



Politechnika Wrocławska

Sterowanie adaptacyjne

Raport 1

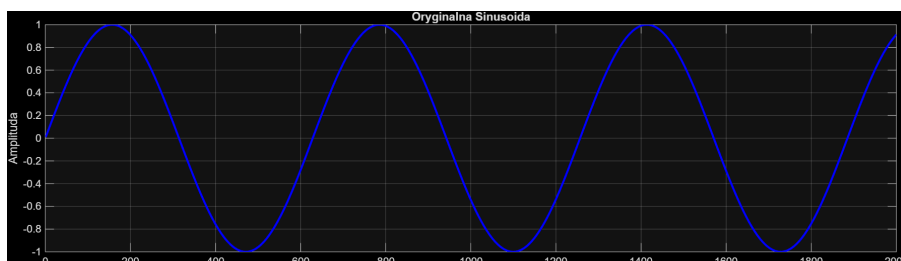
Mikołaj Nowak 280082
Mateusz Mulewicz 280073
2 lutego 2026

1 Wstęp

Celem zadania projektowego było wygenerowanie sygnału sinusoidalnego oraz nałożenie na niego szumu w rozkładzie jednostajnym. Następnie, po uzyskaniu już zdeformowanego sygnału, należało wyestymować jego pierwotną wartość oraz dobrać takie H , dla którego występuje najmniejsze zaszumienie oraz najmniejsze tłumienie. Ostatecznie całość należało porównać z pierwotną funkcją.

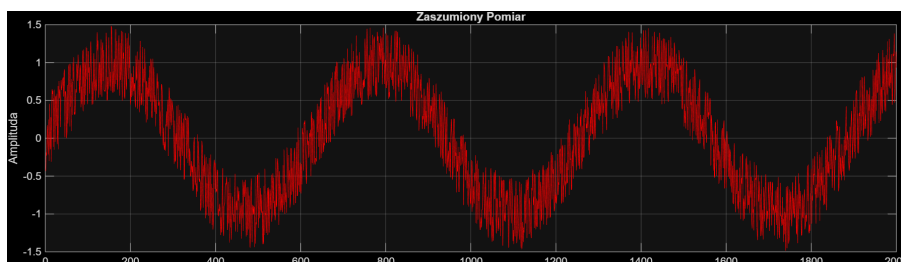
2 Naniesienie szumu

W pierwszej kolejności należało wygenerować przykładowy sygnał sinusoidalny, na którym zostaną przeprowadzone wszystkie badania i operacje. Została do tego użyta funkcja $f(x) = \sin 0,01k$, gdzie k - liczba próbek.



Rysunek 1: Wygenerowana sinusoida

Następnie do każdej próbki sygnału został nałożony szum z rozkładu jednostajnego w zakresie $[-0,5;0,5]$



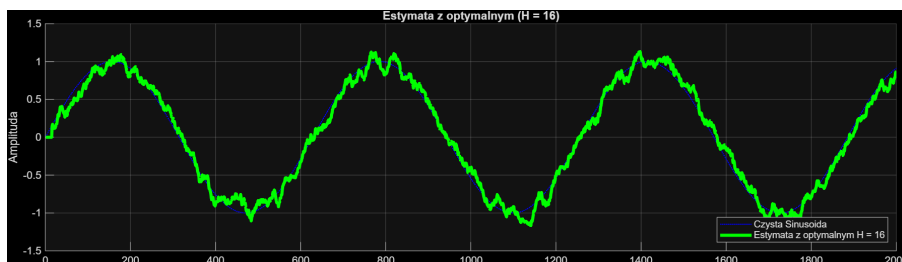
Rysunek 2: Sygnał z nałożonym szumem jednostajnym

3 Estymacja sygnału

Kolejnym krokiem zadania projektowego była estymacja sygnału - przekształcenie zniekształconej sinusoidy na sygnał najbardziej zbliżony do pierwotnego. Do tego celu został wykorzystany wzór:

$$\hat{x}_k = \frac{1}{H} \sum_{i=0}^{H-1} x_{k-i} \quad (1)$$

Najlepsze odwzorowanie sygnału zostało odnotowane dla $H = 16$.

