

01211433 VISION AND CONTROL OF INDUSTRIAL ROBOTS

ดร.วโรดม ตู่จินดา

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์

ม.เกษตรศาสตร์



Lecture 4 : Classical Control Design

การออกแบบระบบควบคุมโดยวิธี **loopshaping**

Classical Control Design

- วิธีการจัดสัญญาณวงรอบ (loopshaping)
- พิจารณาเงื่อนไขด้านเสถียรภาพและสมรรถนะทั้งหมด เพื่อกำหนดเงื่อนไขให้กับผลตอบสนองความถี่ของ L
- แก้ปัญหาข้อขัดแย้งระหว่างเงื่อนไขด้านสมรรถนะ โดยแบ่งย่านความถี่
- จัดรูปผลตอบสนองความถี่ของ L ให้สอดคล้องกับข้อกำหนด

ย่านความถี่ของสัญญาณอินพุต

- คำสั่ง **r**: คำสั่งโดยทั่วไปจะไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาอย่างรวดเร็ว ดังนั้นจะอยู่ในย่านความถี่ต่ำ
- การรบกวน **d**: สัญญาณการรบกวนที่เข้ามา ณ ตำแหน่งอินพุตและเอาต์พุตของพลาตันต์มักจะอยู่ในย่านความถี่ต่ำ เช่น การสั่นสะเทือนทางกล เรโซแนนซ์ หรือแรงที่ส่งจากโครงสร้างข้างเคียง
- สัญญาณรบกวนจากการวัด **n**: ตัวรับรู้ส่วนใหญ่จะมีความผิดพลาดมากขึ้นเมื่อความถี่สูงขึ้น ดังนั้นสัญญาณรบกวนจากการวัดจะอยู่ในย่านความถี่สูง

เงื่อนไขบังคับบนฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิด

- **LOW :** (สมรรถนะ) ต้องการให้ $|S(j\omega)| \ll 1$ เพื่อสมรรถนะการตามรอยและการจัดการรบกวนที่ดี
- **MID :** (เสถียรภาพ) เนื่องจาก $|S(j\omega)| \gg 1$ แสดงถึงเสถียรภาพที่ไม่ดี จึงต้องการขอบเขตจำกัดด้านบนสำหรับ $|S(j\omega)|$ สังเกตว่าจากเงื่อนไขเชิงพีชคณิต $|S(j\omega)| \gg 1$ จะทำให้
$$|T(j\omega)| \gg 1 \text{ ด้วย}$$
- **HIGH :** (สมรรถนะ) ต้องการ $|T(j\omega)| \ll 1$ เพื่อสมรรถนะการจัดสัญญาณรบกวนจากการวัดที่ดี

การแปลงเป็นเงื่อนไขบังคับบน $L(j\omega)$

- **LOW:** สำหรับ $S(j\omega)$ คำน้อย ๆ $S(j\omega) = \frac{1}{1+L(j\omega)} \approx \frac{1}{L(j\omega)}$
 - $|S(j\omega)| \ll 1$ แสดงนัยว่า $|L(j\omega)| \gg 1$ กล่าวคือ ขอบเขตบน L สร้างได้โดยผกผันขอบเขตบน S
- **MID:** $|S(j\omega)| \ll M$ แปลงเป็น $L(s)$ มีค่าเฟื่อของเฟสเพียงพอ
- **HIGH:** สำหรับ $T(j\omega)$ คำน้อย ๆ
 - ดังนั้น $|T(j\omega)| \ll 1$ $T(j\omega) = \frac{L(j\omega)}{1+L(j\omega)} \approx L(j\omega)$
 - แสดงนัยว่า $|L(j\omega)| \ll 1$ กล่าวคือ ขอบเขตบน L สร้างได้โดยผกผันขอบเขตบน S

ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราขยายและเฟสของโบเด (Bode gain-phase relationship)

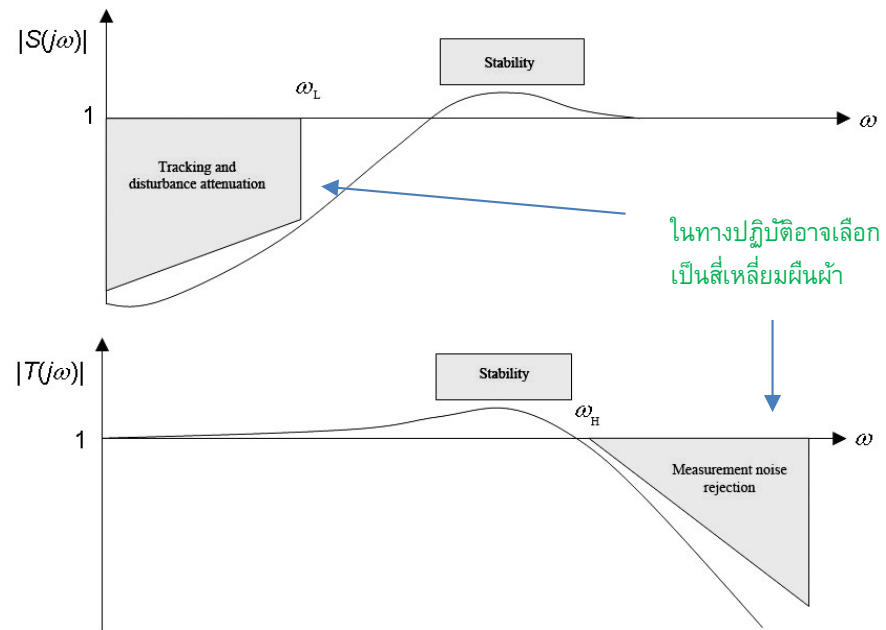
สำหรับระบบเฟสต่ำสุดที่เสถียร เฟสของฟังก์ชันถ่ายโอน $L(j\omega)$ ใด ๆ จะมีสัมพันธ์ได้อย่างเดียวกับอัตราขยายหรือขนาดของ $L(j\omega)$ โดยถ้าหากความชันของ $|L(j\omega)|$ เทียบกับ ω บนสเกลแบบ log-log มีค่าคงที่ประมาณช่วงความถี่เพิ่มขึ้นสิบเท่า หรือ 1 decade ความสัมพันธ์จะเขียนได้เป็น

$$\angle L(j\omega) \cong n \times 90^\circ$$

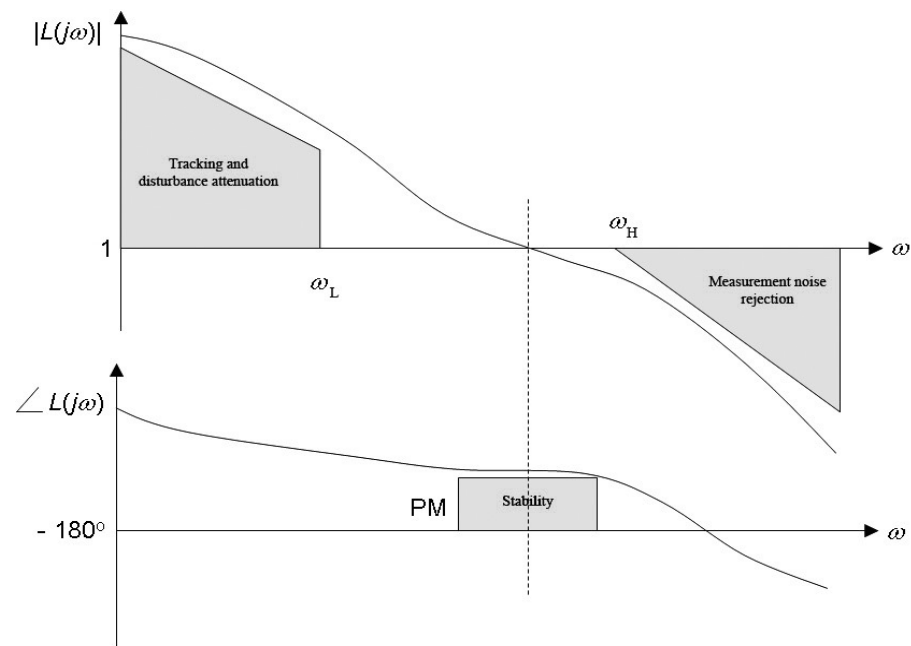
โดย n คือ ค่าความชันของ $|L(j\omega)|$ มีหน่วยเป็น decade ของขนาดต่อ decade ของความถี่

