

Computação Gráfica

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA INFORMÁTICA

Fase 3

Curvas, Superfícies cúbicas e VBOs

GRUPO 19 - PL2

A85227 João Pedro Rodrigues Azevedo A85729 Paulo Jorge da Silva Araújo A83719 Pedro Filipe Costa Machado

A89983 Paulo Jorge Moreira Lima

Conteúdo

1	Introdução	2
	1.1 Contextualização	2
	1.2 Objetivos para a fase 3	
2	Atualizações ao gerador	3
	2.1 Estrutura do ficheiro <i>Patch</i>	3
	2.2 Geração dos vértices com os <i>patches</i> de Bezier	3
	2.3 Execução do novo modelo	7
3	Atualizações ao Engine	8
	3.1 Novas formas de configuração em xml	8
	3.2 Curvas de Catmull-rom na definição das trajetórias	
	3.2.1 Condições de interpolação da curva	9
	3.2.2 Cálculo do ponto de $Catmull$ - Rom	9
	3.3 Rotações com especificação de tempo	11
	3.4 Desenho dos modelos com VBOs	12
4	Sistema Solar e órbitas dos planetas	14
5	Conclusão	16

Introdução

1.1 Contextualização

Este relatório é relativo ao trabalho prático da UC de **Computação Gráfica** e tem como objetivo final desenvolver um *engine* para a resolução de modelos **3D**, mostrando o seu potencial através da apresentação de um ficheiro de configuração **xml** capaz de reproduzir um sistema solar, na fase 4, com texturas, luzes e o movimento dos planetas pelas suas órbitas e em torno do seu próprio eixo.

1.2 Objetivos para a fase 3

Nesta terceira fase finalizamos o desenvolvimento do *core* do *engine*, na medida em que a estrutura do Sistema Solar com movimento dos planetas e inclusão de cometas pode ser apresentada, restando-nos, na fase 4 e última, adicionar texturas e luzes à nossa *scene*.

Posto isto, estabelecemos um conjunto de tarefas que indiciram tanto na atualização do **generator** como no **engine** para suportar os requisitos indicados no enunciado:

- Atualizações à aplicação generator:
 - 1. Efetuar o parsing de ficheiros de modelos baseados em patchs e pontos de controlo com a formatação indicada no ficheiro de apoio, armazenando os dados lidos em estruturas apropriadas.
 - 2. Partindo dos dados da tarefa 1, efetuar a geração dos vértices (não repetidos)¹ utilizando as fórmulas das superfícies e curvas de *Bezier*.
- Atualizações à aplicação *engine*:
 - 1. Alterar o processamento dos vértices até agora utilizado, passando do modo imediato a VBOs (sem índices) para os modelos criados na fase 1.
 - 2. Tendo por base o ficheiro gerado pelo *patch* no *generator* apresentar os modelos utilizando, desta vez, VBOs com índices.
 - 3. Expandir o processamento do ficheiro de configuração *xml* de modo a suportar um novo tipo de *translates* e *rotates*, explicadas nos próximos capítulos.
 - 4. Adicionar os conhecimentos em curvas de *catmull-rom* na expansão da primitiva *translate* para o movimento dos modelos tendo por base um conjunto de pontos e o tempo total.

¹Para posterior utilização de VBOs com índices.

Atualizações ao gerador

2.1 Estrutura do ficheiro Patch

O ficheiro patch segue o seguinte formato adotado pelo documento de apoio fornecido:

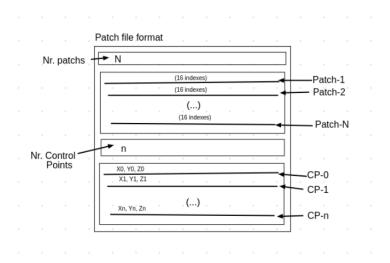


Figura 2.1: Formato do ficheiro patch.

