPUL ELECTRIC

## Cuprins

1. Electrizarea corpurilor. Sarcina electrică.	2
2. Conductoare și izolatoare. Electrizarea prin inducție	4
3. Forța electrică. Legea lui Coulomb	6
5. Câmpul electric produs de o distribuție continuă de sarcină	11
5.1. Densitatea volumică de sarcină	12
5.2. Densitatea superficială de sarcină	13
5.3. Densitatea liniară de sarcină	13
6. Liniile de câmp electric	14
7. Dipolul electric	16
8. Fluxul electric	18
9. Legea lui Gauss	20
10. Aplicarea legii lui Gauss la diferite distribuții de sarcină	22
10.1. Distribuție sferică de sarcină	23
10.2. Distribuție cilindrică de sarcină	25
10.3. Distribuție superficială de sarcină	26
11. Conductoare în echilibru electrostatic	27
12. Potențialul electric	29
12.1. Energia potențială electrică	29
12.2. Potențialul electric	33
12.3. Gradientul de potențial	36
13. Experimentul lui Millikan	38
14. Capacitatea electrică	40
14.1. Capacitatea electrică. Condensatoare	40
14.1.1. Condensatorul plan	42
14.1.2. Condensatorul sferic	43
14.1.2. Condensatorul cilindric	43
14.2. Gruparea condensatoarelor în serie și în paralel	44
14.3. Energia stocată de un condensator. Energia câmpului electric	46
14.4. Dielectrici	48
14.5. Legea lui Gauss în dielectrici	51
15. Mișcarea particulelor încărcate în câmp electric uniform	52
16. Aplicații ale electrostaticii	54



Fulgerul este o descărcare a electricității statice acumulate pe nori. În fiecare an, pe Pământ se produc 25 de milioane de fulgere, în medie. Fulgerele se deplasează la viteze de până la 90.000 km/s și pot atinge temperaturi de 33000 K, adică de aproximativ cinci ori temperatura la suprafața Soarelui. Energia conținută într-un singur fulger ar putea alimenta un bec 100 timp de 90 de zile, pentru a ilumina încontinuu. [<https://www.britannica.com/science/lightning-meteorology>]

Primele fenomene electrice și magnetice au fost observate în jurul anului 600 î.e.n., când filosoful și matematicianul Thales din Milet (un port și centru cultural important al Greciei antice) a descoperit că, prin frecarea chihlimbarului cu un material de lână, acesta începe să atragă obiecte ușoare, ca de exemplu, o pană. El nu a reușit să explice această observație experimentală. La 20 km de Milet arheologii au descoperit ruinele orașului antic numit Magnezia unde, în antichitate, grecii au găsit magnetita. Aceștia au observat că acest material atrage un corp din același material sau mici corpuri de fier. Denumirea de magnet pe care o utilizăm și astăzi, provine de la denumirea acestei localități, unde a fost observat pentru prima dată acest fenomen.

Astfel, primele manifestări ale fenomenelor electrice și magnetice au fost observate în antichitate de către greci, în aceeași perioadă și la o distanță foarte apropiată. Această coincidență a prevestit ceea ce noi cunoaștem deja, și anume că electricitatea și magnetismul sunt două manifestări ale aceluiași fenomen fizic.

Pentru o perioadă foarte mare de timp nu există nici o evidență a faptului că, pentru aproximativ 2200 de ani, aceste fenomene erau cunoscute. În jurul anului 1600 fizicianul William Gilbert a repetat experimentele lui Thales într-o manieră sistematică. Acesta a introdus, în onoarea lui Thales, noțiunile de **electricitate** și **electron** care provin de la cuvântul grecesc chihlimbar. Astfel, acesta a frecat diferite materiale cu lână și mătase și a ajuns la concluzia că unele se resping reciproc, iar altele se atrag, după ce sunt frecate. Astăzi cunoaștem că, prin frecarea chihlimbarului cu o pânză de lână, câțiva electroni ai acestui material sunt transferați chihlimbarului. Prin urmare, chihlimbarul va avea un surplus de electroni, care sunt negativi și spunem că chihlimbarul este *încărcat cu sarcină negativă* sau este *electrizat negativ*. Deoarece pierde electroni, lâna nu mai este neutră din punct de vedere electric și spunem că este *încărcată cu sarcină electrică pozitivă* sau *electrizată pozitiv*.

Noțiunile de **sarcină pozitivă** și **sarcină negativă** au fost introduse de Benjamin Franklin, în anul 1750, fără un nici un motiv anume. Astfel, acesta putea să le denumească prin culori sau alt tip de noțiuni. Totuși, s-a dovedit foarte important din punct de vedere matematic, să se descrie fenomenele electrice cu ajutorul sarcinilor pozitive și negative, adică asociate semnelor „+” și „-”. De exemplu, corpurile neutre din punct de vedere electric, după cum se știe, conțin un număr foarte mare de sarcini pozitive și negative, astfel încât convenția de semn ne permite să afirmăm că acestea au sarcină electrică totală nulă.

## 1. ELECTRIZAREA CORPURIILOR. SARCINA ELECTRICĂ.

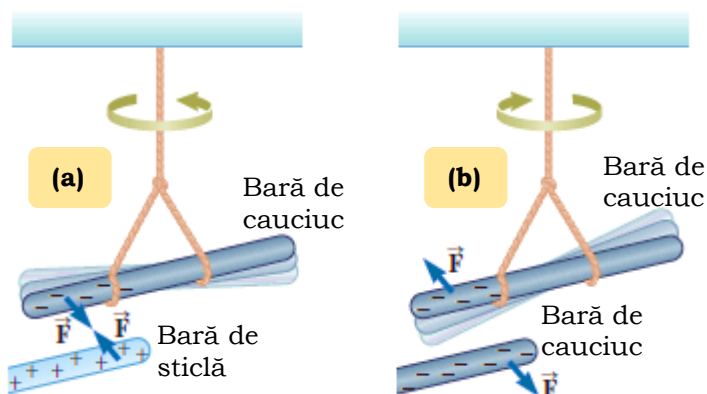
Forțele care se exercită între corpurile electrizate, numite forțe electrice, pot fi evidențiate printr-un număr mare de experimente simple. De exemplu, dacă frecăm un balon de părul uscat vom constata că acesta va atrage bucăți mici de hârtie. Forța de atracție este, de regulă, suficient de puternică pentru a ridica hârtia de pe masă și a rămâne suspendată de balon. Când un material se comportă în acest fel spunem că el este **electrizat** sau că are o **sarcină electrică**, ori că este **încărcat electric**. Studiul forțelor care se exercită între corpurile electrizate a arătat că acestea pot fi atât de atracție, cât și de respingere.

Starea de electrizare a unui corp este caracterizată de mărimea fizică numită **sarcină electrică**,  $q$ , care este o mărime scalară și a cărei unitate de măsură în S.I. este **Coulombul**:

$$[q]_{SI} = 1C \quad (1)$$

Coulombul este o mărime fizică derivată pe care o vom defini atunci când vom introduce mărime fizică fundamentală numită **Amper**. Sarcina electrică reprezintă pentru interacțiunile electrice dintre corpurile electrizate, ceea ce reprezintă masa pentru interacțiunile gravitaționale. Însă, spre deosebire de interacțiunile gravitaționale, care sunt întotdeauna atractive, interacțiunile dintre corpurile electrizate pot fi atractive sau repulsive. Acest rezultat ne indică că sarcina electrică este de două feluri. Benjamin Franklin (1706-1790), realizând experimente simple, a fost cel care a evidențiat că sunt două tipuri de **sarcini electrice: pozitivă și negativă**. De exemplu, electronii au sarcină electrică negativă, iar protonii au sarcină electrică pozitivă. Pentru a evidenția existența acestor două tipuri de sarcină electrică, să considerăm experimentul

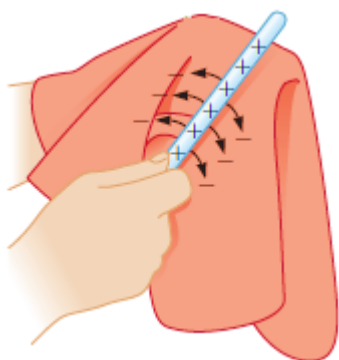
din figura 1. O bară rigidă de cauciuc, care este frecată de o blană de animal și apoi este suspendată cu o coardă. Dacă apropiem de aceasta o bară de sticlă, după ce, în prealabil, aceasta a fost frecată de o țesătură de mătase, vom observa că cele două bare se vor atrage, figura 1.a. În schimb, dacă de bara suspendată apropiem o altă bară de cauciuc, după ce aceasta a fost frecată de aceeași blană de animal, vom observa că acestea se resping, figura 1.b. Acest experiment ne indică că barele de cauciuc, respectiv sticlă, se află în stări de electrizare diferite, adică au sarcini electrice diferite. Pe baza acestor observații vom concluziona că **sarcinile de același semn se resping reciproc, iar sarcinile de semn opus se atrag reciproc.**



**Figura 1.** Forțele electrice dintre corpuri electrizate cu (a). sarcini diferite și (b). cu același tip de sarcină.

Utilizând convenția introdusă de B. Franklin, sarcina electrică a sticlei este pozitivă,  $+q$ , iar cea a cauciucului este negativă,  $-q$ . Prin urmare, orice corp care este atras de către bara de cauciuc va avea sarcină pozitivă, iar corpurile respinse de aceasta vor avea sarcină negativă.

