

1 Paper 1

- *Effective finite-difference modelling methods with 2-D acoustic wave equation using a combination of cross and rhombus stencils.* Enjiang Wang, Yang Liu and Mrinal K. Sen. 2016
- Stencils obtidos através de relações de dispersão do tipo time-space domain, via expansão em Série de Taylor e comparação dos termos associados aos números de onda ou minimização da função de erro de fase.
- Stencils para problemas 2D.
- Stencils do tipo Rhombus ($M = N \geq 1$), Cross ($M \geq 1$ e $N = 1$) e Cross-Rhombus ($M \geq 1$ e $N > 1$) para aproximação do operador laplaciano.
- Possui uma estratégia para aproximação do operador $\frac{\partial u(x, z, t)}{\partial t^2}$ utilizando uma expansão em termos de discretizações espaciais rhombus, cross ou cross-rhombus e combina com uma aproximação usual do tipo cross para o laplaciano.
- Possui expressão para análise de estabilidade.
- A estabilidade, em teoria, aumenta nos esquemas de ordem $2M$ quando aumentamos o valor de N . O trabalho apresenta uma expressão para a condição de estabilidade em função dos coeficientes do stencil.
- O paper apresenta alguns estudos do erro de dispersão numérica em relação ao conjunto de parâmetros utilizados para gerar os stencils de interesse e faz comparações entre os stencils obtidos e o caso ótimo. Estes estudos não estão necessariamente associados a um teste numérico como descrito abaixo e visam analisar a dispersão numérica dos stencils gerados.
- Teste Numérico 1: Problema Homogêneo.
 - Tempo de Simulação: $900ms = 0.9s$.
 - Tamanho do Modelo: $3000m$ por $3000m$.
 - $\Delta t = 0.0025s = 2.5ms$ e $\Delta t = 0.003s = 3ms$
 - $\Delta x = \Delta z = 15m$ e $n_{ptx} = n_{ptz} = 201$.
 - $v_0 = 3000m/s$.
 - Fonte de Ricker localizada no centro do domínio com frequência de $30Hz$.
 - Sem ABC.
 - Ordens comparadas: Cross $M = 30$, Rhombus $M = N = 6$ e Cross-Rhombus com $M = 6$ e $N = 2, 3$.
 - Plots do deslocamento no tempo final.

- Plot do traço sísmico no tempo final e para $x = 2700m$ e toda a profundidade.
 - Solução de Referência gerada com alta ordem e passo de tempo pequeno.
- Teste Numérico 2: Problema Heterogêneo com 2 Perfis de Velocidade.
 - Tempo de Simulação: $560ms = 0.56s$.
 - Tamanho do Modelo: $2000m$ por $2000m$.
 - $\Delta t = 0.001s = 1ms$, $\Delta t = 0.0016s = 1.6ms$ e $\Delta t = 0.002s = 2ms$.
 - $\Delta x = \Delta z = 10m$ e $nptx = nptz = 201$.
 - $v_0 = 1500m/s$ até $1200m$ de profundidade e $v_1 = 3000m/s$ com profundidade maior.
 - Fonte de Ricker localizada em $x = 1500m$ e $z = 800m$ e com frequência de $25Hz$.
 - Sem ABC.
 - Ordens comparadas: Cross $M = 30$, Rhombus $M = N = 6$ e Cross-Rhombus com $M = 6$ e $N = 2, 3$.
 - Plots do deslocamento no tempo final.
 - Plot da solução em $x = 300m$ e $z = 800$ entre $0.2s$ até $1.2s$
 - Solução de Referência gerada com alta ordem e passo de tempo pequeno.
 - Teste Numérico 3: Perfil de Velocidade Heterogêneo SEG/EAGE 2D Salt Model.
 - Faz uso de uma estratégia de operadores espaciais que mudam de tamanho de acordo com o valor da velocidade.
 - Tempo de Simulação: $1980ms = 1.98s$.
 - Tamanho do Modelo: $12000m$ por $4000m$.
 - $\Delta t = 0.001s = 1ms$, $\Delta t = 0.002s = 2ms$ e $\Delta t = 0.003s = 3ms$.
 - $\Delta x = \Delta z = 20m$, $nptx = 601$ e $nptz = 201$.
 - Velocidade varia de $v = 1500m/s$ até $v = 4000m/s$.
 - Fonte de Ricker localizada em $x = 6000m$ e $z = 100m$ e com frequência de $15Hz$.
 - Sem ABC.
 - Ordens comparadas: Cross $M = 14$, Rhombus $M = N = 14$ e Cross-Rhombus com $M = 14$ e $N = 2, 3$.
 - Plots do deslocamento no tempo final, para $x = 2000m$ até $x = 10000m$ e para toda profundidade.
 - Plot dos Receivers de $x = 1000m$ até $x = 4000m$ com tempo de $0s$ até $4.2s$.
 - Plot do traço sísmico em $x = 3600m$ e $z = 400m$ com tempo de $1.5s$ até $3.3s$.
 - Solução de Referência gerada com alta ordem e passo de tempo pequeno.

