Assignment 03.

1. For A. row2 − row1 $\begin{bmatrix} 1&2&2&4&6 \\ 0&0&1&2&3 \\ 0&0&\textcircled{1}&2&3 \end{bmatrix}$ row3 − row2 $\begin{bmatrix} 1&2&\textcircled{2}&4&6 \\ 0&0&1&2&3 \\ 0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$ ⇒ REF_A. ✓

row1 − row2×2.

$\begin{bmatrix} 1&2&0&0&0 \\ 0&0&1&2&3 \\ 0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$ ⇒ RREF_A. ✓

For B. row3 − row2×2 $\begin{bmatrix} 2&\textcircled{4}&2 \\ 0&4&4 \\ 0&0&0 \end{bmatrix}$ ⇒ REF_B. ✓

Turns to 1 ↓ row1 − row2

$\begin{bmatrix} \textcircled{2}&0&-2 \\ 0&\textcircled{4}&4 \\ 0&0&0 \end{bmatrix} \xrightarrow{/2} \begin{bmatrix} 1&0&-1 \\ 0&4&4 \\ 0&0&0 \end{bmatrix} \xrightarrow{/4} \begin{bmatrix} 1&0&-1 \\ 0&1&1 \\ 0&0&0 \end{bmatrix}$ ⇒ RREF_B. ✓

$Ax=0$. ∵ $U=\begin{bmatrix} 1&2&2&4&6 \\ 0&0&1&2&3 \\ 0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$, $r=2$.

3.5

RREF_A = $\begin{bmatrix} 1&2&0&0&0 \\ 0&0&1&2&3 \\ 0&0&0&0&0 \end{bmatrix}$ switch c2 & c3 →

I	F
1 0	2 0 0
0 1	0 2 3
0 0	0 0 0

∴ $N=\begin{bmatrix} -F \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2&0&0 \\ 0&-2&-3 \\ 1&0&0 \\ 0&1&0 \\ 0&0&1 \end{bmatrix}$.

∴ special solutions: $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ✓

$By=0$. $U=\begin{bmatrix} 2&4&2 \\ 0&4&4 \\ 0&0&0 \end{bmatrix}$

$R=$ RREF_B $=\begin{bmatrix} 1&0&-1 \\ 0&1&1 \\ 0&0&0 \end{bmatrix}$. ✓

$N=\begin{bmatrix} -F \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ∴ special solution: $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

2. (1) F $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

(2) T

(3) T

(4) T

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\text{Null}(A) = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\text{Null}(A^T) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\text{Null}(A) \neq \text{Null}(A^T)$.