

האוניברסיטה הפתוחה

20407

**מבני נתונים**  
**ומבוא לאלגוריתמים**  
**חוברת הקורס אביב 2021**

כתב: יצחק בייז

פברואר 2021 – סמסטר אביב – תשפ"א

**פנימי – לא להפצה.**

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

## תוכן העניינים

א	אל הסטודנטים
ג	1. לוח זמנים ופעילויות
ה	2. תיאור המטלות
ה	2.1 מבנה המטלות
ה	2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות
ו	2.3 ניקוד המטלות
ו	2.4 הנחיות לכתיבת אלגוריתמים
ז	2.5 הגשה עצמאית
ח	2.6 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה
ח	2.6.1 כתיבת קוד
ט	2.6.2 תיעוד
ט	3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס
1	ממ"ן 11
5	ממ"ן 12
7	ממ"ן 13
9	ממ"ן 14- תכנותי
13	ממ"ן 15



## אל הסטודנטים,

אנו מברכים אתכם עם הצטרפותכם לקורס "מבני-נתונים ומבוא לאלגוריתמים" באוניברסיטה הפתוחה. על מנת לסייע לכם לעבור את הקורס בהצלחה, ברצוננו להפנות את תשומת לבכם למספר נקודות חשובות:

- נוכחות במפגשי ההנחיה אינה חובה. יחד עם זאת, מומלץ מאוד להגיע באופן סדיר למפגשי ההנחיה. המפגשים כוללים תרגול רב והשתתפות בהם תסייע לכם בפתרון המטלות. כמו כן, ניסיון העבר מלמד, כי קיים מתאם גבוה בין נוכחות סדירה במפגשי ההנחיה לבין הצלחה במבחן הסופי.
- במהלך הקורס יש להגיש תרגילי בית. כדי להיות זכאי לגשת לבחינה, יש להגיש שלוש מתוך המטלות 11 עד 15. הכנת המטלות מהווה הכנה מצוינת לבחינה ולכן מומלץ להגיש כמה שיותר מהן.

יש להקפיד על הגשת המטלות במועד.

לקורס קיים אתר אינטרנט בו תמצאו חומרי למידה נוספים. בנוסף, האתר מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס, תמצאו במערכת אופ"ל בכתובת: <http://opal.openu.ac.il>

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם, תמצאו באתר הספרייה באינטרנט [www.openu.ac.il/Library](http://www.openu.ac.il/Library).

מומלץ לעקוב אחרי ההודעות המתפרסמות בלוח ההודעות שבאתר. מאגר המשאבים שבאתר מתעדכן באופן שוטף במהלך הסמסטר, והוא מכיל פתרונות לשאלות מספר הלימוד, בחינות לדוגמה וכדומה.

צוות הקורס ישמח לעמוד לרשותכם בכל שאלה שתתעורר.

ניתן לפנות למנחים בשעות ההנחיה הטלפונית שלהם, או אל מרכז הקורס יצחק בייז. פרטי ההתקשרות מופיעים באתר. פגישות יש לתאם מראש.

### לתשומת לב הסטודנטים הלומדים בחו"ל:

למרות המרחק הפיסי הגדול, נשתדל לשמור אתכם על קשרים הדוקים ולעמוד לרשותכם ככל האפשר. הפרטים החיוניים על הקורס נכללים בחוברת הקורס וכן באתר הקורס. מומלץ מאוד להשתמש באתר הקורס ובכל אמצעי העזר שבו וכמובן לפנות אלינו במידת הצורך. אנו מאחלים לכם לימוד פורה ומהנה.

בברכה,

יצחק בייז  
מרכז ההוראה בקורס



# 1. לוח זמנים ופעילויות (20407 / ב2021)

שבוע לימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח ממ"ן (למנחה)
1	05.03.2021-28.02.2021	פרק א' במדריך הלמידה <b>פרקים 1-2 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
2	12.03.2021-07.03.2021	פרק ב' במדריך הלמידה <b>פרק 3 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
3	19.03.2021-14.03.2021	פרק ג' במדריך הלמידה <b>פרק 4 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
4	26.03.2021-21.03.2021	פרק ד' במדריך הלמידה <b>פרק 6 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 11 21.3
5	02.04.2021-28.03.2021 (א-ו פסח)	חג שמח!	ע"פ לוח המפגשים	
6	09.04.2021-04.04.2021 (ה יום הזכרון לשואה)	פרק ה' במדריך הלמידה <b>פרק 7 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
7	16.04.2021-11.04.2021 (ד יום הזיכרון, ה יום העצמאות)	פרק ו' במדריך הלמידה <b>פרק 9 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
8	23.04.2021-18.04.2021	פרק ז' במדריך הלמידה <b>פרק 8 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 12 18.4
9	30.04.2021-25.04.2021 (ו ל"ג בעומר)	פרק ח' במדריך הלמידה <b>פרק 10 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".

