Technika Regulacji

Kierunek	**Termin**
Informatyczne Systemy Automatyki	*Czwartek TP* $17^{05} - 18^{45}$
Imię, nazwisko, numer albumu	**Data**
Mikołaj Nowak 280082, Jakub Janiczuk 280141	*23.06.2025*

Link do projektu
`https://github.com/devoid-of-thought/Technika_Regulacji`

Sprawozdanie – miniprojekt 34

Spis treści

1 Zadanie 1

1.1 1a

Dla obiektów opisanych równaniami różniczkowymi należało wyprowadzić równania dla dwóch różnych czasów próbkowania. Wybrane czasy próbkowania: 0.1s oraz 0.01s.

$$\begin{array}{r|l} \text{I} & y'' + 3y' + y = \sin(\omega t) \\ \text{II} & y'' + y' - 2y = 0 \\ \text{III} & y'' + 3y' + y = t \end{array}$$

Równania różnicowe dla 0.1s:

$$\begin{array}{r|l} \text{I} & 1.15y[k+1] - 1.99y[k] + 0.85y[k] = 0.01\sin(0.1k\omega) \\ \text{II} & 1.05y[k+1] - 2.02y[k] + 0.95y[k] = 0 \\ \text{III} & 1.15y[k+1] - 1.99y[k] + 0.85y[k] = 0.01k \end{array}$$

Równania różnicowe dla 0.01s:

$$\begin{array}{r|l} \text{I} & 1.015y[k+1] - 1.9999y[k] + 0.985y[k] = 0.0001\sin(0.01k\omega) \\ \text{II} & 1.005y[k+1] - 2.002y[k] + 0.995y[k] = 0 \\ \text{III} & 1.015y[k+1] - 1.9999y[k] + 0.985y[k] = 0.0001k \end{array}$$

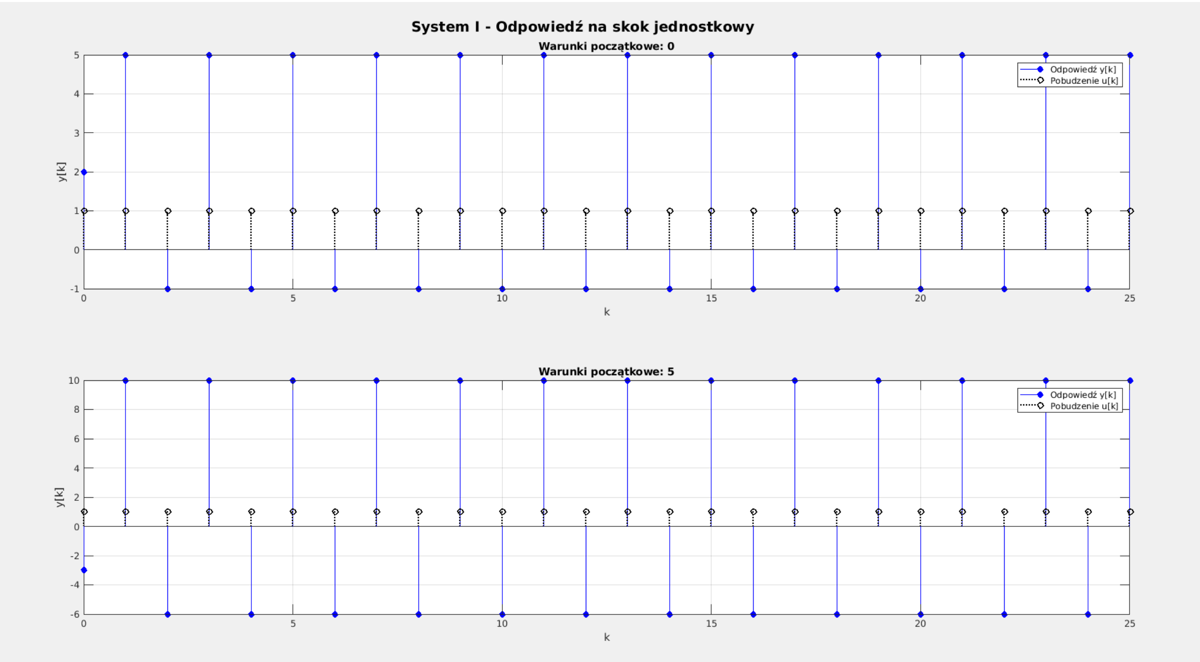
1.2 1b

Dla systemów opisanych równaniami różnicowymi :

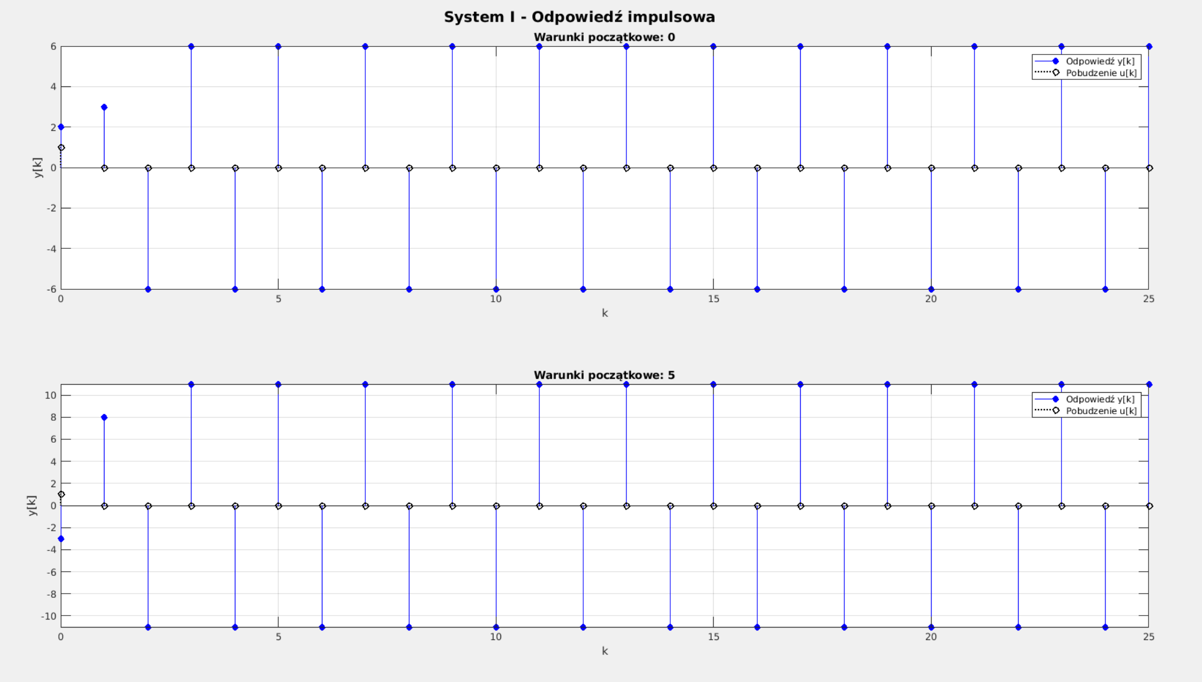
Tabela 1: Równania różnicowe do zdania nr 1.b

I	$y[k-1] + y[k] = 2u[k] + 5u[k-1] - 3u[k-2]$
II	$y[k-1] + 2y[k] = u[k]$
III	$y[k-2] - y[k-1] + y[k] = u[k] + u[k-1] - 3u[k-3]$

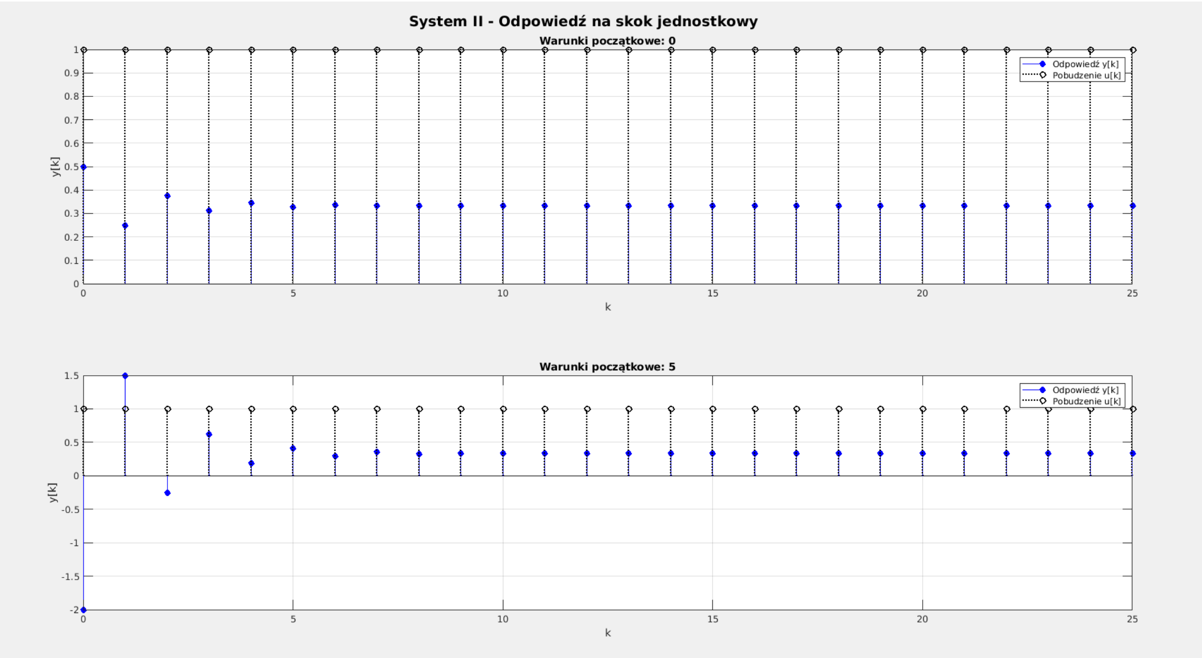
Należało zasymulować odpowiedź tych systemów na pobudzenia typu skok jednostkowy oraz impuls. Trzeba było przyjąć dwi różne kombinacje stanów początkowych: dla systemu nr I i nr II warunkami początkowymi były: $y_{k-1} = 0$ oraz $y_{k-1} = 5$. Natomiast dla systemu III warunkami początkowymi były $y_{k-1} = 0 \& y_{k-2} = 0$ oraz $y_{k-1} = 4 \& y_{k-2} = 7$.