เมื่อพิจารณาแผนภาพโบเดที่พล็อตขนาดเป็น dB จะสรุปได้ว่าความชันของกราฟที่บริเวณ crossover frequency จะต้องมีความชันประมาณ -20 dB/decade และคงที่ในช่วงความถี่บริเวณนั้น

ขอบเขตบน S และ T
จากเงื่อนไขบังคับ



ขอบเขตบน L
จากเงื่อนไขบังคับ



ผลของโพลและซีโรต่อผลตอบสนองความถี่

- Gain: K
- Integrator: $1/s$
- Derivative: s
- First order pole: $a/(s+a)$
- First order zero: $(s+a)/a$

Integrator

```
-->Pint=syslin('c',1/s)
```

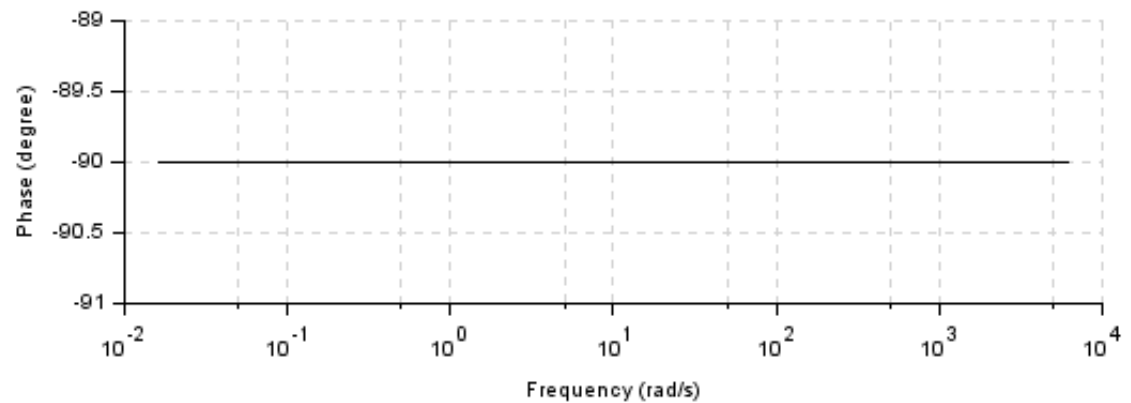
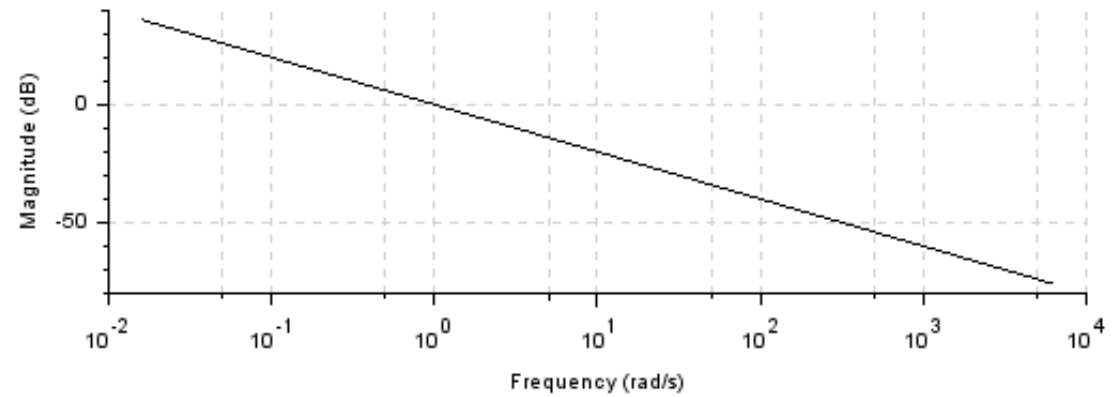
```
Pint =
```

