

Teoria dos Grafos

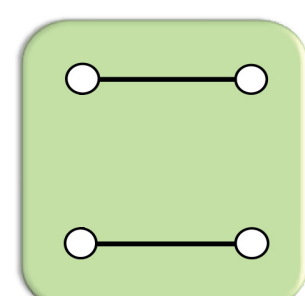
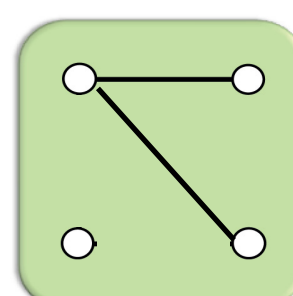
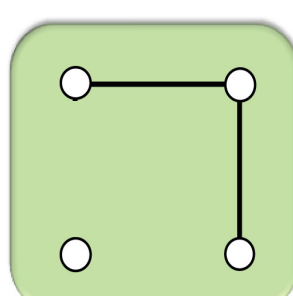
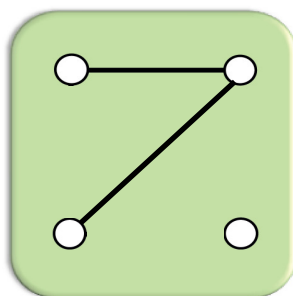
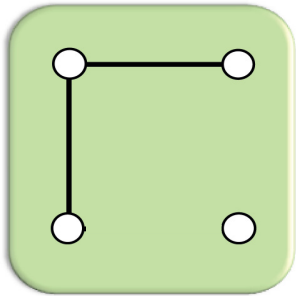
Aula 2 – Conceitos

Prof^a. Alessandra Martins Coelho

março/2013

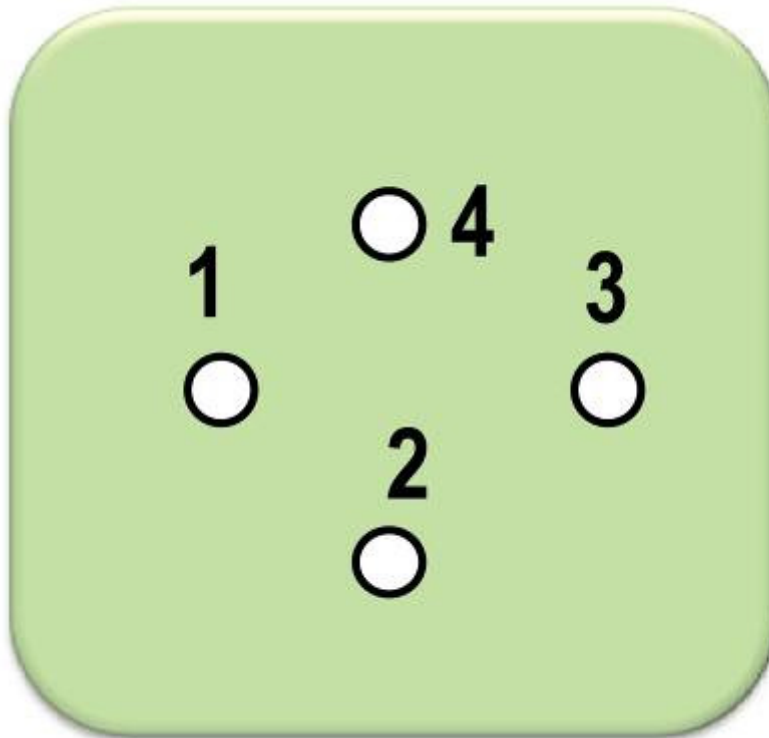
Conceitos

- **Grafo simples** é um grafo que não contém laços ou arestas paralelas.



Conceitos

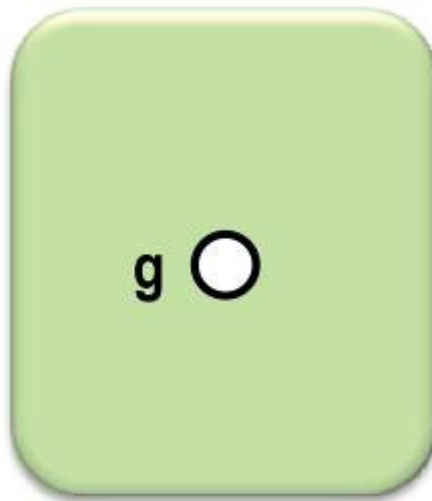
- Um **grafo vazio** é aquele que contém exclusivamente vértices.



Grafo de jogos
antes do início do
campeonato

Conceitos

- Um grafo é dito **trivial** ou ***singleton*** quando possui somente um vértice

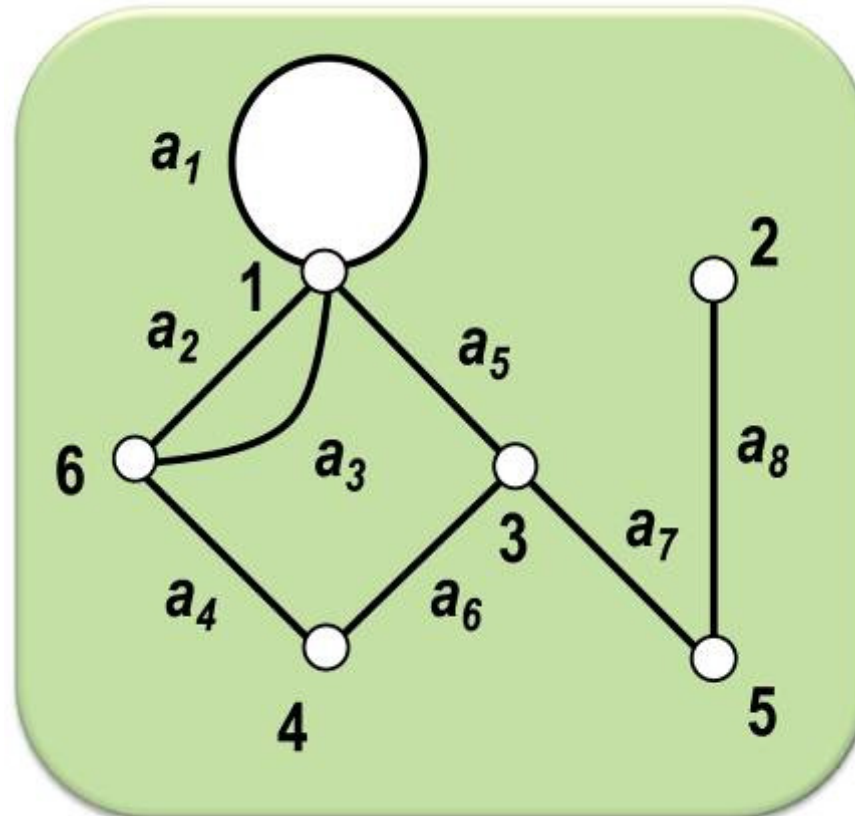


Conceitos

- Um grafo é dito **direcionado** ou **orientado** quando o sentido das ligações entre os vértices é importante. Nesse caso, as arestas possuem um sentido marcado por uma seta e recebem o nome de arcos