As metodologias adotadas para parsing são irrelevantes para o relatório em si, mas destacamos as informações necessárias para passar à seguinte tarefa, ou seja, a geração do modelo em si. Temos então os seguintes dados:

- Um vetor com todos os índices (podendo depois saltar de 16 em 16 para percorrer os patchs);
- Um vetor com todos os pontos de controlo;
- O nível de tesselação, fornecido como argumento ao programa e o próprio ficheiro output.

2.2 Geração dos vértices com os patches de Bezier

Nesta secção pretende-se apresentar o algoritmo adotado tendo em conta os dados obtidos na secção anterior na criação de superfícies de Bezier. Posto isto, temos um conjunto de índices em cada *patch* que mapeiam 16 **pontos de controlo** (4x4).

O nível de tesselação surge no sentido de "suavizar" as superfícies, pelo que as divide em (tessellation * tessellation) pontos intermédios. Um exemplo prático da estrutura real de uma superfície, que será posteriormente adotada para o teapot é a figura seguinte:

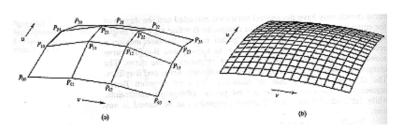


Figura 2.2: Superfície de Bezier.

Os pontos P_{ij} apresentados representam os pontos de controlo no patch original e as variáveis \mathbf{u} e \mathbf{v} tomam valores entre 0 e o valor de tesselação.

Começando a analisar, em forma de pseudocódigo, o algoritmo adotado, temos o seguinte fluxo:

```
algoritmo "gerar_modelo_bezier"
Inicio
    para <i = 0> até <total_indices t> [i+=16]

    patch_atual = i / 16

    Pij = buscar_vertices ( patch_atual, indices[], pontosControlo[] )
    (...)

fim para
    (...)
Fim
```

Nesta primeira parte, obtemos os pontos de controlo do patch atual e armazenamos os mesmos numa matriz P_{ij}^{-1} .

Estes pontos de controlo, juntamente com o nível de tesselação, vão nos permitir calcular os diferentes pontos de bezier, variando os valores de \mathbf{u} e \mathbf{v} , para isso:

```
algoritmo "gerar_modelo_bezier"
Inicio
    para <i> até <total_indices t> [i+=16]

    //buscar Pij
    (...)

para <v = 0> até <nivel_tesselacao>
        para <u = 0> até <nivel_tesselacao>

        //ambos entre 0 e 1
        delta_u = u / nivel_tesselacao
        delta_v = v / nivel_tesselacao
        //calcular ponto recorrendo a bezier e aos deltas
        PontoBezier = calcula_bezier( delta_u, delta_v, Pij )

        //escrever no ficheiro
        escrever PontoBezier
```

¹Na verdade, no código c++, guardamos separadamente em 3 vetores que compõem a matriz, Pij_X, Pij_Y e Pij_Z.

De notar que a variação de \mathbf{u} e $\mathbf{v} \in [0..1]$ pois ambos os valores variam entre 0 e o nível de tesselação. Estes valores e o conjunto de pontos de controlo calculados anteriormente servirão para obter os pontos reccorendo às fórmulas de Bezier.

O cálculo propriamente dito será descrito mais à frente no algoritmo, aproveitando a continuidade do pseudocódigo apresentado para explicar o passo seguinte, a obtenção dos índices na formação dos triângulos dos modelos.

Sendo assim, na segunda parte do algoritmo passamos ao processamento dos índices:

```
algoritmo "gerar_modelo_bezier"
Inicio
    //calculo dos pontos de bezier pelo método já apresentado acima
    (\ldots)
    //os ciclos de cima considerao "<=" portanto nivel_tesselacao + 1
    verticesInPatch = (nivel_tesselacao + 1) ^ 2
    //calcular os indices
    para <i> até <total_indices t> [i+=16]
        para <v = 0> até <nivel_tesselacao>
            para <u = 0> até <nivel_tesselacao>
                patch_atual = i / 16
                //Considerando um quadrado ABCD
                iA = (patch_atual*verticesInPatch) + u + (nivel_tesselacao+1) * (v)
                iB = iA + 1
                iC = (patch_atual*verticesInPatch) + u + (nivel_tesselacao+1) * (v+1)
                iD = iC + 1
                escrever A C B
                escrever B C D
            fim para
        fim para
Fim
```

Neste último excerto do algoritmo faz sentido apresentar o quadrado ABCD lá referido para poder associar as letras aos vértices do quadrado, pelo que consideramos o seguinte quadrado:

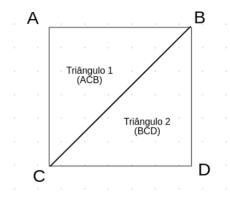


Figura 2.3: Triângulos considerados na escrita dos índices.