Un alt aspect important care derivă din observațiile experimentale se referă la **legea de conservare a sarcinii electrice** într-un sistem izolat. Astfel, **într-un sistem izolat din punct de vedere electric, sarcina totală se conservă.** Prin sistem izolat electric înțelegem un sistem în care nici un fel de substanță nu trece prin frontiera acestuia. Această lege derivă din faptul că, în timpul procesului de electrizare a unui corp nu se creează sarcini electrice. Starea de electrizare se datorează transferului de sarcină de la un corp la celălalt. Astfel, unul din corpuri va câștiga o anumită cantitate de sarcină electrică negativă, iar celălalt o cantitate egală de sarcină pozitivă. De exemplu, atunci când frecăm o baghetă de sticlă de o țesătură de mătase, figura 2, țesătura va căpăta o cantitate de sarcină negativă, care este egală ca mărime cu sarcina pozitivă a baghetei de sticlă.



**Figura 2.** Atunci când frecăm o baghetă de sticlă de o țesătură de mătase, electronii sunt transferați de la baghetă la țesătură.

Procesul de electrizare a corpurilor a putut fi înțeles odată cu progresele realizate în cunoașterea structurii substanței. Astfel, astăzi cunoaștem că substanța este formată din atomi sau grupări de atomi, numite molecule. La rândul său, fiecare atom este format dintr-un nucleu și un înveliș electronic. În nucleu se găsesc protonii și neutronii, iar în jurul acestui nucleu se rotesc electronii care formează

învelișul electronic. Sarcinile electrice ale electronului și protonului sunt egale în valoare absolută, iar atomul este neutru din punct de vedere electric deoarece numărul protonilor este egal cu cel al electronilor. Particulele care se pot deplasa de la atomii unei substanțe la atomii altele sunt electronii. Prin urmare, un corp care a pierdut electroni se va încărca pozitiv, deoarece vor rămâne sarcini electrice pozitive necompensate, iar un corp care primește electroni se încarcă negativ, deoarece el va avea un exces de sarcini electrice negative.

În anul 1909, Rober Millikan (1868-1953) a descoperit că orice sarcină electrică este întotdeauna un multiplu întreg al unei sarcini  $e$ , pozitivă sau negativă, numită **sarcină electrică elementară**:

$$q = \pm ne \quad (2)$$

În fizica modernă, această proprietate reprezintă **cuantificarea sarcinii electrice**. Altfel spus, sarcina electrică există în „pachete” discrete. Experimentele au arătat că valoarea sarcinii electrice elementare este egală, în valoare absolută, cu sarcina electronului:

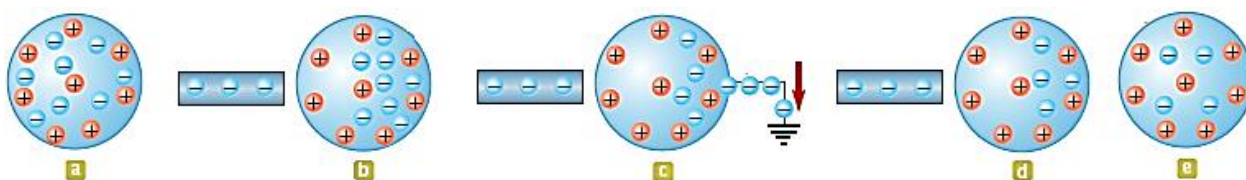
$$q_e \equiv e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \quad (3)$$

Prin urmare, un proton va avea o sarcină egală ca valoare, dar de semn opus,  $q_p \equiv p = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ , iar neutronul nu are sarcină electrică,  $q_n = 0 \text{C}$ . Un coulomb reprezintă sarcina totală a aproximativ  $6 \cdot 10^{18}$  electroni. Prin comparație, populația Pământului este de aproximativ  $6 \cdot 10^9$  persoane, iar într-un cub de cupru cu latura de 1 cm se găsesc  $8 \cdot 10^{22}$  electroni liberi. Deoarece sarcinile corpurilor macroscopice sunt mult mai mici decât un coulomb, ele se vor exprima utilizând submultiplii micro-, nano- și pico- ai coulombului, adică:  $1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{C}$ ,  $1 \text{nC} = 10^{-9} \text{C}$  și  $1 \text{pC} = 10^{-12} \text{C}$ .

În studiul fenomenelor electrice este util să se folosească modelul de **sarcină electrică punctiformă**. Prin analogie cu modelul de punct material utilizat în Mecanica Newtoniană, o sarcină electrică punctiformă este un corp electrizat ale cărui dimensiuni sunt neglijabile. De asemenea, trebuie precizat că la nivel macroscopic, cuantificarea sarcinii electrice nu este observabilă. De aceea, vom utiliza noțiunea de distribuție continuă de sarcină electrică, pe care o vom detalia puțin mai târziu.

## 2. CONDUCTOARE ȘI IZOLATOARE. ELECTRIZAREA PRIN INDUCȚIE

O modalitate de a clasifica materialele se realizează plecând de la abilitatea electronilor săi de a se deplasa în întreg materialul. Astfel, sticla, cauciucul, lemnul uscat, etc., sunt **izolatoare electrice**, deoarece atunci când acestea sunt electrizate prin frecare, doar aria de contact se electrizează, iar sarcinile electrice nu se deplasează în alte regiuni ale corpului. Prin contrast, materialele precum



**Figura 3.** Electrizarea prin inducție a unui conductor metalic. (a). Sferă metalică neutră. (b). O bară de cauciuc electrizată este adusă în apropierea sferei. (c). Sfera este împământată. (d). Firul de legătură cu Pământul este îndepărtat. (e). Bara de cauciuc este îndepărtată.

cupru, aluminiu, aurul, etc., sunt **conductoare electrice**. Atunci când aceste materiale sunt electrizate în anumite regiuni mici, sarcina electrică se redistribuie de la sine pe întreaga suprafață a materialului. **Semiconductoarele** sunt o clasă aparte de materiale, iar proprietățile electrice ale lor sunt între cele ale izolatoarelor și conductoarelor electrice. Siliciul și germaniul sunt exemplele cele mai uzuale de semiconductoare, fiind foarte utilizate într-o gamă largă de dispozitive electronice. Proprietățile electrice ale semiconductorilor pot fi modificate cu multe ordine de mărime prin adăugarea unor cantități controlate din anumiți atomi materialului semiconductor.

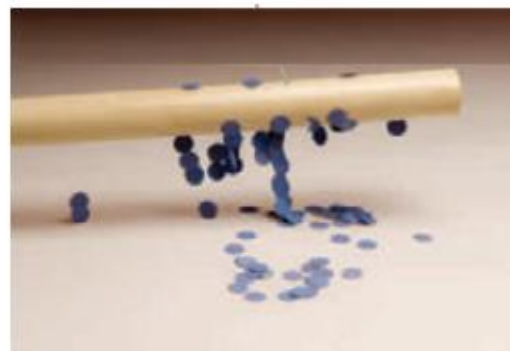
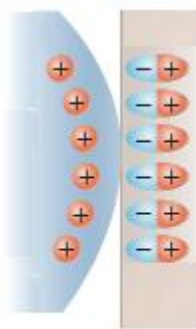
Pentru a înțelege cum este electrizat un conductor prin inducție, să considerăm o sferă neutră din punct de vedere electric, izolată de pământ, ca în figura 3.a. Dacă sfera este neutră din punct de vedere electric, în interiorul acesteia se găsește un număr egal de electroni și protoni. Atunci când o bară de cauciuc electrizată negativ este adusă în apropierea sferei, electronii din imediata vecinătate a barei vor migra spre partea opusă a sferei, sub acțiunea unei forțe de repulsie. Această migrare a sarcinilor negative va lăsa în apropierea barei de cauciuc un număr ridicat de sarcini pozitive, ca în figura 3.b. Acest proces se produce și în situația în care sfera nu este atinsă de bara de cauciuc. Dacă se repetă experimentul cu aceeași sferă legată la Pământ prin intermediul unui fir conductor, figura 3.c, unii dintre electronii conductorului sunt respinși puternic de electronii forțați să se deplaseze în aceea parte a sferei de către sarcina negativă din bara de cauciuc și se vor părăsi sfera, deplasându-se spre Pământ prin intermediul firului conductor. Pământul poate fi privit ca un rezervor de sarcini electrice, deoarece el poate primi sau ceda electroni fără a se modifica caracteristicile electrice ale sale. Dacă se îndepărtează firul conductor (acest proces de legare a unui fir conductor la Pământ se numește uzual împământare), figura 3.d, sfera va conține un exces de sarcini pozitive induse, deoarece în interiorul acesteia se vor găsi mai multe sarcini pozitive, adică protoni, a căror sarcină nu va mai fi compensată de electroni. Dacă se îndepărtează bara de cauciuc din apropierea sferei, figura 3.e, sarcina pozitivă creată în urma procesului de electrizare prin inducție rămâne în sferă. Trebuie să remarcăm că, bara de cauciuc nu pierde nici o sarcină negativă pe parcursul acestui proces.