1

-

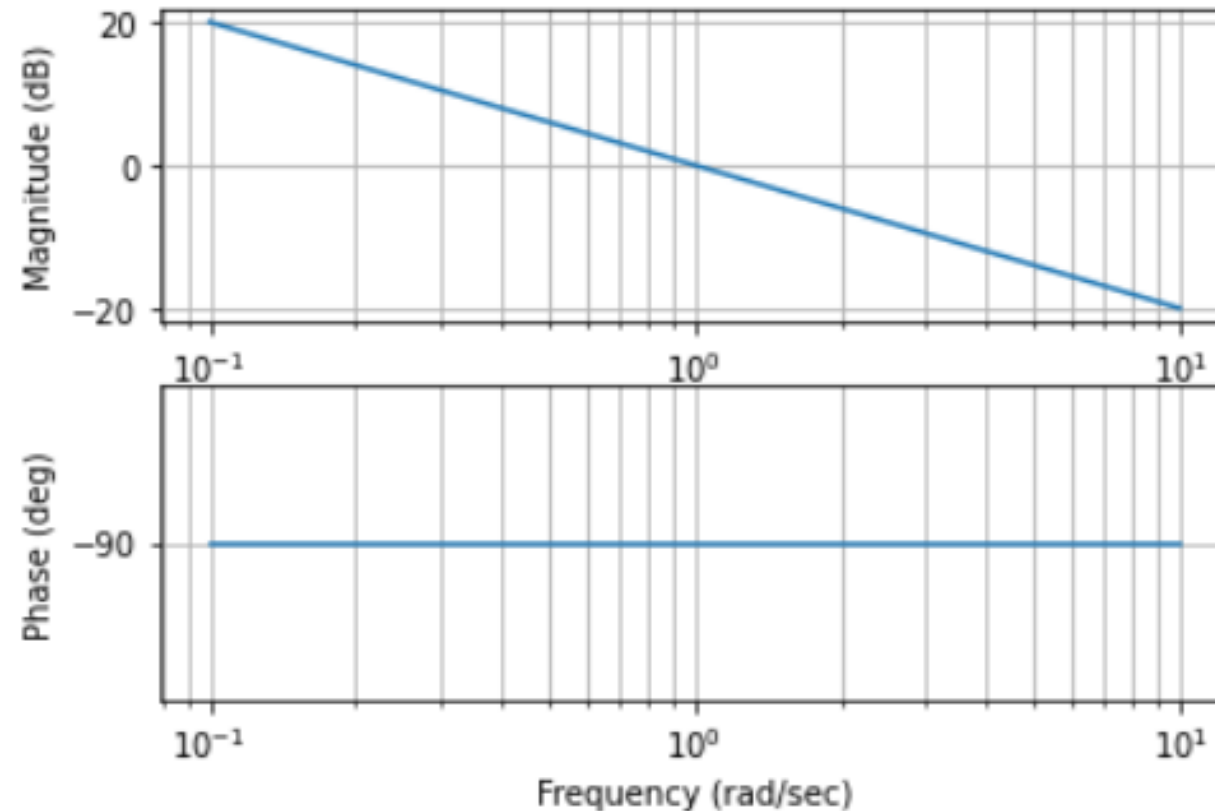
s

```
-->bode(Pint,'rad')
```

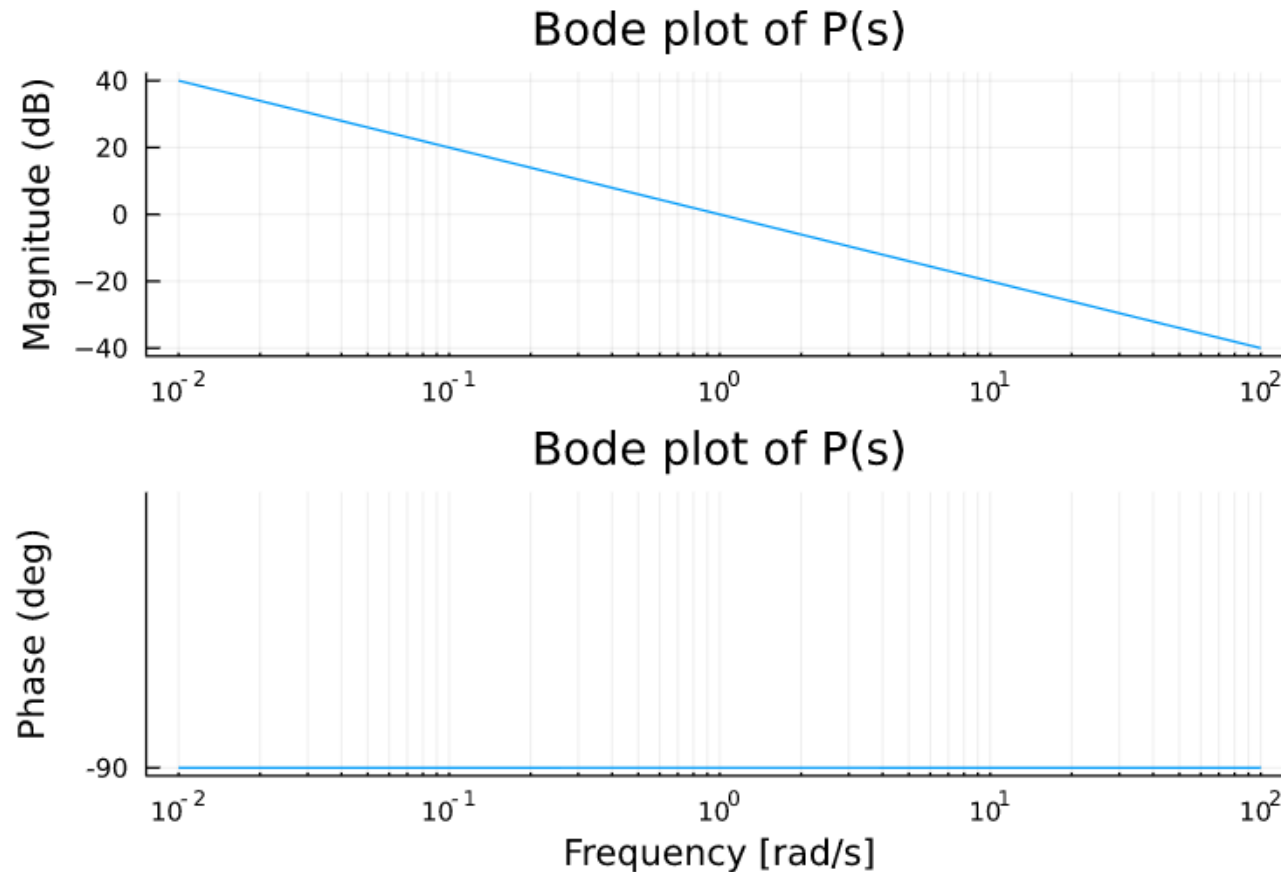


Integrator (Python)

```
In [2]: s = ct1.tf('s')  
H = 1/s  
_,_,_ = ct1.bode_plot(H,dB=True)
```



Integrator (Julia)

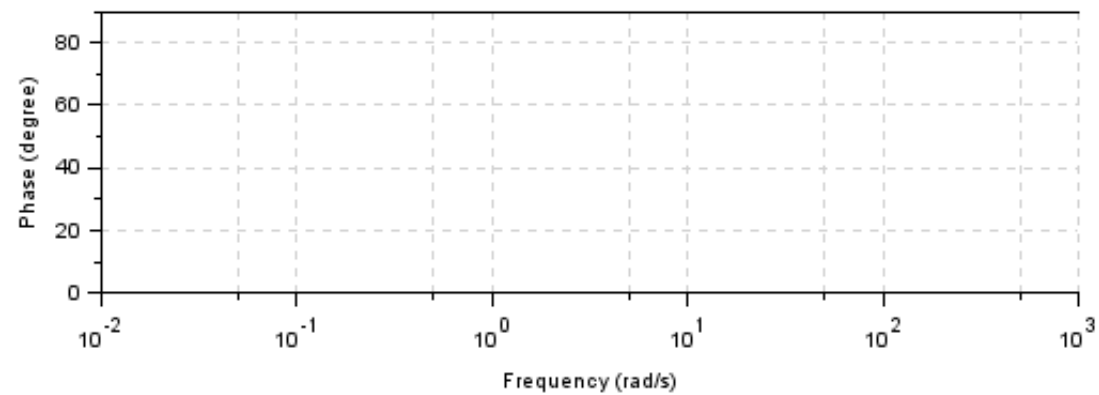
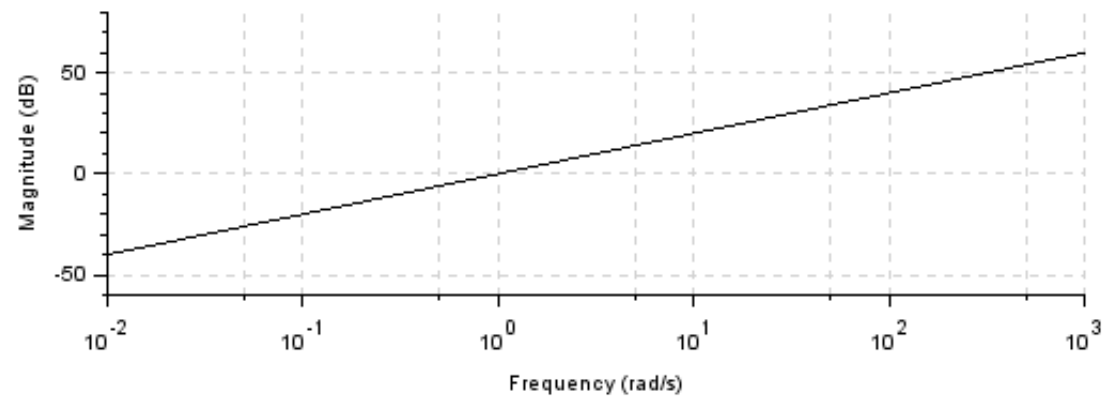


```
• begin
•     P = 1/s
•     setPlotScale("dB")
•     w = exp10.(LinRange(-2,2,2000))
•     bodeplot(P,w; title="Bode plot of P(s)", legend=false)
•
• end
```

Derivative (approx.)