Por fim, resta-nos apresentar o cálculo do ponto propriamente dito, seguindo as fórmulas de *Bezier* disponibilizadas no formulário da UC.

O cálculo do ponto segundo Bezier segue a equação seguinte:

$$B(u,v) = \sum_{j=0}^{3} \sum_{i=0}^{3} B_i(u) * P_{ij} * B_j(v)$$
(2.1)

A análise desta fórmula permite-nos efetuar uma simplificação da mesma² através do produto das diferentes matrizes e vetores que a compõem, desde a matriz de Bezier aos vetores U e V que variam mediante o valor de ${\bf u}$ e ${\bf v}$ obtido através do nível de tesselação (intervalo entre 0 e 1 atual):

$$B(u,v) = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & P_{03} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{30} & P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} M^T \begin{bmatrix} v^3 \\ v^2 \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$$

Figura 2.4: Cálculo do ponto por Bezier (retirado do formulário).

Resta-nos aplicar as sucessivas multiplicações no algoritmo que aplica esta fórmula, dada a variação de \mathbf{u} e \mathbf{v} e os pontos de controlo P_{ij} associados ao patch atual:

```
algoritmo "calcular_ponto_bezier"
Inicio
```

Fim

```
//aqui u e v representam o u ou v origial / nivel de tesselacao
vetorU = [ u*u*u, u*u, u, 1]
vetorV = [ v*v*v, v*v, v, 1]

//Passo 1: M_BEZIER^T * vetorV
//como M_BEZIER é simétrica, transposta = matriz

M_v = mult_matriz_Vector(M_BEZIER, vetorV);

//Passo 2: Pij * M_v
//no código, o cálculo está dividido em 3 passos
//para guardar os vetores X, Y e Z em separado
//assim, Pxyz_M_v[0,1,2] representam X, Y e Z

Pxyz_M_v[0,1,2] = mult_matriz_Vector(Pij, M_v);

//Passo 3: M_BEZIER * Pxyz_M_v

M_Pxyz_M_v[0,1,2] = mult_matriz_Vector(M_BEZIER, Pxyz_M_v);
(...)
```

 $^{^2\}mathrm{O}$ formulário da disciplina serviu de suporte aos passos intermédios omitidos.

Por fim, falta-nos calcular **vetor** $\mathbf{U} * \mathbf{M}_{\mathbf{P}} \mathbf{x} \mathbf{y} \mathbf{z}_{\mathbf{M}} \mathbf{v}$, ou seja, multiplicar o vetor \mathbf{U} inicial pela matriz resultante de todas as multiplicações feitas até então, resultando nas coordenadas finais $\mathbf{B}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ para o ponto de Bezier pretendido, sendo assim:

```
algoritmo "calcular_ponto_bezier"
Inicio

//Passos 1, 2 e 3
(...)

//Passo 4 (e último)
pontoResultante = [0, 0, 0]

para <i = 0> até <4> [i = i + 1]

//coordenada X
pontoResultante[0] += vetorU[i] * M_Pxyz_M_v[0][i];

//coordenada Y
pontoResultante[1] += vetorU[i] * M_Pxyz_M_v[1][i];

//coordenada Z
pontoResultante[1] += vetorU[i] * M_Pxyz_M_v[2][i];

fim para
```

Não foi referido até agora, mas a matriz de *Bezier* citada nos algoritmos está definida no próprio módulo C++ "bezier-patch.cpp/h" no programa *generator*.

