



Politechnika Wrocławska

---

Sterowanie adaptacyjne

---

## Raport 1

---

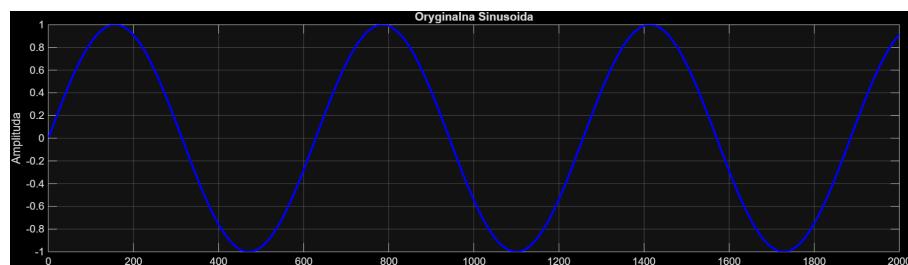
Mikołaj Nowak 280082  
Mateusz Mulewicz 280073  
2 lutego 2026

## 1 Wstęp

Celem zadania projektowego było wygenerowanie sygnału sinusoidalnego oraz nałożenie na niego szumu w rozkładzie jednostajnym. Następnie, po uzyskaniu już zdeformowanego sygnału, należało wyestymować jego pierwotną wartość oraz dobrać takie  $H$ , dla którego występuje najmniejsze zasumienie oraz najmniejsze tłumienie. Ostatecznie calość należało porównać z pierwotną funkcją.

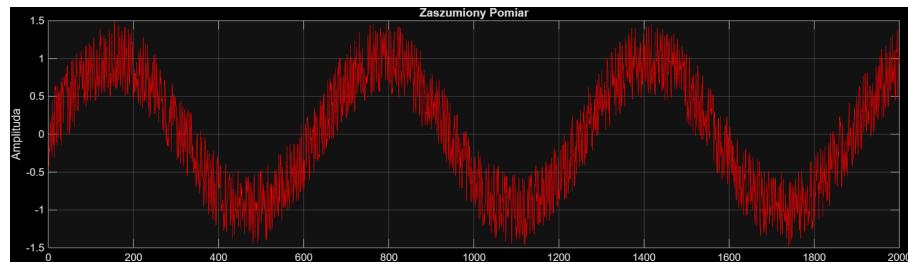
## 2 Nanieśienie szumu

W pierwszej kolejności należało wygenerować przykładowy sygnał sinusoidalny, na którym zostaną przeprowadzone wszystkie badania i operacje. Została do tego użyta funkcja  $f(x) = \sin 0,01k$ , gdzie  $k$  - liczba próbek.



Rysunek 1: Wygenerowana sinusoida

Następnie do każdej próbki sygnału został nałożony szum z rozkładu jednostajnego w zakresie  $[-0,5;0,5]$



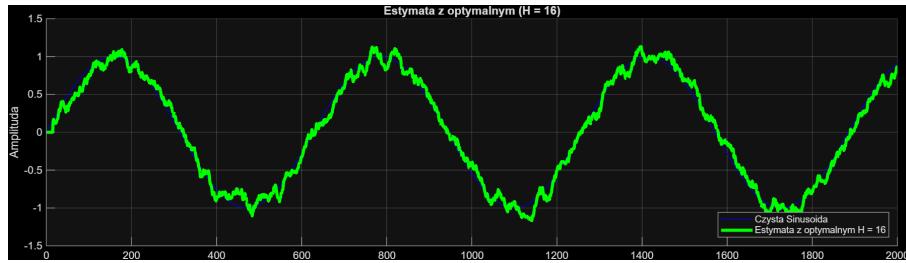
Rysunek 2: Sygnał z nałożonym szumem jednostajnym

### 3 Estymacja sygnału

Kolejnym krokiem zadania projektowego była estymacja sygnału - przekształcenie zniekształconej sinusoidy na sygnał najbardziej zbliżony do pierwotnego. Do tego celu został wykorzystany wzór:

$$\hat{x}_k = \frac{1}{H} \sum_{i=0}^{H-1} x_{k-i} \quad (1)$$

Najlepsze odzworowanie sygnału zostało odnotowane dla  $H = 16$ .