לוח זמנים ופעילויות - המשך

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	מפגשי ההנחיה*	תאריך אחרון למשלוח הממ"ן (למנחה)
10	07.05.2021-02.05.2021	פרק ט' במדריך הלמידה <b>פרק 11 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
11	14.05.2021-09.05.2021	חזרה ועבודה על ממ"ן 14	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 13 9.5
12	21.05.2021-16.05.2021 (ב שבועות)	פרק י' במדריך הלמידה <b>פרק 12 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
13	28.05.2021-23.05.2021	פרק יא' במדריך הלמידה <b>פרק 13 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 14 (תכנותי) 23.5
14	04.06.2021-30.05.2021	פרק יב' במדריך הלמידה <b>פרק 14 בספר</b>	ע"פ לוח המפגשים	
15	11.06.2021-06.06.2021	חזרה	ע"פ לוח המפגשים	ממ"ן 15 11.6

מועדי בחינות הגמר יפורסמו בנפרד

\* התאריכים המדויקים של המפגשים הקבוצתיים מופיעים ב"לוח מפגשים ומנחים".



## 2. תיאור המטלות

קראו היטב עמודים אלו לפני שתתחיל לענות על השאלות

חוברת זו מכילה ארבע מטלות תיאורטיות ומטלה מעשית אחת שניתן להגיש במהלך הקורס. מבין חמש המטלות יש לפתור **שלוש לפחות**.

### 2.1 מבנה המטלות

**מטלה תיאורטית (מטלות 11,12,13,15)**

כל מטלה מורכבת מכמה שאלות. פתרון השאלות במטלה כזו אינו דורש הרצת תוכניות במחשב. את הפתרון של המטלות ניתן להקליד או לכתוב בכתב יד **בעט** על דף נייר, **בכתב ברור** ובצורה מסודרת. רצוי לכתוב ברווחים ולהשאיר שוליים רחבים להערות המנחה. אם שאלה כלשהי בממ"ן אינה ברורה די הצורך, תוכלו להיעזר בקבוצת הדיון של הקורס, או ליצור קשר עם אחד המנחים או מרכז ההוראה (במייל או בשעת ההנחיה הטלפונית).

**פרויקט הרצה (מטלה 14)**

במטלה כזו עליכם לכתוב ולהריץ במחשב תוכנית בשפת C/C++ או Java (או בשפות אחרות בתאום עם המנחה/בודק התרגילים). מובן שעל התוכנית לעבור הידור (קומפילציה) ולבצע את הנדרש ממנה ללא טעויות.

עליכם לשלוח למנחה: 1. הדפסה של קובץ התוכנית

2. דוגמאות מייצגות של קלטים/פלטים אפשריים

3. קובץ התוכנית וקובץ הרצה של התוכנית.

**הערה:** מומלץ להתחיל לעבוד על הפרויקטים לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה.

### 2.2 חומר הלימוד הדרוש לפתרון המטלות

מ ט ל ה	חומר הלימוד הנדרש לפתרונה (בספר הלימוד)
ממ"ן 11	פרקים 1-4
ממ"ן 12	פרקים 6,7,9
ממ"ן 13	פרקים 8,10,11
ממ"ן 14	תכנותית
ממ"ן 15	פרקים 12-14

**הערות:**

1. לצורך פתרון המטלה, יש להשתמש רק בחומר שנלמד עד למועד הגשת המטלה ולא בחומר הנמצא בפרקים מתקדמים יותר.

2. בעת פתרון שאלות, ניתן להסתמך על תוצאות **מוכחות** מתוך ספר הלימוד ומדריך הלמידה של הקורס. במקרה זה יש לציין את המקור עליו מסתמכים (אין צורך במראה מקום מדויק).

## 2.3 ניקוד המטלות

משקל כל אחד מהממ"נים הוא 5 נקודות.  
כאמור, חובה להגיש לפחות שלושה ממ"נים.

### לתשומת לבכם!

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו את ההקלה שלהלן:

אם הגשתם מטלות מעל למשקל המינימלי הנדרש בקורס, **המטלות** בציון הנמוך ביותר, שציוניהן נמוכים מציון הבחינה (**עד שתי מטלות**), לא יילקחו בחשבון בעת שקלול הציון הסופי.

זאת בתנאי שמטלות אלה **אינן חלק מדרישות החובה בקורס** ושהמשקל הצבור של המטלות האחרות שהוגשו, מגיע למינימום הנדרש.

**זכרו!** ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

## 2.4 הגשה עצמאית

הכנת המטלות התיאורטיות חייבת להיעשות על-ידי כל סטודנט **בנפרד**. במקרה שתוגשנה שתי מטלות זהות, המטלות תיפסלנה ותוגש תלונה לוועדת המשמעת.

הכנת הממ"ן התכנותי (ממ"ן 14) יכולה להיעשות בזוגות.

### נדגיש:

מותר (ואף רצוי) – להתייעץ, לקבל רעיונות מאחרים, וכו'.

אסור – להעתיק פתרון של מישהו אחר, בין אם זה תלמיד בקורס, בין אם זה פתרון שמצאתם במקום כלשהו (אלא אם ציינתם זאת מפורשות).

