P161 表 4-2 傅里叶变换的性质

<table>
<tr><td>名称</td><td colspan="3">时域 $f(t) \leftrightarrow F(jw)$ 频域</td></tr>
<tr><td>定义</td><td colspan="2">$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$</td><td>$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-j\omega t}\,dt$
$F(j\omega)=|F(j\omega)|e^{j\phi(\omega)}=R(\omega)+jX(\omega)$</td></tr>
<tr><td>线性</td><td colspan="2">$a_1f_1(t)+a_2f_2(t)$</td><td>$a_1F_1(j\omega)+a_2F_2(j\omega)$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">奇偶性</td><td rowspan="2">$f(t)$为实函数</td><td></td><td>$|F(j\omega)|=|F(-j\omega)|,\phi(\omega)=-\phi(\omega)$
$R(\omega)=R(-\omega),X(\omega)=-X(\omega)$
$F(-j\omega)=F^*(j\omega)$</td></tr>
<tr><td>$f(t)=f(-t)$
$f(t)=-f(-t)$</td><td>$F(j\omega)=R(\omega),X(\omega)=0$
$F(j\omega)=jX(\omega),R(\omega)=0$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$f(t)$为虚函数</td><td>$|F(j\omega)|=|F(-j\omega)|,\phi(\omega)=-\phi(\omega)$
$X(\omega)=X(-\omega),R(\omega)=-R(-\omega)$
$F(-j\omega)=-F^*(j\omega)$</td></tr>
<tr><td>反转</td><td colspan="2">$f(-t)$</td><td>$F(-j\omega)$</td></tr>
<tr><td>对称性</td><td colspan="2">$F(jt)$</td><td>$2\pi F(-\omega)$</td></tr>
<tr><td>尺度变换</td><td colspan="2">$f(at),a\neq 0$</td><td>$\frac{1}{|a|}F\left(j\frac{\omega}{a}\right)$</td></tr>
<tr><td>时移</td><td colspan="2">$f(t\pm t_0)$</td><td>$e^{\pm j\omega t_0}F(j\omega)$</td></tr>
<tr><td>频移</td><td colspan="2">$f(t)e^{\mp j\omega_0 t}$</td><td>$F[j(\omega\pm\omega_0)]$</td></tr>
<tr><td>时域卷积</td><td colspan="2">$f_1(t)*f_2(t)$</td><td>$F_1(j\omega)F_2(j\omega)$</td></tr>
<tr><td>频域卷积</td><td colspan="2">$f_1(t)f_2(t)$</td><td>$\frac{1}{2\pi}F_1(j\omega)*F_2(j\omega)$</td></tr>
<tr><td>时域微分</td><td colspan="2">$f^{(n)}(t)$</td><td>$(j\omega)^nF(j\omega)$</td></tr>
<tr><td>时域积分</td><td colspan="2">$f^{(-1)}(t)$</td><td>$\pi F(0)\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}F(j\omega)$</td></tr>
<tr><td>频域微分</td><td colspan="2">$(-jt)^nf(t)$</td><td>$F^{(n)}(j\omega)$</td></tr>
<tr><td>频域积分</td><td colspan="2">$\pi f(0)\delta(t)+\frac{1}{-jt}f(t)$</td><td>$F^{(-1)}(j\omega)$</td></tr>
<tr><td>相关</td><td colspan="2">$R_{12}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}f_1(t)f_2(t-\tau)dt$
$R_{21}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}f_1(t-\tau)f_2(t)dt$</td><td>$\mathcal{F}[R_{12}(\tau)]=F_1(j\omega)F_2^*(j\omega)$
$\mathcal{F}[R_{21}(\tau)]=F_1^*(j\omega)F_2(j\omega)$</td></tr>
</table>

