Category 6 Power and Root Test

1. **If** $a^5 = 9(25)(45)(75)$, **then** $a =$

answer

(A) **5**

(B) **9**

(C) **10**

(D) **15**

(E) **25**

2. **If** $(124)^2 = 15{,}376$, **what is** $(124)(248)$ **?**

answer

(A) $(15{,}376)^3$

(B) $(15{,}376 \times 2)^2$

(C) $(15{,}376)^2$

(D) $15{,}376 + 2$

(E) $15{,}376 \times 2$

3. **If** $36.15 \times 10^3 = n \times 10^6$, **then** $n =$

answer

(A) **0.03615**

(B) **0.3615**

(C) **3.615**

(D) **3,615**

(E) **36,150**

4. $5^{12} + 5^{13} =$

answer

(A) 5^{25}

(B) 10^{25}

(C) $6(5^{12})$

(D) $10^{12} + 5$

(E) $2(5^{12}) + 5$

5. $\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 =$

answer

(A) $\frac{1}{64}$

(B) $\frac{25}{36}$

(C) $\frac{49}{64}$

(D) $\frac{35}{36}$

(E) $\frac{63}{64}$

6. $(0.01)^2(0.014) + (0.01)(0.0026) =$

answer

(A) **0.0000166**

(B) **0.0000274**

(C) **0.00004**

(D) **0.000166**

(E) **0.0004**

7. Which of the following is greatest?

answer

(A) 5^2+1

(B) 5^4+1

(C) 5^6-1

(D) $5^3\times5^2$

(E) $5^8\div5^2$

8. For positive integers k and n, if $k<n$ and $x\neq0$, then $\dfrac{x^k x^{n-k}}{x^n}=$

answer

(A) **0**

(B) **1**

(C) x^k

(D) x^{n-k}

(E) $x^{2(n-k)}$

9. $18x^6y^2-2x^2y^4=$

answer

(A) $(3x-y)(3x+y)$

(B) $2(3y-x)(3y+x)$

(C) $2x^2y^2(3x^2-y)^2$

(D) $9x^4y^2(3x-y)^2$

(E) $2x^2y^2(3x^2+y)\ (3x^2-y)$

10. If $x=-1$, the $\frac{1}{x^4}+\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-\frac{1}{5}=$

answer

(A) $\frac{12}{5}$

(B) $\frac{4}{5}$

(C) $-\frac{1}{15}$

(D) $-\frac{1}{5}$

(E) $-\frac{21}{5}$

11. Which of the following values of x will make the equation $x^{40}+x^{39}=0$ true?

answer

I. -1

II. 0

III. 1

(A) II only

(B) I and II only

(C) I and III only

(D) II and III only

(E) I, II, and III

12. If $2^{2x+6}=4$, then $x=$

answer

(A) 2

(B) 1

(C) 0

(D) -1

(E) -2

13. 2^{16} **is**

answer

(A) **2 more than** 2^{15}

(B) **16 more than** 2^{15}

(C) $\frac{1}{2}$ **of** 2^{32}

(D) **2 times** 2^{8}

(E) **2 times** 2^{15}

14. $40^2 + 2(5)(40) + 5^2$ **is the square of**

answer

(A) **35**

(B) **37.5**

(C) **41**

(D) **42.5**

(E) **45**

15. **What is the units digit of** $(13)^4(17)^2(29)^3$**?**

answer

(A) **9**

(B) **7**

(C) **5**

(D) **3**

(E) **1**

16. **Four hours from now, the population of a colony of bacteria will reach 1.28×10^6. If the population of the colony doubles every 4 hours, what was the population 12 hours ago?**

answer

(A) 6.4×10^2

(B) 8.0×10^4

(C) 1.6×10^5

(D) 3.2×10^5

(E) 8.0×10^6

17. **The volume of a box with a square base is 54 cubic centimeters. If the height of the box is twice the width of the base, what is the height, in centimeters?**