אם יוגש תרגיל מועתק אחד בתוך המטלה, הוא ייפסל. אם יהיו מס' תרגילים מועתקים באותה המטלה, אז כל המטלה תיפסל (**ללא תלות במי העתיק ומי נתן להעתיק**). אם זה יחזור על עצמו במטלה נוספת אז הנושא יעלה לוועדת משמעת.

בנימה אחרת, מעבר לנהלים, חוקים ועונשים, חשוב מאוד **לכם** שתדעו לענות על השאלות **בעצמכם**. מי שמעתיק תשובה קיימת בכדי להרוויח מס' נקודות בממ"ן, ככל הנראה יפסיד אח"כ נקודות במבחן. מדוע? מכיון שנסיון העבר מלמד שבקורס הזה (וסביר שבהרבה אחרים), מי שלא "נמצא עם היד על הדופק" במהלך כל הקורס, מאוד מתקשה להצליח במבחן. לכן, עדיף לכם לנסות לפתור בעצמכם (גם אם זה לא יהיה מושלם "ותפסידו" נקודות) בכדי שלקראת המבחן

תוכלו להתמקד בהכנה למבחן ולא בלימוד החומר הבסיסי. זכרו, 20 נק' בממ"ן שוות פחות מנקודה אחת בציון הסופי; לעומת זאת 20 נק' במבחן שוות כ-15 נקודות בציון הסופי. כך שעדיף להתאמץ בממ"ן (ואולי "להפסיד" מס' נקודות) ולהרוויח מכך במבחן.

כך או כך, אנא הקפידו על הגשה עצמאית בכדי לעזור לעצמכם ולהימנע מחיכוכים מיותרים עם מוסדות האוניברסיטה.

## 2.5 הנחיות כלליות לכתיבה וניתוח של אלגוריתמים במטלות התיאורטיות

במרבית השאלות בממ"נים הרגילים יש לכתוב **אלגוריתם**. להלן מספר הנחיות לגבי אופן הכתיבה.

**1) לפני** ההצגה המפורטת של האלגוריתם (בפסאודוקוד) יש להציג תיאור מילולי של הרעיון המרכזי באלגוריתם (תיאור High-Level) על התיאור להיות כתוב באופן רהוט וברור, ומטרתו לאפשר לקוראים לקבל תמונה ברורה של אופן פעולת האלגוריתם, גם ללא קריאת התיאור המפורט בפסאודוקוד.

**2)** יש לכתוב את האלגוריתם בפסאודוקוד, בדומה לספר. מותר לשלב הוראות בעברית, במידה שהמימוש שלהן חד-משמעי וברור. (לדוגמה: ניתן לכתוב "בחר את האיבר הראשון ברשימה; אם הוא גדול מ-7 אז...").

**3)** אסור **בשום אופן** לכתוב תוכניות בשפת תכנות במקום בפסאודוקוד.

**4)** גם אם לא נדרשתם במפורש, יש להוכיח כי האלגוריתם מקיים את הדרוש בשאלה.

**א)** יש **לנסח** תחילה באופן **פורמלי מדויק** את הטענות המרכזיות שאתם מעוניינים להוכיח. (למשל: "לכל  $\ell$ . בשלב (איטרציה) ה- $\ell$  בהרצה, אורך המערך בו האלגוריתם מחפש את ערך הקלט אינו עולה על  $n/2^\ell$ ")

**ב)** עבור כל טענה שניסחתם, יש לכתוב הוכחה פורמלית ומדויקת. אם הטענה פשוטה מאוד, מספיק הסבר קצר ומשכנע.

**5)** יש לנתח את סיבוכיות האלגוריתם (סיבוכיות זמן ריצה וסיבוכיות מקום).

**א)** גם אם לא התבקשתם מפורשות, יש לנתח את זמן הריצה של האלגוריתם. את סיבוכיות המקום יש לנתח רק במקומות בהם התבקשתם באופן מפורש.

**ב)** אם לא נאמר באופן מפורש אחרת, יש לנתח את סיבוכיות המקרה הגרוע ביותר (worst case analysis)

**ג)** יש לנסות ולתכנן אלגוריתמים יעילים ככל האפשר.

## 2.6 הנחיות לכתיבת פרויקט הרצה

ההנחיות נחלקות לשני נושאים עיקריים:

1. כתיבת הקוד: תכנות פשוט וקריא, מודולריות, תכנות מלמעלה למטה.
2. תיעוד: תיעוד כללי, תיעוד בגוף התוכנית.

### 2.6.1 כתיבת הקוד

#### תכנות פשוט וקריא

לאחר קריאת התיעוד, על התכנית להיות מובנת גם למי שלא היה שותף לכתיבתה!