Rysunek 3: Estymacja zaszumionego sygnału dla  $H = 16$

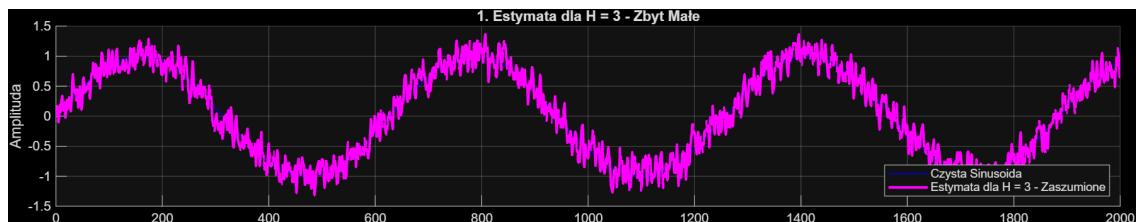
## 4 Zależność MSE od H

Wartość błędu średniokwadratowego (MSE, z ang. Mean Squared Error) pozwala nam na ocenę (lub kwantyfikację) różnicy pomiędzy sygnałem oryginalnym a wyestymowanym. Jest on liczony jako średnia arytmetyczna kwadratów różnic pomiędzy sygnałem oryginalnym a sygnałem estymowanym dla wszystkich analizowanych próbek.

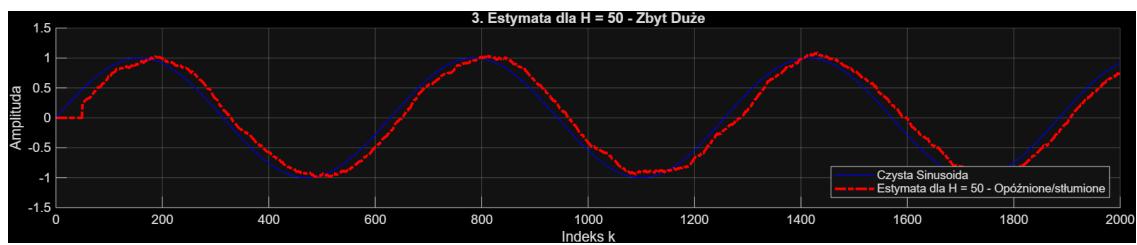
$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - \hat{x}_k)^2 \quad (2)$$



Rysunek 4: Wartość MSE w zależności od H



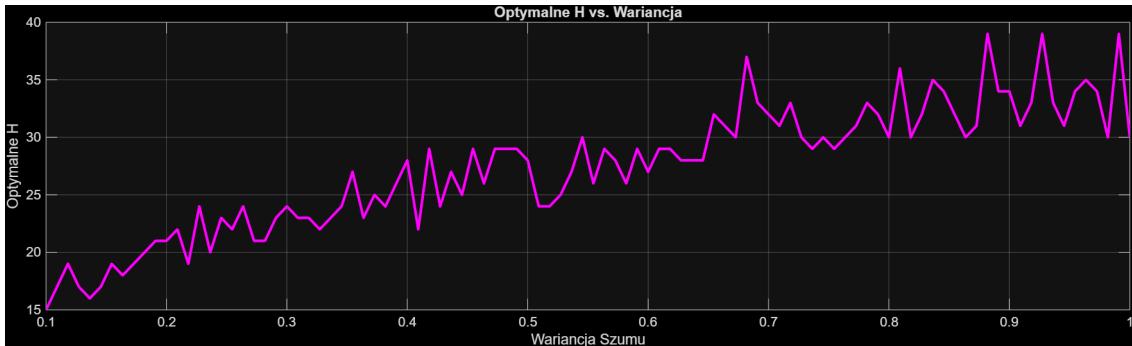
Rysunek 5: Sygnał estymowany z użyciem zbyt małego H = 3



Rysunek 6: Sygnał estymowany z użyciem zbyt dużego H = 50

## 5 Zależność optymalnego H od wariancji

Wartość optymalnego H w dużej mierze polega na wyznaczeniu wartości, dla której błąd MSE jest jak najmniejszy.



Rysunek 7: Optymalne H w zależności od wariancji

## 6 Zależność MSE od wariancji



Rysunek 8: Wartość MSE w zależności od wariancji

## 7 Wnioski

- Estymowanie sygnału za pomocą filtru z horyzontem obserwacji jest bliższy orginalowi niż sygnał zaszumiony. Filtr redukuje wpływ szumu na sygnał.
- Wartość błędu średnio kwadratowego jest największa dla zbyt małych i zbyt dużych H.
  - Zbyt małe H powoduje iż filtr nie ma wystarczającej liczby próbek by być dokładnym.
  - Zbyt duże H powoduje iż filtr wprowadza opóźnienie oraz tłumii sygnał.
  - Istnieje optymalne H, które najlepiej estymuje sygnał orginalny.
- Wielkość optymalnego H wzrasta im większa wariancja. Im większa wariancja szumu, tym potrzebny jest większy horyzont obserwacji do skutecznej estymacji. Opóźnienie sygnału jest lepszym rozwiązaniem niż pozostawienie sygnału wyjściowego z wysokim poziomem szumu.
- Wielkość błędu średniokwadratowego wzrasta im większa wariancja szumu.