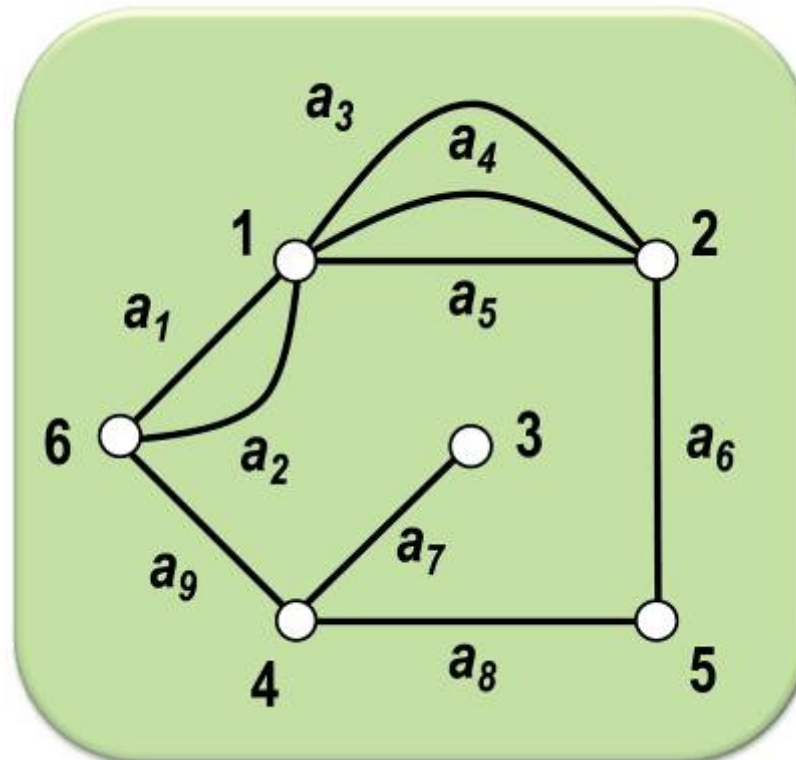
Conceitos

- Um grafo que contém no mínimo um laço é denominado **pseudografo**.



Conceitos

- Um grafo não direcionado que possui no mínimo duas arestas paralelas é denominado **multigrafo**.

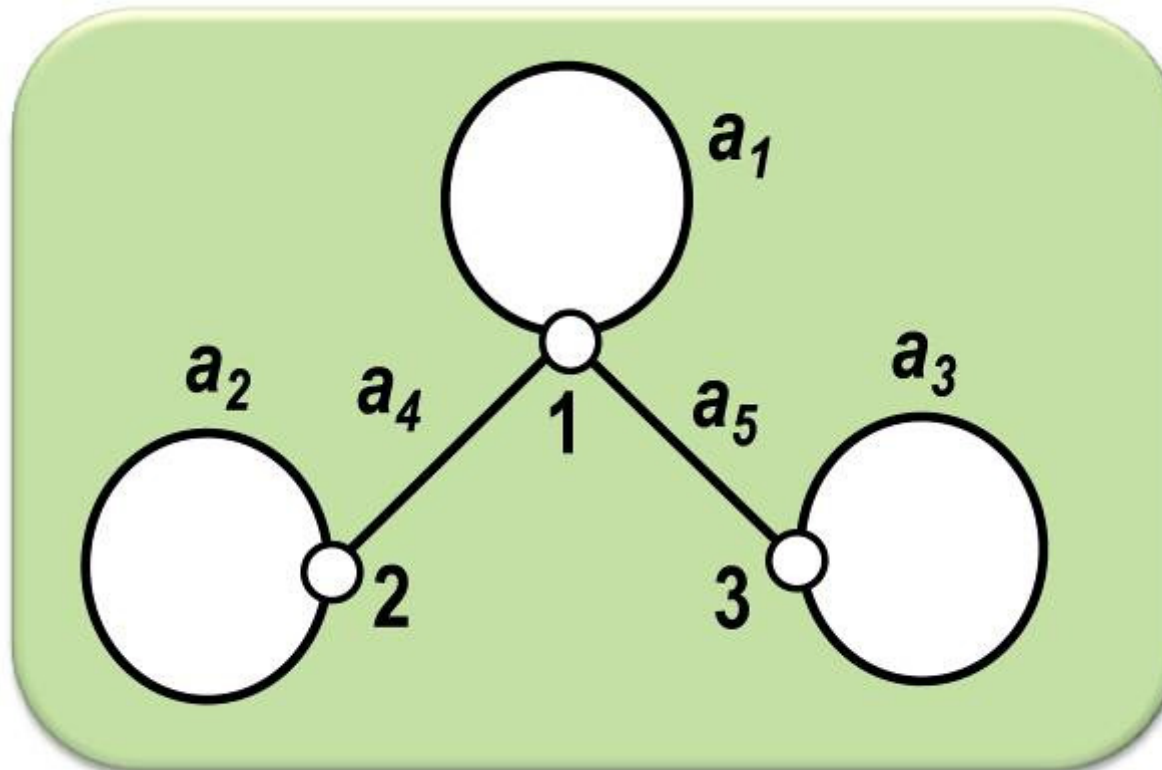


Conceitos

- Um **grafo direcionado** que possui dois ou mais arcos de mesma direção ligando um mesmo par de vértices é denominado **multigrafo direcionado**.

