Politechnika Wrocławska

Sterowanie adaptacyjne

Raport 2

Mikołaj Nowak 280082
Mateusz Mulewicz 280073
2 lutego 2026

1 Wstęp

Celem drugiego projektu było przeprowadzenie trzech różnych symulacji dla układów stacjonarnych i niestacjonarnych w celu identyfikacji parametru dynamicznego, wykorzystując przy tym metodę najmniejszych kwadratów (NK) dla obiektu:

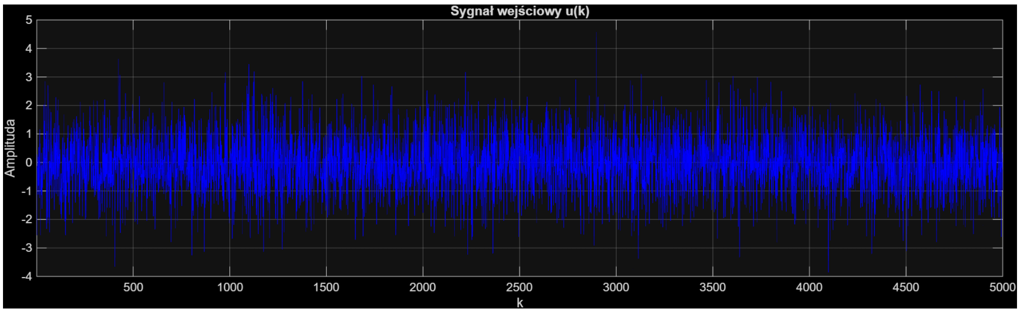
$$y_k = a^*_{0,k} u_k + a^*_1 u_{k-1} + a^*_2 u_{k-2} + z_k = \phi_k^T \boldsymbol{a}^* + Z_k$$

Gdzie:

- z_k - losowy sygnał zakłucający,
- u_k - losowo wygenerowany sygnał wejściowy,

oraz

$$a^* = \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}$$



Rysunek 1: Sygnał wejściowy u_k

2 NK offline

Pierwsza symulacja polegała na przeprowadzeniu jednorazowych obliczeń na podstawie pełnego, uprzednio wygenerowanego zbioru danych, w celu wyznaczenia estymatora $\hat{\boldsymbol{a}}$.

$$\boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} u_1 & u_0 & u_{-1} \\ u_2 & u_1 & u_0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u_k & u_{k-1} & u_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ u_{N-1} & u_{N-2} & u_{N-3} \\ u_N & u_{N-1} & u_{N-2} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_k \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$$

Estymator $\hat{a}$ został wyliczony ze wzoru:

$$\hat{\boldsymbol{a}} = (\boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\phi})^{-1} \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{Y}$$

W naszym przypadku po przeprowadzonej symulacji otrzymaliśmy nastepujący wynik:

$$\hat{\boldsymbol{a}} = \begin{bmatrix} 7.9784 \\ 7.0107 \\ 3.0102 \end{bmatrix}$$

3 NK online (układ stacjonarny)

Druga symulacja wykorzystywała metode najmniejszych kwadratów w wersji online - estymator $\hat{\boldsymbol{a}}$ jest aktualizowany przy każdym pobraniu nowej próbki.

$$\boldsymbol{P_k} = P_{k-1} - \frac{P_{k-1}\phi_k\phi_k^T P_{k-1}}{1+\phi_k^T P_{k-1}\phi_k}$$

Gdzie:

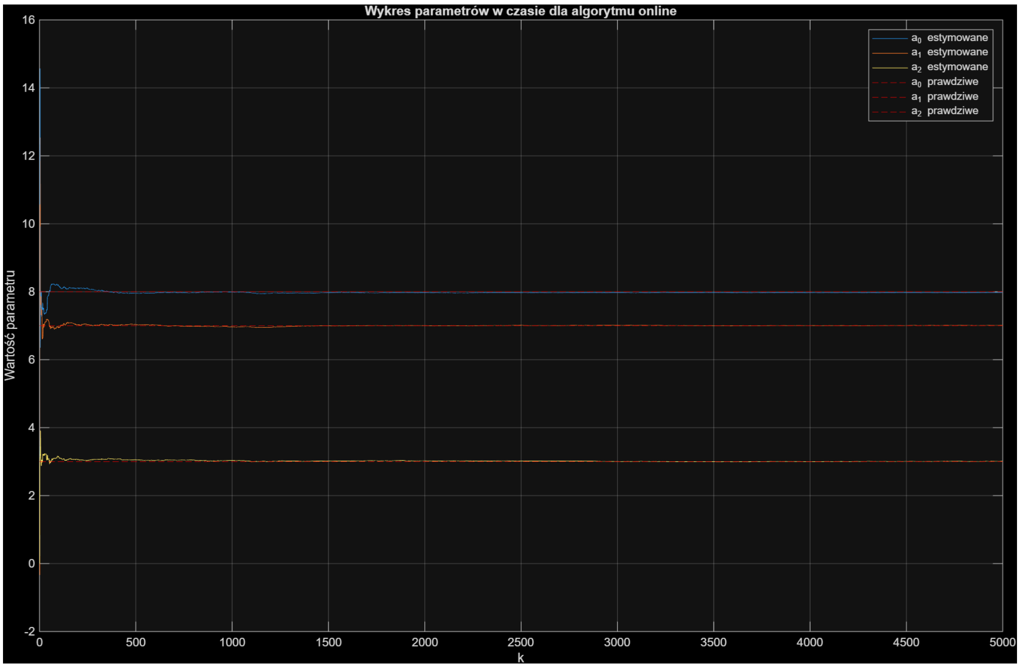
$$\boldsymbol{P_0} = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 \end{bmatrix}$$

Estymator w wersji online jest na bieżąco wyliczany ze wzoru:

$$\hat{\boldsymbol{a}}^{(k)} = \hat{\boldsymbol{a}}^{(k-1)} + \boldsymbol{P_k}\phi_k(y_k - \phi^T\hat{\boldsymbol{a}}^{(k-1)})$$

Wyniki po symulacji:

$$\hat{\boldsymbol{a}} = \begin{bmatrix} 7.9784 \\ 7.0101 \\ 3.0102 \end{bmatrix}$$



Wartości parametrów $\hat{\boldsymbol{a}}$ są bardzo zbliżone do prawdziwych parametrów a*

4 NK online z zapominaniem (układ niestacjonarny)

Ostatnia symulacja zakładała wprowadzenie zmiennego w czasie parametru a_0^*.

$$\boldsymbol{a}^* = \begin{bmatrix} 1 + 0,3 \cdot square(0,01k, 50) \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}$$

W naszym przypadku sygnałem zmiennym w czasie był sygnał prostokątny, generowany funkcją *square* w środowisku MATLAB.

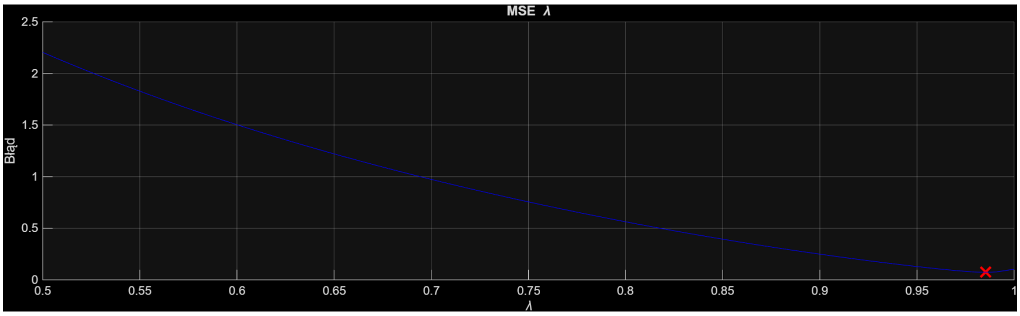
Do przeprowadzenia tej symulacji został wykorzystany wzór na metodę najmniejszych kwadratów w wersji online z dodatkowym zapominaniem wykładniczym:

$$\boldsymbol{P_k} = \frac{1}{\lambda}(P_{k-1} - \frac{P_{k-1}\phi_k\phi_k^T P_{k-1}}{\lambda + \phi_k^T P_{k-1}\phi_k})$$

Do wyznaczenia najlepszej wartości λ, został wyznaczony błąd średniokwadratowy (MSE):