P231 表 5-1 单边拉普拉斯变换的性质

名称	时域 $f(t) \leftrightarrow F(s)$ s 域	
定义	$f(t)=\dfrac{1}{2\pi j}\displaystyle\int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega}F(s)e^{st}\,ds$	$F(s)=\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-st}\,dt,\sigma>\sigma_0$
线性	$a_1f_1(t)+a_2f_2(t)$	$a_1F_1(s)+a_2F_2(s),\sigma>max(\sigma_1,\sigma_2)$
尺度变换	$f(at)$	$\dfrac{1}{a}F\left(\dfrac{s}{a}\right),\sigma>a\sigma_0$
时移	$f(t-t_0)\epsilon(t-t_0)$	$e^{-st_0}F(s),\sigma>\sigma_0$
	$f(at-b)\epsilon(at-b),a>0,b\geq 0$	$\dfrac{1}{a}e^{-\frac{b}{a}s}F\left(\dfrac{s}{a}\right),\sigma>a\sigma_0$
复频移	$f(t)e^{s_at}$	$F(s-s_a),\sigma>\sigma_0+\sigma_a$
时域微分	$f^{(1)}(t)$	$sF(s)-f(0_-),\sigma>\sigma_0$
	$f^{(3)}(t)$	$s^3F(s)-s^2f(0_-)-sf^{(1)}(0_-)-f^{(2)}(0_-)$
时域积分	$\left(\displaystyle\int_{0_-}^{t}\right)^n f(x)dx$	$\dfrac{1}{s^n}F(s),\sigma>max\left(\sigma_{0,}0\right)$
	$f^{(-1)}(t)$	$\dfrac{1}{s}F(s)+\dfrac{1}{s}f^{(-1)}(0_-)$
	$f^{(-2)}(t)$	$\dfrac{1}{s^2}F(s)+\dfrac{1}{s^2}f^{(-1)}(0_-)+\dfrac{1}{s}f^{(-2)}(0_-)$
时域卷积	$f_1(t)*f_2(t)$	$F_1(s)F_2(s),\sigma>max(\sigma_1,\sigma_2)$
时域相乘	$f_1(t)f_2(t)$	$\dfrac{1}{2\pi j}\displaystyle\int_{c-j\omega}^{c+j\omega}F_1(\eta)F_2(s-\eta)d\eta$ $\sigma>\sigma_1+\sigma_2,\sigma_1<c<\sigma=\sigma_2$
s 域微分	$(-t)^nf(t)$	$\dfrac{d^nF(s)}{ds^n},\sigma>\sigma_0$
s 域积分	$\dfrac{f(t)}{t}$	$\displaystyle\int_{s}^{\infty}F(\eta)d\eta\,,\sigma>\sigma_0$
初值定理	$f(0_+)=\lim\limits_{s\to\infty}sF(s)\,,F(s)$为真分式	
终值定理	$f(\infty)=\lim\limits_{s\to 0}sF(s)\,,s=0$ 在$sF(s)$的收敛域内	

表注：①表中σ_0为收敛坐标。② $f^{(-n)}(t)=\left(\int_{-\infty}^{t}\right)^n f(x)dx$

P292 表 6-1 z 变换的性质

名称		k 域 $f(k) \leftrightarrow F(z)$ z 域	
定义		$f(k)=\dfrac{1}{2\pi j}\oint F(z)z^{k-1}dz$	$F(z)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k)z^{-k}, \alpha<\lvert z\rvert<\beta$
线性		$a_1f_1(k)+a_2f_2(k)$	$a_1F_1(z)+a_2F_2(z)$ $max(\alpha_1,\alpha_2)<\lvert z\rvert<max(\beta_1,\beta_2)$
移位	双边变换	$f(k\pm m)$	$z^{\pm m}F(z), \alpha<\lvert z\rvert<\beta$
	单边变换	$f(k-m), m>0$	$z^{-m}F(z)+\sum_{k=0}^{m-1} f(k-m)z^{-k}, \lvert z\rvert>\alpha$
		$f(k+m), m>0$	$z^{m}F(z)-\sum_{k=0}^{m-1} f(k)z^{m-k}, \lvert z\rvert>\alpha$
z 域尺度变换		$a^k f(k), a\neq 0$	$F\left(\dfrac{z}{a}\right), \alpha\lvert a\rvert<\lvert z\rvert<\beta\lvert a\rvert$
k 域卷积		$f_1(k)*f_2(k)$	$F_1(z)F_2(z)$ $max(\alpha_1,\alpha_2)<\lvert z\rvert<max(\beta_1,\beta_2)$
k 域微分		$k^m f(k), m>0$	$\left[-z\dfrac{d}{dz}\right]^m F(z), \alpha<\lvert z\rvert<\beta$
z 域积分		$\dfrac{f(k)}{k+m}, k+m>0$	$z^m\int_z^{\infty}\dfrac{F(\eta)}{\eta^{m+1}}d\eta, \alpha<\lvert z\rvert<\beta$
k 域反转		$f(-k)$	$F(z^{-1}), \dfrac{1}{\beta}<\lvert z\rvert<\dfrac{1}{\alpha}$
部分和		$\sum_{i=-\infty}^{k} f(i)$	$\dfrac{z}{z-1}F(z), max(\alpha,1)<\lvert z\rvert<\beta$
初值定理	因果序列	$f(0)=\lim_{z\to\infty}F(z)$ $f(m)=\lim_{z\to\infty} z^m\left[F(z)-\sum_{k=0}^{m-1}f(k)z^{-k}\right], \lvert z\rvert>\alpha$	
终值定理		$f(\infty)=\lim_{z\to 1}\dfrac{z-1}{z}F(z)$, $\lim_{k\to\infty}f(k)$ 收敛，$\lvert z\rvert>\alpha(a<\alpha<1)$	

表注：α, β为正常实数，分别称为收敛域的内、外半径。