Pentru a electriza un corp prin inducție trebuie să nu existe nici un contact cu corpul care induce sarcina. Acest proces este în contrast cu electrizarea prin frecare, proces care presupune contactul între cele două corpuri.

Un proces similar electrizării prin inducție a conductoarelor se produce

și în materialele izolatoare. În moleculele neutre centrul sarcinilor pozitive coincide cu cel al sarcinilor negative. În prezența unui corp electrizat, aceste centre din interiorul moleculelor neutre se deplasează puțin, rezultând o zonă cu mai multe sarcini pozitive de o parte, iar în partea opusă o zonă cu un exces de sarcini negative. Acest proces de realiniere a sarcinilor în moleculele individuale va conduce la apariția unui strat de sarcini pe suprafața izolatorului, ca în figura 4.a. Aproximarea dintre suprafața încărcată pozitiv și suprafața încărcată negativ a izolatorului va conduce la apariția unor forțe atractive între corp și izolator. Acest proces ne explică de ce o bară de sticlă electrizată atrage bucăți mici de hârtie care sunt neutre din punct de vedere electric, figura 4.b.



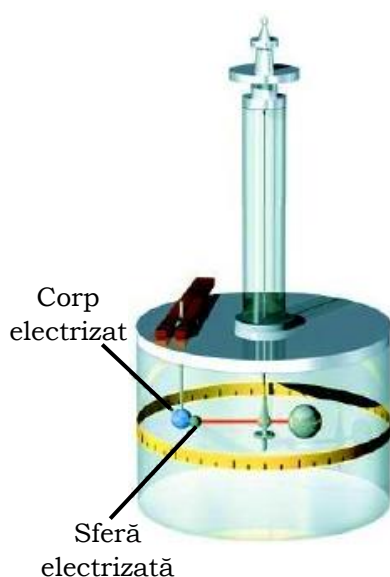
a

b

**Figura 4.** (a). Un corp electrizat este adus în apropierea unui izolator. (b). O bară electrizată atrage bucăți neutre de hârtie.

### 3. FORȚA ELECTRICĂ. LEGEA LUI COULOMB

Primi pași în investigarea cantitativă a forței care se exercită între corpurile încărcate electric a fost realizată de către Charles Augustin de Coulomb (1736–1806), în anul 1784. În acest scop, acesta a folosit o balanță de torsiune, ca în figura 5, similară celei utilizate de Cavendish pentru investigarea interacțiunilor gravitaționale. Pentru două sarcini punctiforme, aflate la o distanță  $r$  mult mai mare decât dimensiunile corpurilor, Coulomb a constatat că forța electrică este invers proporțională cu pătratul distanței. Prin urmare, dacă distanța se dublează, forța electrică se diminuează cu o pătrime față de valoarea inițială, iar când distanța se înjumătățește, forța crește de patru ori față de valoarea inițială.



**Figura 5.** Balanța de torsiune a lui Coulomb.

Forța electrică care se exercită între două sarcini punctiforme depinde și de valoarea

sarcinii electrice a corpurilor care interacționează. Pentru a determina această dependență, Coulomb a divizat o cantitate de sarcină în două părți egale. Acest lucru a fost realizat prin aducerea în contact a unei sfere conductoare electrizate cu una identică, aflată inițial în stare neelectrizată. Conform principiului conservării sarcinii electrice și datorită simetriei, sarcina se va împărți în mod egal între cele două sfere. Astfel, Coulomb a constatat că forța electrică de interacțiune între cele două sfere, având sarcinile  $q_1$  și  $q_2$  este proporțională cu produsul sarcinilor celor două corpuri.

Pe baza acestor experimente, Coulomb a reușit să formuleze legea interacțiunii dintre corpurile electrizate, pe care o numim astăzi **legea lui Coulomb**:

**Forța de interacțiune dintre două sarcini punctiforme este proporțională cu produsul sarcinilor electrice și invers proporțională cu pătratul distanței dintre acestea.**

Din punct de vedere matematic, modulul forței electrice cu care cele două sarcini punctiforme  $q_1$  și  $q_2$ , situate la distanța  $r$  o exercită una asupra celeilalte este dat de relația:

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad (4)$$

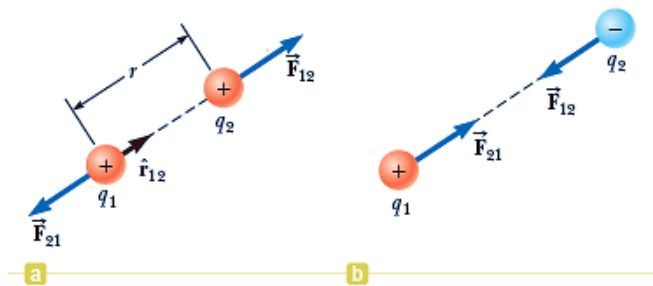
unde  $k$  reprezintă constanta lui Coulomb. În experimentul desfășurat, Coulomb a reușit să pună în evidență faptul că forța electrică, ca și forța gravitațională, este o forță conservativă. Valoarea constantei  $k$  depinde de mediul în care se află sarcinile electrice și de sistemul unităților de măsură. În S.I. această constantă se scrie sub forma:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \quad (5)$$

unde  $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$  este permitivitatea electrică a mediului și este egală cu produsul dintre permitivitatea vidului  $\epsilon_0$  și permitivitatea relativă  $\epsilon_r$ . Permitivitatea vidului este o constantă universală și are valoarea  $\epsilon_0 = 8,56 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2} = 8,56 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$ , unde unitatea de măsură *farad*,  $F$ , va fi definită pe parcursul acestui capitol. Astfel, în S.I. valoarea constantei lui Coulomb, pentru sarcini electrice aflate în vid, este:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,988 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \quad (6)$$

Permitivitate relativă  $\epsilon_r$  este o mărime adimensională, iar valoare acesteia în vid este  $\epsilon_r \cong 1$ . Pentru oricare alte medii  $\epsilon_r > 1$ , astfel că forța de interacțiune electrică este maximă în vid.



**Figura 6.** Două sarcini punctiforme aflate la distanța  $r$  una de cealaltă. (a). Forța electrică exercitată de două sarcini de același semn. (b). Forța electrică exercitată de sarcini de semn opus.

Deoarece forța este o mărime vectorială, expresia legii lui Coulomb în formă vectorială, care exprimă forța electrică  $\vec{F}_{12}$  exercitată de sarcina  $q_1$  asupra sarcinii  $q_2$  este:

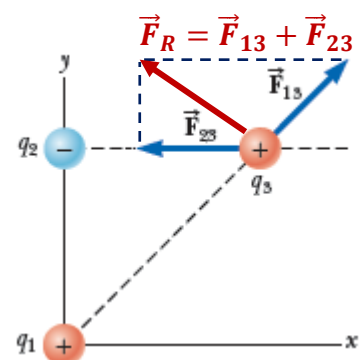
$$\vec{F}_{e12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (7)$$

unde vectorul  $\vec{r}$  este orientat de la sarcina  $q_1$  spre sarcina  $q_2$ , ca în figura 6.a. Deoarece forța electrică respectă principiul al treilea al lui

Newton, forța electrică exercitată de sarcina  $q_2$  asupra sarcinii  $q_1$  va avea orientare opusă, adică:  $\vec{F}_{e12} = -\vec{F}_{e21}$ . În final, ecuația precedentă ne arată că **dacă produsul  $q_1 q_2$  este pozitiv, cele două sarcini au același semn, iar forțele sunt de respingere. Dacă sarcinile  $q_1$  și  $q_2$  au semne diferite, produsul  $q_1 q_2$  este negativ, iar forțele sunt de atracție**, figura 6.b. Altfel spus, după cum am observat și din experimentele descrise până în prezent, sarcinile de același semn se resping, iar cele de semn contrar se atrag. Direcția absolută a forței electrice depinde de poziția celeilalte sarcini.