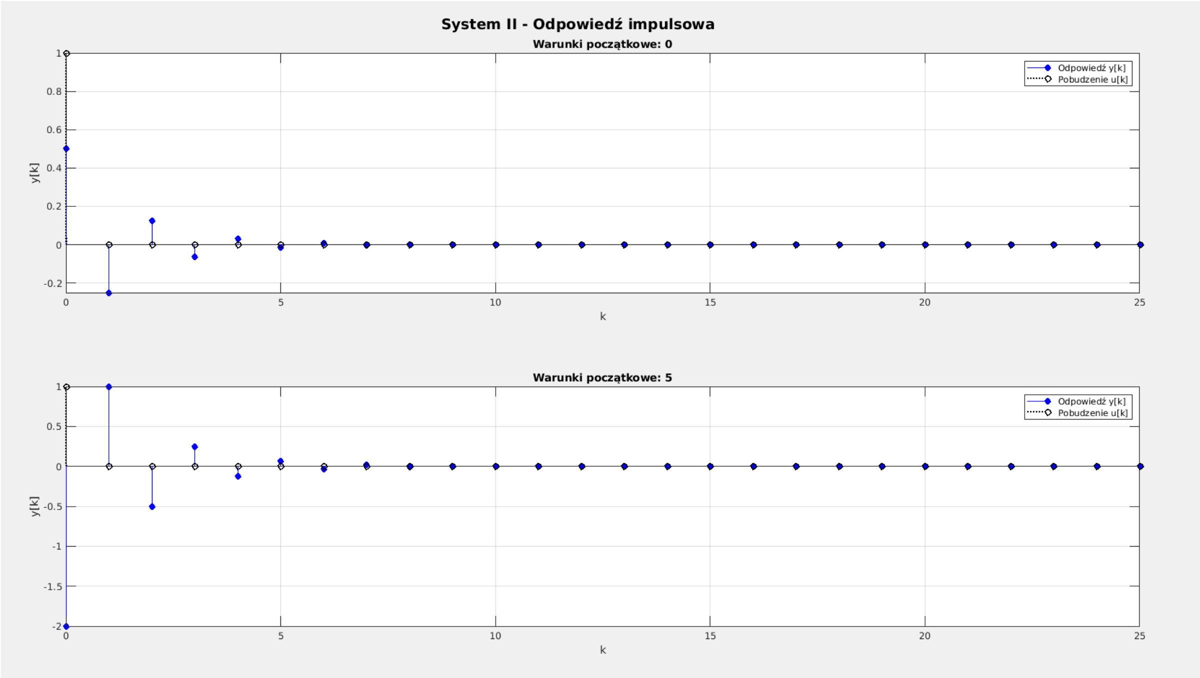
Rysunek 1: Odpowiedź na skok jednostkowy systemu I



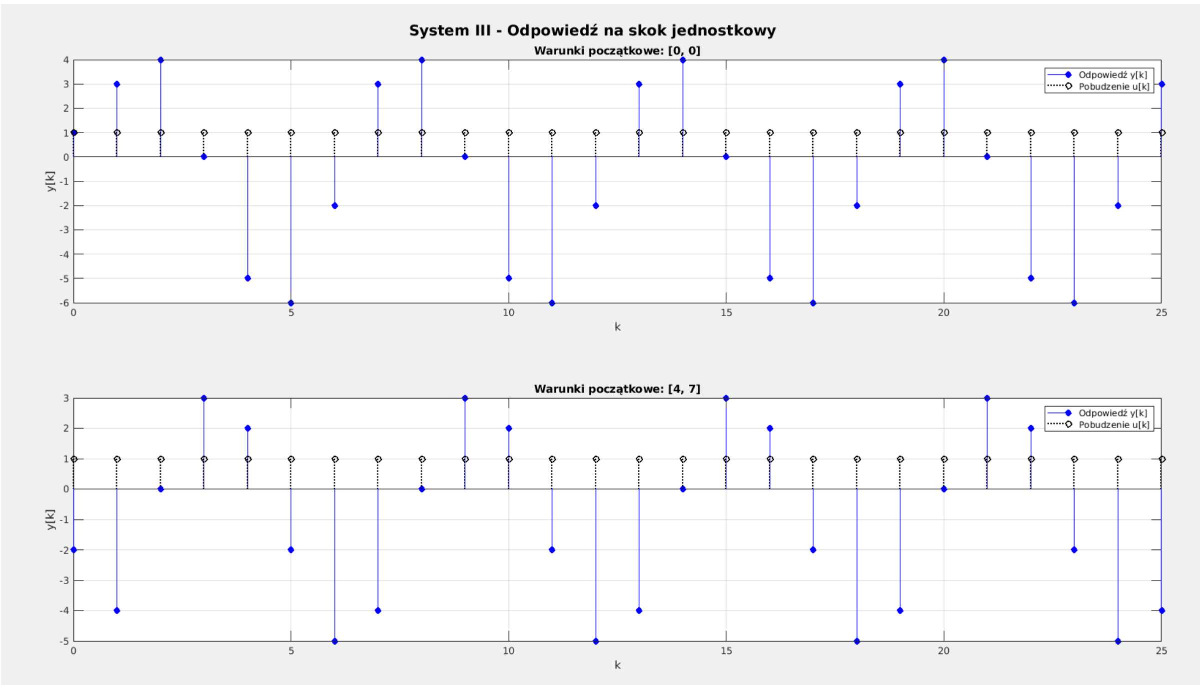
Rysunek 2: Odpowiedź systemu I na impuls



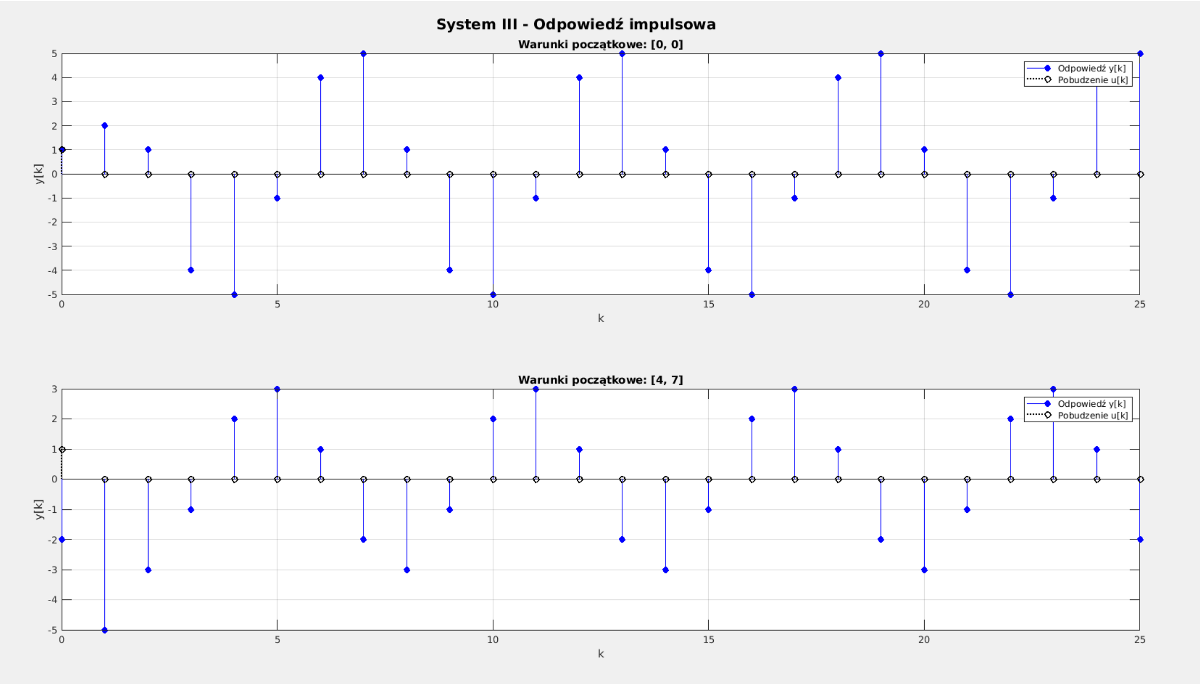
Rysunek 3: Odpowiedź na skok jednostkowy systemu II



Rysunek 4: Odpowiedź systemu II na impuls



Rysunek 5: Odpowiedź na skok jednostkowy systemu III



Rysunek 6: Odpowiedź systemu III na impuls

1.3 1c,d,e

Transmitancja systemu:

$$G_1(s) = \frac{3}{(s+2)(s+1)(s-1)}$$

Odpowiedź impulsowa systemu:

$$g_1(t) = e^{-2t} - \frac{3e^{-t}}{2} + \frac{e^t}{2}$$

Zdyskretyzowana odpowiedź impulsowa systemu:

$$g_1(kt) = e^{-2k} - \frac{3e^{-k}}{2} + \frac{e^k}{2}$$

Transmitancja dyskretna systemu:

$$G_1(z) = \frac{z}{2(z-e)} - \frac{3z}{2(z-e^{-1})} + \frac{z}{z-e^{-2}}$$

Odwrotna Transformata Z systemu :

$$Z^{-1}\{G_1(z)\} = \frac{e^{-2k}(e^k-1)^2(e^k+2)}{2} = e^{-2k} - \frac{3e^{-k}}{2} + \frac{e^k}{2}$$

Otrzymana odwrotna Transformata Z systemu jest taka sama jak orginał.

2 Zadanie 2

Dla systemu o transmitancji:

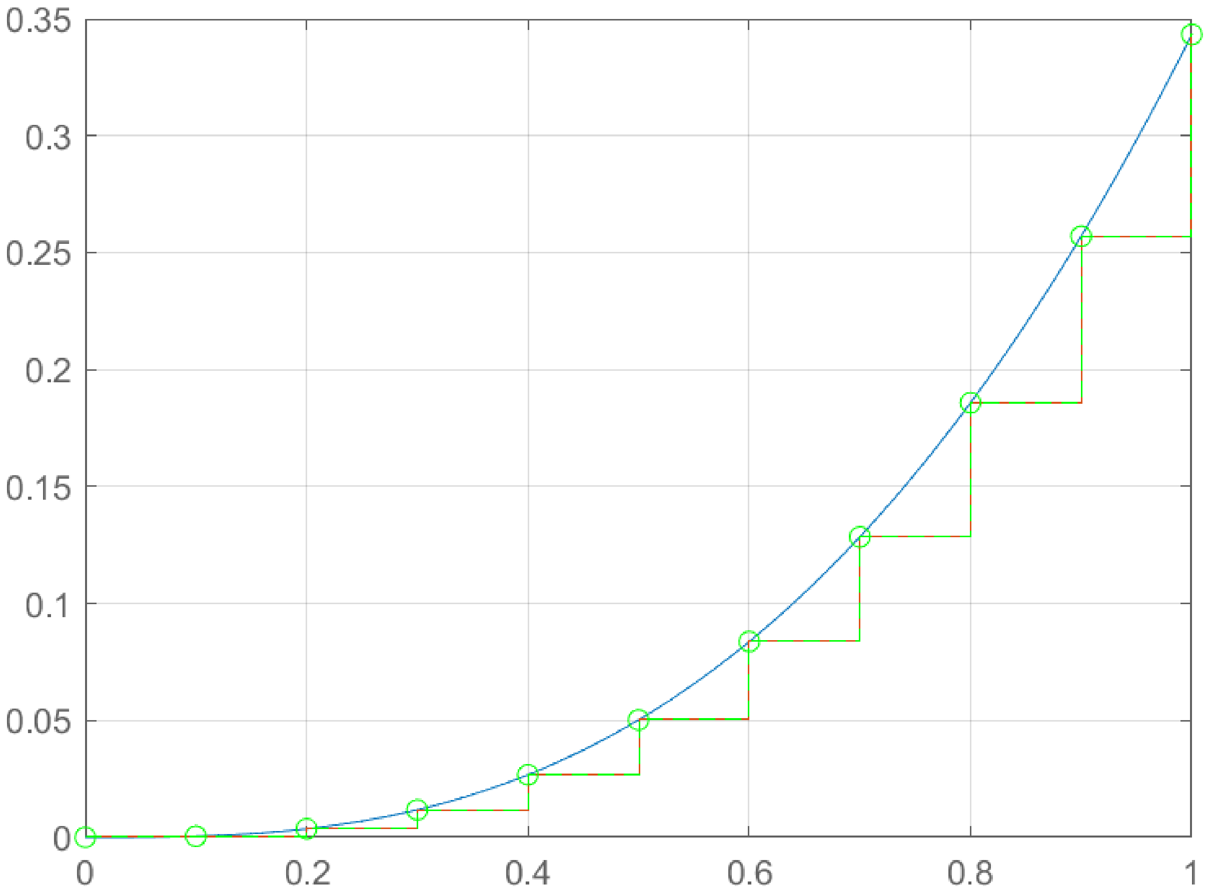
$$G_2(s) = \frac{3}{(s+2)(s+1)(s-1)}$$

Za pomocą polecenia c2d() dokonać transformacji systemu w czasie ciągłym. System po transformacji:

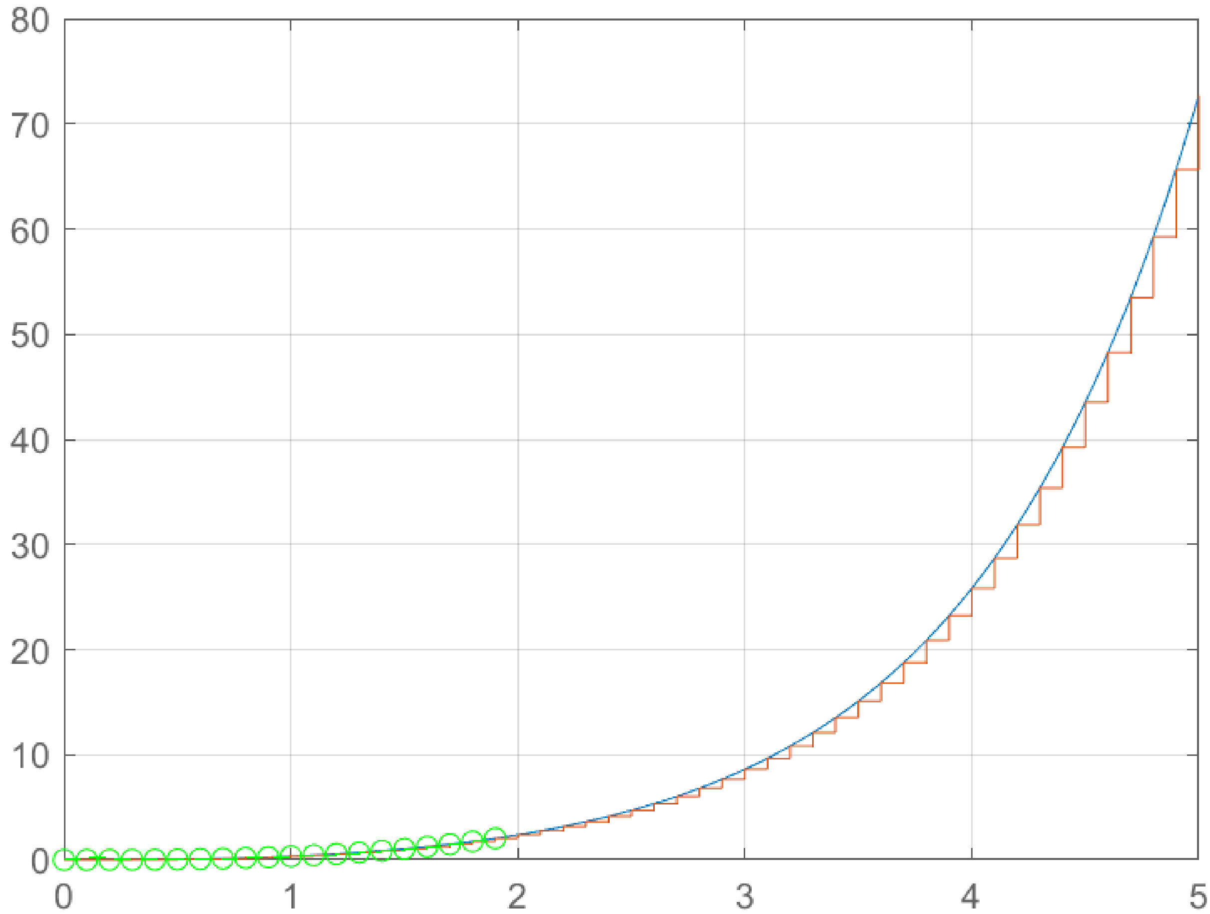
$$G_s(z) = \frac{0.0004762z^2 + 0.001814z + 0.0004309}{z^3 - 2.829z^2 + 2.646z - 0.8187}$$

Dla 4 czasów próbkowania należało przekształcić otrzymaną transmitancję w równiania różnicowe. Wybrane czasy próbkowania to: 0.1s, 0.25s, 0.5s, 1s. Wynik odpowiedzi dla układu z warunkami początkowymi jest oznaczone zieloną linią przerywaną.
Otrzymane równania różnicowe dla warunków początkowych [0,0,0]:
Dla 0.1s:

$$y[n] = 0.0005u[n-1]+0.0018u[n-2]+0.0004u[n-3]+2.8287y[n-1]-2.6457y[n-2]+0.8187y[n-3]+2.0561$$



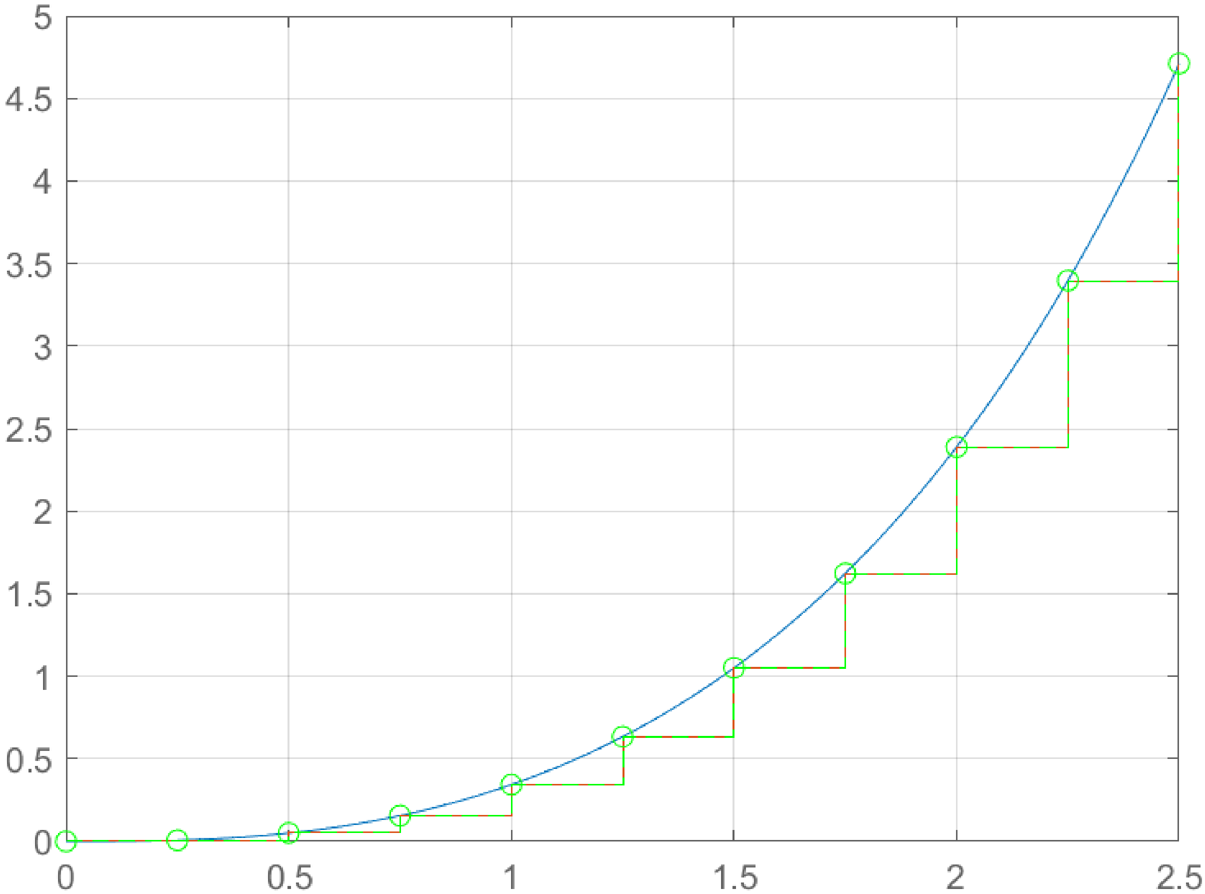
Rysunek 7: Pierwsze 10 próbek Odpowiedzi układu na pobudzenie skokiem jednostkowym dla Ts = 0,1s.



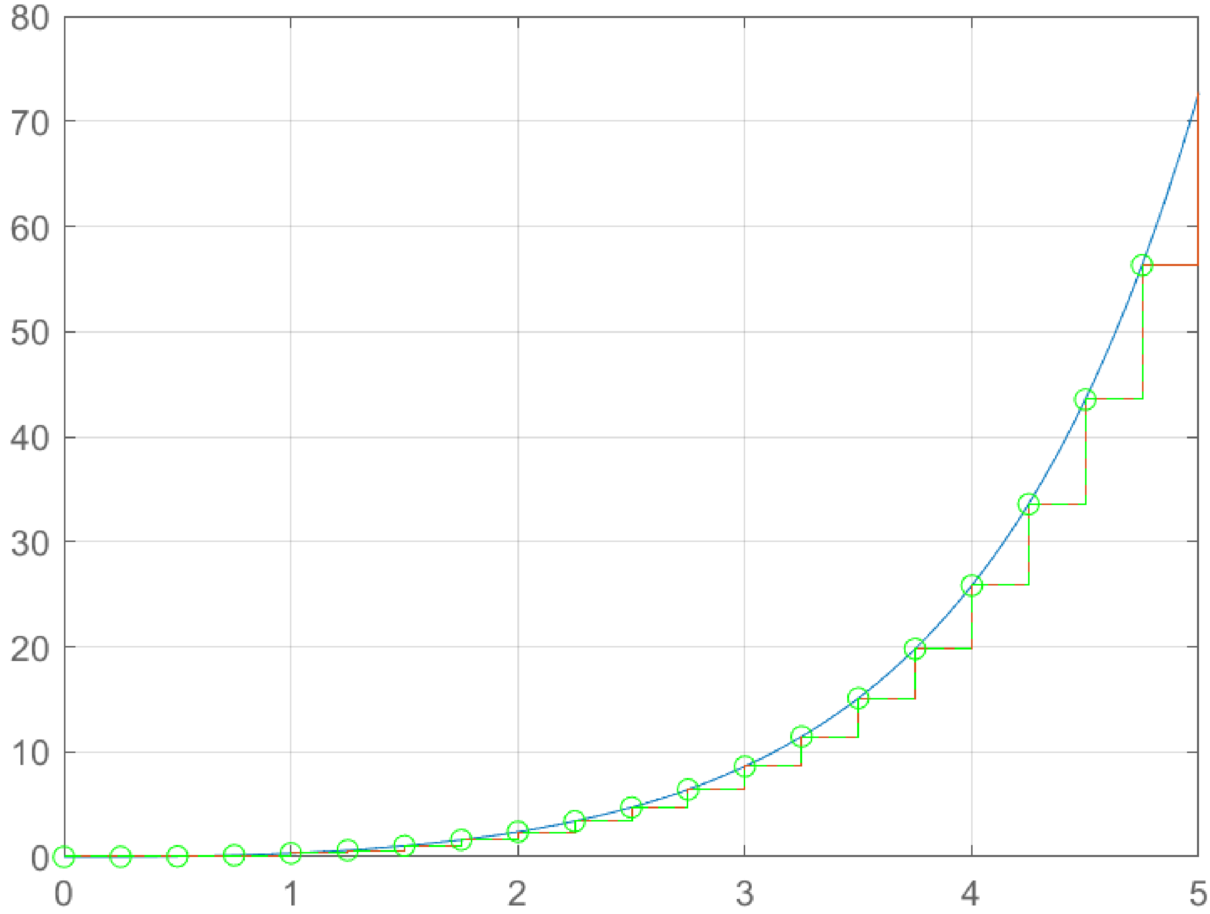
Rysunek 8: Odpowiedź układu na pobudzenie skokiem jednostkowym przez pierwsze 5 sekund dla Ts = 0,1s.