answer

(A) **2**

(B) **3**

(C) **4**

(D) **6**

(E) **9**

18. $\sqrt{18}+\sqrt{32}=$

answer

(A) **25**

(B) $5\sqrt{2}$

(C) $7\sqrt{2}$

(D) $13\sqrt{2}$

(E) $25\sqrt{2}$

19. $\sqrt{0.0016} =$

answer

(A) **0.08**

(B) **0.04**

(C) **0.004**

(D) **0.0008**

(E) **0.0004**

20. $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2^5}{10^2} =$

answer

(A) $\frac{12}{25}$

(B) $\frac{3}{20}$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

(D) $\frac{\sqrt{2}}{10}$

(E) $\frac{\sqrt{2}}{100}$

21. **Of the following, which is the closest approximation to** $\sqrt{\frac{8.9(198.7)}{18}}$ **?**

answer

(A) **3**

(B) **7**

(C) **10**

(D) **30**

(E) **100**

22. $\sqrt{784} =$

answer

(A) 28
(B) 32
(C) 38
(D) 56
(E) 112

23. $(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2) =$

answer

(A) $\sqrt{3}-4$
(B) $\sqrt{6}-4$
(C) -1
(D) 1
(E) 2

24. $\sqrt{7}-\sqrt{63} =$

answer

(A) $-8\sqrt{7}$
(B) $-3\sqrt{7}$
(C) $-2\sqrt{7}$
(D) $2\sqrt{7}$
(E) $3\sqrt{7}$

25. If $p = 0.2$ and $n = 100$, then $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} =$

answer

(A) $-\sqrt{0.002}$

(B) $\sqrt{0.02} - 0.02$

(C) **0**

(D) **0.04**

(E) **0.4**

26. If $y > 0$, which of the following is equal to $\sqrt{48y^3}$?

answer

(A) $4y\sqrt{3y}$

(B) $3y\sqrt{4y}$

(C) $2\sqrt{12y}$

(D) $3\sqrt{8y}$

(E) $16y\sqrt{3y}$

27. If $x \neq 0$ and $x = \sqrt{4xy - 4y^2}$, then, in terms of y, $x =$

answer

(A) $2y$

(B) y

(C) $\frac{y}{2}$

(D) $\frac{-4y^2}{1-4y}$

(E) $-2y$

28. Of the following numbers, which one is third greatest?

answer

(A) $2\sqrt{2}-1$
(B) $\sqrt{2}+1$
(C) $1-\sqrt{2}$
(D) $\sqrt{2}-1$
(E) $\sqrt{2}$

$$q = 3\sqrt{3}$$

$$r = 1 + 2\sqrt{3}$$

$$s = 3 + \sqrt{3}$$

29. If $q, r,$ and s are the numbers shown above, which of the following shows their order from greatest to least?

answer

(A) q, r, s
(B) q, s, r
(C) r, q, s
(D) s, q, r
(E) s, r, q

30. $\sqrt{463}$ is between

answer

(A) 21 and 22
(B) 22 and 23
(C) 23 and 24
(D) 24 and 25
(E) 25 and 26

31. **Of the following, which is most nearly equal to $\sqrt{10}$?**

answer

(A) **3.1**

(B) **3.2**

(C) **3.3**

(D) **3.4**

(E) **3.5**

<High Level Questions>

32. **In a certain set of weights, for each positive integer n less than 10, there is one weight that weighs 2^n grams. What is the least number of such weights with a combined weight of 108 grams?**