Dacă în sistem sunt mai multe sarcini electrice, forța de interacțiune dintre două sarcini electrice nu este influențată de prezenta celorlalte sarcini. Astfel, indiferent de numărul de sarcini din sistem, legea lui Coulomb se poate folosi pentru orice perechi de două sarcini. Această afirmație **reprezintă principiul superpoziției** care are următorul enunț:

**Forța pe care un sistem de sarcini punctiforme  $q_1, q_2, \dots, q_n$  o exercită asupra unei alte sarcini  $q$ , aflată într-un punct oarecare din spațiu, este egală cu suma vectorială a forțelor ce acționează asupra sarcinii  $q$  din partea fiecărei sarcini din sistem, ca și când celelalte sarcini nu ar fi prezente:  $\vec{F}_R = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ .**



**Figura 7.** Principiul superpoziției.

Aplicarea principiului superpoziției este exemplificat în figura 7.

#### 4. CÂMPUL ELECTRIC. INTENSITATEA CÂMPULUI ELECTRIC.

Atunci când am introdus conceptul de forță, în capitolul de Mecanică, am discutat despre diferențele dintre interacțiunile de contact și cele la distanță,



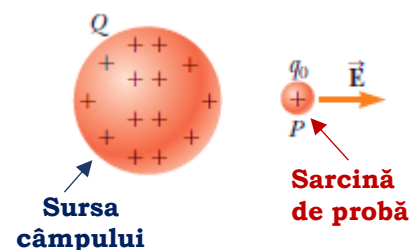
realizate prin intermediul unui câmp. Tot în capitolul *Mecanică*, am întâlnit prima dată noțiunea de câmp, și anume câmpul gravitațional. Interacțiunile dintre Pământ și corpurile din apropierea acestuia, de exemplu, se realizează prin intermediul câmpului gravitațional.

În exemplele prin care am ilustrat electrizarea corpurilor am văzut că forțele electrice acționează în spațiu și produc efecte fără a exista un contact fizic între corpurile care interacționează. De fapt, în cazul interacțiunilor dintre corpurile încărcate electric, corpurile interacționează la distanță, iar câmpul care mijlocește această interacțiune se numește **câmp electric**. Conceptul de câmp electric a fost introdus de Michael Faraday (1791–1867) **și reprezintă regiunea din spațiu din jurul unui corp încărcat electric care se manifestă prin acțiuni asupra corpurilor cu sarcină electrică**. Sarcina în jurul căreia apare câmpul electric reprezintă **sursa câmpului**, iar sarcina asupra căreia se manifestă acțiunea câmpului electric reprezintă **sarcină de probă**. Dacă asupra sarcinii de probă se exercită o forță de natură electrică, atunci când aceasta se află într-un anumit punct din spațiu, atunci în acel punct va exista un câmp electric. Dacă sarcina electrică în jurul căreia apare câmpul electric se află în repaus, câmpul respectiv este un **câmp electrostatic**.

Pentru a putea caracteriza câmpul electric creat de o sarcină electrică trebuie să definim o mărime fizică care să exprime atât mărimea, cât și direcția și sensul câmpului. Astfel, definim mărimea fizică vectorială numită **intensitatea câmpului electric**,  $\vec{E}$ , ca fiind **egală cu raportul dintre forța electrică exercitată de câmpul electric asupra sarcinii de probă și mărimea sarcinii de probă**, ca în figura 8:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (8)$$

Această relație ne arată că vectorul intensitate câmp electric,  $\vec{E}$ , și vectorul forță electrică,  $\vec{F}$ , au aceeași direcție. Astfel, forța care acționează asupra unei sarcini pozitive are același sens cu sensul câmpului electric și sens contrar dacă sarcina este negativă. Unitatea de măsură în S.I. pentru intensitatea câmpului electric este:  $[E]_{SI} = 1 \frac{N}{C} = 1 \frac{V}{m}$ . Mai târziu vom vedea de ce intensitatea câmpului electric se poate exprima și în  $\frac{V}{m}$ . Trebuie să precizăm că în definiția câmpului electric  $\vec{E}$ , sarcina de probă  $q_0$  trebuie să fie suficient de mică încât câmpul electric creat de aceasta să nu perturbe distribuția sarcinilor în sursa de câmp. Dacă mărimea, direcția și sensul câmpului electric



**Figura 8.** Sarcina de probă este plasată într-un punct P în apropierea unui corp având o sarcină electrică pozitivă mult mai mare. Intensitatea câmpului  $\vec{E}$  creat de sarcina Q are același sens cu forța exercitată asupra sarcinii de probă  $q_0$ .

sunt constante într-o anumită regiune, spunem că în aceea regiune avem un **câmp electric uniform**.

Pentru a determina direcția câmpului electric, să considerăm o sarcină electrică punctiformă  $Q$  ca sursă a câmpului. Aceasta va crea în regiunea din jurul său un câmp electric. Pentru a determina direcția forței electrice și, prin urmare, direcția câmpului electric, în punctul  $P$  situat la distanța  $r$  de aceasta plasăm o sarcină de probă  $q_0$ , ca în figura 9.a. În acord cu legea lui Coulomb, forța exercitată de sarcina  $Q$  asupra sarcinii de probă  $q_0$  este:

$$\vec{F} = k \frac{q_0 Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (9)$$

unde  $\vec{r}$  este versorul axei care unește cele două sarcini și este orientat de la  $Q$  spre  $q_0$ . Intensitatea câmpului electric în punctul  $P$  unde se află sarcina electrică va fi dată de relația:

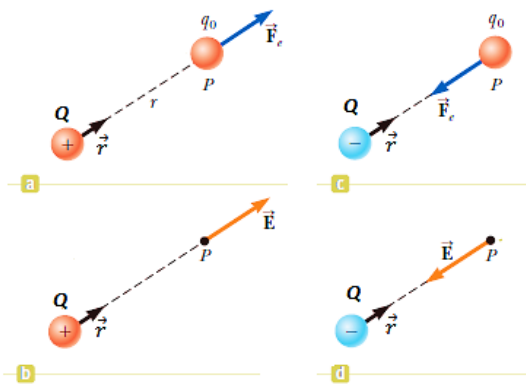
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = k \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (10)$$

Dacă sarcina sursei de câmp electric este pozitivă și îndepărtăm sarcina de probă, ca în figura 9.b, observăm că sursa de câmp stabilește în punctul  $P$  un câmp electric orientat ca în figură. Dacă sursa de câmp are sarcină negativă, figura 9.c, forța exercitată asupra sarcinii de probă este orientată spre sursa de câmp, iar câmpul electric în punctul  $P$  este orientat, la rândul său, spre sursa de câmp, figura 9.d.

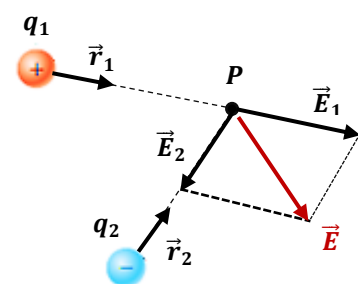
Dacă un număr de sarcini punctiforme  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , se găsesc la distanțele  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , față de un punct  $P$ , ca în figura 10, în acord cu principiul superpoziției, fiecare sarcină va exercita o forță asupra unei sarcini de probă plasată în punctul respectiv, iar forța rezultantă este egală cu suma vectorială a acestor forțe. Intensitatea câmpului electric rezultat în punctul respectiv va fi egală cu suma vectorială a intensităților câmpurilor electrice individuale și se va determina cu relația:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i = k \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \frac{\vec{r}_i}{r_i} \quad (11)$$

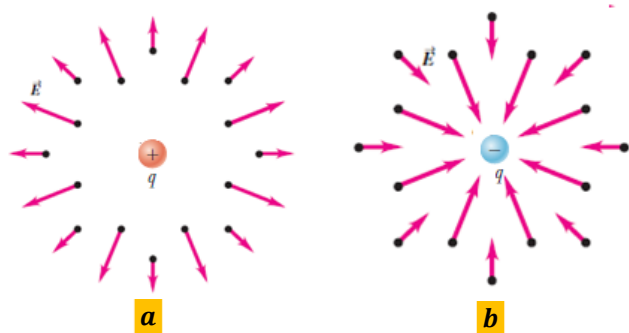
Până acum am subliniat modul cum se determină intensitatea câmpului electric într-un



**Figura 9.** (a) și (c) O sarcină de probă  $q_0$  este plasată în punctul  $P$ , la distanța  $r$  de o sursă de câmp având sarcina electrică  $Q$ . (b) și (d) În punctul  $P$  există un câmp electric a cărui orientare depinde de semnul sarcinii sursei de câmp electric.



**Figura 10.** Determinarea intensității câmpului electric rezultat produs de mai multe sarcini punctiforme.



**Figura 11.** (a) Câmpul electric produs de o sarcină punctiformă pozitivă este orientat spre exterior. (b) Câmpul produs de o sarcină punctiformă negativă este orientat spre sarcină.

anumit punct. Însă, intensitatea câmpului electric,  $\vec{E}$ , poate varia în diferite puncte ale spațiului. În acest caz, nu putem reprezenta câmpul electric printr-un singur vector, ci mai degrabă printr-o mulțime de vectori, fiecare asociat unui punct din spațiu. Acesta este un exemplu de *vector de câmp*. În figura 11, sunt prezentați vectorii unui câmp electric produs de o sarcină punctiformă pozitivă sau negativă. Dacă folosim coordonatele carteziene  $(x, y, z)$ ,

fiecare componentă a vectorului  $\vec{E}$  în fiecare punct este o funcție de aceste coordonate. Putem exprima aceste funcții prin mărimile  $E_x(x, y, z)$ ,  $E_y(x, y, z)$  și  $E_z(x, y, z)$ . Vectorii de câmp sunt importanți în fizică, în general, nu doar în electricitate sau magnetism. Un exemplu din viața de zi cu zi de vector de câmp îl reprezintă viteza  $\vec{v}$  a curenților de aer, deoarece componentele acestui vector variază din punct în punct în atmosferă.