לכן יש להקפיד על הכללים הבאים:

- א. יש לתת למשתנים שמות משמעותיים.
- ב. אין להשתמש באותו משתנה למטרות שונות (יוצאים מן הכלל בעניין זה הם משתנים המשמשים כאינדקסים).
- ג. אם משתנה מקבל במהלך התכנית ערכים בתחום מסוים, יש להגדיר תחום זה.
- ד. כדאי להשתמש ב- `enumerated type` בעל משמעות בכל מקום שאפשר. למשל, בשפת C/C++, במקום: `int month[12]` נשתמש ב- `enum month = {jan, feb, ..., dec}`.
- ה. מומלץ להעביר פרמטרים בין הפונקציות השונות ומותר להשתמש במשתנים גלובליים במקרה הצורך.

#### מודולריות

את התוכנית יש לחלק לפונקציות בהתאם לכללים הבאים:

- א. אם קטע קוד או פעולה חוזרים על עצמם בשינויים קלים, יש לכתוב אותם פעם אחת כפונקציה.
- ב. מספר המשפטים בפונקציה צריך להיות מוגבל, כך שניתן לקרוא ולהבין את פעולתה בקלות.
- ג. יש להשתדל לרכז את פעולות הקלט/פלט בתוך פונקציות ספציפיות למטרות אלו.
- ד. הפונקציה הראשית צריכה להיות מורכבת אך ורק מקריאות לפונקציות.

#### תכנות מלמעלה למטה (Top-Down)

לאחר כתיבת האלגוריתם לפתרון הבעיה המוצגת בממ"ן, יש "לתרגם" את האלגוריתם לתוכנית מחשב.

רצוי לכתוב את התוכנית באופן הבא:

- שלב א - תכנון המבנה הכללי של התוכנית, וחלוקה לפונקציות עיקריות (מודולים).
- שלב ב - תכנון כל מודול וחלוקה לתת-מודולים. (יש להחליט בשלב זה אילו ערכים מועברים בין המודולים).
- שלב ג - כתיבת הקוד לתוכנית בסדר שבו היא תוכננה: מתחילים בפונקציה הראשית ומסיימים בפונקציות העזר.
- שלב ד - ניפוי שגיאות, בדיקת נכונות התוכנית באמצעות הרצתה על קלטים שונים, כתיבת התיעוד.

## **2.6.2 תיעוד**

התיעוד צריך להיות מורכב משני חלקים :

### **1. תיעוד כללי :**

- תיאור הבעיה והגישה הכללית של התוכנית לפתרונה.
- תיאור מבני הנתונים העיקריים שבהם התוכנית משתמשת.
- תיאור כללי של הפונקציות המרכיבות את התוכנית והקשרים ביניהן (מי קורא למי וכו').

### **2. תיעוד בגוף התכנית :**

לכל פונקציה יש להוסיף מספר שורות, המסבירות באופן כללי מה מבצעת השגרה ומהו תפקיד המשתנים המוגדרים בה. כמו כן יש להוסיף הסברים נוספים לפי הצורך.

## **3. התנאים לקבלת נקודות זכות בקורס**

- א. הגשת שלושה ממ"נים לפחות מתוך חמשת הממ"נים.
- ב. ציון של 60 לפחות בבחינת הגמר.
- ג. הציון המשוקלל של המטלות והבחינה נדרש להיות 60 לפחות.



# מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20407 - מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1-4 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 21.03.2021

סמסטר: ב2021

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. **רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.**

משקל כל השאלות זהה.

## שאלה 1

פתרו את בעיה 1-1 בספר הלימוד (עמ' 12).

## שאלה 2

א. נתונה השגרה הבאה:

```
D(A) // A is an array of numbers
1 U_Size = 1
2 for i=2 to length[A]
3   U = ?
4   for j=1 to U_Size
5     if A[j] = A[i]
6       then U = FALSE
7       j = U_Size
8   if U = TRUE
9     then U_Size = U_Size + 1
10    A[U_Size] = A[i]
11 return U_size
```

1. החליפו את סימן השאלה שבשורה 3 בערך מתאים וכתבו מה מבצעת השגרה.
2. הוכיחו את נכונות השגרה.
3. נתחו את זמן הריצה של השגרה.

ב. נתונה השגרה הבאה :

$W(x, n)$  //  $x$  is a real number,  $n$  is a nonnegative integer

```

1 if  $n = 0$ 
2   then return ?
3 if  $n \bmod 2 = 0$ 
4   then return  $W(x^2, n/2)$ 
5   else return  $W(x^2, (n-1)/2) * x$ 

```

1. החליפו את סימן השאלה שבשורה 2 בערך מתאים וכתבו מה מבצעת השגרה.

2. הוכיחו את נכונות השגרה.

3. נתחו את זמן הריצה של השגרה.

שימו לב : ההוכחות צריכות להיות מדויקות, ברורות ולא ארוכות מידי (הוכחה של יותר מעמוד היא ככל הנראה ארוכה מידי).