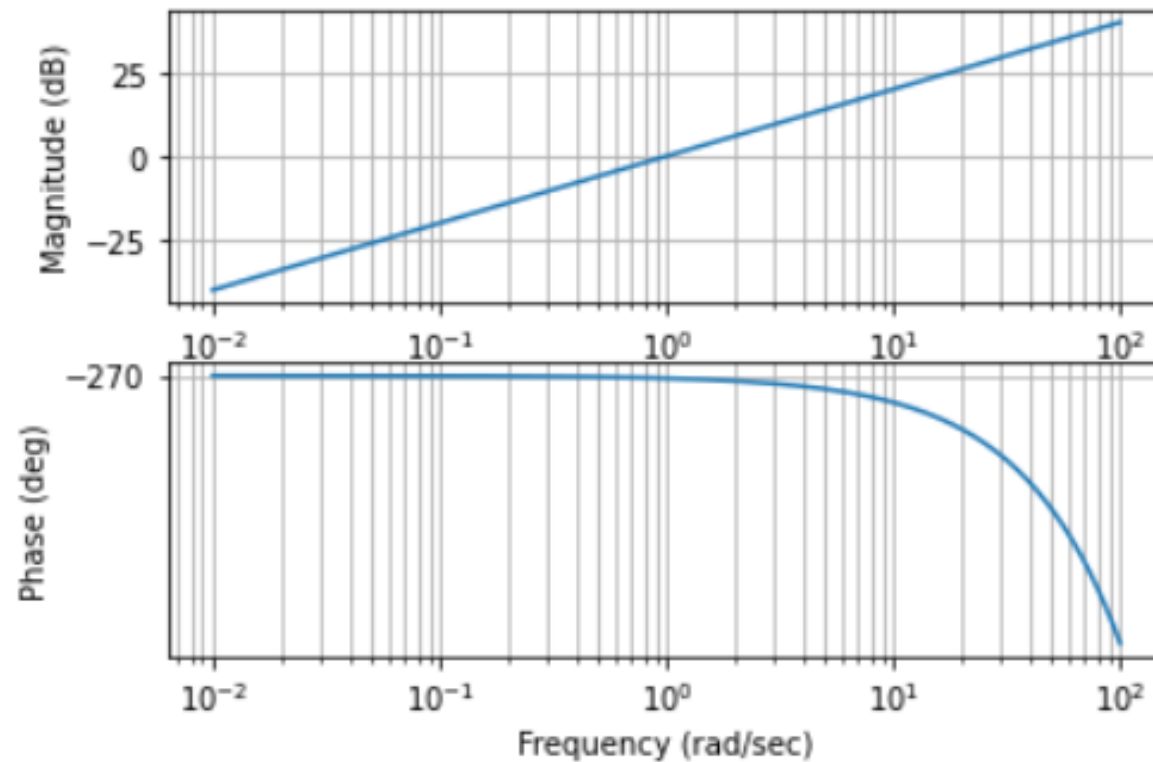
```
-->Pd = syslin('c',s/(1e-6*s+1));
```

```
-->bode(Pd,'rad')
```

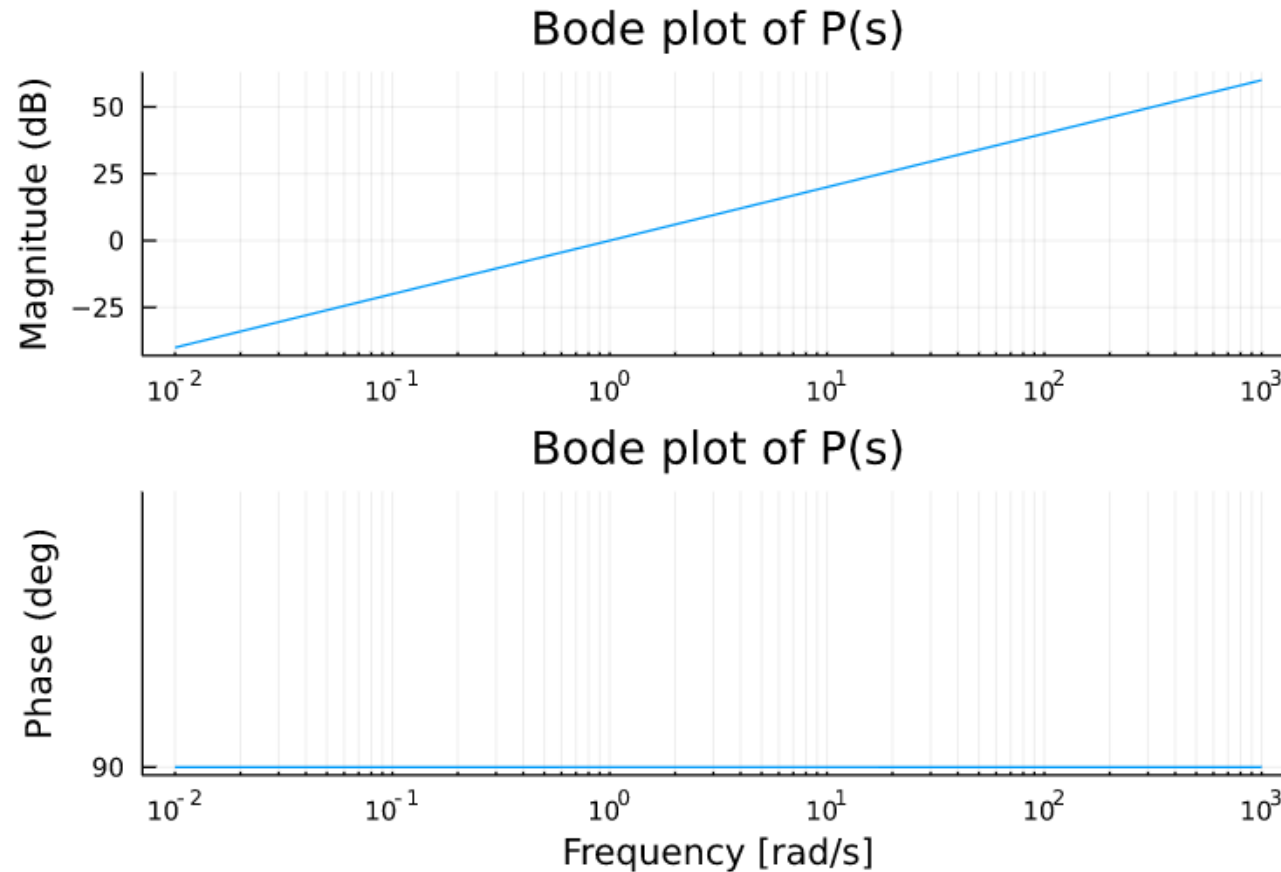


Derivative (approx.) Python

```
In [4]: H = s/(1e-6*s+1)  
_,_,_ = ctrl.bode_plot(H,dB=True,omega_limits=(0.01,100))
```