- Teste Numérico 4: Comparação de Stencils com o mesmo Número de Pontos.
 - Modelo Homogêneo de Velocidade.
 - Total de 41 pontos no stencil.
 - Stencils escolhidos: $M = 9$ e $N = 2$, $M = 7$ e $N = 3$, $M = 4$ e $N = 4$.
 - Tempo de Simulação: $1200ms = 1.2s$.
 - Tamanho do Modelo: $4000m$ por $4000m$.
 - $\Delta t = 0.003s = 3ms$
 - $\Delta x = \Delta z = 20m$ e $n_{ptx} = n_{ptz} = 201$.
 - $v_0 = 3000m/s$.
 - Fonte de Ricker localizada no centro do domínio com frequência de $25Hz$.
 - Sem ABC.
 - Plots do deslocamento no tempo final, aproveitando a simetria do problema cada quadrante tem a solução com um tipo de stencil.
 - Solução de Referência gerada com alta ordem e passo de tempo pequeno.
- Considerando os testes acima, as soluções obtidas são comparadas de forma visual, com objetivo de evidenciar a redução dos efeitos dispersivos dos stencils clássicos em relação aos novos stencils. Os plots são comparados lado a lado e os traços sísmicos são plotados juntos de forma a avaliar a amplitude das soluções e o possível atrasado/adianto das soluções.

2 Paper 2

- *Time-space domain dispersion-relation-based finite-difference method with arbitrary even-order accuracy for the 2D acoustic wave equation.* Yang Liu and Mrinal K. Sen. 2012
- Stencils obtidos através de relações de dispersão do tipo time-space domain, via expansão em Série de Taylor e comparação dos termos associados aos números de onda.
- Stencils para problemas 2D.
- Stencils do tipo Rhombus ($M = N \geq 1$) para aproximação do operador laplaciano.
- A estabilidade, em teoria, aumenta nos esquemas de ordem $2M$ quando aumentamos o valor de N . O trabalho apresenta uma expressão para a condição de estabilidade em função dos coeficientes do stencil.
- Possuí expressão para análise de estabilidade.
- O Paper 1 é uma forma de generalização do algoritmo proposto no Paper 2.
- O paper apresenta alguns estudos do erro de dispersão numérica em relação ao conjunto de parâmetros utilizados para gerar os stencils de interesse e faz comparações entre os stencils obtidos e o caso ótimo. Estes estudos não estão necessariamente associados a um teste numérico como descrito abaixo e visam analisar a dispersão numérica dos stencils gerados.
- Teste Numérico 1: Problema Homogêneo.
 - Tempo de Simulação: $2000ms = 2.0s$.
 - Tamanho do Modelo: $1990m$ por $1990m$.
 - $\Delta t = 0.0005s = 0.5ms$, $\Delta t = 0.001s = 1ms$ e $\Delta t = 0.002s = 2ms$.
 - $\Delta x = \Delta z = 10m$ e $nptx = nptz = 200$.
 - $v_0 = 3000m/s$.
 - Fonte do tipo Senoidal com um período, localizada no centro do domínio com frequência de $40Hz$.
 - Sem ABC.
 - Ordens comparadas: Cross $M = 8$, Rhombus $M = N = 4, 8, 10$.
 - Plots do deslocamento no tempo $t = 200ms = 0.2s$ e $t = 2.0s$
 - Plot do traço sísmico e da diferença entre o resultado com o stencil e a referência, no tempo final ($t = 0.2s$ e $t = 2.0s$) e para $x = 1000m$ e toda a profundidade.
 - Solução de Referência gerada com um esquema espacial usual de ordem 4, com $\Delta x = \Delta z = 2m$, $nptx = nptz = 1001$ e $\Delta t = 0.0002s = 0.2ms$.