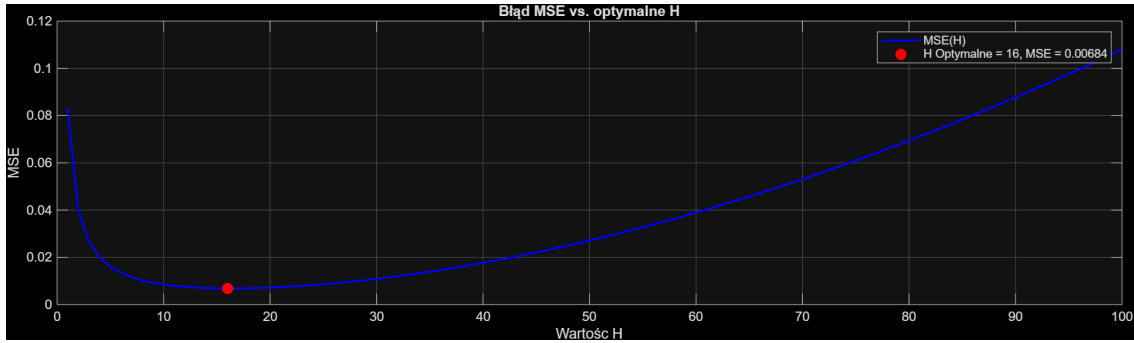


Rysunek 3: Estymacja zaszumionego sygnału dla $H = 16$

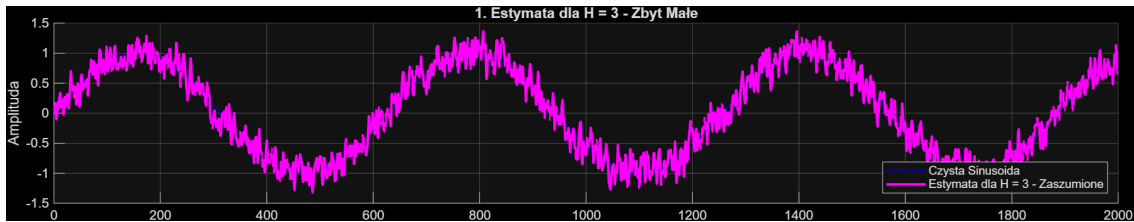
4 Zależność MSE od H

Wartość błędu średniokwadratowego (MSE, z ang. Mean Squared Error) pozwala nam na ocenę (lub kwantyfikację) różnicy pomiędzy sygnałem oryginalnym a wyestymowanym. Jest on liczony jako średnia arytmetyczna kwadratów różnic pomiędzy sygnałem oryginalnym a sygnałem estymowanym dla wszystkich analizowanych próbek.

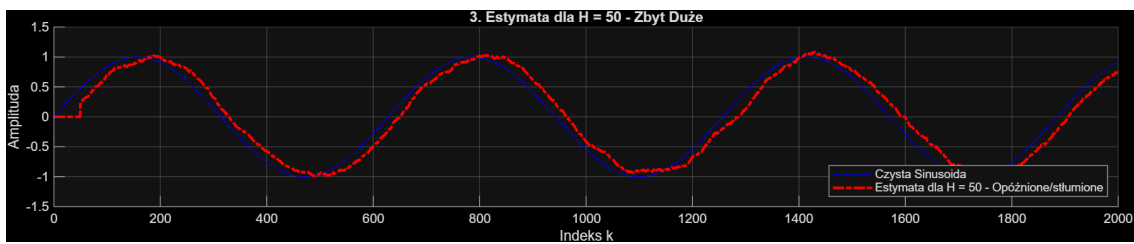
$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - \hat{x}_k)^2 \quad (2)$$