Derivative Julia

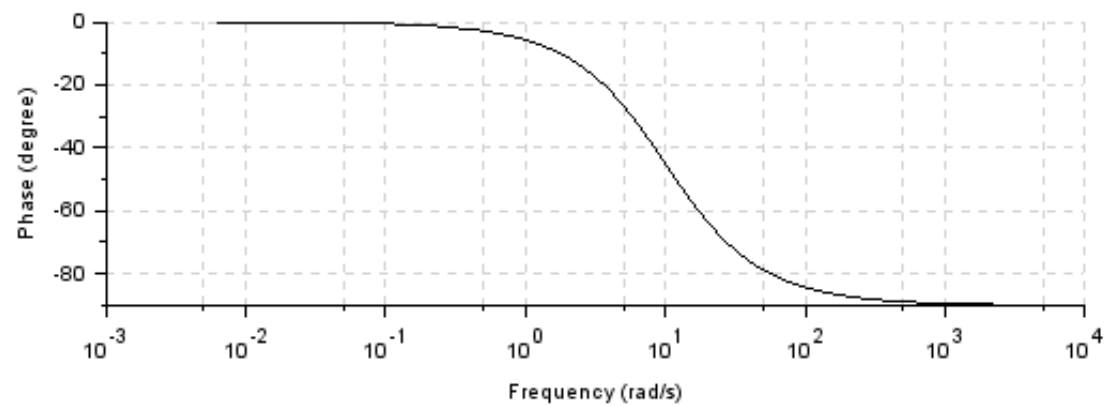
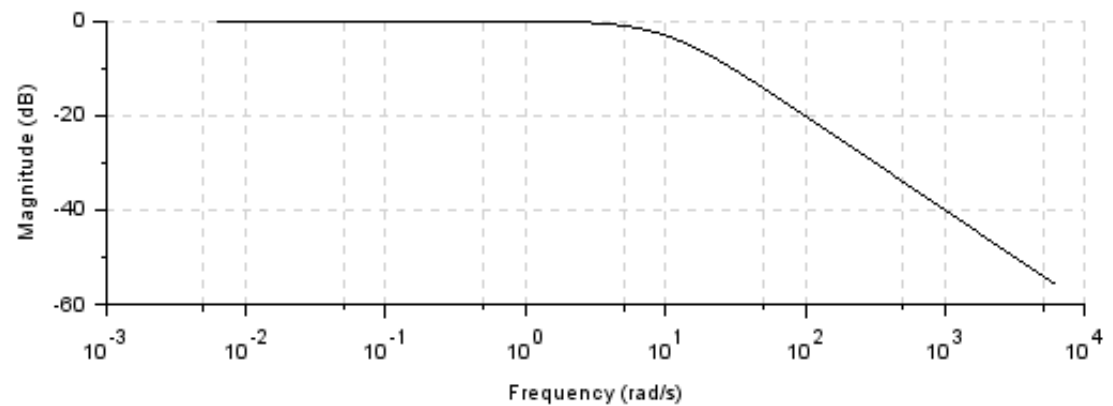


```
• begin
•     P = s
•     setPlotScale("dB")
•     w = exp10.(LinRange(-2,3,2000))
•     bodeplot(P,w; title="Bode plot of P(s)",legend=false)
•
• end
```

First order pole

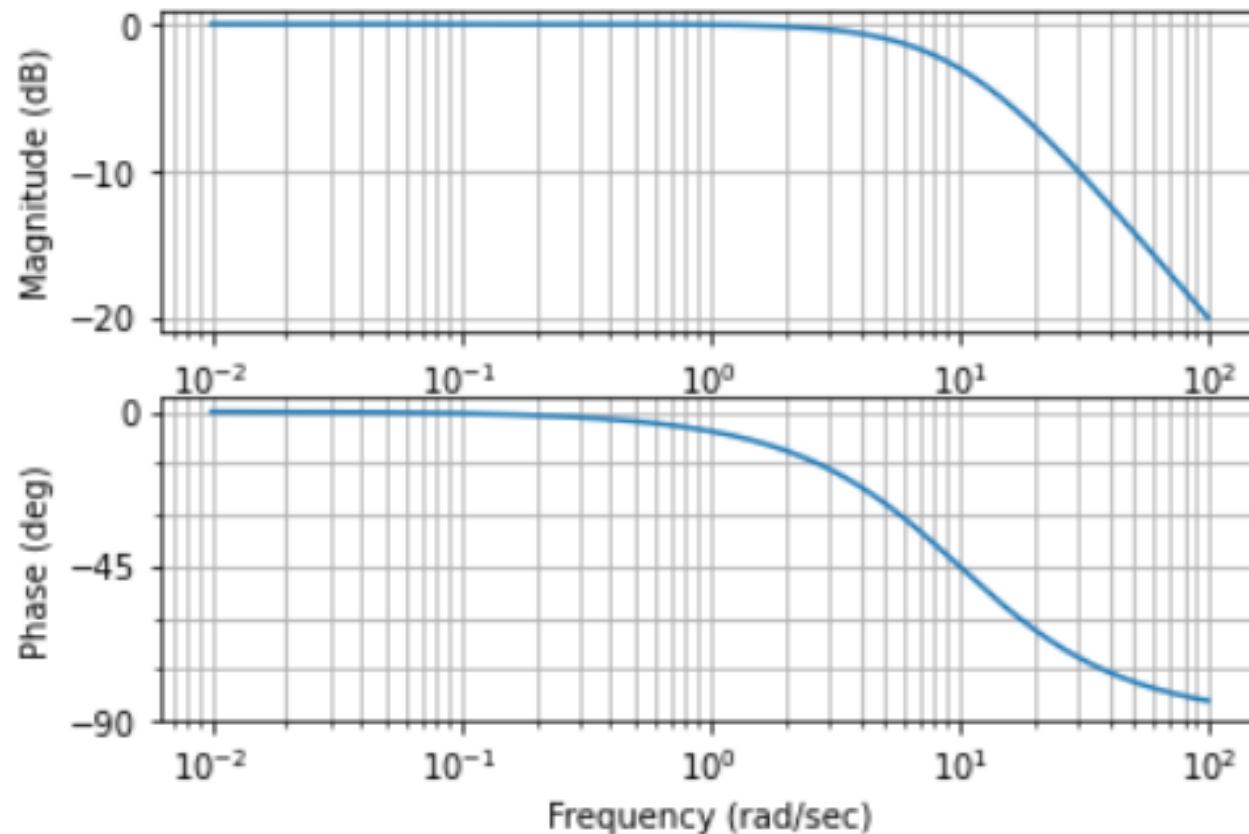
```
-->Pp = syslin('c',10/(s+10));
```

```
-->bode(Pp,'rad')
```