În anumite situații magnitudinea și orientarea vectorilor de câmp, prin urmare și a componentelor sale, au aceeași valoare într-o anumită regiune din spațiu. În acest caz, după cum am precizat mai sus, avem un câmp uniform în regiunea respectivă. Un exemplu important îl reprezintă câmpul electric din interiorul unui conductor. Acest câmp va exercita o forță asupra sarcinilor conductorului, imprimându-le o mișcare liberă. Însă, am definit câmpul electrostatic ca fiind câmpul creat de o sarcină aflată în repaus. Astfel, putem concluziona că în electrostatică, câmpul electric în fiecare punct din interiorul unui conductor trebuie să fie nul.

## 5. CÂMPUL ELECTRIC PRODUS DE O DISTRIBUȚIE CONTINUĂ DE SARCINĂ

Sarcinile elementare, electronii sau protonii, care creează un câmp electric sunt atât de mici încât pot fi considerate sarcini punctiforme. Prin urmare, relația (10) poate fi utilizată pentru a determina intensitatea câmpului electric creat de orice distribuție de sarcină electrică. Însă, o cantitate mică de sarcină conține un număr foarte mare de sarcini elementare. De exemplu, o sarcină  $q = -1\text{pC}$  conține aproximativ  $10^7$  electroni. De aceea, în studiul corpurilor încărcate electric având dimensiuni macroscopice este convenabil să se utilizeze conceptul de **densitate de sarcină** și să se utilizeze calculul integral pentru a determina câmpul electric creat de o distribuție de sarcină.

### 5.1. DENSITATEA VOLUMICĂ DE SARCINĂ

Pentru început să considerăm o distribuție de sarcini statice care se găsesc într-un volum  $V$ , ca în figura 12. Vom considera că sarcinile sunt atât de dese încât într-un volum infinitezimal  $dV$  se găsesc un număr mare de sarcini electrice, astfel încât sarcina totală cuprinsă în acest volum este  $dQ$ . Putem defini **densitatea volumică de sarcină electrică,  $\rho$** , cuprinsă în volumul infinitezimal  $dV$  prin relația:

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \quad (12)$$

Unitatea de măsură pentru densitatea volumică de sarcină este:  $[\rho]_{SI} = 1 \frac{C}{m^3}$ . Conform acestei relații, sarcina electrică aflată în elementul de volum  $dV$  este:

$$dQ = \rho dV \quad (13)$$

Această sarcina electrică va genera un câmp electric a cărui intensitate se determină cu relația:

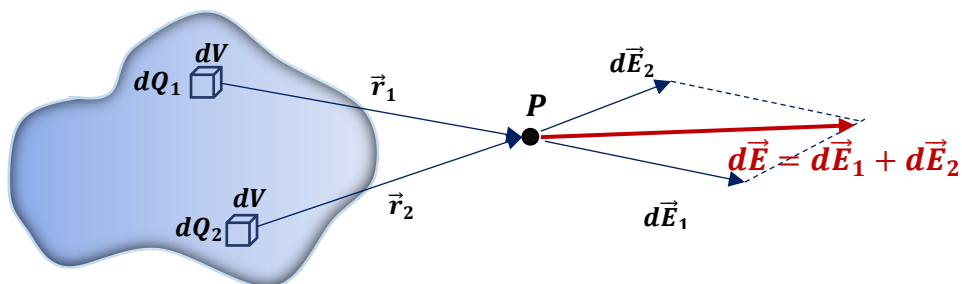
$$d\vec{E} = k \frac{dQ}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = k \frac{\rho dV}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (14)$$

Pentru a determina intensitatea câmpului electric generat de sarcinile din întreg volumul, vom integra relația precedentă pentru toate elementele de volum  $dV$  și vom obține:

$$\vec{E} = k \int_V \frac{\rho dV}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (15)$$

unde  $\vec{r}$  este versorul distanței dintre sarcina electrică și punctul  $P$  în care calculăm intensitatea câmpului electric. Trebuie să precizăm că densitatea volumică de sarcină  $\rho$  variază de la un volum elementar  $dV$  la altul.

Dacă se cunoaște forma corpului încărcat electric și densitatea volumică de sarcină în fiecare punct al acestuia, putem utiliza relația precedentă pentru a determina cu aproximație intensitatea câmpului electric în fiecare punct din spațiu prin divizarea corpului într-un număr finit de elemente de volum  $dV$  având densitatea de sarcină electrică  $\rho$  și însumarea vectorială a tuturor intensităților



**Figura 12.** Determinarea intensității câmpului electric produs de o densitate volumică de sarcină electrică.

câmpurilor create de acestea, după cum se observă și din figura 12. Rezultatul obținut va fi mult mai exact dacă considerăm un număr cât mai mare de volume elementare  $dV$ .

## 5.2. DENSITATEA SUPERFICIALĂ DE SARCINĂ

Densitatea volumică de sarcină este singura care apare în natură. Însă, în anumite situații sarcina electrică este desfășurată într-un strat extrem de subțire, având grosimea de ordinul a câtorva raze atomice. În această situație putem vorbi de o **distribuție superficială de sarcină electrică**. Pentru a descrie distribuția superficială de sarcină vom introduce conceptul de **densitate superficială de sarcină**,  $\sigma$ . În figura 13 este prezentat un corp care are o sarcină superficială. Dacă considerăm un element de arie  $dS$  din suprafața acestui corp încărcat electric, acest element va conține sarcina  $dQ$  astfel încât putem defini densitatea superficială de sarcină într-un punct prin relația:

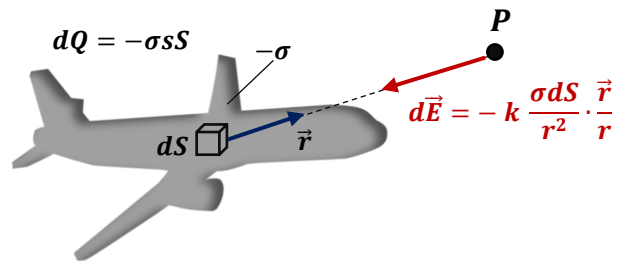


Figura 13. Un corp ce are o distribuție superficială de sarcină.

$$\sigma = \frac{dQ}{dS} \quad (16)$$

Din această relație de definiție rezultă că, atunci când cunoaștem densitatea superficială de sarcină în fiecare punct al suprafeței corpului, sarcina electrică cuprinsă în elementul de arie  $dS$  care înconjoară acel punct este:

$$dQ = \sigma dS \quad (17)$$

Unitatea de măsură a densității superficiale de sarcină este:  $[\sigma]_{SI} = 1 \frac{C}{m^2}$ . De notat că, densitatea superficială de sarcină diferă dintr-un punct în altul al suprafeței.

Câmpul electric generat de această distribuție superficială de sarcină se obține înlocuind în relația (15) pe  $\rho dV$  cu  $\sigma dS$ , când obținem:

$$\vec{E} = k \int_S \frac{\sigma dS}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (18)$$

## 5.3. DENSITATEA LINIARĂ DE SARCINĂ

În mod frecvent întâlnim fire subțiri încărcate electric. Aceste fire sunt, de regulă, conductoare iar sarcina electrică este distribuită într-un strat subțire la suprafața firului. Dacă firul este mult mai subțire în comparație cu distanța până la punctul de observație, putem considera că sarcina este distribuită aproximativ



pe o linie geometrică în lungul axei firului. Acest tip de distribuție a sarcinii reprezintă o **distribuție liniară de sarcină**, iar ea este descrisă de o **densitate liniară de sarcină**,  $\lambda$ , ca în figura 14.

Să considerăm un element de lungime  $dl$  din fir, în care se găsește sarcina  $dQ$ . Densitatea liniară de sarcină este definită prin relația:

$$\lambda = \frac{dQ}{dl} \quad (19)$$

Astfel, dacă se cunoaște densitatea liniară de sarcină într-un punct al firului, sarcina cuprinsă în elementul  $dl$  este dată de relația:

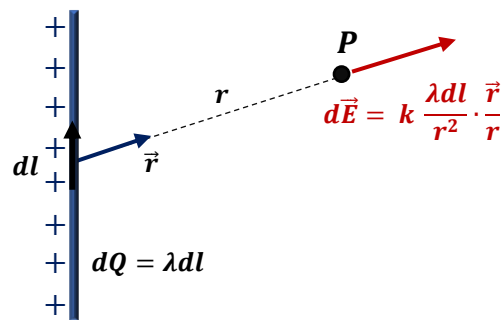
$$dQ = \lambda dl \quad (20)$$

Unitatea de măsură a densității liniare de sarcină electrică este:  $[\lambda]_{SI} = 1 \frac{C}{m}$ , iar valoarea lui  $\lambda$  poate avea valori diferite în puncte diferite ale firului.