answer

(A) **Three**

(B) **Four**

(C) **Five**

(D) **Six**

(E) **Seven**

33. $(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) =$ **?**

answer

(A) $2^{16}-1$

(B) $2^{16}+1$

(C) $2^{32}-1$

(D) $2^{128}-1$

(E) $2^{16}(2^{16}-1)$

34. If s, u, and v are positive integers and $2^s = 2^u + 2^v$, which of the following must be true?

answer

I. $s = u$

II. $u \neq v$

III. $s > v$

(A) None

(B) I only

(C) II only

(D) III only

(E) II and III

35. If $t = 2^{x+1}$, then in terms of t, 4^x is

answer

(A) t

(B) $\frac{t}{2}$

(C) t^2

(D) $\frac{t^2}{2}$

(E) $\frac{t^2}{4}$

36. If x is a positive number and $\frac{1}{2}$ the square root of x is equal to $2x$, then $x =$

answer

(A) $\frac{1}{16}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) 2

(E) 8

37. If $N = 2^3 \cdot 5^7 \cdot 9^3$, what is the sum of the different positive prime factors of N ?

answer

(A) 17

(B) 16

(C) 15

(D) 10

(E) 7

38. If an integer raised to the fifth power is odd, then the integer must be which of the following?

answer

I. Odd

II. Even

III. Positive

(A) I only

(B) II only

(C) III only

(D) I and III

(E) II and III

39. A computer can perform 1,000,000 calculations per second. At this rate, how many hours will it take this computer to perform the 3.6×10^{11} calculations required to solve a certain problem?

answer

(A) 60

(B) 100

(C) 600

(D) 1,000

(E) 6,000

40. If $x = 4$ and $y = 16$, then $\sqrt{\frac{x+y}{xy}}$ is closest to which of the following?

answer

(A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{3}{4}$ **(D)** $\frac{7}{8}$ **(E)** 1

41. Of the following sums, which is greatest?

answer

(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}}$

(B) $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}$

(C) $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}$

(D) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

(E) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$

42. $\frac{7^4-1}{8(7^2+1)}$ =?

answer

(A) 6

(B) 6.25

(C) 7

(D) 8

(E) 48

수학해설 Category 6 Power and Root Test

1. **If** $a^5 = 9(25)(45)(75)$, **then** $a =$

(A) 5

(B) 9

(C) 10

(D) 15

(E) 25

$a^5 = 9(25)(45)(75) = 3^2(5^2)(3^2 \times 5)(3^2 \times 5^2) = 3^5 \times 5^5$

📖 답은 (D)입니다.

2. **If** $(124)^2 = 15{,}376$, **what is** $(124)(248)$ **?**

(A) $(15{,}376)^3$

(B) $(15{,}376 \times 2)^2$

(C) $(15{,}376)^2$

(D) $15{,}376 + 2$

(E) $15{,}376 \times 2$

$(124)(248) = 2(124)^2 = 2 \times 15{,}376$

📖 답은 (D)입니다.

3. **If** $36.15 \times 10^3 = n \times 10^6$, **then** $n =$

(A) 0.03615

(B) 0.3615

(C) 3.615

(D) 3,615

(E) 36,150

$36.15\times10^3=(0.03615\times10^3)\times10^3=0.03615\times10^{3+3}$

📖 답은 (A)입니다.

4. $5^{12}+5^{13}=$

(A) 5^{25}

(B) 10^{25}

(C) $6(5^{12})$

(D) $10^{12}+5$

(E) $2(5^{12})+5$

$5^{12}+5^{13}=5^{12}(1+5)$

📖 답은 (C)입니다.

5. $\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2=$

(A) $\frac{1}{64}$

(B) $\frac{25}{36}$

(C) $\frac{49}{64}$

(D) $\frac{35}{36}$

(E) $\frac{63}{64}$

$\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2=\left[1-\frac{1}{8}\right]^2=\left(\frac{7}{8}\right)^2$

📖 답은 (C)입니다.

6. $(0.01)^2(0.014)+(0.01)(0.0026)=$

(A) **0.0000166**
(B) **0.0000274**
(C) **0.00004**
(D) **0.000166**
(E) **0.0004**

$$(0.01)^2(0.014)+(0.01)(0.0026)=\left(\frac{1}{10^2}\right)^2\left(\frac{14}{10^3}\right)+\left(\frac{1}{10^2}\right)\left(\frac{26}{10^4}\right)$$

📖 답은 (B)입니다.

7. **Which of the following is greatest?**

(A) 5^2+1
(B) 5^4+1
(C) 5^6-1
(D) $5^3\times5^2$
(E) $5^8\div5^2$

$5^3\times5^2=5^{3+2}=5^5$, $5^8\div5^2=5^{8-2}=5^6$

📖 답은 (E)입니다.