- Considerando os testes acima, as soluções obtidas são comparadas de forma visual, com objetivo de evidenciar a redução dos efeitos dispersivos dos stencils clássicos em relação aos novos stencils. Os plots são comparados lado a lado e os traços sísmicos são plotados juntos de forma a avaliar a amplitude das soluções e o possível atrasado/adianto das soluções.

3 Paper 3

- *Globally optimal finite-difference schemes based on least squares* Yang Liu. 2012
- Stencils obtidos através de relações de dispersão do tipo space-domain e time-space domain, via minimização da função de erro de fase.
- Stencils para problemas 1D e 2D.
- Stencils do tipo Cross ($M \geq 1$ e $N = 1$) para aproximação do operador laplaciano.
- O Paper 1 é uma forma de generalização do algoritmo proposto no Paper 3.
- O paper apresenta alguns estudos do erro de dispersão numérica em relação ao conjunto de parâmetros utilizados para gerar os stencils de interesse e faz comparações entre os stencils obtidos e o caso ótimo. Estes estudos não estão necessariamente associados a um teste numérico como descrito abaixo e visam analisar a dispersão numérica dos stencils gerados.
- Teste Numérico 1: Problema Homogêneo.
 - Tempo de Simulação: $4000ms = 4.0s$.
 - Tamanho do Modelo: $3980m$ por $3980m$.
 - $\Delta t = 0.001s = 1ms$.
 - $\Delta x = \Delta z = 20m$ e $nptx = nptz = 200$.
 - $v_0 = 1500m/s$.
 - Fonte de Ricker localizada no centro do domínio com frequência de $20Hz$.
 - Sem ABC.
 - Ordens comparadas: Cross $M = 8, 14, 30, 60$.
 - Plots do deslocamento no tempo final.
 - Plot do traço sísmico no tempo final e para $x = 1000m$ e z de $0m$ até $2000m$.
- Teste Numérico 2: Problema Heterogêneo com 2 Perfis de Velocidade.
 - Faz uso de uma estratégia de operadores espaciais que mudam de tamanho de acordo com o valor da velocidade.
 - Tempo de Simulação: $500ms = 0.5s$.
 - Tamanho do Modelo: $1990m$ por $1990m$.
 - $\Delta t = 0.001s = 1ms$.
 - $\Delta x = \Delta z = 10m$ e $nptx = nptz = 200$.
 - $v_0 = 1500m/s$ até $1200m$ de profundidade e $v_1 = 4000m/s$ com profundidade maior.

- Fonte de Ricker localizada em $x = 1000m$ e $z = 800m$ e com frequência de $25Hz$.
 - Sem ABC.
 - Ordens comparadas: Cross $M = 3, 4, 5$.
 - Plots do deslocamento no tempo final.
 - Plot do traço sísmico no tempo final e para $x = 600m$, $x = 800m$ e $x = 1000m$ com toda a profundidade.
 - Solução de Referência gerada com um esquema espacial usual de ordem 20, com $\Delta x = \Delta z = 10m$, $nptx = nptz = 200$ e $\Delta t = 0.0002s = 0.2ms$.
- Teste Numérico 3: Perfil de Velocidade Heterogêneo SEG/EAGE 2D Salt Model.
 - Faz uso de uma estratégia de operadores espaciais que mudam de tamanho de acordo com o valor da velocidade.
 - Tempo de Simulação: $1600ms = 1.6s$.
 - Tamanho do Modelo: $11980m$ por $3980m$.
 - $\Delta t = 0.001s = 1ms$.
 - $\Delta x = \Delta z = 20m$, $nptx = 600$ e $nptz = 200$.
 - Velocidade varia de $v = 1500m/s$ até $v = 4500m/s$.
 - Fonte de Ricker localizada em $x = 6000m$ e $z = 20m$ e com frequência de $20Hz$.
 - Receivers estão colocados em $x = 0m$.
 - Utiliza o HABC como condição de contorno com 10 pontos em cada direção.
 - Ordens comparadas: Cross $M = 3$ até $M = 34$ e $M = 60$.
 - Plots do deslocamento no tempo final, para $x = 2000m$ até $x = 10000m$ e toda a profundidade.
 - Plot dos Receivers de $x = 1000m$ até $x = 4000m$ com tempo de $1.4s$ até $4.0s$.
 - Plot do traço sísmico em $x = 4000$ e toda profundidade no tempo final.
 - Plot do traço sísmico em $x = 2000$ e $z = 2500m$ até $z = 4000m$ no tempo final.
 - Considerando os testes acima, as soluções obtidas são comparadas de forma visual, com objetivo de evidenciar a redução dos efeitos dispersivos dos stencils clássicos em relação aos novos stencils. Os plots são comparados lado a lado e os traços sísmicos são plotados juntos de forma a avaliar a amplitude das soluções e o possível atrasado/adianto das soluções.