Câmpul electric generat de o distribuție liniară de sarcină are intensitatea dată de relația:

$$\vec{E} = k \int_L \frac{\lambda dl}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (21)$$

Relațiile (15), (18) și (21) nu pot fi evaluate analitic, de regulă, dar ele pot fi evaluate numeric în conexiune cu distribuția de sarcină. Dacă se cunoaște densitățile volumice, superficiale și liniare de sarcină în toate punctele, este ușor de determinat intensitatea câmpului electric ale acestor distribuții în fiecare punct. Însă, distribuția de sarcină este rareori cunoscută dinainte. Astfel, în problemele practice este necesar să determinăm prima dată distribuția de sarcină și după aceea să se calculeze câmpul electric generat de această distribuție. Prin urmare, formulele stabilite pentru determinarea intensității câmpului electric pentru o distribuție dată prezintă un interes mai mult academic. Totuși, după cum vom vedea mai târziu, conceptele de densitate volumică, superficială și liniară de sarcină sunt foarte utile în determinarea numerică a unei distribuții necunoscute de sarcină.

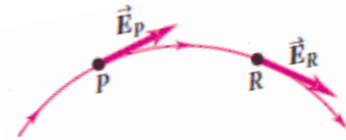


**Figura 14.** Un fir subțire ce are o distribuție liniară de sarcină.

## 6. LINIILE DE CÂMP ELECTRIC

Conceptul de *linie de câmp* poate fi puțin evaziv deoarece nu putem vizualiza direct liniile câmpului electric. Liniile câmpului electric sunt de mare ajutor pentru a reprezenta câmpul electric. O **linie de câmp electric** reprezintă o curbă imaginară desenată într-o anumită regiune a spațiului, care este

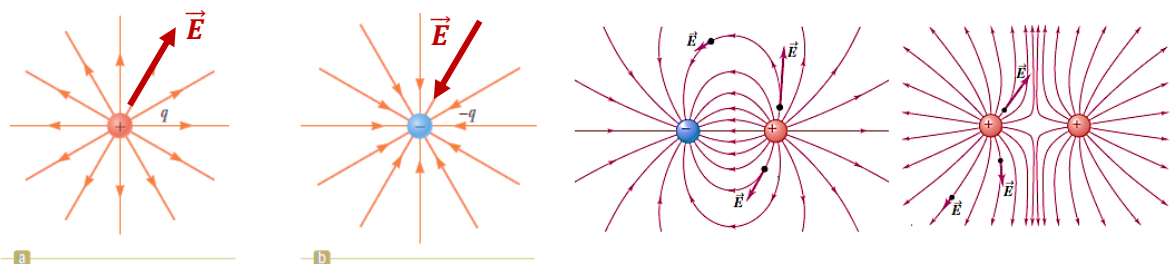
tangentă în orice punct la direcția intensității câmpului electric în punctul respectiv, după cum se observă în figura 15. Fizicianul englez Michael Faraday (1791–1867) a fost cel care a introdus prima dată conceptul de linie de câmp, pe care le-a mai numit și linii de forță.



**Figura 15.** Direcția intensității câmpului electric este tangentă în orice punct la linia de câmp ce trece prin punctul respectiv.

Liniile câmpului electric ne indică direcția vectorului intensitate câmp electric,  $\vec{E}$ , în fiecare punct, iar distanța dintre acestea ne dă o idee generală asupra valorii numerice a acestui vector în fiecare punct. În zonele în care  $\vec{E}$  este mare vom desena liniile de câmp mai dese și mai apropiate, iar în regiunile unde acesta este mai slab aceste linii sunt mai distanțate. În fiecare punct particular, câmpul electric are o direcție unică și, prin urmare, o singură linie de câmp poate trece prin fiecare punct al câmpului. Astfel, **liniile de câmp nu se vor intersecta niciodată**.

În figura 16 sunt prezentate liniile câmpului electric într-un plan ce conține o sarcină pozitivă, una negativă, două sarcini pozitive egale ca mărime și două sarcini de semne diferite (un dipol electric). Direcția intensității câmpului electric în fiecare punct este tangentă la linia de câmp ce trece prin punctul respectiv. Săgețile indică direcția vectorului  $\vec{E}$  în lungul fiecărei linii de câmp. Trebuie să precizăm că, în general, intensitatea câmpului electric diferă de la un punct la alt punct și că atunci când valoarea sa este constantă, linia de câmp nu mai este o curbă. După cum observăm din figură, liniile de câmp sunt direcționate spre exteriorul sarcinilor pozitive, spre sarcinile negative, iar în regiunile unde câmpul este puternic, ca de exemplu între sarcinile pozitive și negative, liniile de câmp sunt mai dese. În regiunile unde intensitatea câmpului electric este slabă, de exemplu între două sarcini pozitive, liniile de câmp sunt mai disperate. Într-un **câmp electric uniform**, liniile de câmp sunt drepte paralele și uniform distanțate unele de altele.

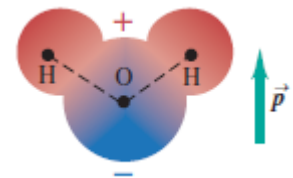


**Figura 16.** Reprezentarea liniilor de câmp și a direcției intensității câmpului electric pentru diferite configurații de sarcini electrice.

## 7. DIPOLUL ELECTRIC

Un **dipol electric** este format dintr-o pereche de sarcini egale ca valoare dar de semne opuse, separate una de alta de o anumită distanță. Conceptul de dipolul electric este important deoarece multe sisteme fizice, de la molecule la antena Tv, pot fi descrise ca dipoli electrici.

În figura 17 este prezentată o moleculă de apă,  $H_2O$ , care din multe puncte de vedere se comportă ca un dipol electric. Molecula de apă ca întreg este neutră din punct de vedere electric, dar legăturile chimice dintre molecule cauzează o deplasare a sarcinilor electrice. Acest fenomen conduce la o separare a sarcinilor negative în partea moleculei de oxigen și a celor pozitive la capătul moleculei de hidrogen, formându-se în acest mod un dipol electric. Acest efect este echivalent cu o deplasare a unui electron cu aproximativ cu doar  $4 \cdot 10^{-11}m$ , distanță aproximativ egală cu raza atomului de hidrogen. Însă această deplasare are efecte importante. Apa este un solvent important pentru substanțele ionice, ca de exemplu sarea de masă (NaCl). Atunci când dizolvăm sare în apă, aceasta disociază în ioni pozitivi de sodiu,  $Na^+$ , și ioni negativi,  $Cl^-$ , care sunt atrași de capătul pozitiv, respectiv negativ, al moleculei de apă. Dacă molecula de apă nu ar fi un dipol electric, aceasta ar fi un solvent slab și aproape toate reacțiile chimice care se desfășoară în soluții apoase ar fi imposibile. Aceasta include și reacțiile biochimice care apar în toate organismele vii de pe Pământ.



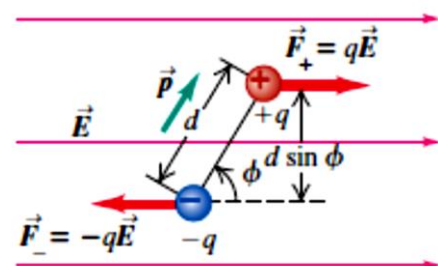
**Figura 17.** O moleculă de apă este un exemplu de dipol electric.

Să considerăm un dipol electric plasat într-un câmp electric uniform, de intensitate  $\vec{E}$ , ca în figura 18. Forțele care acționează asupra celor două sarcini electrice au modul egal cu:  $F = qE$ , dar direcțiile lor sunt diferite. Prin urmare, forța rezultantă care acționează asupra dipolului este nulă:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_+ + \vec{F}_- = 0 \quad (22)$$

Totuși, aceste forțe nu acționează în lungul aceleiași direcții și, prin urmare, ele formează un cuplu de forțe, iar momentul acestor forțe nu este nul. Analizând figura 18 și ținând cont de relația de definiție a momentului forței,  $M = F \cdot d \sin\phi$  și a forței electrice,  $F = qE$ , putem scrie, pentru momentul forței în raport cu centrul dipolului, pentru cele două sarcini, relația:

$$M_+ = M_- = qE \frac{d}{2} \sin\phi \quad (23)$$



**Figura 18.** Un dipol electric în câmp electric uniform.

unde am ținut cont că cele două forțe  $\vec{F}_+$  și  $\vec{F}_-$  au același modul. Momentul forței rezultante care acționează asupra dipolului va fi:

$$M = qE d \sin\varphi \quad (23)$$

unde  $d \sin\varphi$  este distanța dintre dreptele suport a celor două forțe. Produsul dintre sarcina  $q$  și distanța  $d$  care separă cele două sarcini reprezintă o mărime numită **momentul de dipol electric**,  $p$ :

$$p = qd \quad (24)$$

Unitatea de măsură a acestei mărimi este:  $[p]_{SI} = 1\text{C} \cdot \text{m}$ . De exemplu, valoare momentului de dipol electric al moleculei de apă este  $p = 6,13 \cdot 10^{-30}\text{Cm}$ .