### שאלה 3

סדרו את הפונקציות הבאות על-פי שיעור הגידול שלהן, כלומר, מצאו סידור  $f_1, \dots, f_{15}$  של הפונקציות המקיים

$$f_1 = O(f_2), \dots, f_{14} = O(f_{15})$$

חלקו את הרשימה למחלקות כך ש- $f_i$  ו- $f_j$  שייכות לאותה מחלקה אם ורק אם

$$f_i(n) = \Theta(f_j(n))$$

$n^{1/\lg n}$	42	$n^2$	$\lg \lg n$	$\lg(n^2)$
$\sqrt[3]{n}$	$n/\lg n$	$(n-1)^3$	$n \cdot (1 + \lg n)$	$(\lg n)^3$
$n^3 \cdot \lg n$	$2^{n+1}$	$\frac{1}{2}n \cdot (n+1)$	$(n+1) \cdot \lg n$	$(\log n)!$



## שאלה 4 נוסף/תס' רפ"ג

מצאו חסמים אסימפטוטיים הדוקים עבור  $T(n)$  בכל אחת מנוסחאות הנסיגה שלהלן. הניחו כי  $T(n)$  קבועה עבור  $n = 1$  (או עבור כמה ערכים התחלתיים של  $n$ , לפי הצורך).

א.

$$T(n) = 2T(n/4) + \sqrt{n}$$

ב.

$$T(n) = 5T(n/5) + \lg^2 n$$

ג.

$$T(n) = 6T(n/6) + n + n/\lg n$$

ד.

$$T(n) = T(n-1) + n \lg n$$

ה.

$$T(n) = \sqrt{2}T(\sqrt{n}) + \sqrt{\log n}$$

ו.

$$T(n) = n\sqrt{n} \cdot T(\sqrt{n}) + n^3 \lg^2 n \lg \lg n$$

ז.

$$T(n) = T(n/3) + T(n/6) + 1$$



# מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 6,7,9 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 18.04.2021

סמסטר: ב2021

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. **רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.**

משקל כל השאלות זהה.

## שאלה 1

נתונה ערימת מינימום.

א. כתבו שגרה למציאת האיבר השישי הכי קטן (ערך המיקום השישי). זמן הריצה צריך להיות  $O(1)$ .

ב. כתבו שגרה למציאת החציון בערימה. מספר ההשוואות שהשגרה מבצעת חייב להיות לכל היותר  $\lfloor n/2 \rfloor$ .

ג. כתבו שגרה המדפיסה את  $k$  המספרים הקטנים ביותר בערימה. זמן הריצה צריך להיות  $O(k^2)$  (ולא תלוי כלל ב  $n$ ). ניתן "להרוס" את הערימה המקורית. בונס 4 נק' לזמן ריצה  $O(k \log k)$ .

ד. ידוע שאיבר מסוים נמצא על המסלול השמאלי של הערימה. בהינתן ערכו, כתבו שגרה המחזירה את האינדקס בו הוא נמצא. זמן הריצה הנדרש הוא  $O(\log \log n)$  ויש לעשות זאת ללא שימוש במקום נוסף.

יש להסביר בקצרה (אך ללא ויתור על העיקר) את הנכונות של כל שגרה.

## שאלה 2

פתרו את בעיה 3-6, סעיפים א', ב' ו-ד' בספר (טבלאות יאנג, עמ' 119).  
(שימו לב, סעיפים א' ב' ואז מדלגים ל-ד').

## שאלה 3

מערך  $A[1, \dots, n]$  ייקרא  $d$ -ממיון (עבור  $d \leq n$ ) אם כל מפתח במערך נמצא במרחק לא יותר מ  $d$  ממקומו במערך  $A$  לו היה ממיון. נרצה לתכנן אלגוריתם המקבל מערך  $d$ -ממיון באורך  $n$  וממיון אותו.

א. כתבו אלגוריתם שזמן הריצה שלו במקרה הגרוע ביותר הוא  $\Theta(n)$  אם  $d$  הוא קבוע.

ב. כתבו אלגוריתם שזמן הריצה שלו במקרה הגרוע ביותר הוא  $\Theta(n \log \log n)$  אם  $d$  הוא  $\Theta(\log n)$ .

## שאלה 4

נתונות  $n$  נקודות על המישור, כלומר  $n$  זוגות  $(x_i, y_i)$ . ברצוננו למצוא ישר המקביל לציר ה- $Y$  (כלומר ישר שמשוואתו היא  $x=b$ ) כך שסכום המרחקים של כל הנקודות מהישר הוא מינימלי (ביחס לכל ישר אחר המקביל לציר ה- $Y$ ).

כתבו אלגוריתם שזמן ריצתו לינארי למציאת הישר.

תזכורת: מרחק של נקודה מישר הוא אורך האנך המחבר את הנקודה לישר.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 8,10,11 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 9.5.2021

סמסטר: ב2021

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. **רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.**

משקל כל השאלות זהה.

## שאלה 1

- ציירו עץ החלטה עבור מיון הכנסה לארבעה איברים.
- מהו גובה עץ ההחלטה של מיון הכנסה? הסבירו. ✓
- הוכיחו שכל אלג' הבודק אם מערך נתון הוא ממורן יבצע לפחות  $(n-1)$  השוואות. ✓
- שימו לב: אין להשתמש בפתרון ז-4 במדריך הלמידה שכן הטיעון המופיע שם שגוי. האם ניתן לצייר עץ החלטה למיון דלי? הסבירו.