8. **For positive integers** k **and** n**, if** $k<n$ **and** $x\neq0$**, then** $\dfrac{x^k x^{n-k}}{x^n}=$

(A) **0**
(B) **1**
(C) x^k
(D) x^{n-k}
(E) $x^{2(n-k)}$

$$\frac{x^k x^{n-k}}{x^n}=x^{k+n-k-n}=x^0$$

📖 답은 (B)입니다.

9. $18x^6y^2 - 2x^2y^4 =$

(A) $(3x-y)(3x+y)$

(B) $2(3y-x)(3y+x)$

(C) $2x^2y^2(3x^2-y)^2$

(D) $9x^4y^2(3x-y)^2$

(E) $2x^2y^2(3x^2+y)(3x^2-y)$

$18x^6y^2 - 2x^2y^4 = 2x^2y^2(9x^4-y^2) = 2x^2y^2(3x^2+y)(3x^2-y)$

📖 답은 (E)입니다.

10. **If** $x=-1$, **the** $\frac{1}{x^4}+\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-\frac{1}{5}=$

(A) $\frac{12}{5}$ **(B)** $\frac{4}{5}$ **(C)** $-\frac{1}{15}$ **(D)** $-\frac{1}{5}$ **(E)** $-\frac{21}{5}$

📖 답은 (D)입니다.

11. **Which of the following values of** x **will make the equation** $x^{40}+x^{39}=0$ **true?**

I. -1

II. **0**

III. **1**

(A) **II only**

(B) **I and II only**

(C) **I and III only**

(D) **II and III only**

(E) **I, II, and III**

양수 또는 음수의 짝수 승은 언제나 양수입니다.

ex. $2^2=4,\ (-2)^2=4$

하지만 음수의 홀수 승은 언제나 음수임을 기억해야 합니다.

ex. $(-2)^3=-8,\ (-3)^3=-27$

📖 답은 (B)입니다.

12. **If** $2^{2x+6} = 4$, **then** $x =$

(A) **2** **(B)** **1** **(C)** **0** **(D)** -1 **(E)** -2

$2^{2x+6} = 2^2$ base를 같게 해주었으므로 exponent만 같아지면 됩니다. $2x + 6 = 2$

📖 답은 (E)입니다.

13. 2^{16} **is**

(A) **2 more than** 2^{15}

(B) **16 more than** 2^{15}

(C) $\frac{1}{2}$ **of** 2^{32}

(D) **2 times** 2^8

(E) **2 times** 2^{15}

base가 같은 수의 곱셈은 exponent간에 덧셈과 같습니다.

$2 \times 2^{15} = 2^{1+15} = 2^{16}$

📖 답은 (E)입니다.

14. $40^2 + 2(5)(40) + 5^2$ **is the square of**

(A) **35** **(B)** **37.5** **(C)** **41** **(D)** **42.5** **(E)** **45**

$40^2 + 2(5)(40) + 5^2$ 가 어떤 수의 제곱인지를(square) 물어 보고 있습니다. 답을 계산하는 방법에는 다음의 두 가지가 있습니다.

i) 실제로 $40^2 + 2(5)(40) + 5^2$ 을 계산하여 2,025를 소인수 분해하여 답을 찾는 방법입니다.

ii) $40^2 + 2(5)(40) + 5^2$ 의 일의 자리 숫자가 5^2 에 의해서 결정되는 것을 알 수 있습니다.

따라서 $40^2 + 2(5)(40) + 5^2$ 의 일의 자리 수는 5입니다. 보기에 주어진 숫자들 중 제곱하여 일의 자리 수가 5인 보기는 (A), (E)가 있습니다. 이제 $40^2 + 2(5)(40) + 5^2$ 은 40^2 이 하나의 항이기 때문에 35^2 보다 큰 수라는 것을 알 수 있습니다.

📖 답은 (E)입니다.