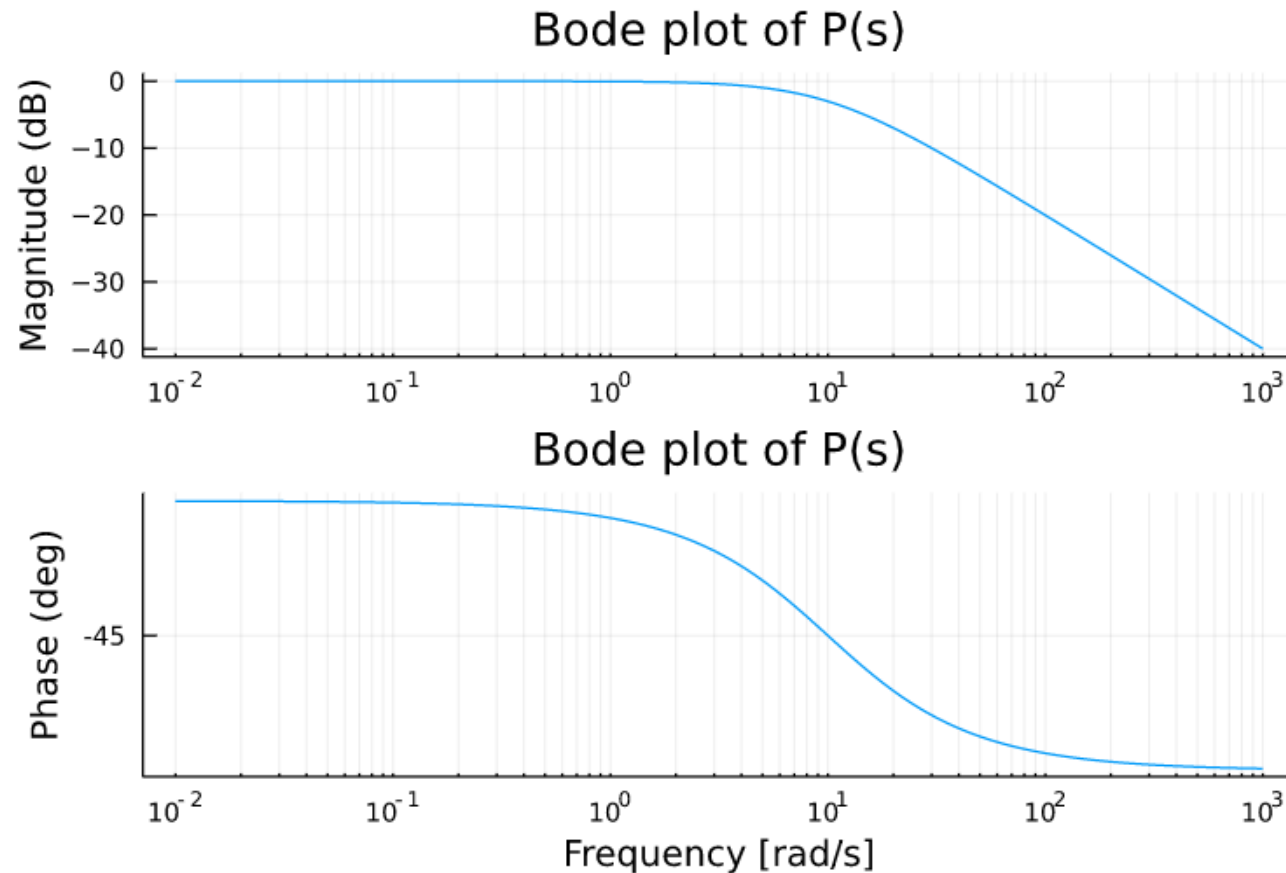


First order pole (python)

```
In [5]: H = 10/(s+10)  
_,_,_ = ctrl.bode_plot(H,dB=True,omega_limits=(0.01,100))
```



First order pole (Julia)

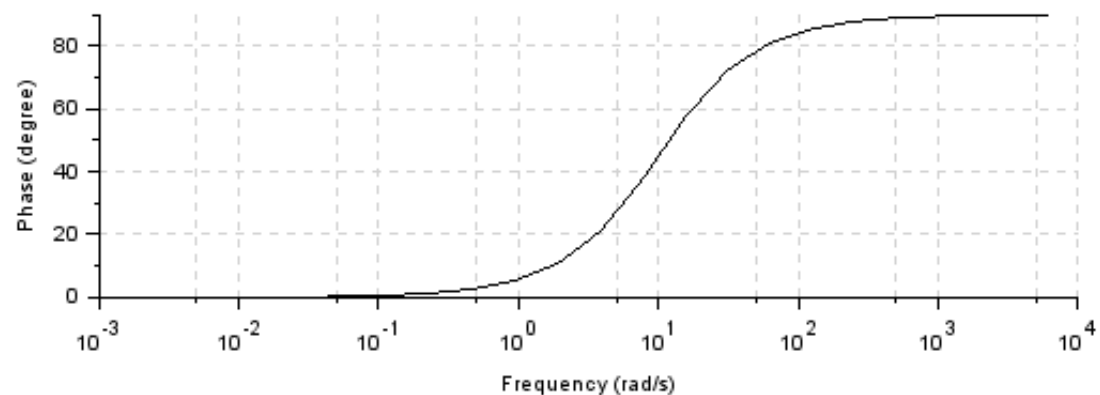
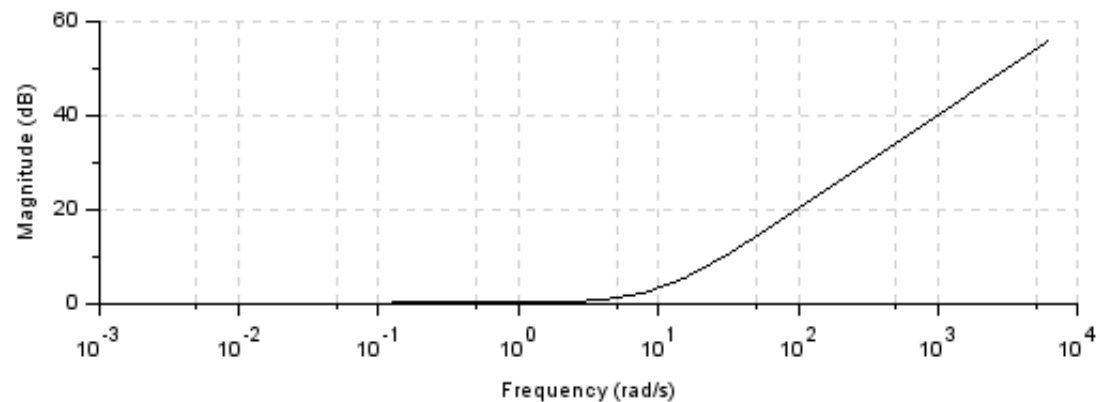


```
begin
    P = 10/(s+10)
    setPlotScale("dB")
    w = exp10.(LinRange(-2,3,2000))
    bodeplot(P,w; title="Bode plot of P(s)",legend=false)
end
```

First Order Zero (approx.)

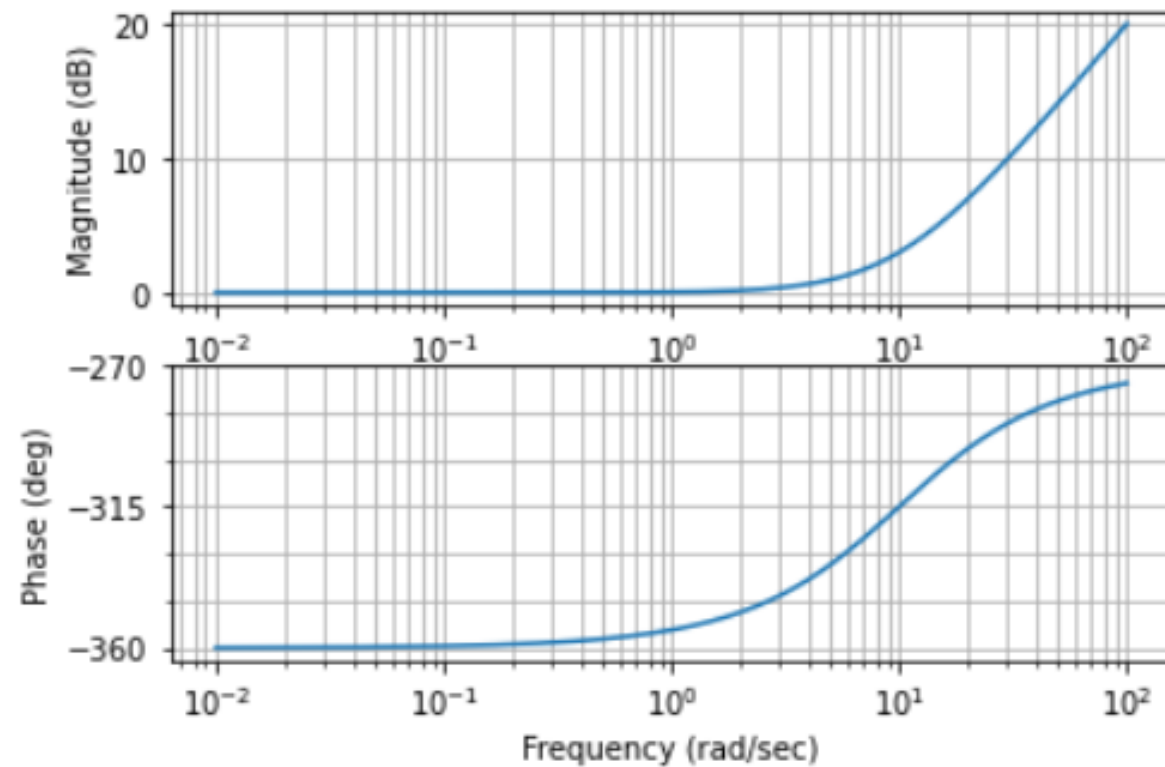
```
-->Pz = syslin('c',(s+10)/(10*(1e-6*s+1)));
```

```
-->bode(Pz,'rad')
```