## שאלה 2

בהתייחס לשאלה 2 א' בממ"ן 11:

- הוכיחו קיום חסם עליון  $O(n \log n)$  על הבעיה. ✓
- ניח שידוע שהמספרים במערך שלמים והם בתחום 10 עד  $10n$ . כתבו אלג' שזמן ריצתו לינארי המבצע את אותה המשימה. שימו לב: **אין להשתמש במיון כתת שגרה בסעיף זה.** ✓
- הפעם לא נתון תחום המספרים. כתבו אלג' שתוחלת זמן ריצתו לינארי המבצע את אותה המשימה. ✓

### שאלה 3

- א. נתון מערך בגודל  $n$ , ונתון שפרט ל  $\lceil \sqrt{n} \rceil$  איברים, כל האיברים הם שלמים בתחום שבין  $\sqrt{n}$  ל  $n\sqrt{n}$ . פתבו אלגוריתם הממין את המערך הנתון. על האלגוריתם לרוץ בזמן  $\Theta(n)$ . שימו לב: לא ידוע מיקומם של האיברים השלמים או שאר האיברים.
- ב. האם תוכלו לבצע את אותה המשימה אם הפעם נתון שהפעם פרט ל  $\lceil n/2 \rceil$  איברים, כל האיברים הם שלמים בתחום הנתון? (כלומר  $\sqrt{n}$  ל  $n\sqrt{n}$ ).
- ג. מה לגבי  $\lceil n/\log n \rceil$  איברים? (כלומר הפעם  $n - \lceil n/\log n \rceil$  הם שלמים בתחום הנתון).

### שאלה 4

אנו מעוניינים למיין אוסף של  $n$  מפתחות הלקוחים מתחום כלשהו  $U$ . נתונה טבלת גיבוב  $T$  בגודל  $m$  תאים, ופונקציית גיבוב כלשהי  $h$ , שנותנת גיבוב אחיד ופשוט מהתחום  $U$  אל השלמים בתחום  $[0..m-1]$ . פתרון התנגשויות נעשה באמצעות שירשור.

הניחו  $n \geq m$ .

הוצע להשתמש באלגוריתם שלהלן.

- הכנס את  $n$  המפתחות לטבלת הגיבוב  $T[0..m-1]$  באמצעות פונקציית הגיבוב  $h$ .
  - מיין את המפתחות שברשימה המשורשרת של כל תא בטבלה באמצעות מיון-מיזוג.
  - צרך את הרשימות הממוינות זו לזו לפי סדר התאים, החל מתא  $T[0]$  ועד  $T[m-1]$ .
- א. הראו באמצעות דוגמה נגדית, כי האלגוריתם לעיל אינו אלגוריתם מיון. הסבירו מהי הבעיה העקרונית באלגוריתם, שבגללה הוא אינו מתאים למיון.
- ב. מהו זמן הריצה של האלגוריתם במקרה הממוצע (כלומר תוחלת זמן הריצה), כפונקציה של  $n$  ו- $m$ ?
- הוכיחו את תשובתכם. לתשומת לב: יש להתחשב גם במקרה  $n = m$ .
- ג. מהו זמן הריצה של האלגוריתם במקרה הגרוע? הוכיחו את תשובתכם.
- ד. נתון אוסף של  $n$  מספרים שלמים, המתפלגים באופן אחיד בתחום  $U = [0..n^2-1]$ . הציגו פונקציית גיבוב  $h$ , וגודל טבלה  $m$ , באמצעותם האלגוריתם לעיל ימין את אוסף המספרים בתוחלת זמן  $O(n)$ . נמקו את תשובתכם.
- האם יש סתירה בין סעיף זה וסעיף א'? נמקו.

# מטלת מנחה (ממ"ן) 14

## מטלה תכנותית

**הקורס:** 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

**חומר הלימוד למטלה:** חוברת הקורס וספר הלימוד

**משקל המטלה:** 5 נקודות

**מספר השאלות:** 1

**מועד אחרון להגשה:** 23.05.2021

**סמסטר:** ב2021

### אופן הגשת המטלה:

שליחת המטלה תתאפשר רק באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס

**הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"**  
**רצוי להתחיל לעבוד על המטלה לפחות שבועיים לפני מועד ההגשה**

## מותר לעבוד בזוגות, אך שימו לב להנחיות בהמשך

### מבוא

בממ"ן זה עליכם לכתוב ולהריץ תכנית ב-Java, או ב-C++<sup>1</sup>, אשר משווה בין מספר אסטרגיות לביצוע משימה כמפורט בהמשך.

לפני שתמשיכו בקריאה, קראו תחילה את סעיף 2.6 בחוברת הקורס (הנחיות לכתיבת ממ"ן תכנותי).

ייתכן שיינתנו הנחיות נוספות לקראת מועד ההגשה – אנא בדקו באתר.