15. What is the units digit of $(13)^4(17)^2(29)^3$?

(A) 9

(B) 7

(C) 5

(D) 3

(E) 1

"units digit"이란 일자리의 숫자를 의미합니다. $(13)^4(17)^2(29)^3$ 의 일자리 숫자를 알기 위해서는 전체 숫자간의 계산은 생략하고 단지 각 숫자의 일자리 숫자만을 계산하면 됩니다. 즉, 13^4 의 일자리 수인 3을 4승한 숫자의 일자리 수는 1, 17^4 의 일자리 수인 7을 제곱하면 일자리 수는 9, 29^3 의 일자리 수인 9를 3승한 숫자의 일자리 수는 9입니다. 이렇게 구해진 일자의 숫자를 곱하면 문제에 대한 답을 할 수 있습니다.

📖 답은 (E)입니다.

16. Four hours from now, the population of a colony of bacteria will reach 1.28×10^6. If the population of the colony doubles every 4 hours, what was the population 12 hours ago?

(A) 6.4×10^2

(B) 8.0×10^4

(C) 1.6×10^5

(D) 3.2×10^5

(E) 8.0×10^6

bacteria의 수가 4시간 후에 1.28×10^6 된다고 합니다. Bacteria의 수는 4시간 마다 두 배가 된다고 합니다. 이러한 조건 하에서 12시간이전의 bacteria 수를 물어 보고 있습니다. 4시간 후에 bacteria 수가 1.28×10^6 이라고 했기 때문에 현재의 수는 6.4×10^5 입니다.4시간 마다 수가 2배씩 증가한다고 했기 때문에 다음의 식을 계산해 주면 됩니다.

$$\frac{6.4\times10^5}{2^3}=8.0\times10^4$$

📖 답은 (B)입니다.

17. The volume of a box with a square base is 54 cubic centimeters. If the height of the box is twice the width of the base, what is the height, in centimeters?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 9

정사각형의 바닥면을 가지고 있는 상자의(a box with a square base) 체적이 $54cm^3$ (54 cubic centimeters)일 때 상자의 높이는 바닥면 폭 길이의 2배라고 합니다. 이럴 때 높이의 길이를 물어 보고 있습니다. 우선 직육면체의 체적을 구하는 공식은 $v = l \times h \times w$ 입니다. 문제에 주어진 직육면체는 바닥면의 폭과 넓이가 같고($l = w$) 높이가 폭의 두 배이기($h = 2l$) 때문에 다음 식을 풀면 높이를 알 수 있습니다.

$54 = 2l^3$

📖 답은 (D)입니다.

18. $\sqrt{18} + \sqrt{32} =$

(A) 25

(B) $5\sqrt{2}$

(C) $7\sqrt{2}$

(D) $13\sqrt{2}$

(E) $25\sqrt{2}$

$\sqrt{18} + \sqrt{32} = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

⏭ 답은 (C)입니다. ⏭

19. $\sqrt{0.0016} =$

(A) 0.8

(B) 0.4

(C) 0.04

(D) 0.008

(E) 0.004

$\sqrt{0.0016} = \sqrt{\frac{16}{10000}} = \frac{4}{100}$

📖 답은 (C)입니다.

20. $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2^5}{10^2} =$

(A) $\frac{12}{25}$

(B) $\frac{3}{20}$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

(D) $\frac{\sqrt{2}}{10}$

(E) $\frac{\sqrt{2}}{100}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2^5}{10^2} = \frac{3 \times 2^5}{2 \times 10^2} = \frac{3 \times 2^{5-1}}{2^2 \times 25} = \frac{3 \times 2^{4-2}}{25} = \frac{12}{25}$

📖 답은 (A)입니다.

21. Of the following, which is the closest approximation to $\sqrt{\frac{8.9(198.7)}{18}}$ **?**

(A) 3 (B) 7 (C) 10 (D) 30 (E) 100

$\sqrt{\frac{8.9(198.7)}{18}} \cong \sqrt{\frac{9 \times 200}{18}}$

📖 답은 (C)입니다.