2.3 Execução do novo modelo

Fim

O programa generator sofreu, deste modo, alterações a nível da geração de modelos, pelo que um novo fluxo de execução foi introduzido. Deste modo, para gerar o novo tipo de modelos devem ser respeitadas as seguintes normas:

- 1. Os ficheiros .patch devem seguir a estrutura anteriormente indicada e devem ser armazenados em examples/Models.patch;
- 2. A geração do modelo pode ser obtida com o seguinte comando:

```
//Comando geral
./generator bezier-patch <infile> <tessellation-level> <outfile>
//Exemplo:
./generator bezier-patch teapot.patch 20 teapot.3d
```

3. O ficheiro resultante será a concatenação de "outfile" com ".indexed" para que o engine possa diferenciar os ficheiros na incialização de VBOs com ou sem índices.

Assim, os modelos resultantes serão armazenados em **Models.3d** e podem ter dois tipos de extensões 'outfile.3d' ou 'outfile.3d.indexed'.

Atualizações ao Engine

3.1 Novas formas de configuração em xml

O ficheiro de configuração em **xml** que temos vindo a utilizar dará suporte, nesta fase, a um novo tipo de translações, utilizando curvas (interpolação) de *catmull-rom*, e rotações de modelos para a simulação das órbitas dos planetas e a rotação dos mesmo sob o seu próprio eixo durante um certo período de tempo.

Analisando cada transformação geométrica até então referida, temos as seguintes atualizações:

- Translações com base em <u>curvas cúbicas de catmull-rom</u>, fornecendo:
 - 1. O tempo total (time), em segundos, para percorrer a curva toda;
 - 2. Um conjunto de pontos de controlo (**point**) P_0 a P_n com $n \ge 4$;

Partindo da estrutura seguinte:

```
<translate time="...">
    <point X="..." Y="..." Z="..."/>
    <point X="..." Y="..." Z="..."/>
    ...
    <point X="..." Y="..." Z="..."/>
    <point X="..." Y="..." Z="..."/>
    </translate>
```

- Rotações com base no tempo de rotação (360 graus) segundo um (ou mais) eixo(s):
 - 1. O tempo total (time), da mesma forma que nas translações;
 - 2. O(s) eixo(s) para orientar a rotação do modelo.

```
<rotate time="..." X="..." Y="..." Z="..."/>
```

3.2 Curvas de Catmull-rom na definição das trajetórias

Na definição das curvas de *Catmull-rom* a partir de um conjunto de pontos de controlo assume a estratégia adotada no guião da aula prática que aplicava este conceito, pelo que, na sua maioria, adotaram-se as funções fornecidas na altura.

No entanto, para o bem entendimento desta matéria e a sua correta aplicação, decidimos fazer uma explicação teórica dos cálculos feitos ao mesmo tempo que vamos apresentando o algoritmo.

De notar que todas as funções definidas para o cálculo das curvas se encontram no módulo "catmull-rom.cpp/h" definido no programa engine.

3.2.1 Condições de interpolação da curva

Uma curva de Catmull-Rom exige que sejam definidos, no mínimo, 4 pontos de controlo, P_0 , P_1 , P_2 e P_3 nos quais a curva seria desenhada entre P_1 e P_2 . Por outro lado, o ponto na curva (entre P_1 e P_2) é especificado através do valor de \mathbf{t} , com $\mathbf{t} \in [0.0,...,1.0]$ e representando a porção da distância entre os dois pontos de controlo mais próximos (neste caso o ponto 1 e 2). A imagem seguinte¹ ilustra o que foi referido anteriormente:

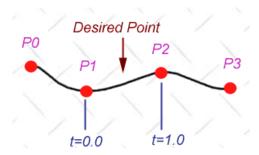


Figura 3.1: Representação de uma spline de Catmull-Rom

No nosso caso, o valor de ${\bf t}$ é calculado de modo a ter um número de intervalos suficiente para simular o tempo, em segundos, que levaria o modelo a percorrer a curva:

```
ranslacao_Com_Tempo então

//tempoTranslacao em segundos
t = (glutGet(GLUT_ELAPSED_TIME) / 1000) / tempoTranslacao

//ponto resultante
pos = [0.0, 0.0, 0.0]
//vetor tangente à curva
deriv = [0.0, 0.0, 0.0]

pos, deriv = calcular_ponto_global_de_catmull(pontosControlo, t)

glTranslatef(pos[0], pos[1], pos[2])

//normalizar e aplicar matriz de rotação
(...)
```

fim se

Onde, $\mathbf{GLUT_ELAPSED_TIME}$ representa o número de milisegundos desde que foi chamado o $\mathit{glutInit}(...)$ ou a primeira chamada do $\mathit{glutGet}(\mathit{GLUT_ELAPSED_TIME})$.

3.2.2 Cálculo do ponto de Catmull-Rom

Deste modo, passaremos à demonstração do algoritmo de cálculo dos pontos:

```
algoritmo "calcular_ponto_global_de_catmull"
Inicio

POINT_COUNT = tamanho(pontosConstrolo)
```

¹Retirado de https://www.mvps.org/directx/articles/catmull/

```
//o valor real de t
tAux = t * POINT_COUNT
//que segmento
indice = floor(t)
//onde no segmento
tAux = tAux - indice
//que pontos usar da lista de pontos de controlo
matriz indices[4]
indices[0] = (indice + POINT_COUNT - 1) % POINT_COUNT;
indices[1] = (indices[0] + 1) % POINT_COUNT;
indices[2] = (indices[1] + 1) % POINT_COUNT;
indices[3] = (indices[2] + 1) % POINT_COUNT;
//buscar os pontos dados os indices calculados anteriormente
matriz pontosSelecionados[4][3]
para <i=0> até 4 [i++]
    //cada ponto pertence à classe POINT_3D(x,y,z)
   p[i][0] = pontosControlo[indices[i]].x
   p[i][1] = pontosControlo[indices[i]].y
   p[i][2] = pontosControlo[indices[i]].z
fim para
pos, deriv = calcular_ponto_catmull(tAux, pontosSelecionados)
```

Fim

No pseudocódigo anterior estabelecemos, para um dado valor de ${\bf t}$ os pontos a usar relativamente ao segmento no qual se insere ${\bf t}$. De seguida, utilizaremos esses pontos e o valor de ${\bf t}$ para obter o ponto resultante no segmento devido:

```
algoritmo "calcular_ponto_catmull"
Inicio
    //definicao da matriz de catmull-rom
    m = \{ \{-0.5f, 1.5f, -1.5f, 0.5f\}, \dots, \{ 0.0f, 1.0f, 0.0f, 0.0f\} \}
    //vetorT
                              //vetorT'
    T = \{ t*t*t, t*t, t, 1 \}, TD = \{ 3*t*t, 2*t, 1, 0 \}
    //contendo todos os 4 pontos dados como argumento
    matriz P[3][4] = {...inicializar...}
    matriz A[3][4]
    //Compute vector A = M * P
    A[0] = mult_matriz_Vector(m, P[0]) //x
    A[1] = mult_matriz_Vector(m, P[1]) //y
    A[2] = mult_matriz_Vector(m, P[2]) //z
    //Compute pos[i] = T * A (Output)
    para <i=0> até 4 [i++]
        pos[0] += T[i] * A[0][i];
        pos[1] += T[i] * A[1][i];
        pos[2] += T[i] * A[2][i];
    fim para
```

```
//Compute deriv[i] = T' * A (Output)
//...
Fim
```

Assim, tendo o ponto de Catmull-Rom calculado para o segmento selecionado, resta-nos adaptar os vetores X_i , Y_i e Z_i dada a derivada calculada anteriormente. A figura seguinte, adaptada dos slides do guião prático 09 da UC, demonstra como os vetores se devem adaptar ao ponto atual da curva:

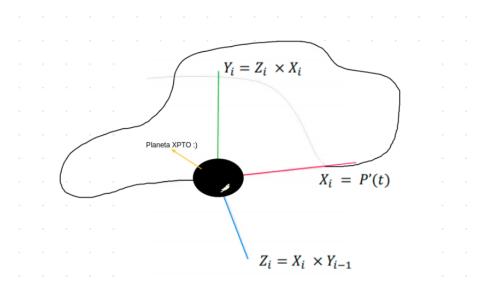


Figura 3.2: Vetores na trajetória dos planetas segundo curvas cúbicas de Catmull-Rom.