<sup>1</sup> למעוניינים להגיש בשפה אחרת, אנא בדקו תחילה עם המנחה שבודק/ת את התרגילים שלכם

## כללי:

בהתייחס לשאלה 2 בממ"ן 11, ברצוננו לבחון מספר אסטרטגיות לביצוע אותה המשימה.

1. באמצעות האלגוריתם המקורי (שבשאלה)
2. באמצעות מיון הכנסה
3. באמצעות מיון מבוסס השוואות אופטימלי לבחירתכם
4. באמצעות מערך C של מיון מניה
5. באמצעות טבלת גיבוב
6. בונוס (10 נק'): באמצעות עץ חיפוש בינרי
7. בונוס (10 נק'): באמצעות עץ אדום שחור

עליכם לתכנן אלגוריתם יעיל עבור כל שיטה ולהסבירו (במסמך המלווה) בקצרה. עליכם לקבוע מדד/ים ליעילות בכל אחת מהשיטות (השוואות/העתקות/השמות) ולהסביר עבור כל שיטה מדוע המדד הזה מייצג. למשל במקרה הראשון המדדים המתאימים הם השוואות והשמות (מדוע?).

בכל שיטה עליכם לקבוע את היעילות ביחס למדדים שקבעתם – תיאורטית ומעשית. כלומר לחשב את זמן הריצה התיאורטי, וכן להוסיף שורות קוד הסופרות את הפעולות המתאימות.

שימו לב: אין חובה לממש בעצמכם אלגוריתמים ו/או מבני נתונים ידועים וניתן להשתמש במימושים סטנדרטים של השפה או אחרים.

## צורת הקלט ומהלך התוכנית:

עליכם לקלוט את  $N$  מן המשתמש. לאחר מכן:

- להגדיל  $N$  מס' שלמים בתחום 1-100 ולהכניס למערך.
- להריץ את כל אחת מהשיטות, ולהדפיס את תוצאת המדד בכל אחת.

למשל, אם המשתמש הכניס כקלט 5555, אז במקרה הראשון יודפס: "עבור  $N=5555$  האלג' המקורי ביצע  $X$  השוואות ו- $Y$  השמות" (כאשר  $X$  ו- $Y$  כמות ההשוואות שחושבה במהלך הריצה ו- $Y$  כמות ההשמות).

## צורת הפלט:

עליכם להדפיס את התוצאות למסך.

## מסמך מלווה:

עליכם לתאר במסמך מלווה את אופן פעולות האלגוריתמים שמימשתם עם ניתוח זמנים ודוגמאות הרצה. דוגמאות ההרצה יכללו לפחות את המקרים עבור  $N=100, 1000, 10000, 100000, 1000000$  (אפשר ערכים נוספים).

לכל  $N$  שכזה, הריצו כל אחת מהשיטות וצרפו את התוצאות (צילום מסך או דרך אחרת) למסמך המלווה.



## **בּונוס:**

בּונוס יינתן עבור ביצוע המשימה תוך שימוש בעץ חיפוש בינרי ו/או אדום שחור (כאמור, אין חובה לממש את העץ/ים בעצמכם). לעובדים בזוגות, זוהי דרישת חובה (ולא בּונוס).

הבהרה: בודדים יכולים לקבל עד 20 נקודות בּונוס אם מממשים גם עם עח"ב וגם עם עא"ש. זוגות חייבים לממש עם אחד מהם ויכולים לקבל בּונוס של עד 10 נק' על השני.

בנוסף, יינתן בּונוס לבודדים וגם לזוגות ע"פ שיקול דעת הבודק על מימוש אלגוריתמים נוספים לביצוע המשימה ו/או מימוש יוצא דופן של ניתוח התוצאות והגשת דו"ח ברמה גבוהה.

כמובן, הציון המקסימלי בממ"ן הוא 100.

**כאמור, ייתכנו הנחיות נוספות לקראת מועד ההגשה – אנא עקבו באתר.**

**שאלות הבהרה ניתן לשאול את בודק התרגילים במייל, ו/או בפורום המתאים באתר.**



# מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20407 – מבני נתונים ומבוא לאלגוריתמים

חומר הלימוד למטלה: פרקים 12-14 (ספר הלימוד)

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 11.06.2021

סמסטר: ב2021

## קיימות שתי אפשרויות להגשת המטלות:

- שליחת המטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
  - שליחת המטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחה
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות המנחה"

## שימו לב!

מטרת המטלות היא לעזור לכם בתרגול החומר הנלמד, ופתרון המטלות באופן עצמאי הוא חיוני להצלחה בקורס. אם טרם עשיתם זאת, **אנא קראו את סעיף 2 בחוברת הקורס** (תאור המטלות) לפני תחילת העבודה על המטלה. **רצוי להתחיל לעבוד על המטלה כשבועיים לפני מועד ההגשה.**

משקל כל השאלות זהה.