22. $\sqrt{784} =$

(A) 28

(B) 32

(C) 38

(D) 56

(E) 112

$784 = 2^4 \times 7^2$ 이므로, $\sqrt{784} = 2^2 \times 7 = 28$

📖 답은 (A)입니다.

23. $(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)=$

(A) $\sqrt{3}-4$ **(B)** $\sqrt{6}-4$ **(C)** -1 **(D)** **1** **(E)** **2**

$(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)=(\sqrt{3})^2-4=-1$

📖 답은 (C)입니다.

24. $\sqrt{7}-\sqrt{63}=$

(A) $-8\sqrt{7}$
(B) $-3\sqrt{7}$
(C) $-2\sqrt{7}$
(D) $2\sqrt{7}$
(E) $3\sqrt{7}$

$\sqrt{7}-\sqrt{3^2\times 7}=\sqrt{7}-3\sqrt{7}=-2\sqrt{7}$

📖 답은 (C)입니다.

25. **If** $p=0.2$ **and** $n=100$, **then** $\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}=$

(A) $-\sqrt{0.002}$
(B) $\sqrt{0.02}-0.02$
(C) **0**
(D) **0.04**
(E) **0.4**

$\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}=\sqrt{\dfrac{0.2\times 0.8}{100}}=\sqrt{\dfrac{0.16}{100}}=\dfrac{0.4}{10}$

📖 답은 (D)입니다.

26. **If** $y > 0$, **which of the following is equal to** $\sqrt{48y^3}$ **?**

(A) $4y\sqrt{3y}$

(B) $3y\sqrt{4y}$

(C) $2\sqrt{12y}$

(D) $3\sqrt{8y}$

(E) $16y\sqrt{3y}$

$\sqrt{48y^3} = \sqrt{2^4 \times 3 \times y^3} = 2^2 y\sqrt{3y} =$

📖 답은 (A)입니다.

27. **If** $x \neq 0$ **and** $x = \sqrt{4xy - 4y^2}$ **, then, in terms of** y, $x =$

(A) $2y$

(B) y

(C) $\frac{y}{2}$

(D) $\frac{-4y^2}{1-4y}$

(E) $-2y$

양 변을 제곱한 후에 정리하면 다음과 같습니다.

$(x)^2 = \left(\sqrt{4xy-4y^2}\right)^2 \quad x^2 = 4xy - 4y^2 \quad x^2 - 4xy + 4y^2 = 0 \quad (x-2y)^2 = 0$

📖 답은 (A)입니다.

28. Of the following numbers, which one is third greatest?

(A) $2\sqrt{2}-1$

(B) $\sqrt{2}+1$

(C) $1-\sqrt{2}$

(D) $\sqrt{2}-1$

(E) $\sqrt{2}$

$\sqrt{2}+1 > 2\sqrt{2}-1 > \sqrt{2} > \sqrt{2}-1 > 1-\sqrt{2}$

⏭⏭ 답은 (E)입니다. ⏭⏭

$$q = 3\sqrt{3}$$

$$r = 1+2\sqrt{3}$$

$$s = 3+\sqrt{3}$$

29. If $q, r,$ and s are the numbers shown above, which of the following shows their order from greatest to least?

(A) q, r, s

(B) q, s, r

(C) r, q, s

(D) s, q, r

(E) s, r, q

q 와 r 의 크기를 비교하기 위해서 두 수를 차감한 결과가 양수인지 음수인지를 비교해 보면 알 수 있습니다.

$q-r = 3\sqrt{3}-(1+2\sqrt{3}) = \sqrt{3}-1$, $\sqrt{3}$ 은 1보다 큰 수 입니다. 따라서 $q-r$ 은 양수이므로 $q > r$ 입니다.

$r-s = 1+2\sqrt{3}-(3+\sqrt{3}) = \sqrt{3}-2$, 2는 $\sqrt{4}$ 입니다. 따라서 $r-s$ 는 음수이므로 $s > r$

$q-s = 3\sqrt{3}-(3+\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}-3$, $2\sqrt{3}$ 은 $\sqrt{12}$, 3 은 $\sqrt{9}$ 이므로 $q-s$ 는 양수이므로 $q > r$ 입니다. 따라서 $q > s > r$ 입니다.