Sendo que, adaptar o vetor X_i implica utilizar o vetor **deriv** calculado. Já o vetor Z_i é calculado a partir do produto vetorial entre o X_i e Y_i^2 . Por fim, Y_i é obtido calculando o produto entre Z_i e **deriv**. A normalização dos vetores calculados trata-se do passo a seguir, permitindo-nos depois utilizar a função do *Glut* **glMultMatrix** e fornecendo-lhe a matriz de rotação determinada a partir dos vetores X_i , Y_i e Z_i .

```
//deriv == X
Z = produto(deriv, Y_anterior)
Y_anterior = produto(Z, deriv)

normalizar(deriv, Y_anterior, Z)

ROT_MATRIX = construirMatrizRotacao(deriv, Y_anterior, Z)

//aplicar a matriz de rotacao ao OpenGL
glMultMatrixf(ROT_MATRIX)
```

3.3 Rotações com especificação de tempo

A última alteração no ficheiro **xml** incide, como já foi referido, na definição da rotação dos modelos segundo um ou mais eixos, dado um tempo de rotação de 360 graus.

Esta adição é simples, na verdade, sendo apenas necessário utilizar, da mesma forma que as translações, o tempo a partir do Glut:

²Onde Y_i começa como { $\mathbf{0.0f}$, $\mathbf{1.0f}$, $\mathbf{0.0f}$ } e vai sendo alterado sucessivamente na estrutura das transformações do modelo respetivo.

```
//tempoRotacao em segundos
angulo = ((glutGet(GLUT_ELAPSED_TIME) / 1000) * 360) / (tempoRotacao)
glRotatef(angulo, ROT.x, ROT.y, ROT.z);
```

Onde, multiplicar por 360 permite distribuir a variação do tempo em função dos segundos providenciados na rotação completa do modelo.

3.4 Desenho dos modelos com VBOs

A adaptação com VBOs trouxe dúvidas em saber se seria totalmente necessário a utilização dos mesmos com índices ou não nos modelos já gerados, pelo que achamos por bem manter as duas opções: sem índices para os modelos gerados na fase 1 e com índices no processamento do novo modelo *patch* introduzido nesta fase³. Assim, mais tarde, numa ótica de otimização, podemos adaptar os modelos da fase 1 para geração dos seus índices.

Deste modo, foi necessário armazenar, juntamente com cada modelo, para além do vetor de vértices, o vetor de índices e os buffers que serão ativados nos VBOs, ou seja:

Fim

Portanto, para cada modelo, na função de desenhar os diferentes grupos da *scene*, inicializamos os VBOs antes de chamar o *renderScene*. Aqui exemplificaremos com VBOs com índices, utilizados nos modelos gerados a partir dos ficheiro de *patch*:

 $^{^3}$ Dada a facilidade da criação de índices no desenvolvimento do modelo com patchs de Bezier

Já para desenhar os VBOs, na renderScene, para todos os modelos dos grupos de elementos carregados do xml fazemos:

```
glBindBuffer(GL_ARRAY_BUFFER, model.verticesBuffer[0]);
glVertexPointer(3, GL_FLOAT, 0, 0);

//se for VBO com indices
glBindBuffer(GL_ELEMENT_ARRAY_BUFFER, model.indexesBuffer[0]);
glDrawElements(GL_TRIANGLES, indexArraySize, GL_UNSIGNED_INT, NULL);

//se for VBO sem indices
glDrawArrays(GL_TRIANGLES, 0, count);
```

De notar que, nas funções que desenham os VBOs, a execução segue uma das opções referidas anteriormente, caso o modelo tenha ou não índices.

Sistema Solar e órbitas dos planetas

Para esta fase, a *scene* de demonstração pretendida passa pela configuração de um Sistema Solar dinâmico, incluindo um cometa¹ definido a partir de uma trajetória de *Catmull-Rom*.

