

1 บทนำ

คงไม่อาจปฏิเสธได้ว่าการศึกษาด้านระบบควบคุมเป็นงานที่ทำหายอย่างยิ่ง โดยเฉพาะสำหรับผู้เริ่มต้น เหตุผลหลักคือทฤษฎีและหลักการอ้างอิงกับคณิตศาสตร์ในหลายหัวข้อ เช่น พีชคณิตเชิงเส้น ตัวแปรเชิงซ้อน แคลคูลัส จนถึงการวิเคราะห์ขั้นสูงสำหรับระบบไม่เป็นเชิงเส้น เช่นทฤษฎีเลียปูนอฟ นอกจากนี้แนวทางของระบบควบคุมยังมีการแตกแขนงออกไปอย่างกว้างขวาง และมีการผสมผสานกับวิธีการในหลากหลายสาขา เช่นโครงข่ายประสาทเทียม (neural networks) ตรรกศาสตร์คลุมเครือ (fuzzy logic) หรือการเรียนรู้ของเครื่อง ในปัจจุบันยังมีผู้นำเสนอแนวทางใหม่อยู่อย่างต่อเนื่อง

1.1 ต้นกำเนิดของการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด

แม้ว่ามนุษย์จะได้คิดค้นการควบคุมย้อนกลับมาเป็นเวลานานตั้งแต่ยุคกรีกโบราณก่อนคริสต์ศักราช แต่ความก้าวหน้าจะเด่นชัดเมื่อมนุษย์พัฒนาศาสตร์ทางเพื่อเอาชนะฝ่ายตรงข้าม โดยเฉพาะในช่วงสงครามโลกครั้งที่ 2 ที่เป็นจุดเริ่มต้นของการออกแบบตัวควบคุมแบบคลาสสิก (classical control) โดยการแปลงระบบพลวัตระบบเชิงเส้นให้อยู่ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอน และอาศัยการพล็อตแผนภาพโบเด (Bode plot) ของระบบวงเปิดลงบนกระดาษกราฟ เป็นการวิเคราะห์และออกแบบในโดเมนความถี่ การออกแบบในลักษณะนี้มีชื่อเรียกว่า การจัดสรรฐานวงรอบ (loopshaping) [1] จนกระทั่งประมาณช่วงทศวรรษที่ 60 เมื่อเริ่มมีการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณ ซึ่งตัวประมวลผลในยุคเริ่มต้นถนัดการคำนวณข้อมูลในรูปของเมทริกซ์และเวกเตอร์ การวิเคราะห์และออกแบบจึงเปลี่ยนเป็นรูปของเมทริกซ์ในโดเมนเวลาเรียกว่า ตัวแทนปริภูมิสถานะ (state space representation) [2] ซึ่งในช่วงนี้เองเป็นจุดเริ่มต้นของการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (optimal control)



มีการออกแบบและสังเคราะห์ตัวควบคุมหลายวิธีที่ใช้ชื่อว่า การจัดสรรฐานวงรอบ เช่น QFT (Quantitative Feedback Theory) หรือ H_∞ ในบริบทนี้หมายถึงการจัดสรรฐานวงรอบของฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดโดยอาศัยการจัดรูปแผนภาพโบเด ซึ่งเป็นการออกแบบตัวควบคุมในยุคเริ่มต้น

หากต้องการสรุปในประโยคเดียว การควบคุมที่เหมาะสมที่สุดคือแขนงหนึ่งของทฤษฎีระบบควบคุมที่เกี่ยวข้องกับการหาตัวควบคุมสำหรับระบบพลวัตที่ต้องการโดยหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (objective function) ภายใต้เงื่อนไขบังคับที่กำหนด มีการประยุกต์ใช้งานทั้งด้านวิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ การวิจัยเชิงปฏิบัติการ เศรษฐศาสตร์ และสาขาอื่นที่สามารถจัดรูปโจทย์ปัญหาให้สอดคล้องกับวิธีการหาคำตอบนี้