📖 답은 (B)입니다.

30. $\sqrt{463}$ **is between**

(A) 21 and 22
(B) 22 and 23
(C) 23 and 24
(D) 24 and 25
(E) 25 and 26

$\sqrt{463}$을 제곱하면 463입니다. 따라서 보기에 주어진 숫자를 제곱하여 463이 속하는 구간을 가지고 있는 보기가 답이 됩니다.

$21^2 = 441$, $22^2 = 484$

따라서 $21\sqrt{463} < 22$ 입니다.

📖 답은 (A)입니다.

31. Of the following, which is most nearly equal to $\sqrt{10}$ **?**

(A) 3.1 (B) 3.2 (C) 3.3 (D) 3.4 (E) 3.5

보기에 주어진 수들을 제곱하여 10에 가장 가까운 것을 고르면 됩니다.

(크기 대소와 같은 문제를 풀 때 보기에서부터 답을 찾는 경우라면 보기(C)부터 대입해 보는 것이 좋습니다.)

$3.3^2 = 10.89$, $3.2^2 = 10.24$, $3.1^2 = 9.61$

📖 답은 (B)입니다.

<High Level Questions>

32. In a certain set of weights, for each positive integer n **less than 10, there is one weight that weighs** 2^n **grams. What is the least number of such weights with a combined weight of 108 grams?**

(A) Three (B) Four (C) Five (D) Six (E) Seven

추(weight) 세트 내에 각각의 추 무게는 2^n gram 이고 n 은 10보다 작은 양의 정수입니다 (1,2.3,..9). 즉 $2^1, 2^2, 2^3, \cdots, 2^9$ 의 무게가 나가는 추들을 하나씩 조합하여 108 gram이 되도록 하는 추의 최소 개수를 물어 보고 있습니다.

추 세트 내에 있는 개별 추의 무게는 $2, 2^2, 2^3, \ldots 2^9$ gram입니다. 따라서, 다음의 4개의 추를 가지고 108gram을 만들 수 있습니다. 단 $2^7 = 128$과 $2^8, 2^9$ 들은 108보다 값이 크므로 일단 제외시켜야 하죠:

$(2^2 = 4) + (2^3 = 8) + (2^5 = 32) + (2^6 = 64) = 108$

📖 답은 (B)입니다.

33. $(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)=?$

(A) $2^{16}-1$

(B) $2^{16}+1$

(C) $2^{32}-1$

(D) $2^{128}-1$

(E) $2^{16}(2^{16}-1)$

공식: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2 \Rightarrow (2^2-1)(2^2+1)=2^4-1 \Rightarrow$
$(2^4-1)(2^4+1)=2^8-1 \Rightarrow (2^8-1)(2^8+1)=2^{16}-1$

정답은 (A)

34. **If** s, u, **and** v **are positive integers and** $2^s=2^u+2^v$, **which of the following must be true?**

I. $s=u$

II. $u \neq v$

III. $s>v$

(A) **None**

(B) **I only**

(C) **II only**

(D) **III only**

(E) **II and III**

이런 문제의 함정은 s, u, and v가 0이 아니라는 것입니다. 따라서 s, u, and v가 항상 양의 정수이므로 $s>v$는 항상 true입니다.

정답은 (D)

35. **If** $t=2^{x+1}$, **then in terms of** t, 4^x **is**

(A) t **(B)** $\frac{t}{2}$ **(C)** t^2 **(D)** $\frac{t^2}{2}$ **(E)** $\frac{t^2}{4}$

$t=2^x \times 2 \Rightarrow 2^x=\frac{t}{2} \Rightarrow 4^x=\left(\frac{t}{2}\right)^2$, 한 가지 유의할 사항은 $(2^x)^2=2^{2x} \Rightarrow 4^x$로 바뀌는 것이지 2^{x^2}로 바뀌는 것이 아닙니다. 주의하세요!