Momentul de dipol electric este un vector, care are modulul dat de relația precedentă, iar orientarea sa este în lungul axei care unește cele două sarcini, având sensul de la sarcina negativă spre sarcina pozitivă, după cum se observă și din figura 18. Putem rescrie expresia momentului forței (23) sub forma:

$$M = pE \sin\varphi \quad (25)$$

Cum  $\varphi$  este unghiul dintre direcțiile vectorilor  $\vec{E}$  și  $\vec{p}$ , putem rescrie relația precedentă sub forma vectorială:

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (26)$$

unde am folosit expresia produsului vectorial a doi vectori:  $\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin\varphi$ . Utilizând regula mâinii drepte pentru produsul vectorial putem observa că, pentru situația din figura 18, sensul vectorului  $\vec{M}$  este orientat spre interiorul paginii. Momentul forței este mare atunci când vectorii  $\vec{E}$  și  $\vec{p}$  sunt perpendiculari și este nul atunci când ei sunt paraleli sau antiparaleli. Momentul forței va încerca întotdeauna să rotească vectorul  $\vec{p}$  să se alinieze cu vectorul  $\vec{E}$ . Poziția în care  $\varphi = 0$  este o poziție de echilibru stabil, iar cea care corespunde lui  $\varphi = \pi$  este o poziție de echilibru instabil.

Atunci când dipolul electric își modifică direcția în câmp electric, momentul forței electrice va efectua un lucru mecanic. Lucrul mecanic efectuat la o deplasare infinitezimală  $d\varphi$  este dat de relația:

$$dL = Md\varphi = -pE \sin\varphi d\varphi \quad (27)$$

Semnul minus se datorează faptului că momentul forței este în direcția în care  $\varphi$  scade. La o deplasare finită între  $\varphi_1$  și  $\varphi_2$ , lucrul mecanic total va fi dat de relația:

$$L = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} -pE \sin\varphi d\varphi = pE \cos\varphi_2 - pE \cos\varphi_1 \quad (28)$$

După cum am învățat în capitolul Mecanică, lucrul mecanic este egal cu minus variația energiei potențiale,  $L = -\Delta E_p = E_{p_1} - E_{p_2}$ , astfel încât energia potențială a sistemului poate fi scrisă sub forma:

$$E_p = -pE \cos \varphi \quad (29)$$

Ținând cont de definiția produsului scalar a doi vectori:  $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \varphi$ , putem rescrie relația precedentă astfel;

$$E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (30)$$

Analizând această relație observăm că energia potențială este minimă,  $E_p = -pE$ , atunci când sistemul se află în echilibru stabil ( $\varphi = 0$ ) și are valoare maximă în poziția de echilibru instabil ( $\varphi = \pi$ ).

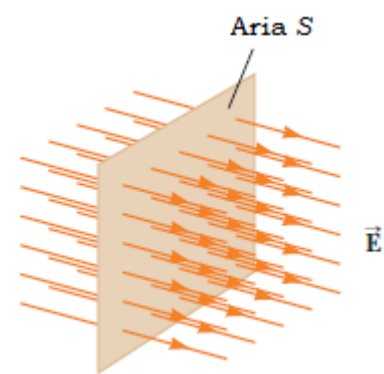
## 8. FLUXUL ELECTRIC

În cele ce urmează vom trata conceptul de linii de câmp, discutat anterior într-o manieră calitativă, într-un mod calitativ. Să considerăm un câmp electric uniform, atât ca mărime a intensității sale, cât și ca direcție, figura 19. Liniile de câmp străbat o suprafață de arie  $S$ , acestea fiind perpendiculare pe această suprafață. În secțiunea în care am studiat liniile câmpului electric am convenit că, un câmp electric intens este reprezentat cu ajutorul unor linii de câmp mai apropiate și mai dese. Cu alte cuvinte, numărul total de linii care străbate suprafața este proporțional cu produsul  $E \cdot S$ . Acest produs dintre valoarea numerică a intensității câmpului electric și aria suprafeței străbătute de liniile de câmp definesc mărimea fizică numită **flux electric**,  $\phi_e$ :

$$\phi_e = E \cdot S \quad (31)$$

Unitatea de măsură a fluxului electric este:  $[\phi_e]_{SI} = 1 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}}$ . Fluxul electric este proporțional cu numărul liniilor de câmp care străbate suprafața.

Dacă suprafața considerată nu este perpendiculară pe direcția liniilor câmpului electric, fluxul ce străbate această suprafață este mai mic decât cel dat de relația precedentă. Să considerăm situația din figura 20, unde normala la suprafața de arie  $S$  face unghiul  $\theta$  cu liniile câmpului electric. Numărul liniilor de câmp care străbat suprafața  $S$  este egal cu cel al liniilor de câmp care străbat



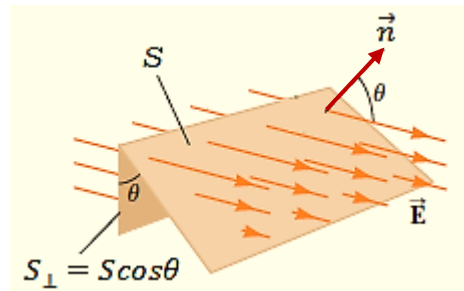
**Figura 19.** Reprezentarea unui câmp electric uniform cu ajutorul liniilor de câmp ce străbat o suprafață perpendiculară pe direcția acestora.



suprafața  $S_{\perp} = S \cos \theta$  care este proiecția ariei  $S$  într-un plan perpendicular pe liniile de câmp. Fluxul electric ce străbate suprafața  $S$  este egal cu cel care străbate suprafața  $S_{\perp}$ , astfel încât putem scrie:

$$\phi_e = E \cdot S_{\perp} = ES \cos \theta \quad (32)$$

Această relație ne arată că fluxul câmpului electric ce străbate o suprafață de arie  $S$  are valoarea maximă egală cu produsul  $E \cdot S$ . Acest lucru se întâmplă când suprafața considerată este perpendiculară pe direcția liniilor de câmp, adică normala la suprafață este paralelă cu liniile de câmp ( $\theta = 0^\circ$ ). Fluxul electric este nul atunci când suprafața este paralelă cu liniile de câmp, adică normala la această suprafață este perpendiculară pe liniile de câmp ( $\theta = 90^\circ$ ).



**Figura 20.** Liniile unui câmp uniform ce străbat o suprafață care face unghiul  $\theta$  cu direcția liniilor de câmp.

Până acum am presupus un câmp electric uniform. Însă, în foarte multe situații, câmpul electric poate varia pe o suprafață mare. Prin urmare, relația (32) se poate utiliza doar în cazul unui element mic de suprafață sau în cazul în care câmpul este aproximativ constant. Să considerăm acum, o suprafață oarecare pe care o putem diviza într-un număr foarte mare de elemente de arie  $dS$ . Este util să definim vectorul  $d\vec{S} = \vec{n}dS$ , unde  $\vec{n}$  reprezintă versorul direcției normalei la suprafață. Valoarea numerică a vectorului  $d\vec{S}$  este egală cu aria suprafeței elementului considerat, iar direcția acestuia este perpendiculară pe această suprafață elementară, după cum se observă din figura 21. Fluxul electric ce trece prin suprafața  $dS$  este dat de relația:

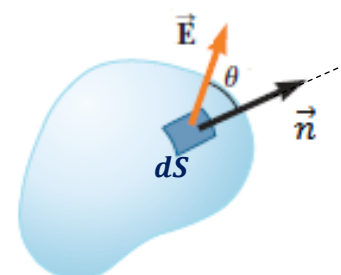
$$d\phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (33)$$

Dacă integrăm relația precedentă pentru întreaga suprafață obținem pentru fluxul total ce o străbate relația:

$$\phi_e = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (34)$$

Această relație reprezintă o integrală de suprafață, ceea ce semnifică că ea trebuie evaluată pentru suprafața considerată.

