

Inżynierskie zastosowanie statystyki – Ćwiczenia

Lista 3

1 Wstęp teoretyczny

Hipotezę zerową zawsze stawiamy jako równość,

$$H_0: \text{charakterystyka populacji} = \text{hipotetyczna wartość},$$

gdzie wartość hipotetyczna to wartość wnioskowana z konkretnego problemu. Hipotezy alternatywne można postawić w jednej z trzech form:

$$H_1: \text{charakterystyka populacji} \neq \text{hipotetyczna wartość}$$

$$H_1: \text{charakterystyka populacji} < \text{hipotetyczna wartość}$$

$$H_1: \text{charakterystyka populacji} > \text{hipotetyczna wartość}.$$

Błąd I rodzaju - odrzucenie H_0 , gdy H_0 jest prawdziwa. Prawdopodobieństwo popełnienia błędu I rodzaju oznaczamy przez α i nazywamy poziomem istotności.

Błąd II rodzaju - nieodrzucenie H_0 , gdy H_0 jest fałszywa. Prawdopodobieństwo popełnienia błędu II rodzaju oznaczamy przez β .

2 Lista zadań

1. Która z poniższych par jest prawidłowo postawioną hipotezą zerową i alternatywną.

- (a) $H_0 : \mu = 15, H_1 : \mu = 15$
- (b) $H_0 : \mu = 123, H_1 : \mu < 123$
- (c) $H_0 : \mu = 121, H_1 : \mu = 123$
- (d) $H_0 : \mu = 15, H_1 : \mu = 15$
- (e) $H_0 : \hat{x} = 15, H_1 : \hat{x} \neq 15$
2. Ze względu na różnorodność procesu produkcji, piłeczki tenisowe produkowane przez pewną maszynę nie mają takiej samej średnicy. Niech μ oznacza średnią średnicę wszystkich piłeczek tenisowych aktualnie produkowanych. Założymy, że maszyna była pierwotnie wykalibrowana do produkowania piłeczek o średnicy wymaganej przez specyfikację czyli $\mu = 8$ cm. Jednakże producent ma pewne podejrzenia, że obecnie produkowane piłeczki odbiegają od standardu czyli $\mu \neq 8$ cm musi być brane pod uwagę. Jeżeli na podstawie próby zostanie stwierdzone, że $\mu \neq 8$ cm, proces zostanie wstrzymany na czas ponownej kalibracji maszyny. Ponieważ zatrzymanie produkcji jest kosztowne, producent chce być dość pewny że $\mu \neq m8c$ zanim zleci rekalibrację.
- (a) Postaw hipotezę zerową i alternatywną dla tego problemu.
- (b) Jaki wysnujemy wniosek z testu, jeżeli próba dostarczy wystarczających dowodów przeciwko hipotezie zerowej?
- (c) Jaki wysnujemy wniosek z testu, jeżeli próba nie dostarczy wystarczających dowodów przeciwko hipotezie zerowej?
3. Twierdzi się, że świetłówki kompaktowe są znacznie bardziej energooszczędne niż standardowe żarówki. Żarówki firmy Osram o mocy 86 Watt mają na pudełku napisane "Średnia długość życia 10000 godzin". Niech μ oznacza prawdziwą długość życia świetlówek 86-wattowych firmy Osram. Reklamowana długość życia to $\mu_0 = 10000$ godzin. Klienci, którzy kupują te świetłówki, byliby niezadowoleni gdyby okazało się, że μ jest mniejsze od reklamowanej wartości μ_0 . Założymy, że

pobrano próbę świetlówek 86-wattowych firmy Osram i przetestowano pod kątem długości życia. Wartości z próby mogą zostać użyte do przetestowania hipotezy zerowej

$$H_0 : \mu = 10000 \text{ h}$$

przeciwko hipotezie alternatywnej

$$H_1 : \mu < 10000 \text{ h}$$

(a) (a) Skoro H_1 ma w sobie nierówność, to czy nie powinniśmy powiedzieć, że
 $H_0 : \mu \geq 10000 \text{ h}$?

(b) Założmy, że mamy dowody na to, że H_0 powinna być odrzucona na rzecz H_1 . Innymi słowy, mamy dowody na to, że średnia żywotność świetłówki jest krótsza niż reklamowane 10000 h. Czy mamy dowody na to, że średnia żywotność będzie mniejsza od 10001?

4. Systemy ewakuacyjne w samolotach są zasilane paliwem stałym. Tempo spalania jest istotną charakterystyką tego paliwa. Zgodnie ze specyfikacją, średnie spalanie powinno wynosić $50 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$. Testowana jest hipoteza zerowa $H_0 : \mu = 50 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ przeciwko hipotezie alternatywnej $H_1 : \mu < 50 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$. Założmy, że jeżeli $\bar{x} < 48.5$ lub $\bar{x} > 51.5$, hipoteza zerowa zostanie odrzucona.

(a) Narysuj funkcję gęstości statystyki \bar{x} gdy $H_0 : \mu = 50 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ jest prawdziwa. Zaznacz na wykresie obszar krytyczny, obszar przyjęć i wartości krytyczne.

(b) Opisz na czym polega błąd I rodzaju w kontekście tego problemu. Jakie mogą być potencjalne konsekwencje popełnienia tego błędu?

(c) Opisz na czym polega błąd II rodzaju w kontekście tego problemu. Jakie mogą być potencjalne konsekwencje popełniania tego błędu?

(d) Wiadomo, że odchylenie standardowe wynosi $\sigma = 2.5 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$. Oblicz prawdopodobieństwo α popełnienia błędu I rodzaju.

5. Producent kalkulatorów odbiera duże transporty obwodów drukowanych od dostawcy. Jest to zbyt kosztowne i czasochłonne, aby sprawdzić wszystkie przychodzące obwody, więc gdy przesyłka dotrze, wybierana jest próbka obwodów do inspekcji. Informacje z próbki są następnie wykorzystywane do testowania $H_0 : p = 0.01$ przeciwko $H_1 : p > 0.01$, gdzie p oznacza rzeczywisty odsetek wadliwych układów w wysyłce. Jeśli hipoteza zerowa nie jest odrzucana, przesyłka jest przyjmowana, a obwody są użyte w produkcji kalkulatorów. Jeżeli hipoteza zerowa jest odrzucana, cała partia wraca do dostawcy z powodu zbyt niskiej jakości. (Określa się, że dostarczona partia jest zbyt niskiej jakości, jeśli zawiera on więcej niż 1% wadliwych układów.)
- (a) Określ czym będą błędu I i II rodzaju w tym kontekście.
 - (b) Z punktu widzenia producenta kalkulatorów, który błąd jest uważany za bardziej poważny?
 - (c) Z punktu widzenia dostawcy obwodów, który błąd jest uważany za bardziej poważny?