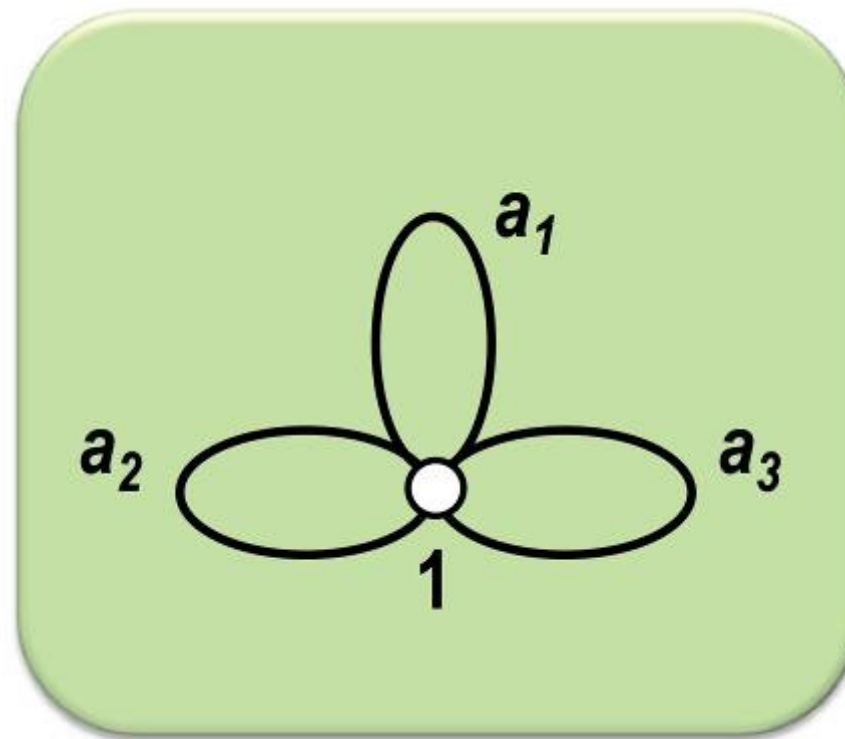
Conceitos

- Um **pseudografo** onde todos os vértices possuem um laço associado é denominado **grafo reflexivo**.

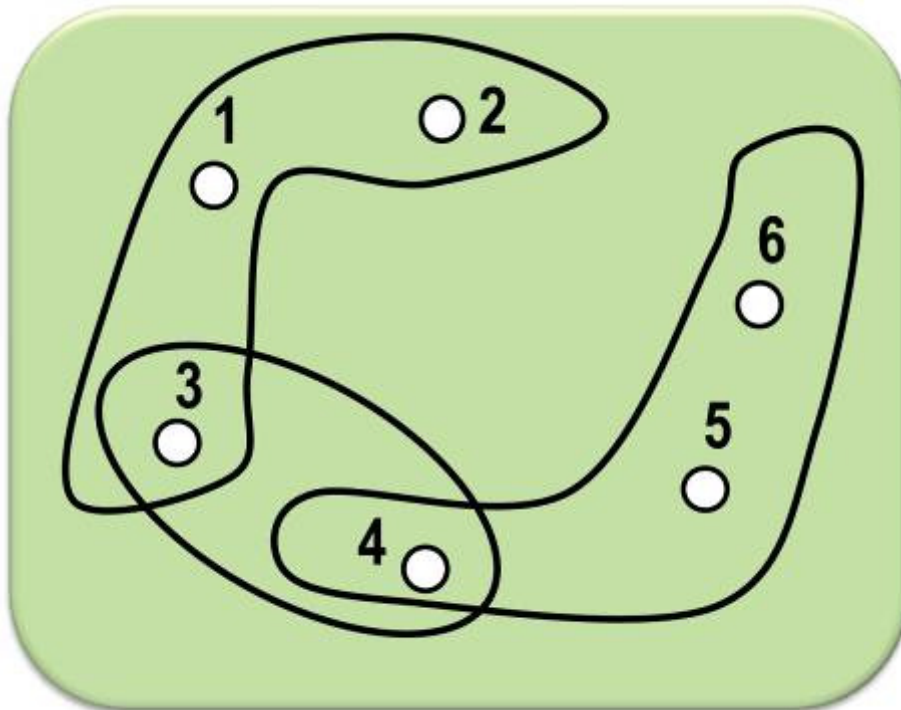


Conceito

- **Buquê** é um grafo que contém apenas um vértice com n laços.



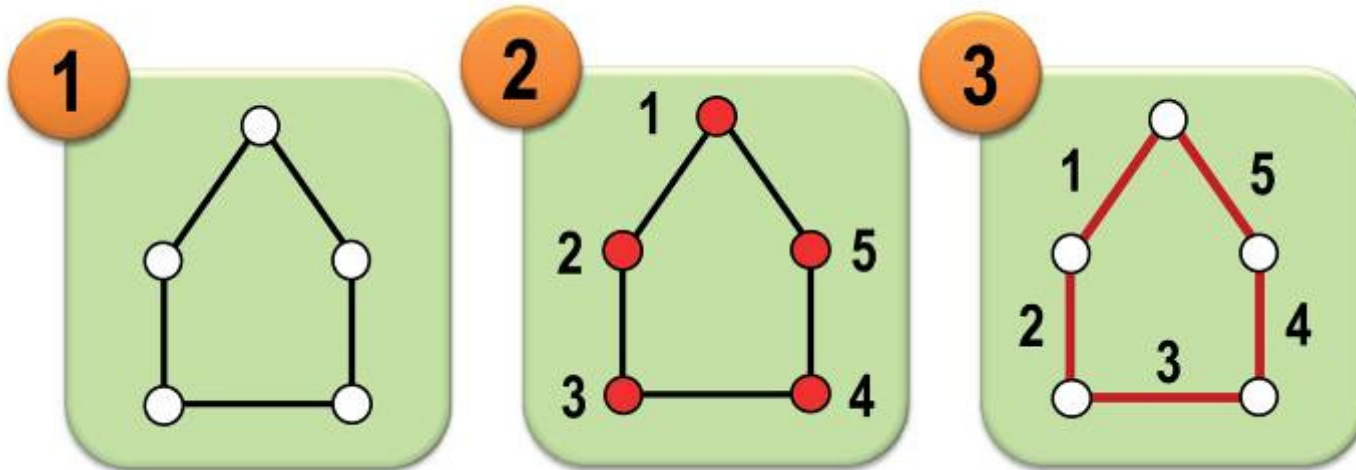
- **Hipergrafo** é um conjunto $H=(V,\xi)$, onde V representa o conjunto de vértices de H e ξ é uma família das partes de N .