Rysunek 4: Wartość MSE w zależności od H



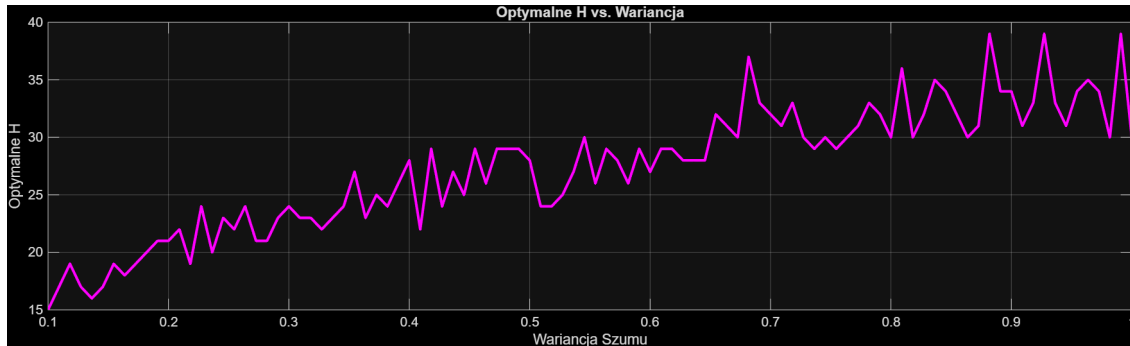
Rysunek 5: Sygnał estymowany z użyciem zbyt małego $H = 3$



Rysunek 6: Sygnał estymowany z użyciem zbyt dużego $H = 50$

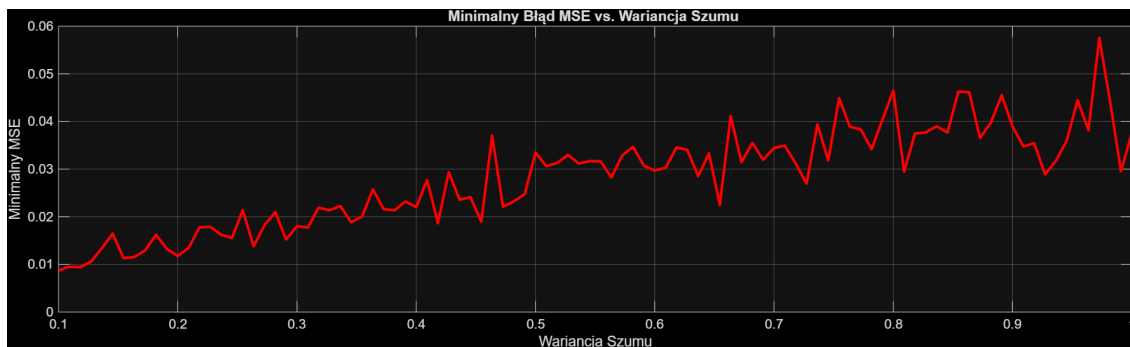
5 Zależność optymalnego H od wariancji

Wartość optymalnego H w dużej mierze polega na wyznaczeniu wartości, dla której błąd MSE jest jak najmniejszy.



Rysunek 7: Optymalne H w zależności od wariancji

6 Zależność MSE od wariancji



Rysunek 8: Wartość MSE w zależności od wariancji

7 Wnioski

- Estymowanie sygnału za pomocą filtru z horyzontem obserwacji jest bliższy oryginałowi niż sygnał zaszumiony. Filtr redukuje wpływ szumu na sygnał.
- Wartość błęd średnio kwadratowego jest największa dla zbyt małych i zbyt dużych H.
 - Zbyt małe H powoduje iż filtr nie ma wystarczającej liczby próbek by być dokładnym.
 - Zbyt duże H powoduje iż filtr wprowadza opóźnienie oraz tłumi sygnał.
 - Istnieje optymalne H, które najlepiej estymuje sygnał oryginalny.
- Wielkość optymalnego H wzrasta im większa wariancja. Im większa wariancja szumu, tym potrzebny jest większy horyzont obserwacji do skutecznej estymacji. Opóźnienie sygnału jest lepszym rozwiązaniem niż pozostawienie sygnału wyjściowego z wysokim poziomem szumu.
- Wielkość błęd średniokwadratowego wzrasta im większa wariancja szumu.