Partindo então da configuração feita na fase anterior, onde estabelecemos as distâncias, sem seguir a escala a 100% como era de esperar, criamos um conjunto de 8 pontos de controlo, para cada planeta, na definição da sua órbita centrípeta.

Mais referimos que, numa ótica de otimização de tempo dispensado em cálculos dos pontos, utilizamos um *script* em C para gerar os 8 pontos, sendo apenas necessário copiar para a configuração final.

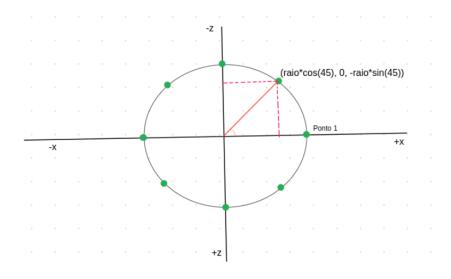


Figura 4.1: Pontos de controlo da trajetória centrípeta.

No que toca aos tempos de rotação e translação tentamos criar valores que nos permitam ter uma visualização dinâmica com um fator de redução de tempo em alguns casos por ser demasiado longo, estabelecendo como ponto de conversão: um dia e um ano com duração de 6 segundos.

Por fim, o cometa *teapot* segue uma trajetória parecida ao cometa *Halley* não sendo muito importante impor rigor no cálculo e utilizando uma estratégia "a olho".

¹Construído a partir do patch de Bezier fornecido.

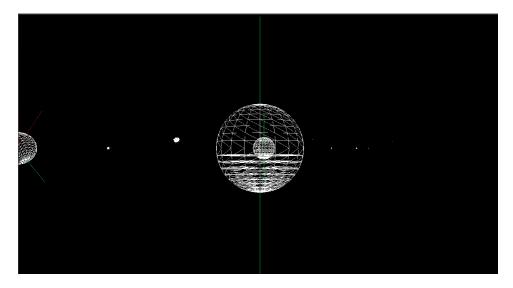


Figura 4.2: Vista geral.

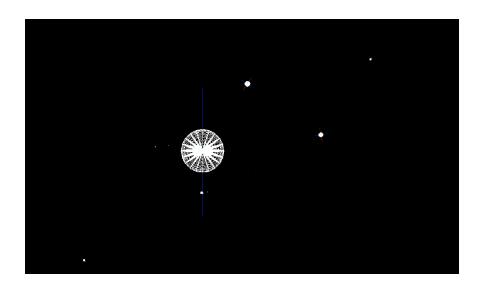


Figura 4.3: Vista superior.

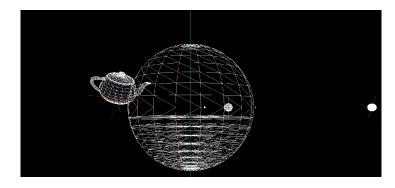


Figura 4.4: Vista aproximada do teapot.

Conclusão

Nesta fase conseguimos estabelecer um novo tipo de modelos para serem desenhados pelo nosso engine a partir de uma série de conceitos teóricos postos em prática neste trabalho, desdes curvas e superfícies de Bezier às interpolações de Catmull-Rom.

De facto, com esta fase temos uma nova visão do Sistema Solar, onde introduzimos o dinamismo na rotação e translação dos planetas por órbitas centrípetas em volta do Sol, sendo preciso para tal calcular os pontos intermédios a partir de valores de controlo, atualizar a configuração em xml e otimizar o engine com o buffering dos vértices no GPU usando VBOs.

A leitura dos ficheiros *patch* e a estratégia adotada para VBOs com índices foi importante também na consolidação das matérias dos guiões práticos.

Em suma, esta fase relevou-se fulcral para o desenvolvimento do projeto com fim à criação de um Sistema Solar, embora não tendo chegado à fase final, este sistema serve como uma boa base para a última etapa, texturas e luzes. Sendo assim, os objetivos definidos para a terceira fase foram cumpridos na íntegra.