- $N=\{1,2,3,4,5,6\}$
- $\xi=\{(1,2,3); (3,4); (4,5,6)\}$

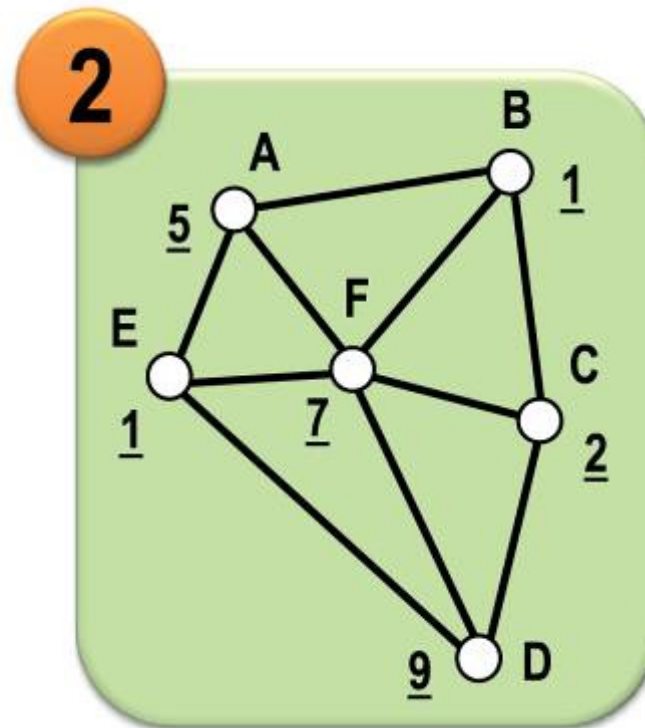
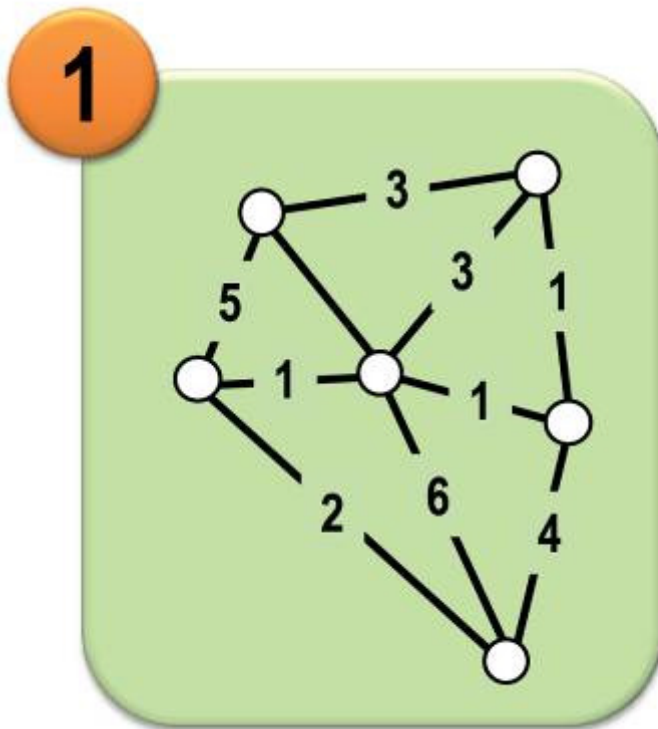
Conceitos

- Um grafo é dito **rotulado** se existem atribuições associadas a suas arestas ou vértices (numéricas ou alfanuméricas)



Conceitos

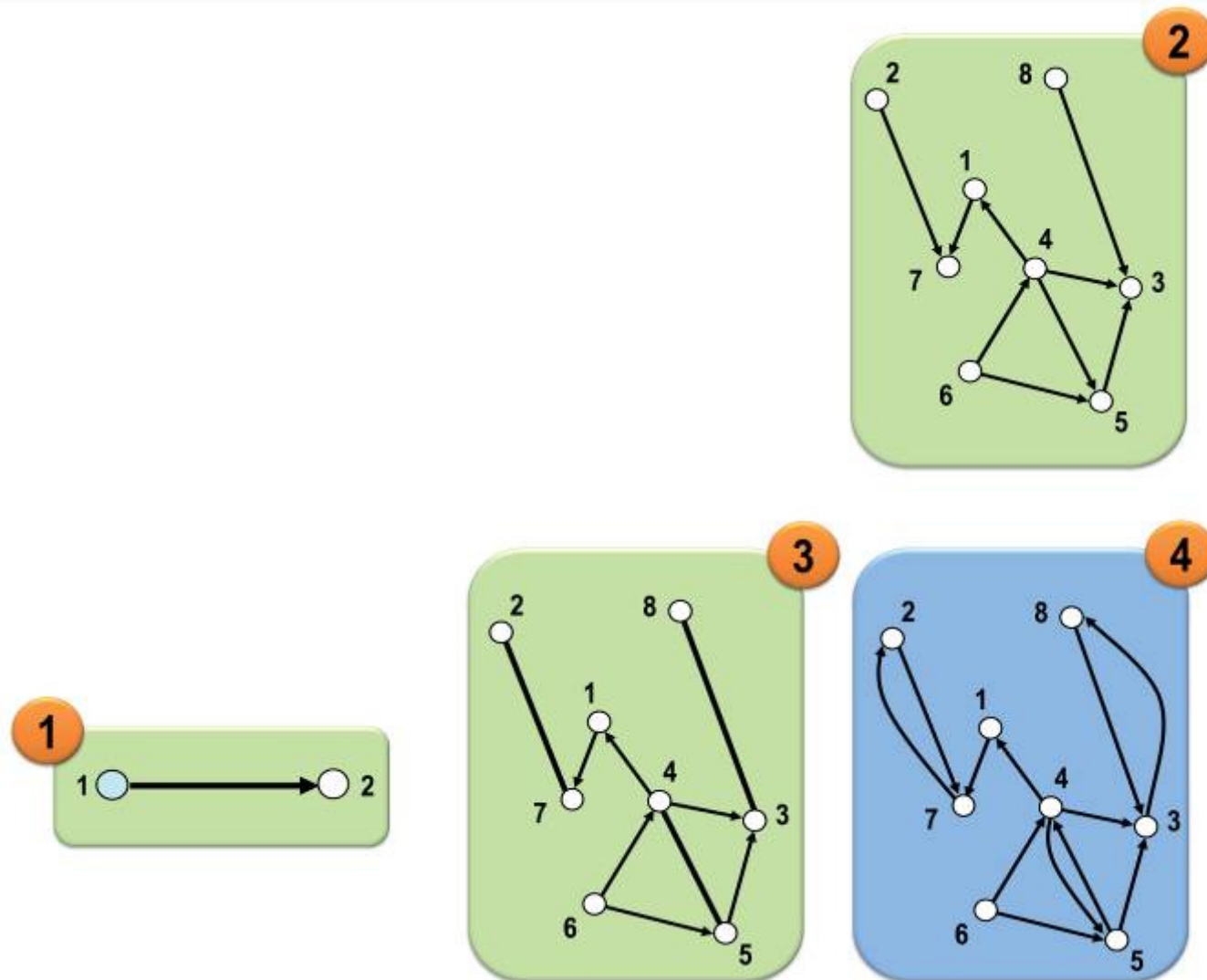
- Um grafo é **ponderado** se existem pesos associados às suas arestas ou vértices