Dla 0.25s:

$$y[n] = 0.0069u[n-1]+0.0247u[n-2]+0.0054u[n-3]+2.6694y[n-1]-2.2512y[n-2]+0.6065y[n-3]+56.3051$$



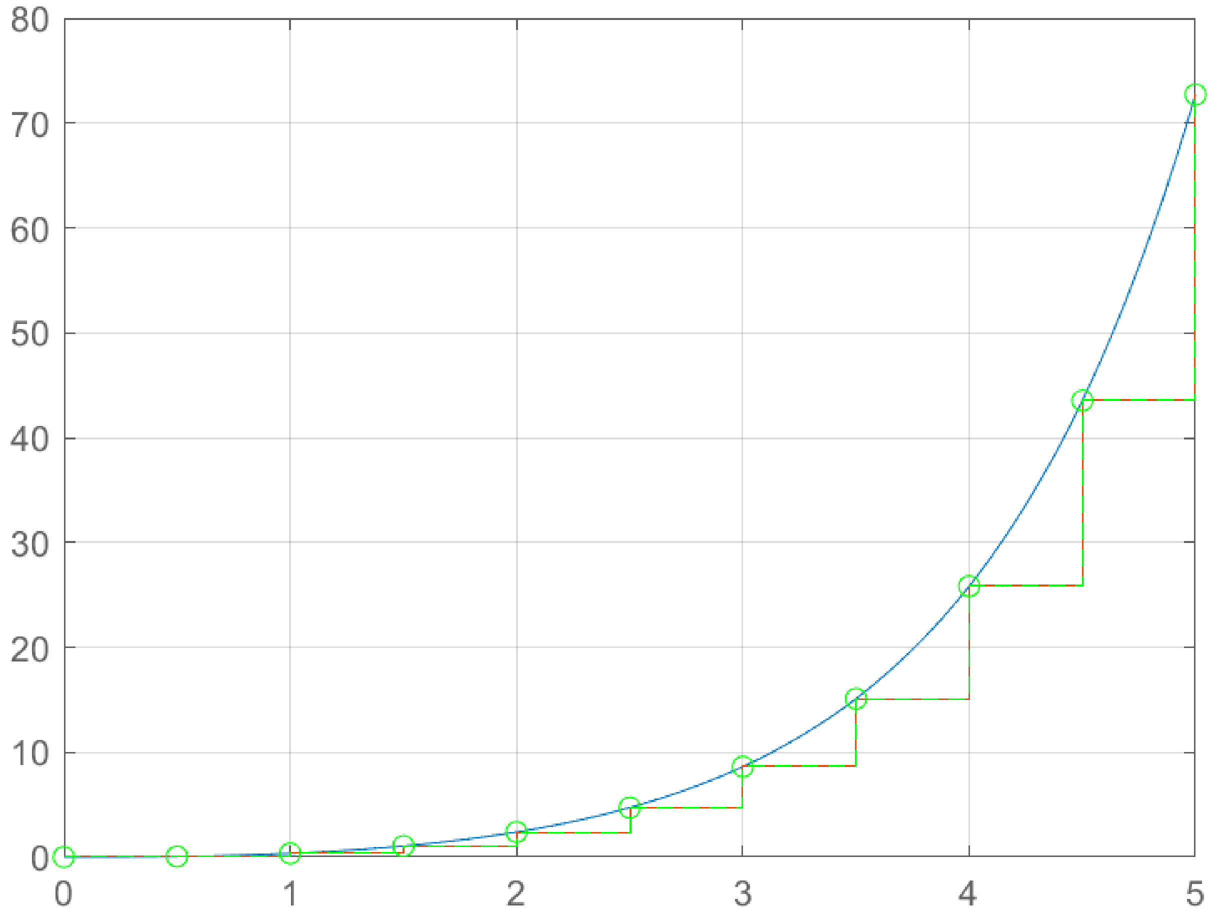
Rysunek 9: Pierwsze 10 próbek Odpowiedzi układu na pobudzenie skokiem jednostkowym dla Ts = 0,25s.



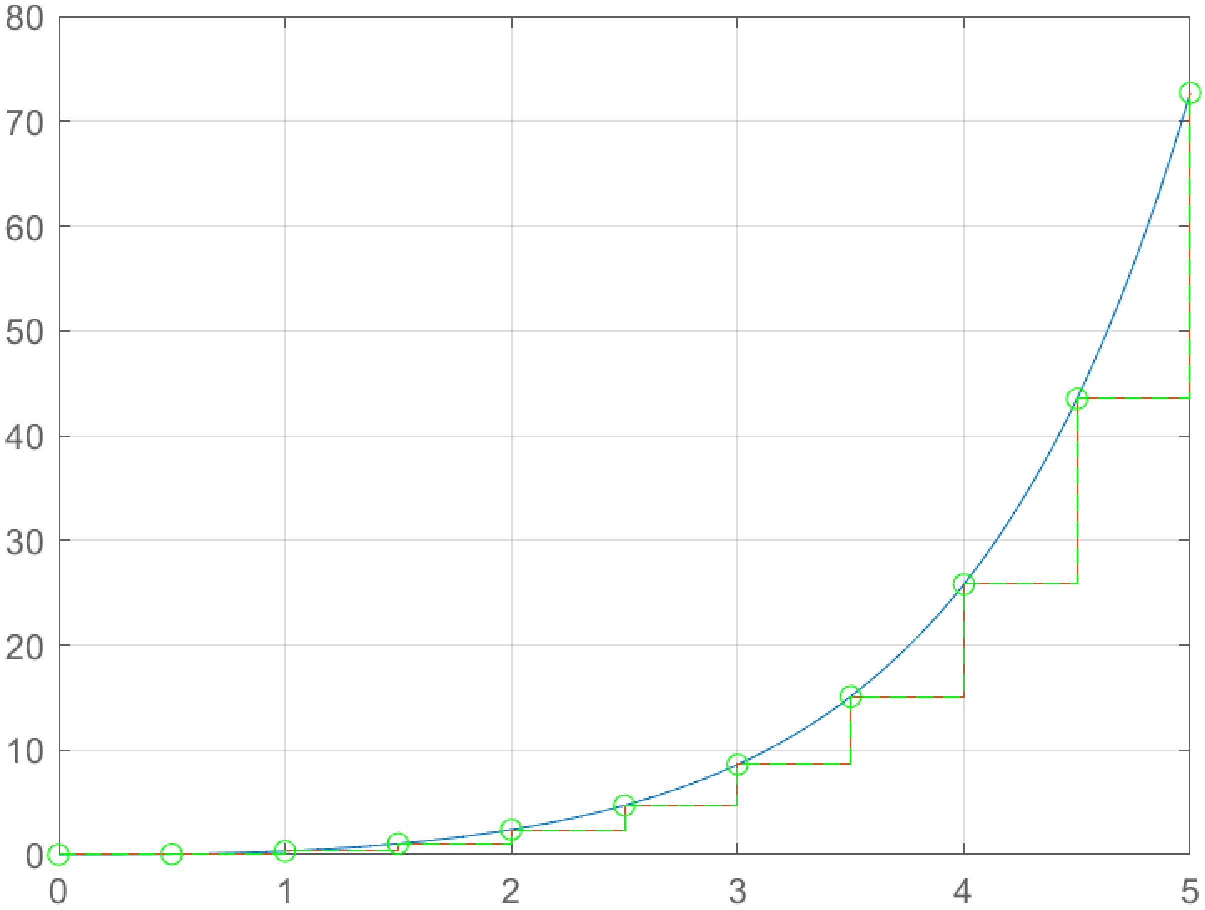
Rysunek 10: Odpowiedź układu na pobudzenie skokiem jednostkowym przez pierwsze 5 sekund dla Ts = 0,25s.

Dla 0.5s:

$$y[n] = 0.0502u[n-1]+0.1613u[n-2]+0.0305u[n-3]+2.6231y[n-1]-1.8297y[n-2]+0.3679y[n-3]6.6784e+03$$



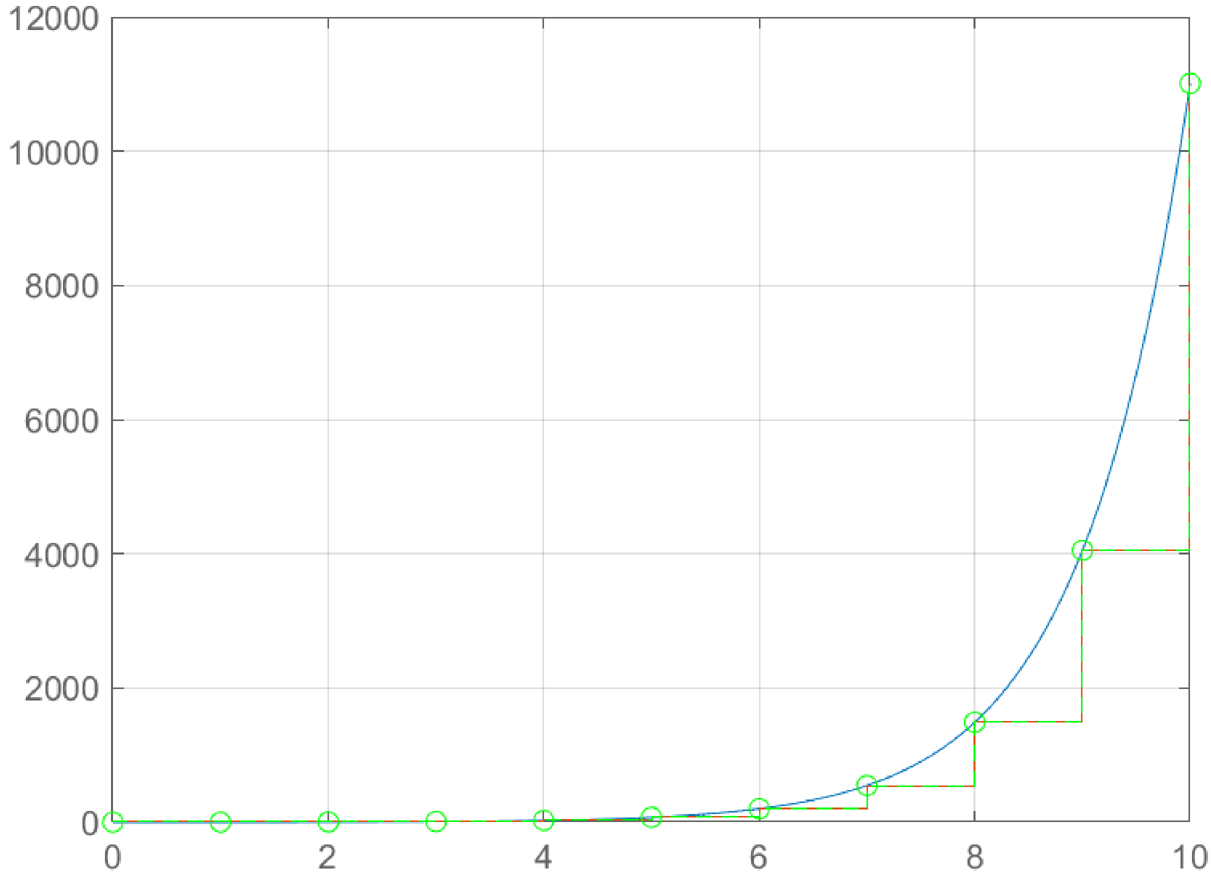
Rysunek 11: Pierwsze 10 próbek Odpowiedzi układu na pobudzenie skokiem jednostkowym dla Ts = 0,5s.