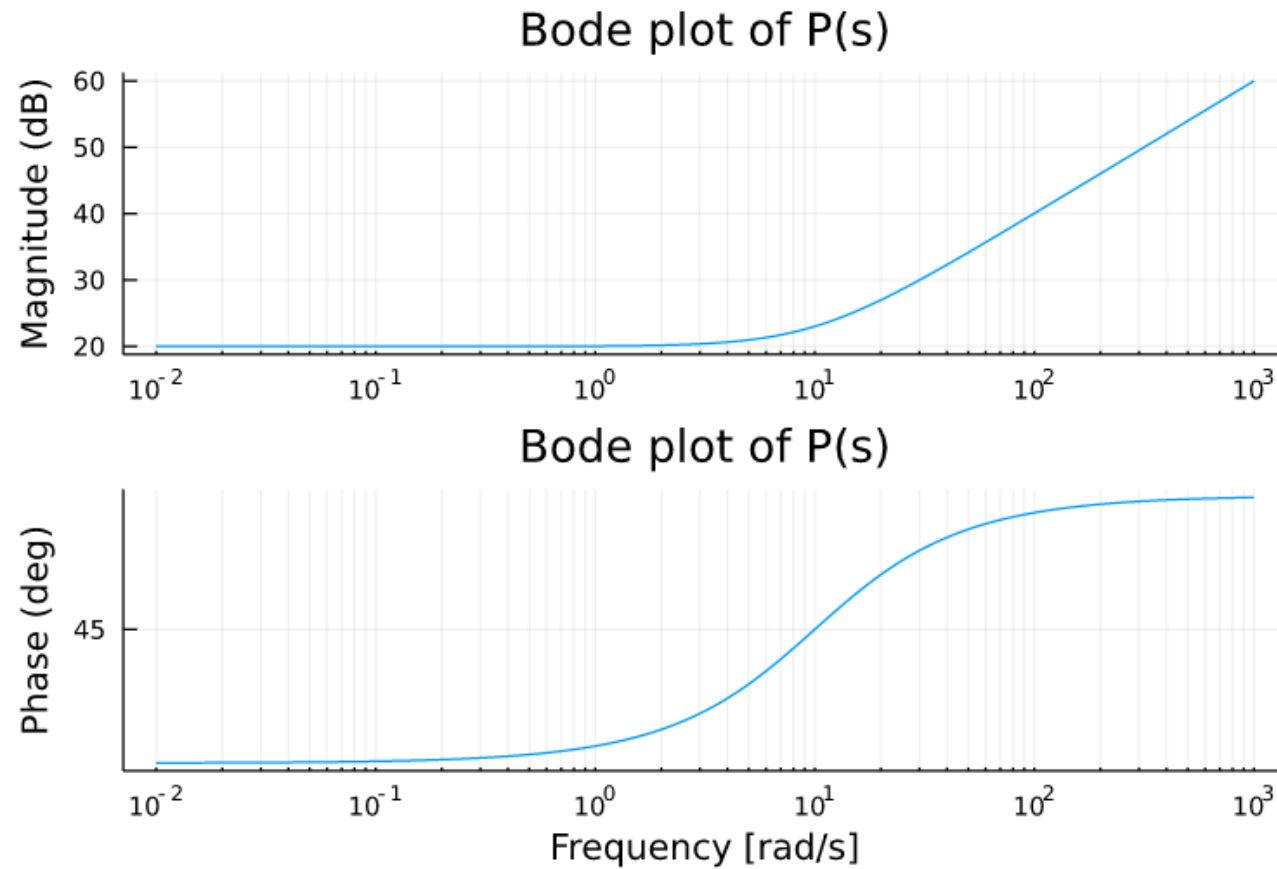


First Order Zero (approx.) python

```
In [6]: H = (s+10)/(10*(1e-6*s+1)) # approx.  $H = (s+10)$   
_,_,_ = ctrl.bode_plot(H,dB=True,omega_limits=(0.01,100))
```



First Order Zero Julia



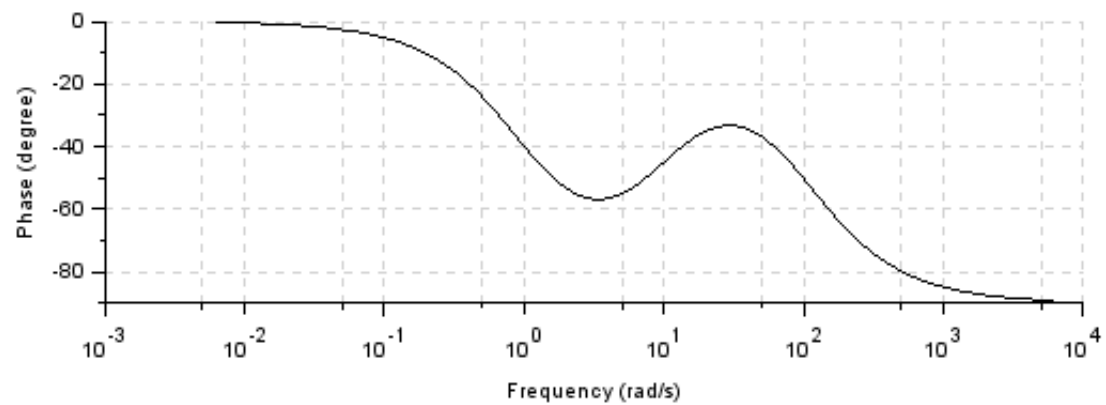
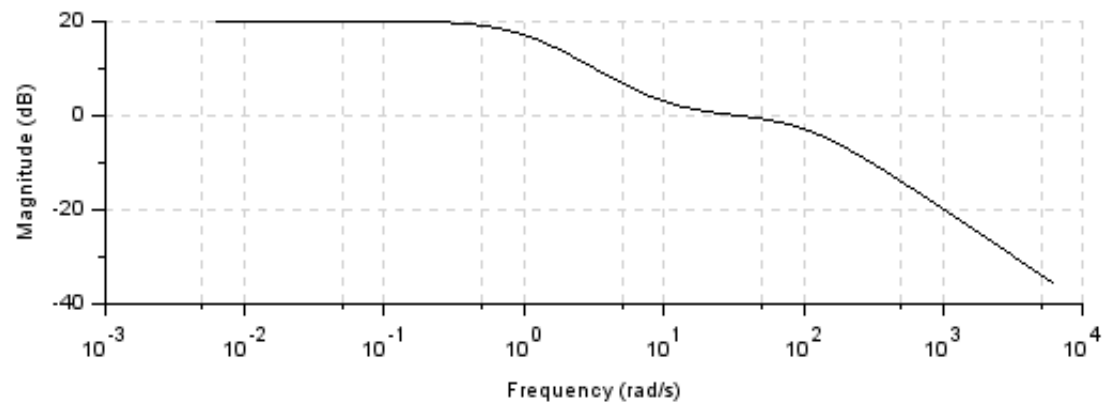
```
• begin
•   P = (s+10)
•   setPlotScale("dB")
•   w = exp10.(LinRange(-2,3,2000))
•   bodeplot(P,w; title="Bode plot of P(s)",legend=false)
•
• end
```