Conceitos

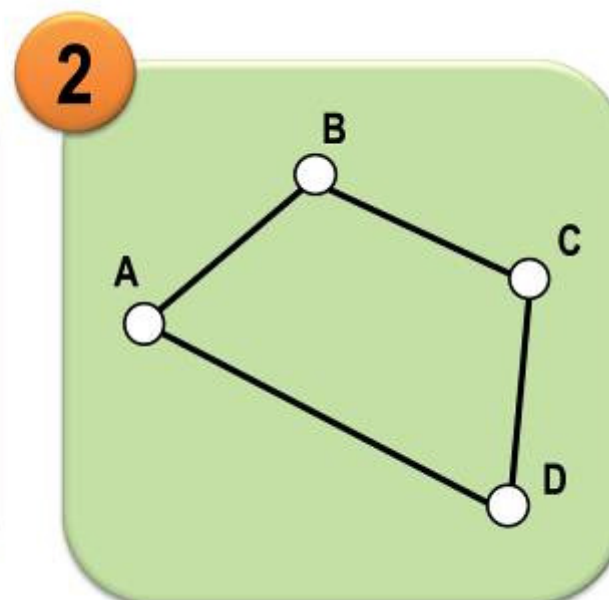
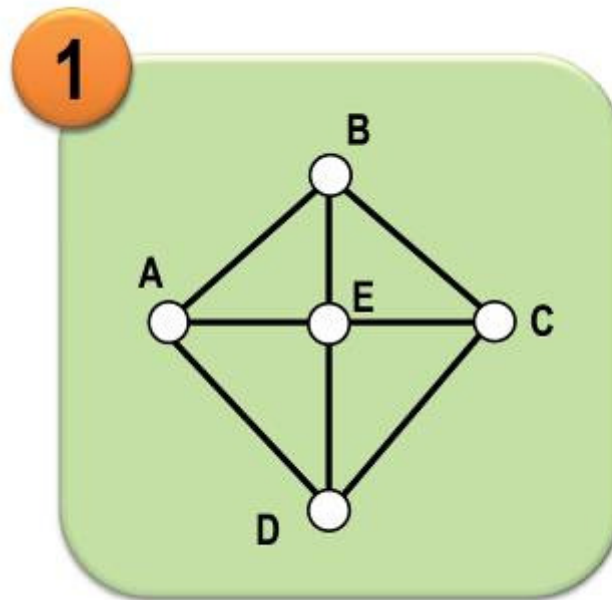
- Um grafo pode possuir simultaneamente arcos e arestas. Neste caso, são chamados de grafos **mistos**.

Exemplos de grafos direcionados e transformação do grafo



Ordem e tamanho de um grafo

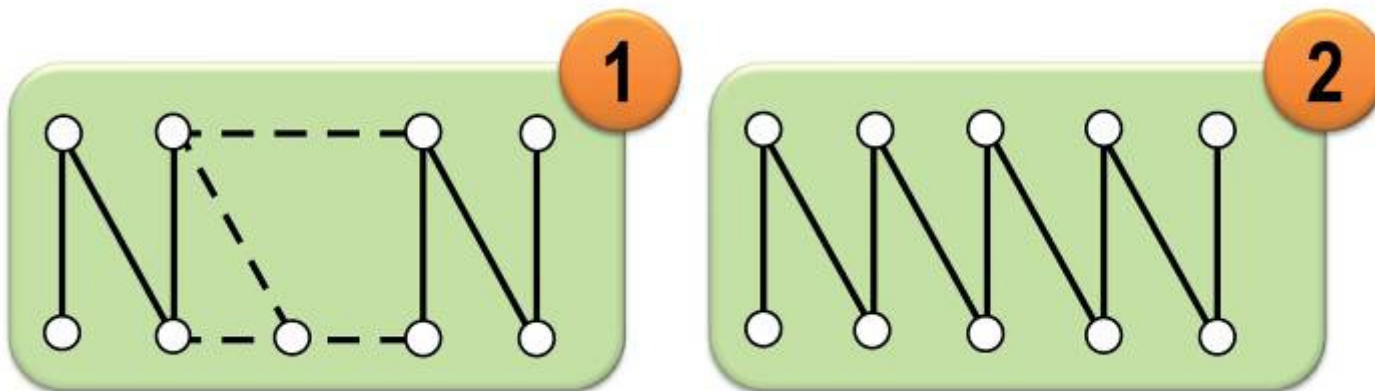
- **Ordem** de um grafo é o número de vértices que ele possui.
- **Tamanho** que um grafo é o número de ligações que ele possui



- Grafo (1) ordem ?? e tamanho??
- Grafo (2) ordem ?? e tamanho??

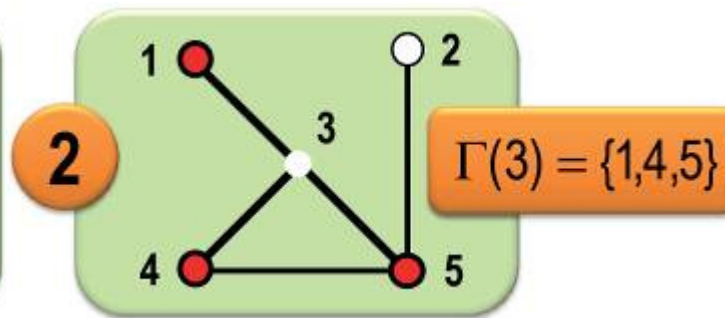
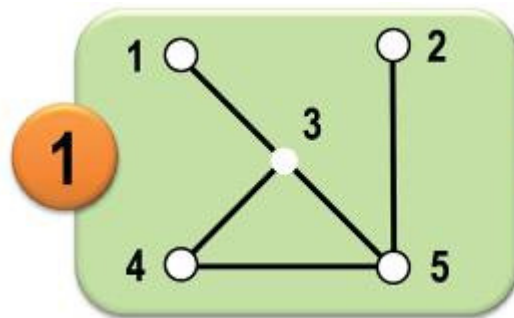
Conceitos

- Um grafo é dito **finito** quando possui um número finito de vértices, caso contrário, é **infinito**.



Adjacência de vértices

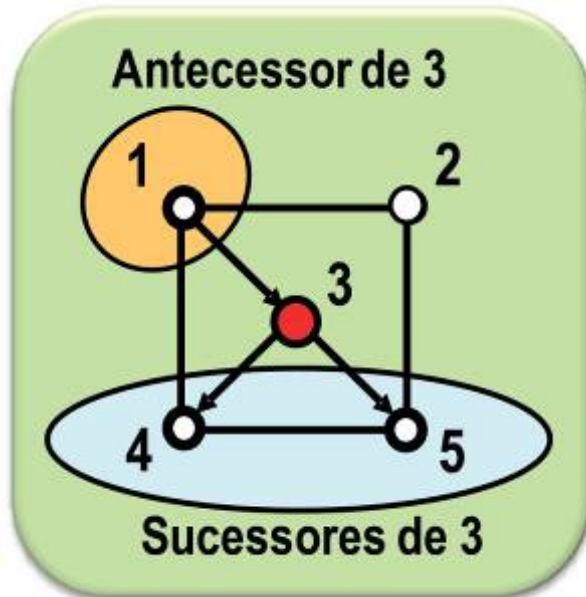
- Dois **vértices** i e j são **vizinhos** ou **adjacentes** quando existe uma aresta que liga i a j ou vice-versa.
- O conjunto de vértices vizinhos do vértice i é denominado $N(i)$ ou $\Gamma(i)$.
- A noção de vizinhança de vértices é associada a grafos não orientados.