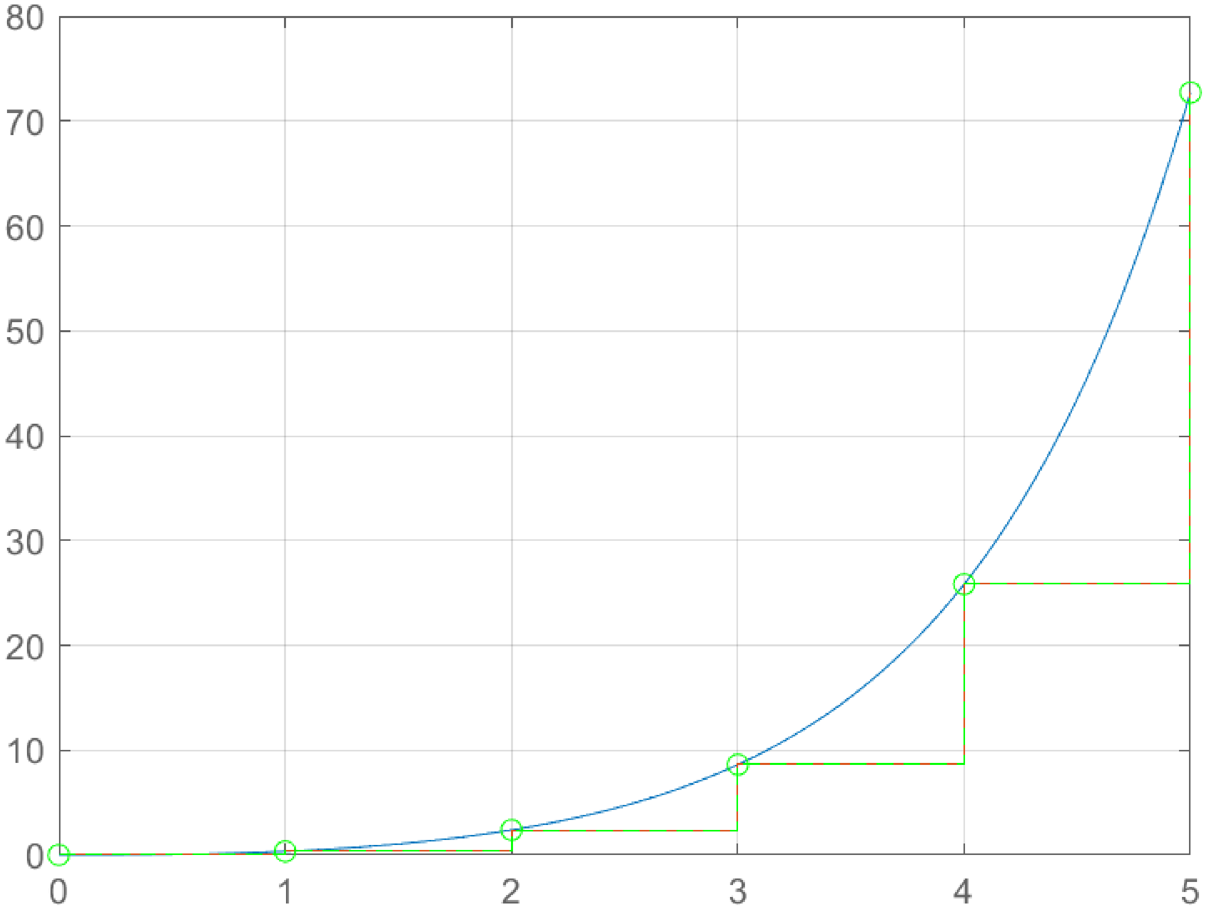
Rysunek 12: Odpowiedź układu na pobudzenie skokiem jednostkowym przez pierwsze 5 sekund dla Ts = 0,5s.

Dla 1s:

$$y[n] = 0.3433u[n-1]+0.9392u[n-2]+0.1263u[n-3]+3.2215y[n-1]-1.4177y[n-2]+0.1353y[n-3]+8.9241e+07$$



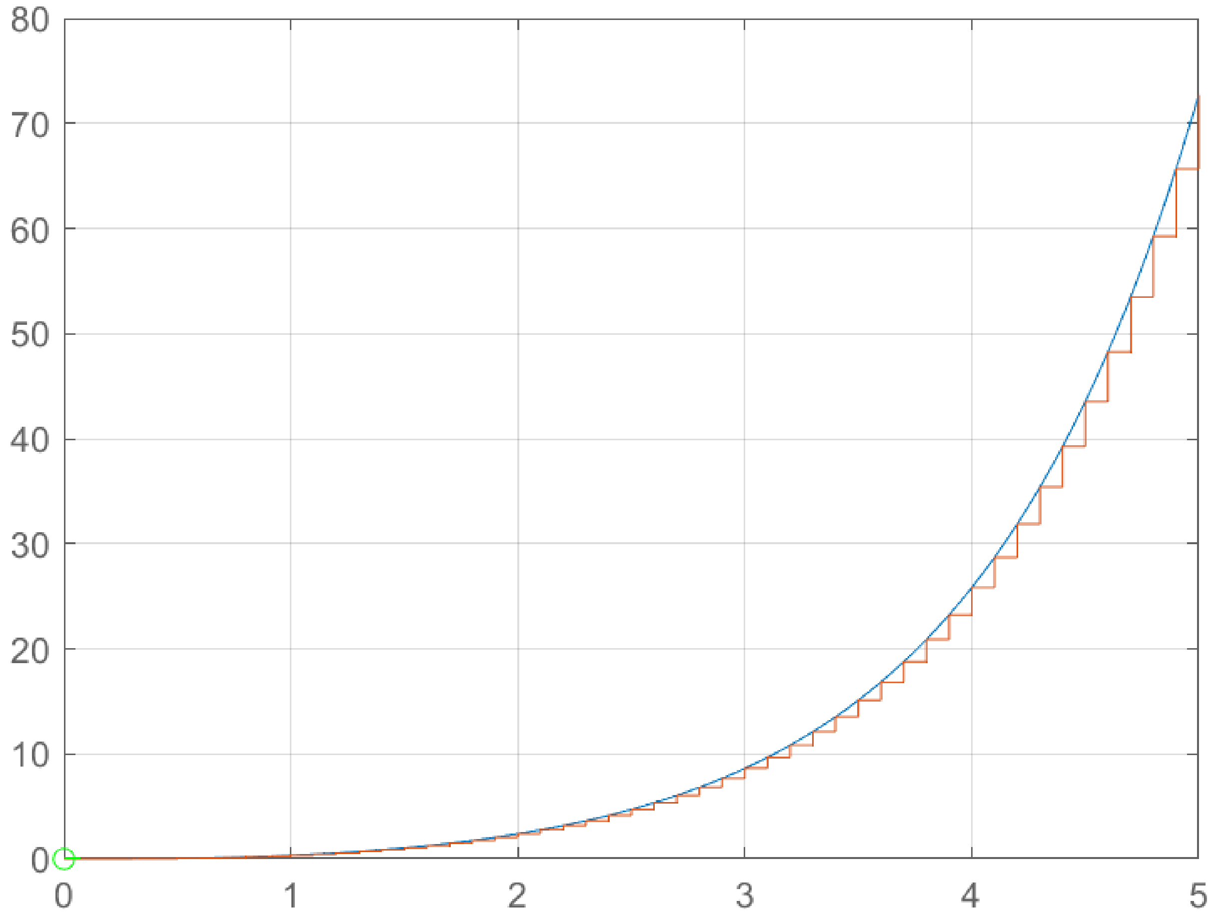
Rysunek 13: Pierwsze 10 próbek Odpowiedzi układu na pobudzenie skokiem jednostkowym dla Ts = 1s.



Rysunek 14: Odpowiedź układu na pobudzenie skokiem jednostkowym przez pierwsze 5 sekund dla Ts = 1s.

Otrzymane równania różnicowe dla warunków początkowych [1,2,3]: Dla 0.1s:

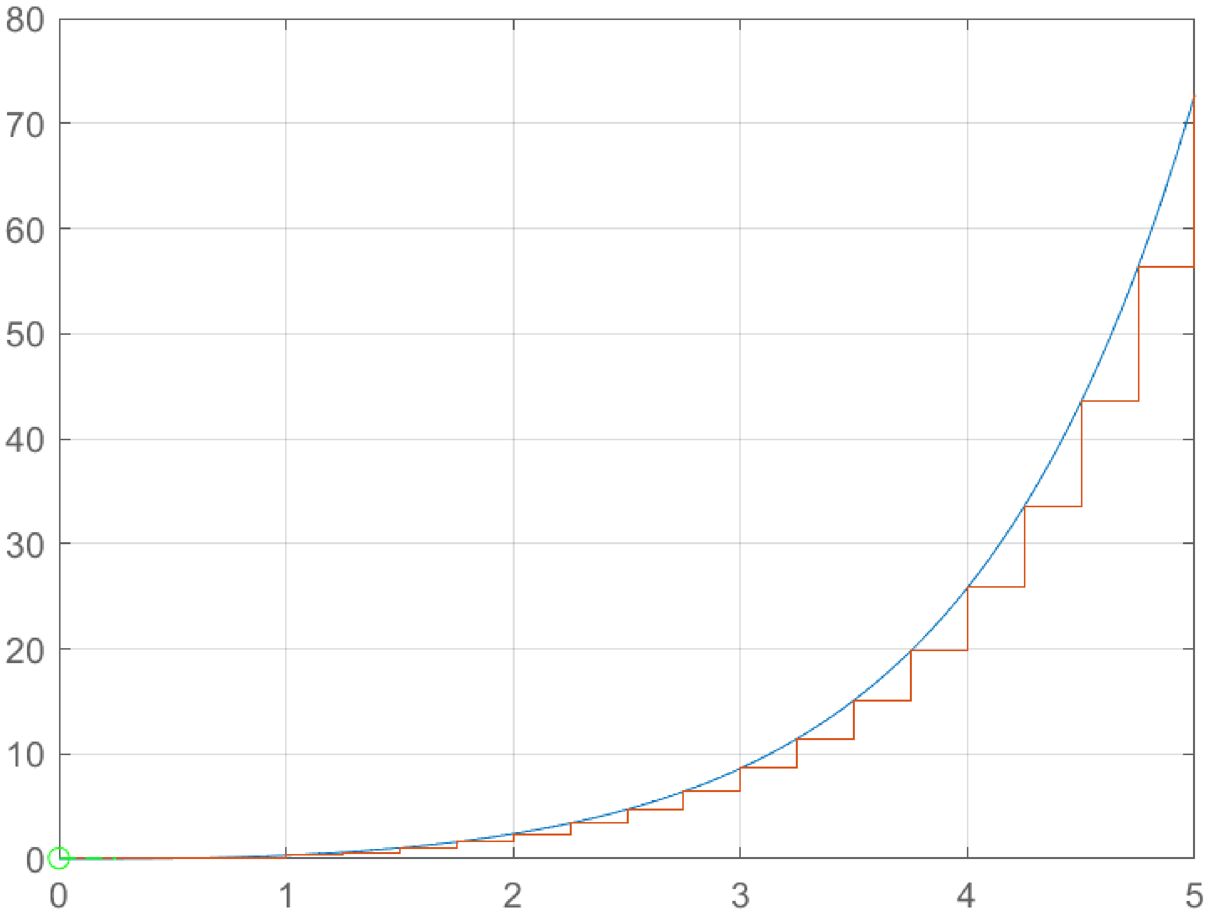
$$y[n] = 0.0005u[n-1]+0.0018u[n-2]+0.0004u[n-3]+2.8287y[n-1]-2.6457y[n-2]+0.8187y[n-3]-31.3291$$



Rysunek 15: Pierwsze 10 próbek Odpowiedzi układu na pobudzenie skokiem jednostkowym dla Ts = 0,1s.