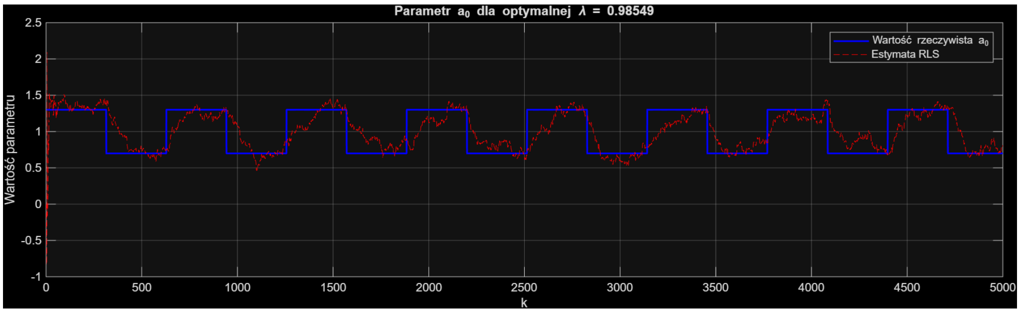
$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} ||\hat{\boldsymbol{a}}^{(k)} - a_k^*||^2$$

Badania pod względem znalezienia optymalnej wartości lambdy (λ znajdowały się na zakresie [0.5,1] przy 1000 próbkach.

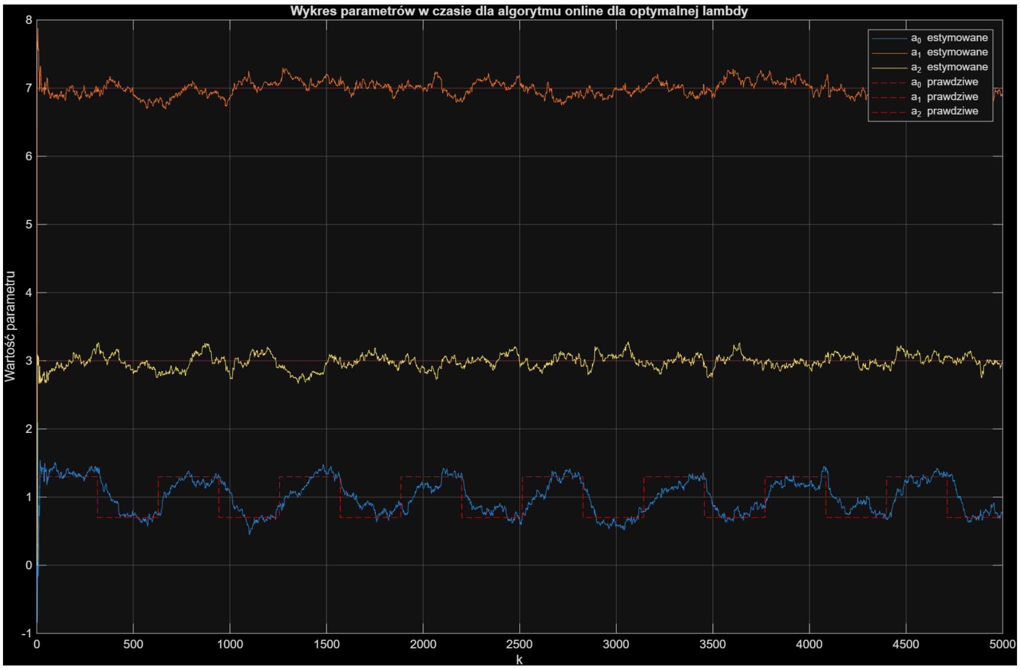


W naszym przypadku optymalne wartości wyniosły:

- λ - 0.98549
- MSE - 0.07296



Porównanie estymaty $\hat{\boldsymbol{a}}^{(0)}$ do rzeczywistego parametru a_0^*.



Porównanie wartości $\hat{\boldsymbol{a}}$ do parametrów a^*

5 Wnioski

- Wyniki metody NK offline oraz NK online są prawie identyczne, co sugeruje poprawność wykonania symulacji.
- Optymalna wartość λ jest bardzo bliska 1 i wynosi ona 0.98549.
- Metoda NK online z zapominaniem wykładniczym bardzo dobrze poradziła sobie z estymacją sygnału dla parametru a_0^*. Kluczowe do tego zadania był odpowiedni dobór wartości λ.