Vértices
adjacentes ao
vértice 3

Conceitos

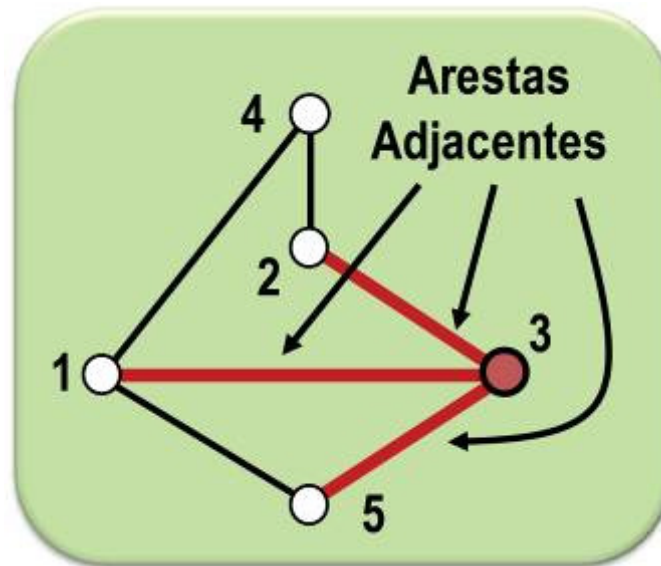
- Um vértice j é sucessor de i se existe pelo menos um arco ligando i a j . Os sucessores do vértice i são $\Gamma^+(i)$.
- No caso da ocorrência da relação inversa diz-se que o vértice j é antecessor de i . Os antecessores do vértice i são $\Gamma^-(i)$.



Conjunto de antecessores do vértice 3, $\Gamma^-(3) = \{1\}$ e o conjunto de sucessores de 3, $\Gamma^+(3) = \{4, 5\}$

Conceitos

- Duas arestas são adjacentes quando compartilham o mesmo vértice.

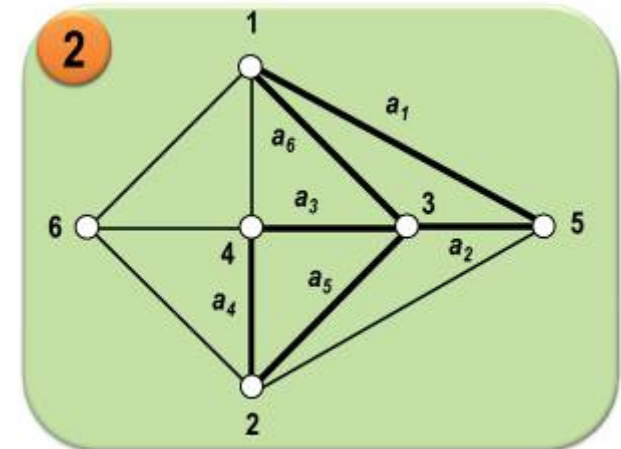
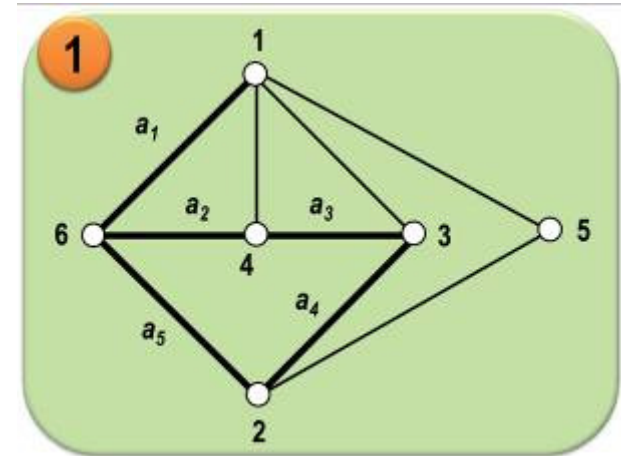


Conceitos

- Um **passeio** ou **percurso** é uma sequência finita de vértices e arestas $x_0, a_1, x_1, a_2, \dots, x_{k-1}, a_k, x_k$ começando e terminando com vértices tais que x_{i-1} e x_i são os vértices terminais da aresta a_i , $1 \leq i \leq k$.

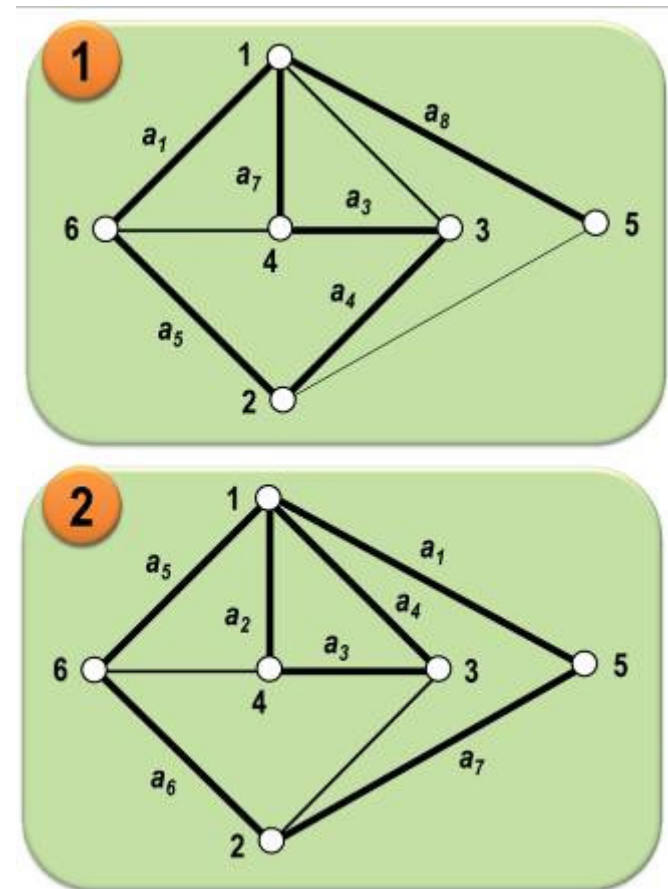
Conceitos

- Em (1) o passeio inicia pelo vértice 1, avançando na sequência $1-a_1-6-a_2-4-a_3-3-a_4-2-a_5-6-a_2-4-a_3-3$.
- Outra representação é através da sequência de vértices $1-6-4-3-2-6-4-3$
- Um passeio é aberto quando o vértice inicial é diferente do vértice final e fechado caso contrário.
- Em (2) tem-se o passeio fechado $1-5-3-4-2-3-1$