Dla 0.25s:

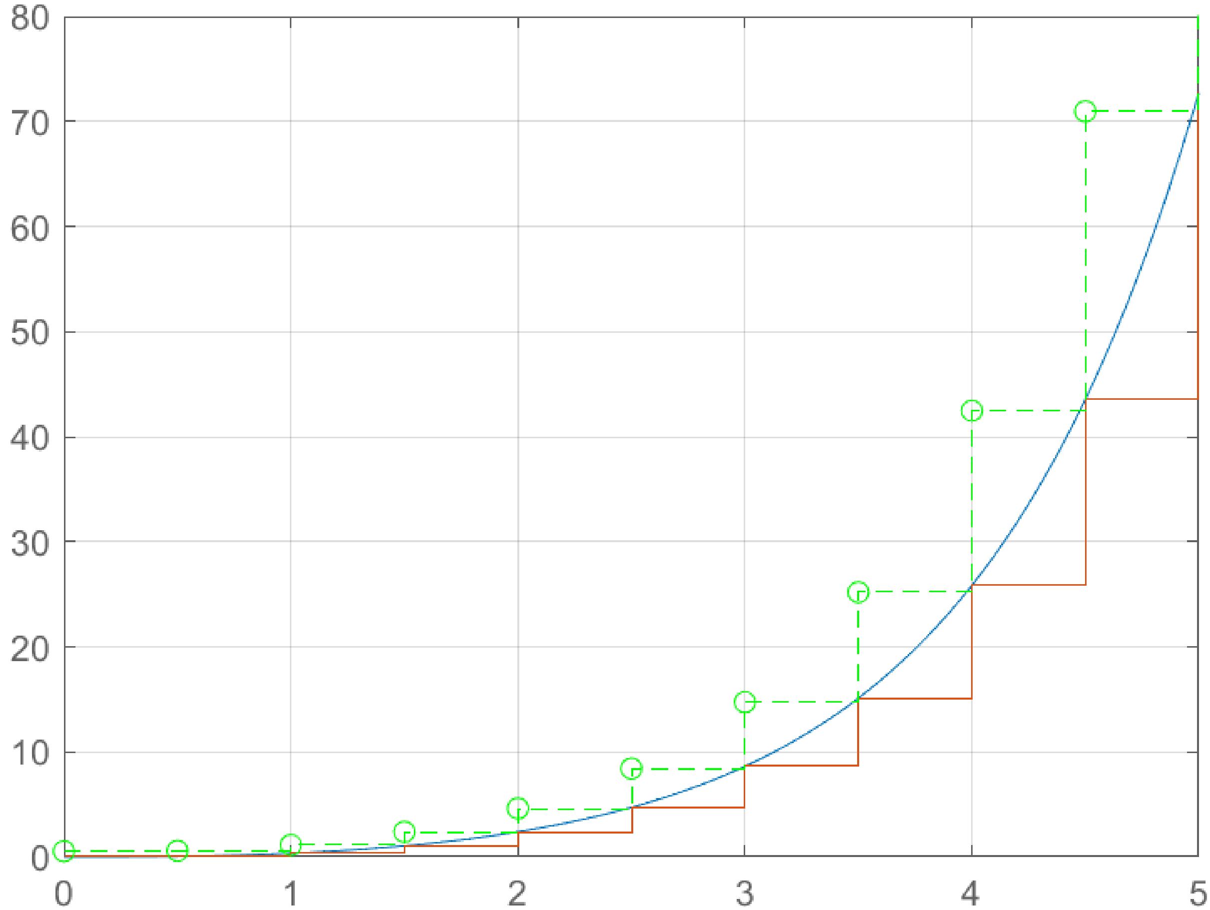
$$y[n] = 0.0069u[n-1]+0.0247u[n-2]+0.0054u[n-3]+2.6694y[n-1]-2.2512y[n-2]+0.6065y[n-3]-138.7633$$



Rysunek 16: Pierwsze 10 próbek Odpowiedzi układu na pobudzenie skokiem jednostkowym dla Ts = 0,25s.

Dla 0.5s:

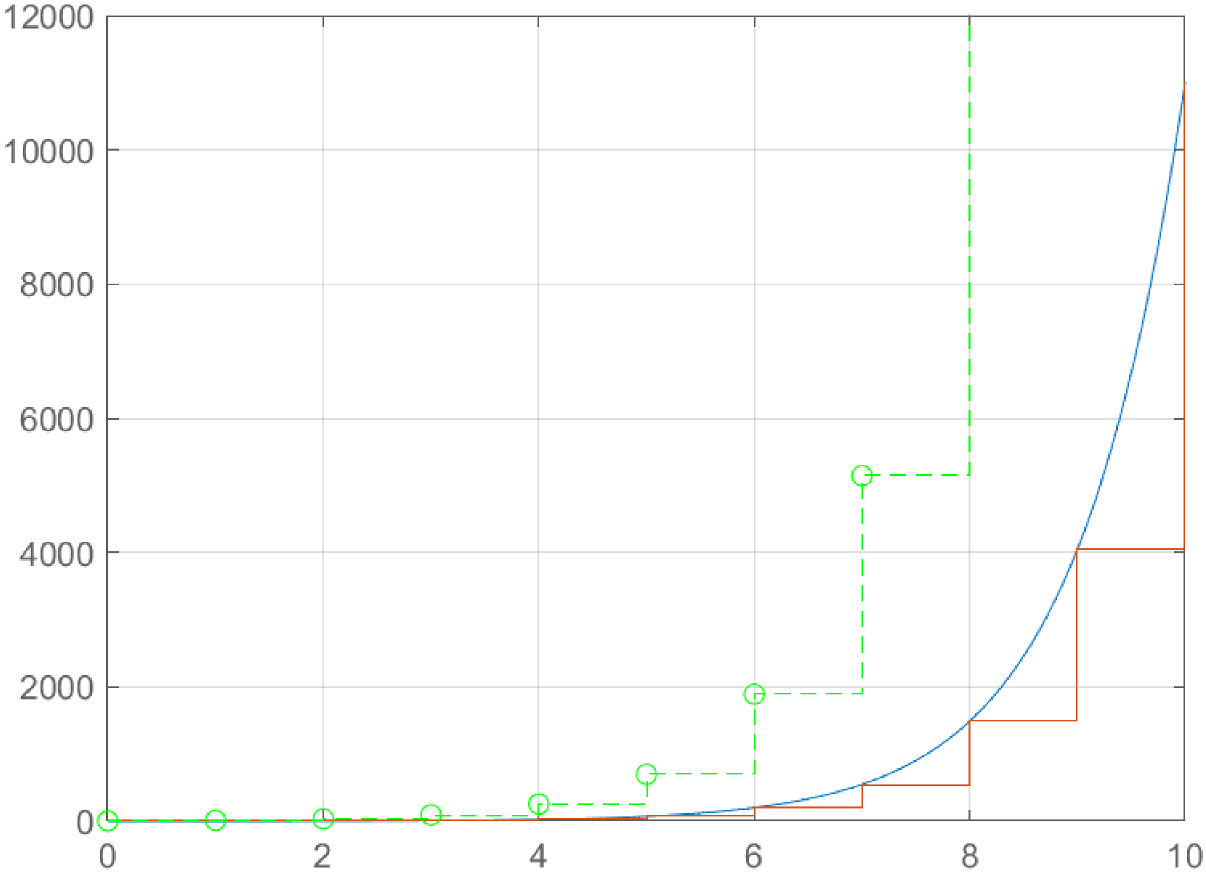
$$y[n] = 0.0502u[n-1] + 0.1613u[n-2] + 0.0305u[n-3] + 2.6231y[n-1] - 1.8297y[n-2] + 0.3679y[n-3] + 1.0748e{+}04$$



Rysunek 17: Pierwsze 10 próbek Odpowiedzi układu na pobudzenie skokiem jednostkowym dla Ts = 0,5s.

Dla 1s:

$$y[n] = 0.3433u[n-1]+0.9392u[n-2]+0.1263u[n-3]+3.2215y[n-1]-1.4177y[n-2]+0.1353y[n-3]+8.3751e{+}08$$



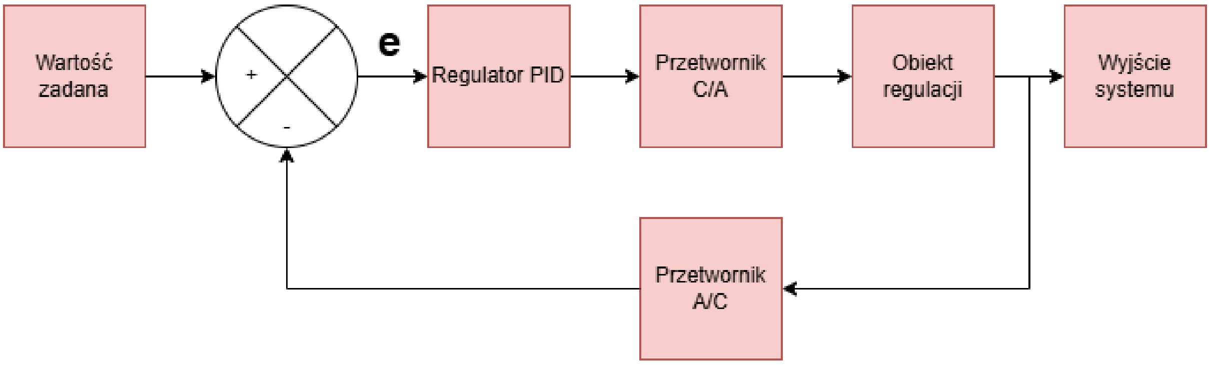
Rysunek 18: Pierwsze 10 próbek Odpowiedzi układu na pobudzenie skokiem jednostkowym dla Ts = 1s.

Tabela 2: Porównanie wyników po 20 iteracjiach dla różnych czasów próbkowania dla różnych warunków początkowych

Czas [s]	**WP: 0-0-0**	**WP: 1-2-3**
0.1	2.0561	-31.3291
0.25	56.3051	-138.7633
0.5	6.6784×10^3	1.0748×10^4
1.0	8.9241×10^7	8.3751×10^8

3 Zadanie 3

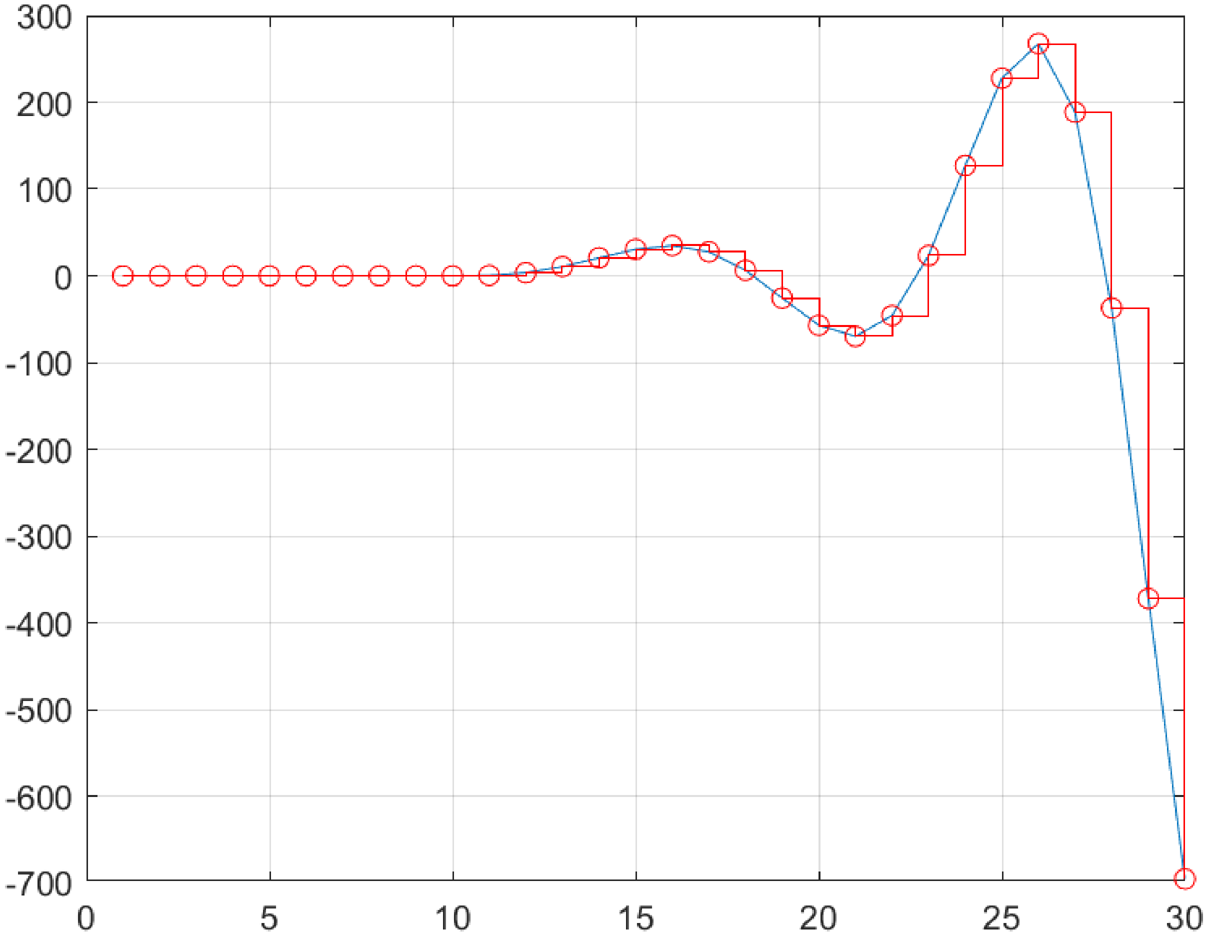
Schemat regulatora PID:



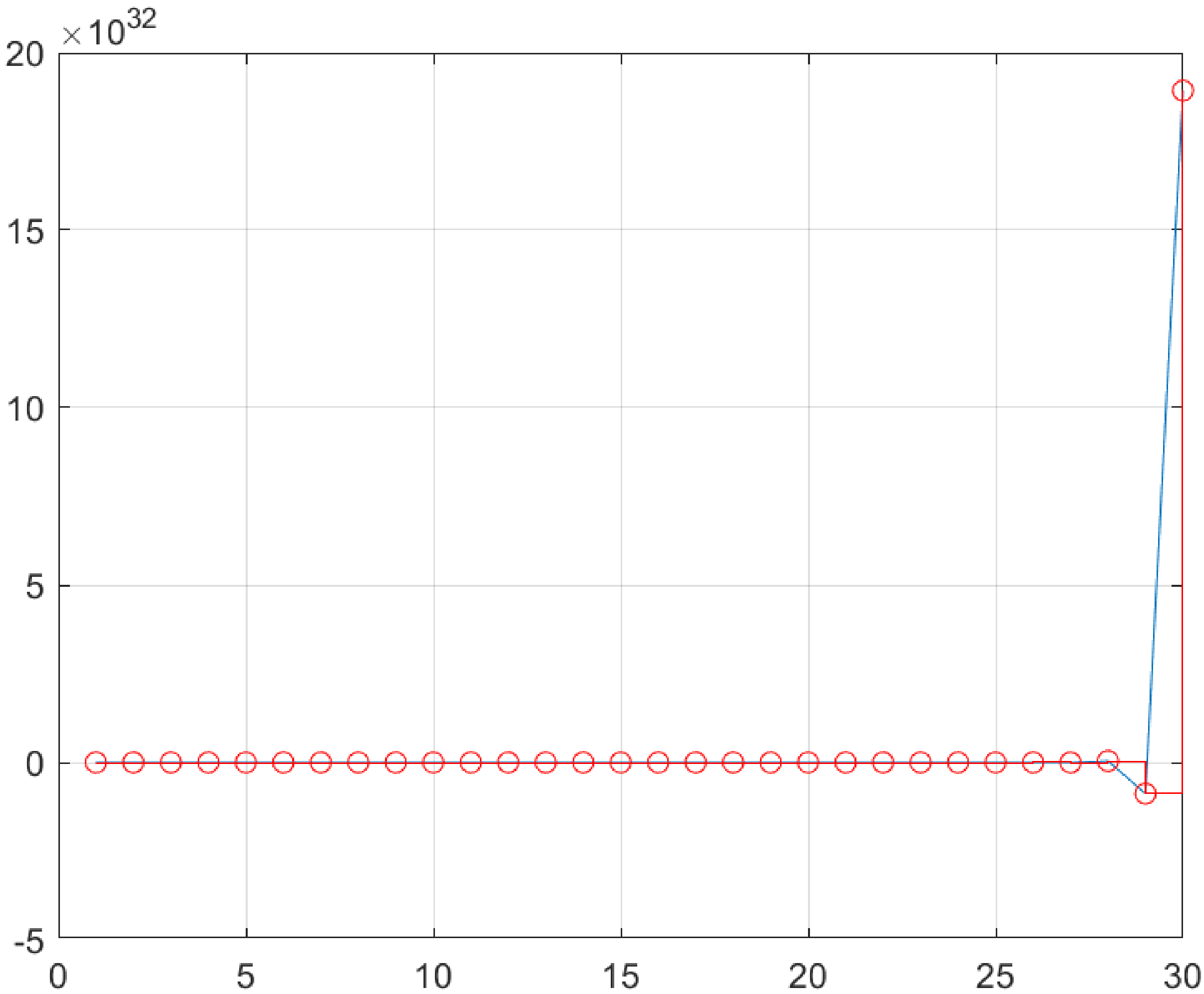
Rysunek 19

Części regulatora:

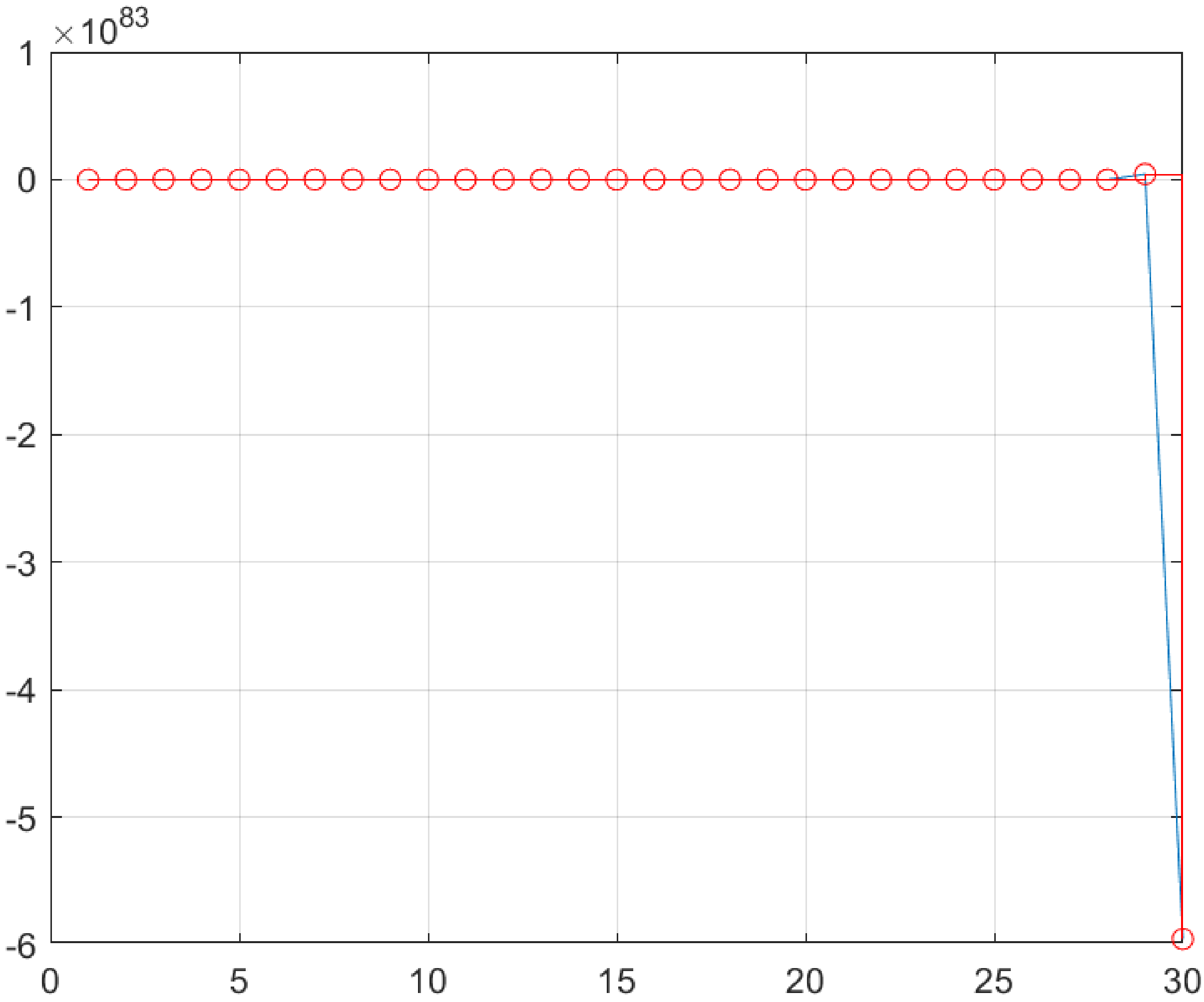
- Wartość zadana – Pożądana wartość systemu którą chcemy osiągnąć.
- Porównanie(punkt dodawania) – Oblicza błąd(uchyb)regulacji $e = wartosc_{zadana} – wyjscie_{systemu}$ wynik ten jest podstawą działania regulatora.
- Regulator PID – obiekt regulujący .
- Przetowrnik C/A – Zamienia sygnał dyskretny wytworzony przez regulator PID na sygnał ciągły który może być użyty przez rzeczywisty obiekt regulacji.
- Obiekt regulacji – fizyczny system który checmy sterować przyjmuje sygnał ciągły i wytwarza wyjście systemu.
- Przetwornik A/C – Próbkuje wyjście systemu obiektu i zamienia go na postać dyskretną wartość ta jest porównywana do obliczenia błędu regulacji który jest używany przez regulator PID.