ในช่วงเริ่มต้นที่คอมพิวเตอร์ยังไม่มีสมรรถนะสูงเท่าปัจจุบัน การออกแบบตัวควบคุมจะเป็นลักษณะออฟไลน์ คือกำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์จากความต้องการของโจทย์ปัญหา ที่ประกอบด้วยพจน์ของตัวแปรสถานะและตัวแปรควบคุม เช่นต้องการขับเคลื่อนยานพาหนะให้ถึงที่หมายเร็วที่สุดโดยใช้เชื้อเพลิงน้อยสุด หลังจากนั้นใช้คอมพิวเตอร์หาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้เป็นตัวควบคุมคงที่เพื่อนำไปใช้ในระบบบ้อนกลับ วิธีการนี้มีชื่อเรียกว่า *การควบคุมกำลังสองเชิงเส้น (linear quadratic control)* ซึ่งในบทความหรือหนังสือหลายเล่มจะใช้ชื่อ *LQR: Linear Quadratic Regulator* หรือในกรณีที่มีการประมาณค่าสถานะของพลาเน็ตจะขยายเป็นวิธี *การควบคุมกำลังสองเชิงเส้นแบบเกาส์เซียน (LQG: Linear Quadratic Gaussian)*



ในการสังเคราะห์ตัวควบคุมสมัยใหม่อาจเรียก LQG ว่า H_2 เพื่อใช้กรอบการออกแบบร่วมกับ H_∞

โดยหลักการแล้วการหาคำตอบของ LQR, LQG จะมีการวนรอบเพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของอัตราขยาย สามารถจัดได้เป็นกรณีเฉพาะของการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบคอนเวกซ์ (convex optimization) [3] แต่ในอดีตการแก้ปัญหาในลักษณะออนไลน์ คือหาคำตอบทุกช่วงเวลาการสุ่มของตัวควบคุมมีการใช้งานน้อย เนื่องจากถูกจำกัดโดยสมรรถนะของคอมพิวเตอร์ในเวลานั้น โดยมีการใช้กับระบบที่มีแบนด์วิดท์ต่ำเช่นการควบคุมกระบวนการ (process control) ตัวอย่างหนึ่งคือ การควบคุมแบบทำนายโมเดล (MPC: Model Predictive Control) [4] ซึ่งการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของ MPC โดยตัวประมวลผลสมรรถนะต่ำอาจต้องการคาบเวลานานหลายนาที่ แต่โดยสมรรถนะคอมพิวเตอร์ในปัจจุบัน (โดยเฉพาะเมื่อใช้ตัวประมวลผลเช่น GPU จำนวนมาก) อัลกอริทึม MPC สามารถใช้ในระบบที่ตอบสนองอย่างรวดเร็วเช่นการควบคุมหุ่นยนต์

อย่างไรก็ตาม การหาคำตอบเหมาะสมที่สุดในงานทั่วไปไม่ได้ถูกจำกัดเฉพาะฟังก์ชันแบบคอนเวกซ์ที่สามารถได้คำตอบรวดเร็ว และคำตอบเป็นค่าต่ำสุดแบบวงกว้าง (global minimum)

ในกรณีที่ฟังก์ชันไม่เป็นคอนเวกซ์ เวลาในการคำนวณไม่สามารถคาดเดาได้ และคำตอบอาจติดอยู่กับค่าต่ำสุดเฉพาะที่ (local minimum) ดังนั้นจึงเป็นประเด็นสำคัญในการพิจารณาฟังก์ชันวัตถุประสงค์และเงื่อนไขบังคับทั้งหมดโดยละเอียด เพื่อจัดรูปและเลือกตัวแก้ปัญหา (solver) ที่เหมาะสม

1.2 หลักการของความเหมาะสมที่สุด

หนึ่งในผลงานเริ่มต้นที่สร้างพื้นฐานให้กับการหาค่าเหมาะสมที่สุดและการเรียนรู้เสริมกำลังคือหนังสือที่เขียนโดยเบลแมนในหัวข้อ การโปรแกรมพลวัต (dynamic programming) [5] ที่ช่วยให้สามารถจัดรูปปัญหาเพื่อสร้างอัลกอริทึมสำหรับประมวลผลโดยคอมพิวเตอร์ได้ กล่าวโดยสรุปได้เป็นการแบ่งปัญหาที่ซับซ้อนเป็นโครงสร้างข้อในของปัญหาย่อย (subproblems) ที่สามารถหาคำตอบได้ง่ายขึ้นโดยการเรียกซ้ำ (recursive) ผ่านความสัมพันธ์ที่เรียกตามชื่อของผู้ให้กำเนิดว่า สมการของเบลแมน (Bellman equation) นอกจากนี้เบลแมนยังได้มีส่วนสำคัญในทฤษฎีควบคุมเวลาต่อเนื่องในสมการอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation) ที่เรียกชื่อว่าสมการ HJB: Hamilton-Jacobi_bellman [6]