De foarte multe ori suntem interesați să determinăm fluxul electric ce străbate o suprafață închisă. Prin suprafață închisă înțelegem o suprafață care împarte spațiul în două regiuni: o regiune interioară și una exterioară. Prin urmare, nu se poate



**Figura 21.** Un element de arie  $dS$  străbătut de un flux electric.

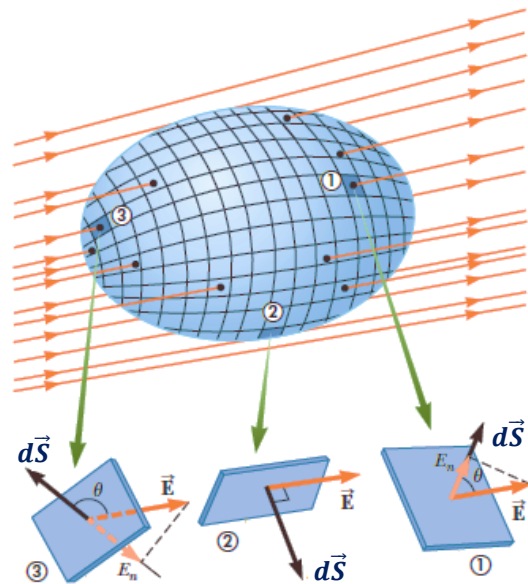
trece de la o regiune la alta fără a trece prin această suprafață. Un exemplu de suprafață închisă este acela al suprafeței unei sfere.

Să considerăm suprafața închisă din figura 22. Vectorii  $d\vec{S}$  au orientări diferite pentru elemente de suprafață diferite, dar în fiecare punct ei sunt perpendiculari pe aceasta și, prin convenție, orientați spre exterior. În situația 1 din figură, elementul de suprafață este parcurs de liniile de câmp de la interior spre exterior, iar fluxul electric este pozitiv deoarece  $\theta < 90^\circ$ . În situația 2, liniile de câmp sunt paralele cu suprafața și, prin urmare,  $\theta = 90^\circ$  iar fluxul electric este nul. În ultimul caz, liniile de câmp parcurg suprafața de la exterior spre interior,  $180^\circ > \theta > 90^\circ$  iar fluxul este negativ.

Astfel, fluxul electric total ce străbate întreaga suprafață este proporțional cu numărul total de linii de câmp care părăsesc suprafața. Acest număr este egal cu diferența dintre numărul de linii care părăsesc suprafața și cel al liniilor care intră în suprafață. Dacă numărul liniilor care părăsesc suprafața este mai mare decât cel al liniilor care intră în această, fluxul electric este pozitiv, iar în cazul invers este negativ. Fluxul electric ce străbate o suprafață închisă este dat de relația:

$$\phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint E_n \cdot dS \quad (35)$$

unde  $E_n$  reprezintă componenta câmpului electric normală pe suprafață.

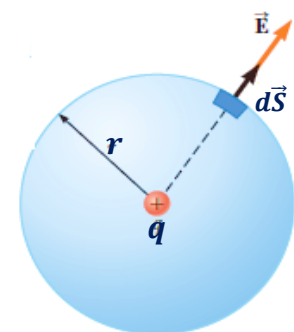


**Figura 22.** O suprafață închisă aflată în câmp electric.

## 9. LEGEA LUI GAUSS

**Legea lui Gauss** este o alternativă la legea lui Coulomb și furnizează un mod diferit de a exprima relația dintre sarcina electrică și câmpul electric. Această lege a fost formulată de Carl Friedrich Gauss (1777–1855), unul dintre cei mai mari matematicieni.

Legea lui Gauss afirmă că fluxul electric ce străbate o suprafață închisă este proporțional cu sarcina electrică din închisă în suprafața respectivă. Pentru a stabili o relație matematică între sarcina electrică din interiorul unei suprafețe închise și fluxul electric ce străbate suprafața respectivă, să considerăm situația din figura 23. O sarcină electrică pozitivă  $+q$  este plasată în centru unei



**Figura 23.** O suprafață sferică ce înconjoară o sarcină pozitivă  $q$ .

sfere de rază  $r$ . Intensitatea câmpului electric în fiecare punct al suprafeței are modul dat de relația:

$$E = k \frac{q}{r^2} \quad (36)$$

Liniile de câmp sunt orientate radial spre exteriorul sferei și, prin urmare, sunt perpendiculare pe suprafața sferei în orice punct al acesteia. Astfel, vectorul intensitate câmp electric  $\vec{E}$  este paralel cu vectorul  $d\vec{S}$  care reprezintă un element de arie ce înconjoară un punct al suprafeței. Astfel, putem scrie că  $\vec{E} d\vec{S} = E dS$ , iar fluxul total ce străbate suprafața sferei este dat de relația:

$$\phi_e = \oint E \cdot dS = E \oint dS \quad (37)$$

unde intensitatea câmpului electric iese în fața integralei deoarece ea este constantă pe întreaga suprafață. Ținând cont că aria suprafeței sferice este  $\oint dS = 4\pi r^2$ , vom obține pentru fluxul electric ce străbate suprafața închisă expresia:

$$\phi_e = k \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 \quad (38)$$

Constanta electrică fiind dată de relația  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ , obținem în final relația:

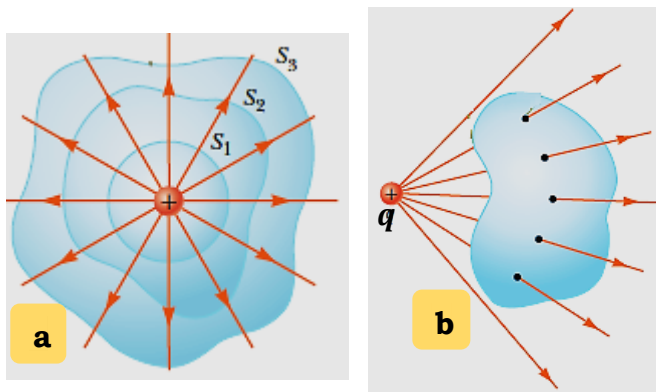
$$\phi_e = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (39)$$

Această relație ne arată că fluxul electric ce străbate o suprafață sferică este proporțional cu sarcina electrică din interiorul suprafeței. După cum se observă, fluxul electric este independent de raza sferei.

În continuare să considerăm situația din figura **24.a**. Suprafața  $S_1$  este sferică, dar suprafețele  $S_2$  și  $S_3$  au o formă oarecare. Fluxul ce trece prin suprafața  $S_1$  este dat de relația (39). După cum am discutat mai înainte, fluxul electric ce străbate o suprafață este proporțional cu numărul liniilor de câmp ce trec prin suprafața respectivă. Prin urmare, numărul liniilor de câmp ce străbat prima suprafață este egal cu cel al liniilor de câmp ce trec și prin suprafețele  $S_2$  și  $S_3$ . Prin urmare, putem afirma:

**Fluxul electric total ce străbate o suprafață închisă este proporțional cu sarcina închisă în suprafața respectivă și este independent de forma suprafeței.**

Să analizăm în cele ce urmează situația din figura **24.b**, în care o sarcină electrică se află în exteriorul unei suprafețe închise având o formă oarecare. După cum se observă, fiecare linie de câmp ce intră în suprafața respectivă o va părăsi prin alt punct. Prin urmare, fluxul electric ce străbate o suprafață închisă în care nu se află nici o sarcină este nul.



**Figura 24.** (a). Suprafețe închise având forme diferite, (b). Sarcină electrică aflată în exteriorul suprafeței închise..

Putem generaliza aceste rezultate și în cazul în care avem mai multe sarcini punctiforme sau pentru o distribuție continuă de sarcină. Astfel conform principiului superpoziției, intensitatea câmpului electric generat de mai multe sarcini va fi egală cu suma vectorială a intensităților câmpurilor create de fiecare sarcină. Prin urmare, fluxul ce străbate orice suprafață închisă poate fi exprimat prin relația:

$$\phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots) \cdot d\vec{S} \quad (40)$$

unde  $\vec{E}$  reprezintă intensitatea câmpului electric rezultat în fiecare punct al suprafeței obținut prin însumarea vectorială a câmpurilor individuale produse de fiecare sarcină în punctul respectiv.

Putem generaliza expresia matematică a legii lui Gauss pentru toate situațiile descrise anterior și să afirmăm că fluxul electric ce străbate orice suprafață închisă se determină cu relația:

$$\phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \quad (41)$$

unde  $q_{int}$  este sarcina totală din interiorul suprafeței închise. Când utilizăm această relație trebuie să ne reamintim că  $\vec{E}$  reprezintă intensitatea câmpului electric total și include contribuțiile la câmpul electric atât a sarcinilor din interiorul suprafeței închise, cât și a celor din exteriorul acesteia.

În principiu, legea lui Gauss se poate utiliza pentru a determina intensitatea câmpului electric generat de o distribuție continuă de sarcină. Însă, în practică, ea se poate aplica doar într-un număr limitat de situații, în care simetria este ridicată. În cele ce urmează vom aplica această lege pentru a determina câmpul electric în cazul unor distribuții continue particulare de sarcini electrice.

## 10. APLICAREA LEGII LUI GAUSS LA DIFERITE DISTRIBUȚII DE SARCINĂ