Rysunek 20: Odpowiedź układu przez pierwsze 30 próbek dla Ts=0,1s

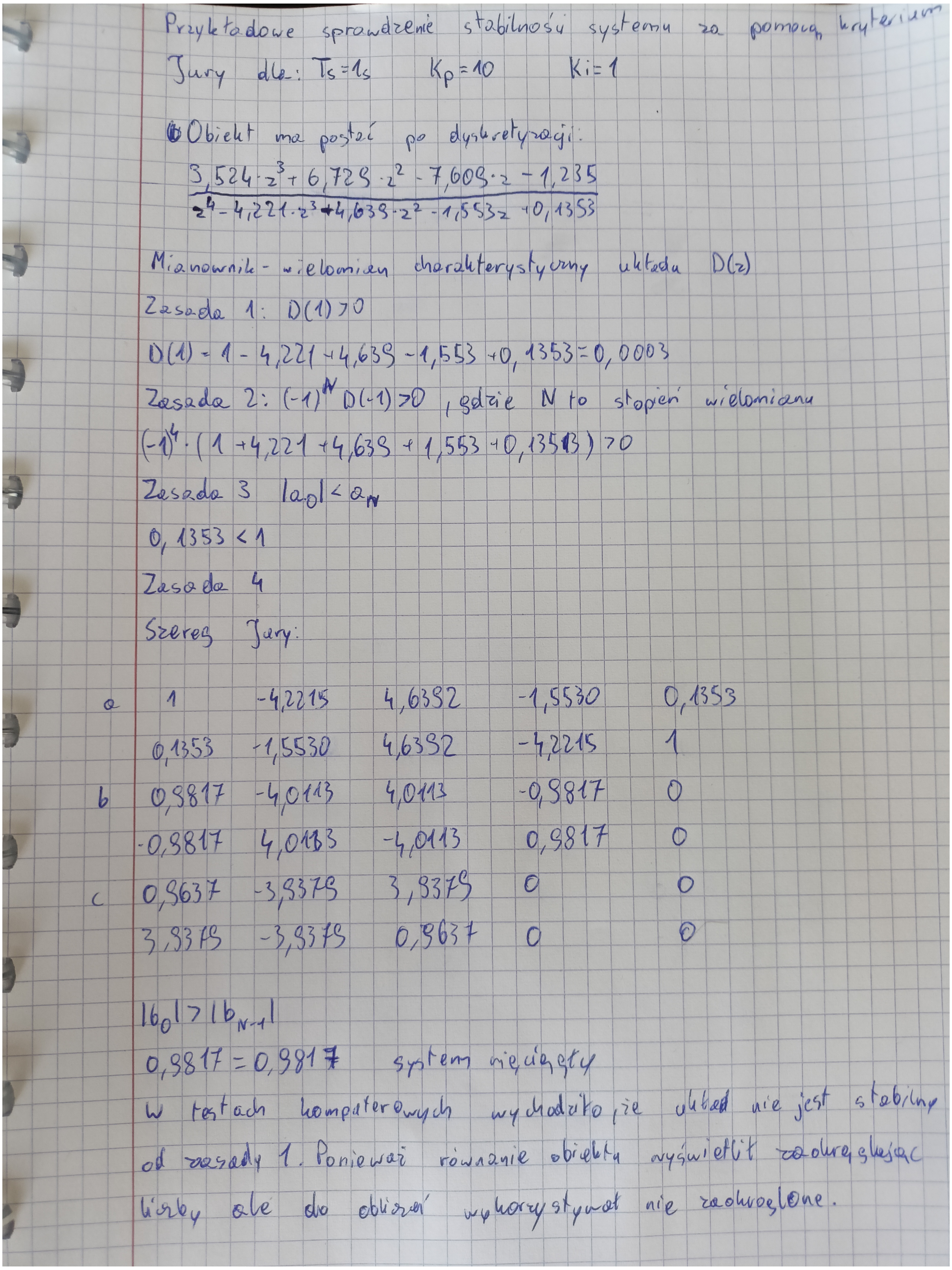


Rysunek 21: Odpowiedź układu przez pierwsze 30 próbek dla Ts=0,5s



Rysunek 22: Odpowiedź układu przez pierwsze 30 próbek dla Ts=01s

Analiza stabilności za pomocą kryterium Jurry'ego:



Przykładowe sprawdzenie stabilności systemu za pomocą kryterium Jury dla: $T_s = 1s$ $K_p = 10$ $Ki = 1$

Obiekt ma postać po dyskretyzacji:

$$\frac{3,524 \cdot z^3 + 6,729 \cdot z^2 - 7,609 \cdot z - 1,235}{z^4 - 4,221 \cdot z^3 + 4,639 \cdot z^2 - 1,553 z + 0,1353}$$

Mianownik - wielomian charakterystyczny układu $D(z)$

Zasada 1: $D(1) > 0$

$D(1) = 1 - 4,221 + 4,639 - 1,553 + 0,1353 = 0,0003$

Zasada 2: $(-1)^N D(-1) > 0$, gdzie N to stopień wielomianu

$(-1)^4 \cdot (1 + 4,221 + 4,639 + 1,553 + 0,1353) > 0$

Zasada 3 $|a_0| < a_N$

$0,1353 < 1$

Zasada 4

Szereg Jury:

a	1	-4,2215	4,6392	-1,5530	0,1353
	0,1353	-1,5530	4,6392	-4,2215	1
b	0,9817	-4,0113	4,0113	-0,9817	0
	-0,9817	4,0113	-4,0113	0,9817	0
c	0,9637	-3,9379	3,9379	0	0
	3,9379	-3,9379	0,9637	0	0

$|b_0| > |b_{N-1}|$

$0,9817 = 0,9817$ system nieciągły

W testach komputerowych wychodziło, że układ nie jest stabilny od zasady 1. Ponieważ równanie obiektu wyświetlił zaokrąglając liczby ale do obliczeń wykorzystywał nie zaokrąglone.

Rysunek 23: Ręczna analiza kryterium stabilności Jury.

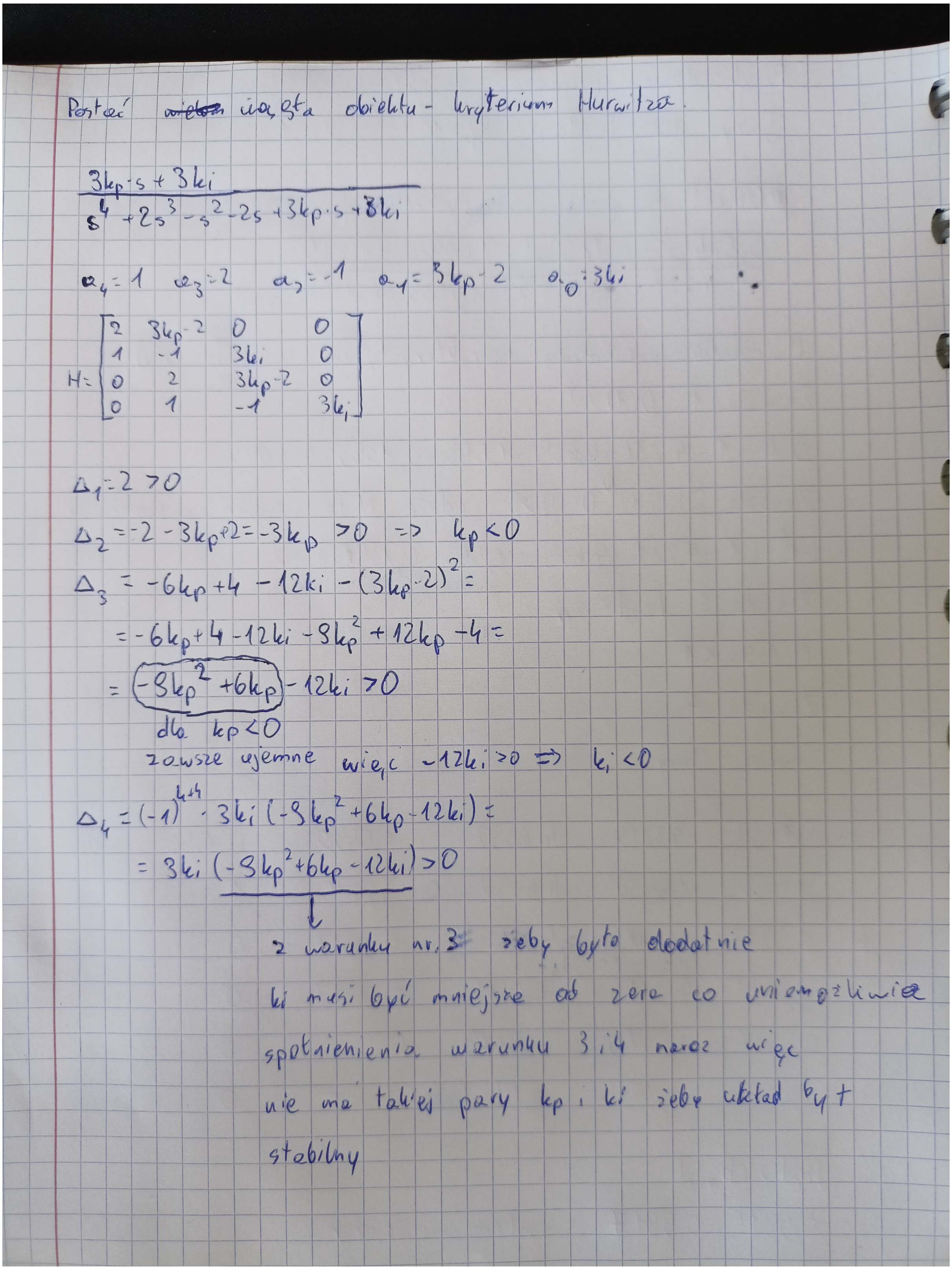
Kryterium Jurr'ego zaimplementowany w środowisku matlab:

```
blad w 1
blad w 4
blad w 4
    1.0000   -4.2215    4.6392   -1.5530    0.1353
    0.1353   -1.5530    4.6392   -4.2215    1.0000
    1.2102   -4.8493    5.2105   -1.6883         0
   -1.6883    5.2105   -4.8493    1.2102         0
    1.4645   -5.8686    6.3056         0         0
    6.3056   -5.8686    1.4645         0         0


ans =

    "układ niestabilny"
```

Rysunek 24: Analiza komputerowa kryterium stabilności Jury



Postać ~~wielom~~ uągta obiektu - kryterium Hurwitza.

$$\frac{3k_p \cdot s + 3k_i}{s^4 + 2s^3 - s^2 - 2s + 3k_p \cdot s + 3k_i}$$

$a_4 = 1 \quad a_3 = 2 \quad a_2 = -1 \quad a_1 = 3k_p - 2 \quad a_0 = 3k_i$

$$H = \begin{bmatrix} 2 & 3k_p - 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 3k_i & 0 \\ 0 & 2 & 3k_p - 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 3k_i \end{bmatrix}$$

$\Delta_1 = 2 > 0$

$\Delta_2 = -2 - 3k_p + 2 = -3k_p > 0 \Rightarrow k_p < 0$

$\Delta_3 = -6k_p + 4 - 12k_i - (3k_p - 2)^2 =$

$= -6k_p + 4 - 12k_i - 9k_p^2 + 12k_p - 4 =$

$= (-9k_p^2 + 6k_p) - 12k_i > 0$

dla $k_p < 0$

zawsze ujemne więc $-12k_i > 0 \Rightarrow k_i < 0$

$\Delta_4 = (-1)^{4+4} \cdot 3k_i(-9k_p^2 + 6k_p - 12k_i) =$

$= 3k_i \underline{(-9k_p^2 + 6k_p - 12k_i)} > 0$

z warunku nr. 3 żeby było dodatnie

ki musi być mniejsze od zera co uniemożliwia

spełnienienia warunku 3 i 4 naraz więc

nie ma takiej pary kp i ki żeby układ był

stabilny

Rysunek 25: Ręczna analiza stabilności za pomocą kryterium stabilności Hurwitza

4 Wnioski

4.1 Zadanie 1

- Im mniejszy czas próbkowania (częstsze próbkowanie), tym dokładniejsza aproksymacja systemu ciągłego przez model dyskretny.
- Warunki początkowe mają duży wpływyw na stan systemu. Dla systemu stabilnego takiego jak system II, będą one zanikać w czasie, natomiast dla systemu na granicy stabilności, będą miały one trwały efekt.
- Oberwując odpowiedź stabilnego systemu II możemy zauważyć, iz impuls wraz z przebiegiem czasu zostanie ztłumiony. Natomiast skok jednostkowy będzie miał trwały wpływ na system, który osiągnie nowy stan ustalony.
- Odpowiedź systemu I i III, na zarówno skok jednostkowy jak i impuls ma postać stałej niezanikającej oscylacji.
- Uzyskanie takiej samej odwrotnej transformaty z pokazuje, iż transformacja ta jest procesem odwracalnym.

4.2 Zadanie 2

- Im mniejszy czas próbkowania tym więcej „schodków”, im większy czas próbkowania tym większe schodki
- Po x iteracjach pętli liczącej równanie różnicowe dostajemy odpowiedź dla chwili $t = x*czstotliwosc\_iteracji$ systemu ciągłego, odpowiedź ta w danej chwili t pokrywa się z odpowiedzią układu ciągłego tylko dla warunków początkowych równych 0.

4.3 Zadanie 3

- Im mniejszy czas próbkowania(większa częstotliwość) tym lepiej oddany jest sygnal o czasie ciągłym ale wiąże sięto z większym czasem obliczania.
- Nasz układ nie może być ustabilizowany przy pomocy regulatora PI, co zostało sprawdzone dla różnych nastaw i czasów próbkowania przy pomocy kryterium Jury, a potem dla przypadku ogólnego ale ciągłego przy pomocy kryterium Hurwitza.