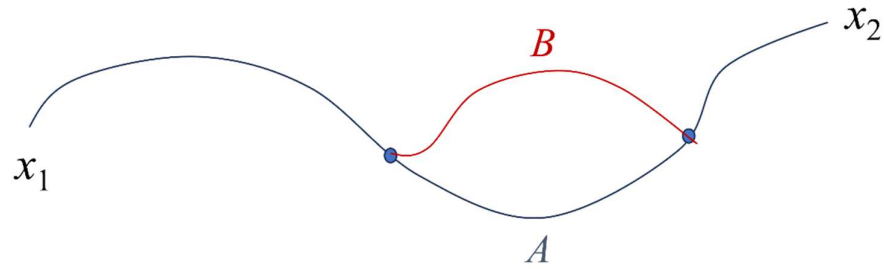
เบลแมนได้นำเสนอ หลักการของความเหมาะสมที่สุด (principle of optimality) ทำให้สามารถแบ่งแยกปัญหาการตัดสินใจรวมเป็นปัญหาย่อยได้ นิยามใน [5] กล่าวไว้ดังนี้

นโยบายที่เหมาะสมที่สุดต้องมีคุณสมบัติคือ ไม่ว่าจะเลือกสถานะและการตัดสินใจเริ่มต้นอย่างไร การตัดสินใจครั้งต่อไปที่เหลือจะต้องยังคงเป็นนโยบายที่เหมาะสมที่สุดเสมอ เมื่อนับจากสถานะที่เกิดจากการตัดสินใจครั้งแรก



เบลแมนใช้คำว่า “นโยบาย” แทนการกระทำ หรือการตัดสินใจ ต่อมาถูกใช้ในบทความเกี่ยวกับการเรียนรู้เสริมกำลัง สำหรับในสาขาระบบควบคุมนโยบายก็คือเอาต์พุตของตัวควบคุม

นิยามนี้อาจมีลักษณะเป็นนามธรรม จะอธิบายให้เข้าใจได้ง่ายขึ้นดังในรูปที่ 1.1 สมมุติว่านโยบายในการเคลื่อนที่จากจุด x_1 ไปยังจุด x_2 โดยผ่านเส้นทาง A คือนโยบายที่เหมาะสมที่สุดตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการ เช่น ใช้เวลาน้อยสุด ดังนั้นจะไม่สามารถพบเส้นทางลัด B ที่ทำให้การเดินทาง เร็วกว่าเส้นทางที่ผ่าน A ได้ มิฉะนั้นเราจะไม่สามารถเรียกเส้นทางที่ผ่าน A ว่าเป็นนโยบายที่เหมาะสมที่สุด



รูปที่ 1.1 หลักการของความเหมาะสมที่สุด

หลักการของความเหมาะสมที่สุดเป็นหัวใจสำคัญที่ทำให้สามารถใช้วิธีการโปรแกรมพลวัตได้ ตัวอย่างเช่นในการแก้ปัญหาที่ย่อยจากส่วนท้ายมายังต้น ต้องมั่นใจว่านโยบายส่วนท้ายต้องเป็นแบบเหมาะสมที่สุดโดยไม่ขึ้นกับการตัดสินใจในส่วนต้น

ยังมีต่อ

บรรณานุกรม

1. Åström, K.J and R. M. Murray. Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers, 2nd ed. Princeton University Press. 2020.
2. Kalman, R. *A new approach to linear filtering and prediction problems*. Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering, 82:34–45, 1960.
3. Boyd, S.P and L. Vandenberghe, Convex Optimization. Cambridge University Press. 2004.
4. Morari, M. and J.H. Lee, *Model predictive control: past, present, and future*. Computers & Chemical Engineering, 23: 667—682, 1999.

5. Bellman, R.E. Dynamic Programming. Princeton University Press. 1957.
6. Yong, J and X.Y. Zhou. *Dynamic Programming and HJB Equations*. Stochastic Controls : Hamiltonian Systems and HJB Equations. Springer. Pp. 157 – 215. 1999.