## שאלה 1

- א. נתאר אלגוריתם חלופי עבור מחיקת צומת מעץ חיפוש בינרי: במקרה השלישי, כאשר לצומת  $z$  שני בנים, מאתרים את הקודם שלו  $y$ , ואז מחליפים בין  $right[y]$  לבין  $right[z]$ ; עכשיו אפשר להסיר את  $z$  כמו במקרה השני.
- הסבירו מדוע האלגוריתם הזה נכון. מהו זמן הריצה במקרה הגרוע? מהו היתרון שלו ומהו החיסרון שלו בהשוואה לאלגוריתם המתואר בספר?
- ב. בונים עץ חיפוש בינרי (עח"ב) מארבעה ערכים שונים זה מזה, באמצעות הכנסתם בזה אחר זה, לפי סדר הגעתם, לעץ ריק. נניח שהערכים מגיעים בסדר אקראי.
- א. כמה עח"ב שונים יכולים להתקבל? ציירו אותם.
- ב. מהי תוחלת הגובה של העח"ב הנבנה? פרטו את החישוב במדויק.

## שאלה 2

נתונים מערך  $A[1..n]$  ואינדקס  $k$ ,  $1 \leq k \leq n$ , כך שמתקיימים התנאים

$$A[k] \leq A[k-1] \leq \dots \leq A[1] \leq A[n] \leq A[n-1] \leq \dots \leq A[k+1]$$

מכניסים את כל איברי המערך, מהראשון עד לאחרון, לתוך עץ חיפוש בינרי  $T$ , ריק מלכתחילה.

- מהי צורתו של העץ  $T$  ומהו גובהו, לכל ערך של  $k$ ?
- מה מתקבל אם מוחקים מ- $T$  את האיבר  $A[i]$  ומכניסים אותו מחדש (מדובר בפעולות TREE-INSERT ו-TREE-DELETE)? תארו בנפרד את המקרים  $i > k$ ,  $i = 1$ ,  $1 < i \leq k$ .
- האם ניתן לקבל כל תוצאה מסעיף ב' באמצעות פעולת סיבוב יחידה? התייחסו גם למקרה כאשר האיבר הנמחק הוא שורש העץ או עלה בעץ.

## שאלה 3

נתון עץ חיפוש בינרי  $T$ ; נסמן ב- $n$  את מספר האיברים ב- $T$ .

- כתבו אלגוריתם למציאת שני צמתים  $x$  ו- $y$  ב- $T$ , המקיימים את התנאי  $key[x] + key[y] = 2 \cdot key[root(T)]$ . זמן הריצה הנדרש של האלגוריתם הינו  $\Theta(n)$ .  
אין להשתמש בזיכרון נוסף.
  - בניח עכשיו שהעץ  $T$  הוא עץ אדום שחור.  
לכל שני צמתים  $x$  ו- $y$  ב- $T$ , נסמן ב- $p(x, y)$  את האב הקדמון המשותף הנמוך ביותר של  $x$  ו- $y$  ב- $T$  (כלומר,  $x$  נמצא בתת-עץ השמאלי של  $p(x, y)$  ו- $y$  נמצא בתת-עץ הימני של  $p(x, y)$ , או להיפך).  
כתבו אלגוריתם למציאת שני צמתים  $x$  ו- $y$  ב- $T$ , המקיימים את התנאי  $key[x] + key[y] = 2 \cdot key[p(x, y)]$ . זמן הריצה הנדרש של האלגוריתם הינו  $\Theta(n \cdot \lg n)$ .
- רמז:** שימו לב שמספר הרמות ב- $T$  הוא  $\Theta(\lg n)$ .

## שאלה 4

בהינתן שלם חיובי  $d$ , הציעו מבנה נתונים  $S$  שבאמצעותו ניתן לבצע את הפעולות הבאות בזמנים הנדרשים ( $n$  מציין את מספר האיברים של  $S$ ):

$BUILD(S)$ : בניית המבנה  $S$  מתוך סדרה של  $n$  איברים; זמן הריצה:  $\Theta(n \cdot \lg n)$

$INSERT(S, k)$ : הכנסת איבר חדש בעל המפתח  $k$  למבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $\Theta(\lg n + d)$

$DELETE(S, p)$ : מחיקת האיבר שאליו מצביע  $p$  מהמבנה  $S$ ; זמן הריצה:  $\Theta(\lg n + d)$

$D-SUCCESSOR(S, p)$ : מציאת העוקב ה- $d$  של האיבר שאליו מצביע  $p$ ; זמן הריצה:  $\Theta(1)$

$K-SUCCESSOR(S, p, k)$ : מציאת העוקב ה- $k$  של האיבר שאליו מצביע  $p$ ; זמן הריצה:

$\Theta(\log n)$

**שימו לב:**  $k$  הוא פרמטר הנשלח לשגרה,  $d$  הוא חלק מהמבנה.

**הסבר:** העוקב ה- $d$  של איבר נתון ב- $S$  מוגדר באופן רקורסיבי: העוקב הראשון הוא העוקב הרגיל; העוקב ה- $d$  הוא העוקב הרגיל של העוקב ה- $(d-1)$ .

**הערה:**  $d$  נתון מראש אך אין להתייחס אליו כקבוע בניתוח הזמנים.