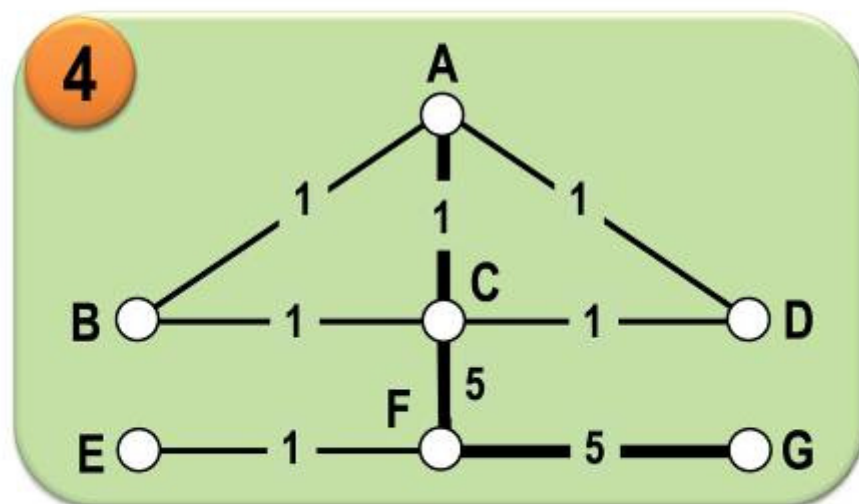
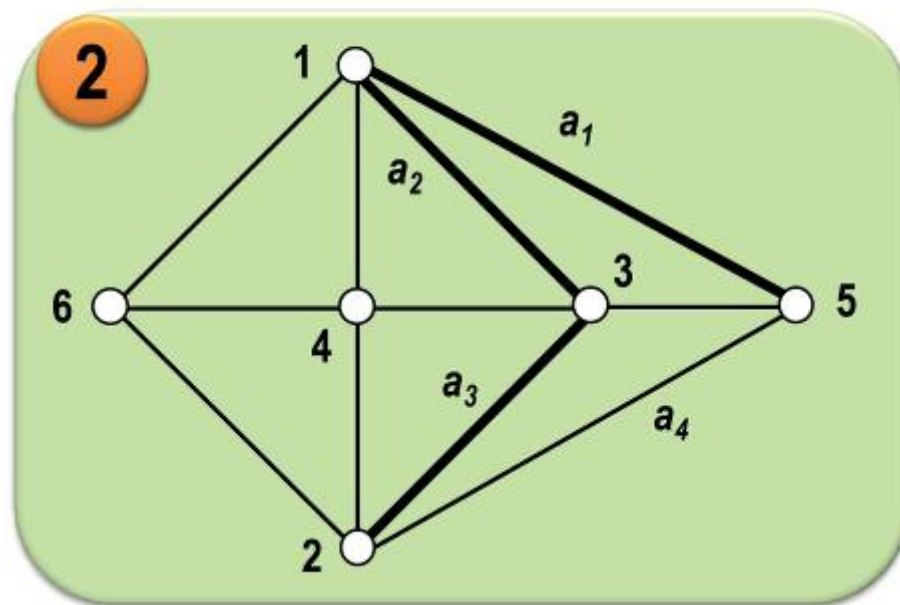
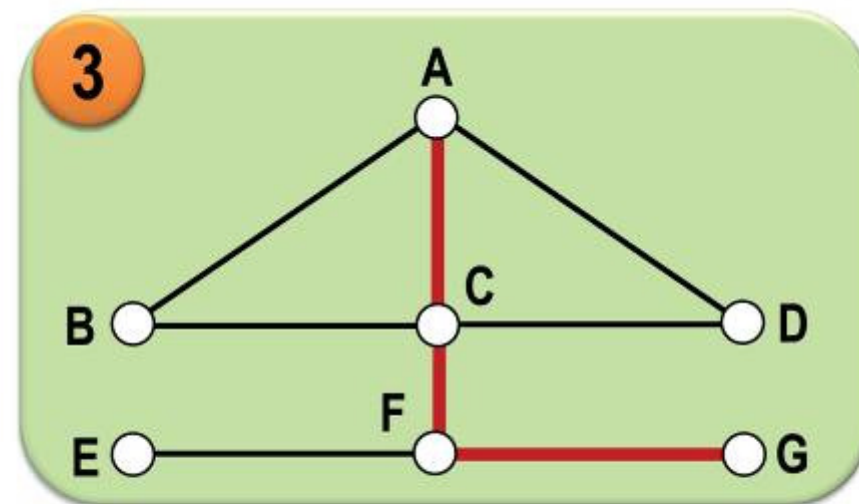
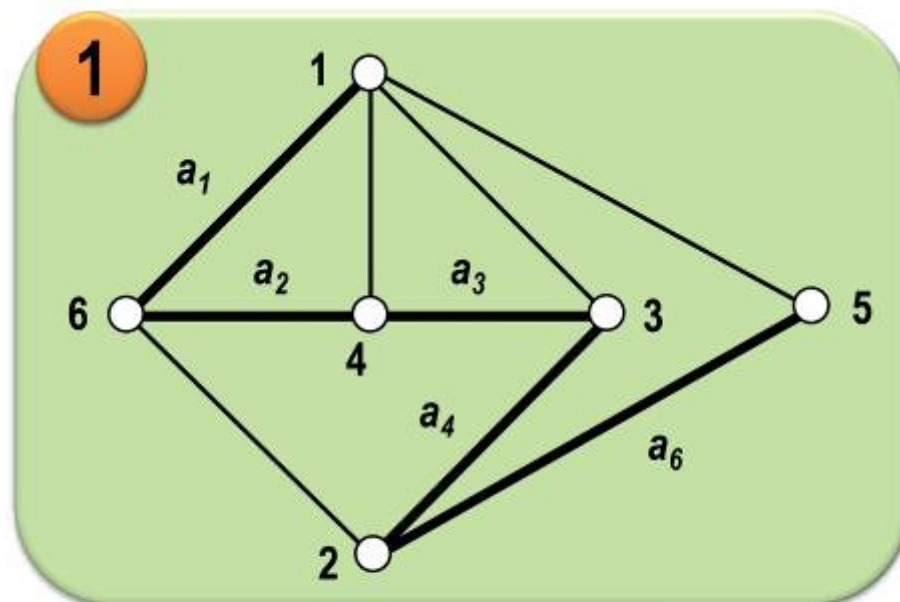
Conceitos