4 Paper 4

- *Effective finite-difference modelling methods with 2-D acoustic wave equation using a combination of cross and rhombus stencils.* Enjiang Wang, Yang Liu and Mrinal K. Sen. 2016
- Stencils obtidos através de relações de dispersão do tipo time-space domain, via expansão em Série de Taylor e comparação dos termos associados aos números de onda.
- Stencils para problemas 1D e 2D.
- Stencils do tipo Cross ($M \geq 1$ e $N = 1$) para aproximação do operador laplaciano.
- Possuí expressão para análise de estabilidade.
- O Paper 1 é uma forma de generalização do algoritmo proposto no Paper 4.
- O paper apresenta alguns estudos do erro de dispersão numérica em relação ao conjunto de parâmetros utilizados para gerar os stencils de interesse e faz comparações entre os stencils obtidos e o caso ótimo. Estes estudos não estão necessariamente associados a um teste numérico como descrito abaixo e visam analisar a dispersão numérica dos stencils gerados.
- Teste Numérico 1: Problema Homogêneo.
 - Tempo de Simulação: $1200ms = 1.2s$.
 - Tamanho do Modelo: $2000m$ por $2000m$.
 - $\Delta t = 0.001s = 1ms$.
 - $\Delta x = \Delta z = 10m$ e $n_{ptx} = n_{ptz} = 201$.
 - $v_0 = 3000m/s$.
 - Fonte do tipo Senoidal com um período e localizada no centro do domínio com frequência de $50Hz$.
 - Sem ABC.
 - Ordens comparadas: Cross $M = 10$.
 - Plots do deslocamento nos tempos $t = 0.1s$, $t = 0.2s$, $t = 0.6s$ e $t = 1.2s$.
 - Plot do traço sísmico no tempo final para $x = 0m$, $x = 200m$, $x = 400m$ e $x = 800m$ e profundidade de $z = 0m$ até $z = 300m$.
- Teste Numérico 2: Perfil de Velocidade Heterogêneo SEG/EAGE 2D Salt Model.
 - Faz uso de uma estratégia de operadores espaciais que mudam de tamanho de acordo com o valor da velocidade.
 - Tempo de Simulação: $1600ms = 1.6s$.

- Tamanho do Modelo: $11980m$ por $4000m$.
 - $\Delta t = 0.002s = 2ms$.
 - $\Delta x = \Delta z = 20m$, $nptx = 600$ e $nptz = 201$.
 - Velocidade varia de $v = 1500m/s$ até $v = 4000m/s$.
 - Fonte de Ricker localizada em $x = 6000m$ e $z = 20m$ e com frequência de $20Hz$.
 - Sem ABC.
 - Ordens comparadas: Cross $M = 20$.
 - Plots do deslocamento no tempo final, para $x = 3000m$ até $x = 9000m$ e para toda profundidade.
 - Plot dos Receivers de todo o domínio com tempo de $0s$ até $4.0s$.
 - Plot dos Receivers de $x = 6200m$ até $x = 7800m$ com tempo de $0s$ até $1.2s$.
 - Plot dos Receivers de $x = 8000m$ até $x = 9600m$ com tempo de $2s$ até $3.2s$.
- Considerando os testes acima, as soluções obtidas são comparadas de forma visual, com objetivo de evidenciar a redução dos efeitos dispersivos dos stencils clássicos em relação aos novos stencils. Os plots são comparados lado a lado e os traços sísmicos são plotados juntos de forma a avaliar a amplitude das soluções e o possível atrasado/adianto das soluções.