정답은 (E)

36. If x is a positive number and $\frac{1}{2}$ the square root of x is equal to $2x$, then $x =$

(A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2 (E) 8

square root of 2 = $\sqrt{2}$ 가 되므로 the square root of x는 $\sqrt{x}$ 가 됩니다. 따라서

$\frac{1}{2}\sqrt{x} = 2x \Rightarrow x = \frac{1}{16}$

정답은 (A)

37. If $N = 2^3 \cdot 5^7 \cdot 9^3$, what is the sum of the different positive prime factors of N ?

(A) 17 (B) 16 (C) 15 (D) 10 (E) 7

$N = 2^3 \cdot 5^7 \cdot 9^3$, 여기서 소인수(prime factors)의 합을 구하면 $9^3 = 3^6$

여기서 소인수는 2, 3, 5이고 이들의 합은 10.

정답은 (D)

38. If an integer raised to the fifth power is odd, then the integer must be which of the following?

(I) Odd

(II) Even

(III) Positive

(A) I only (B) II only (C) III only (D) I and III (E) II and III

한 정수의 5제곱이 홀수이면 이 정수는 항상 홀수이고 음의 정수도 가능하죠. 따라서 항상 참인 것은 홀수일 때 이 홀수의 5제곱도 항상 홀수입니다.

정답은 (A)

39. A computer can perform 1,000,000 calculations per second. At this rate, how many <u>hours</u> will it take this computer to perform the 3.6×10^{11} calculations required to solve a certain problem?

(A) 60 (B) 100 (C) 600 (D) 1,000 (E) 6,000

1초에 1,000,000 = 10^6 의 계산을 처리하는 컴퓨터가 3.6×10^{11} 의 계산을 처리하는데 걸리는 시간은 $\frac{3.6\times10^{11}}{10^6}=3.6\times10^5$ per second. 다시 3.6×10^5 을 hours로 바꿔주면

$\frac{3.6\times10^5}{60\times60}=100$ hours

정답은 (B)

40. If $x=4$ and $y=16$, then $\sqrt{\frac{x+y}{xy}}$ is closest to which of the following?

(A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{3}{4}$ **(D)** $\frac{7}{8}$ **(E) 1**

일단 $\sqrt{x}+\sqrt{y}\neq\sqrt{x+y}$

$\sqrt{\frac{x+y}{xy}}=\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$, 여기에 $x=4$와 $y=16$을 대입하면 $\frac{\sqrt{5}}{4}$가 됩니다. $\sqrt{5}\approx2.24$

이것을 $\frac{\sqrt{5}}{4}$에 대입하면 근사치는 $\frac{1}{2}$

정답은 (B)

41. Of the following sums, which is greatest?

(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}}$

(B) $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}$

(C) $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}$

(D) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

(E) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$

분모의 합이 가장 작은 것이 결과적으로는 가장 큰 값이 됩니다. 따라서 분모의 합이 가장 작은 (A)가 정답이 되죠.

정답은 (A)

42. $\dfrac{7^4-1}{8(7^2+1)}$ =

(A) 6 (B) 6.25 (C) 7 (D) 8 (E) 48

$7^4-1=(7^2-1)(7^2+1)=(7+1)(7-1)(7^2+1)$ 을 위에 식에 대입하면 남는 것은 6이네요.

정답은 (A)

<Power and roots of numbers 기본공식*>*

- $x^m = x \times x \cdots x$ (X가 m개)
- $\sqrt[m]{a}\sqrt[m]{b}=\sqrt[m]{ab}$
- $x^m \times x^n = x^{m+n}$
- $\dfrac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}=\sqrt[m]{\dfrac{a}{b}}$
- $\dfrac{x^m}{x^n}=\begin{cases} x^{m-n}, m>n \\ 1, m=n \\ \frac{1}{x^{n-m}}, m<n \end{cases}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$
- $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$
- $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$
- $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$
- $(xy)^m = x^m y^m$
- $x^0=1$, (단 $x \neq 0$) ; $x^{-n}=\dfrac{1}{x^n}$
- $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$