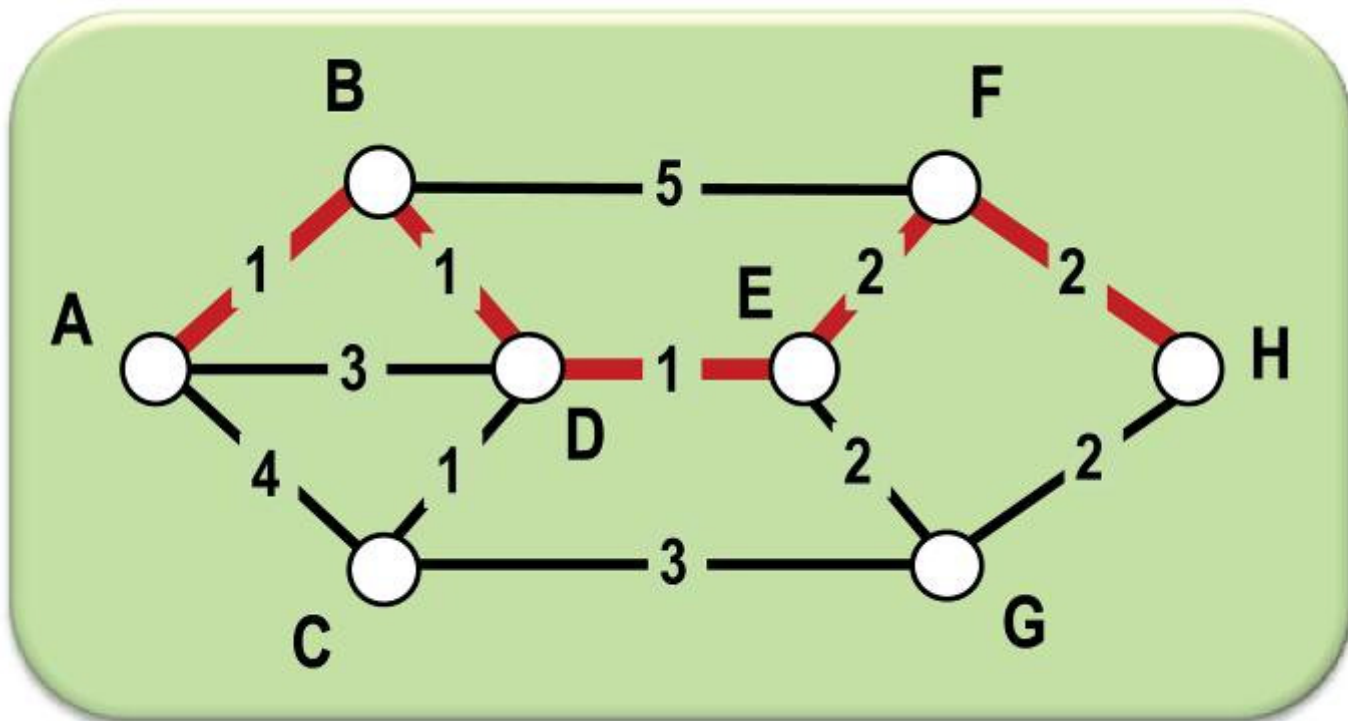
- Uma **cadeia** ou **trilha** é um passeio sem repetição de arestas.
- Em (1) cadeia aberta:
5- a_8 -1- a_7 -4- a_3 -3- a_4 -2- a_5 -6- a_1 -1
- Em (2) cadeia fechada:
5-1-3-4-1-6-2-5
- OBS: a cadeia da figura (1) é aberta apesar de possuir uma subcadeia fechada (1-4-3-2-6-1)

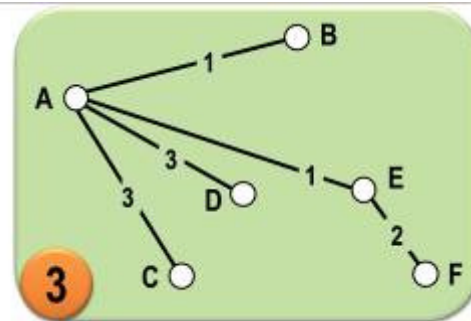
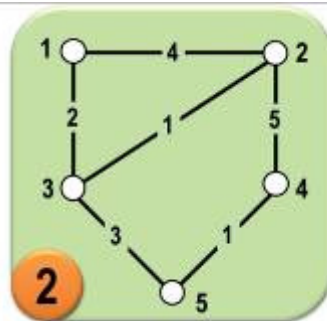
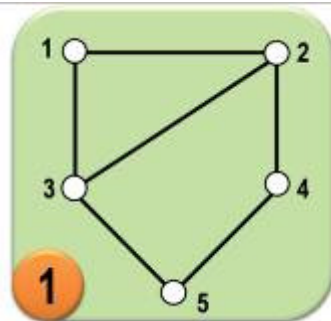


Conceitos

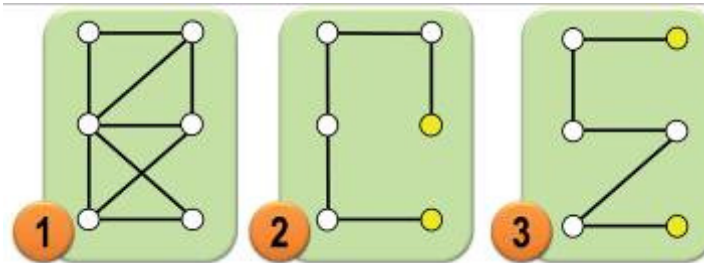
- Um **caminho** é uma cadeia sem repetição de vértices.
- Um caminho entre os vértices “a” e “b” será denotado por a-b, por P_{a-b} ou por P_i .
- Em um grafo não ponderado, o comprimento de um caminho é o número de arestas desse caminho.
- Em um grafo ponderado, o comprimento de um caminho é a soma dos pesos das arestas desse caminho.







Conceitos



Estruturas de Dados para Grafos

- Um grafo pode ser representado por diversas estruturas de dados diferentes. Cinco dessas representações.
 - Matriz de adjacência
 - Matriz de incidência
 - Lista de adjacência
 - Vetorial
 - Estrela direta e reversa

- Ciclo Euleriano – Teorema
- Um grafo G conexo, possui ciclo euleriano se e somente se todo vértice de G possuir grau par.
- Um grafo é conexo se existir caminho entre quaisquer dois vértices.

Referências

- BOAVENTURA NETTO, P. O.;
JURKIEWICZ, S. .Grafos: Introdução e
prática. São Paulo: Blucher, 2009.