Combination

Ex.
$$\frac{100(s+10)}{(s+1)(s+100)}$$

```
-->P = syslin('c',100*(s+10)/((s+1)*(s+100)));
```

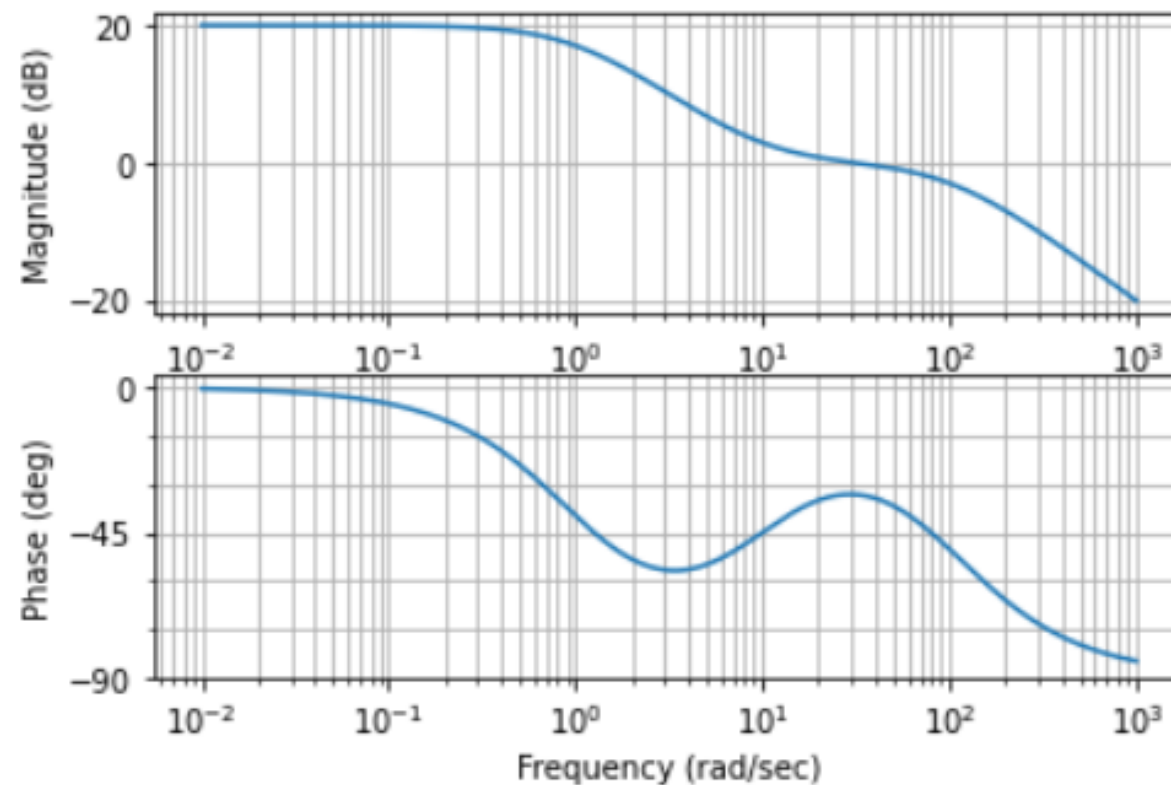
```
-->bode(P,'rad')
```



Combination (python)

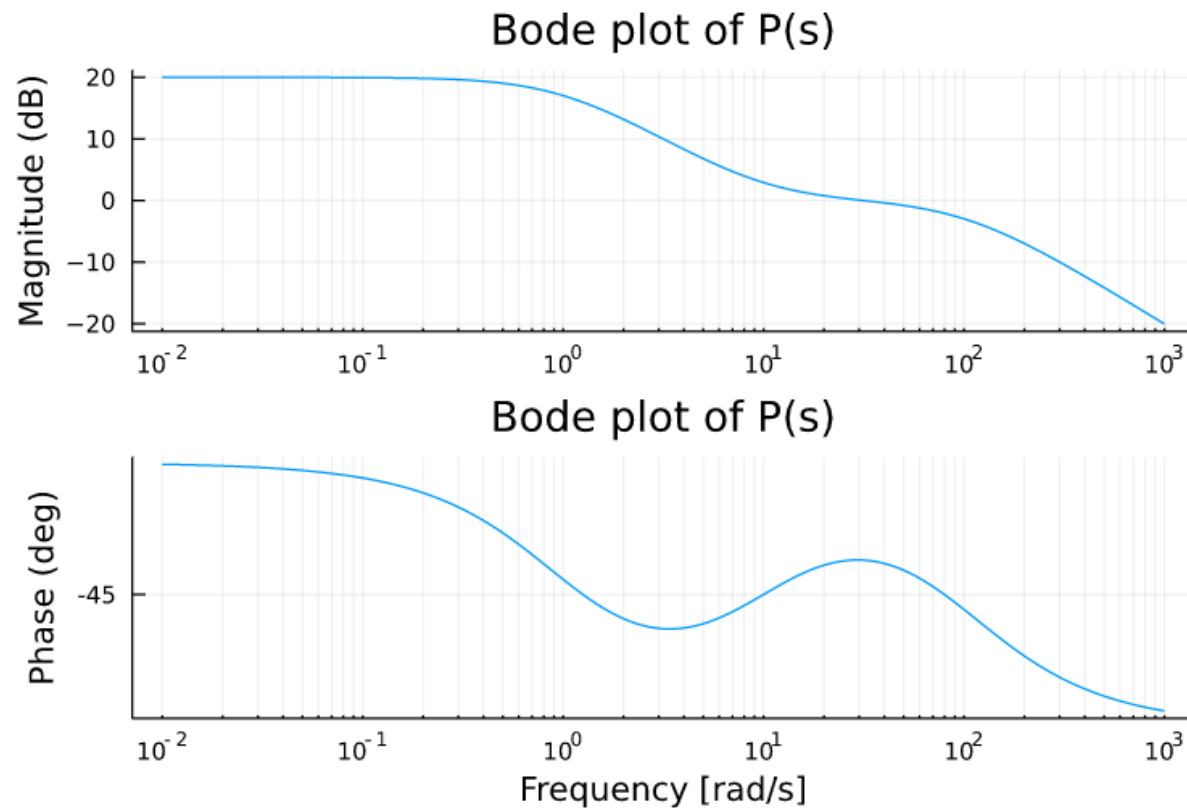
Ex.
$$\frac{100(s+10)}{(s+1)(s+100)}$$

```
In [7]: H = 100*(s+10)/((s+1)*(s+100))  
_,_,_ = ctrl.bode_plot(H,dB=True,omega_limits=(0.01,1000))
```



Combination (Julia)

Ex.
$$\frac{100(s+10)}{(s+1)(s+100)}$$



```
begin
    P = 100*(s+10)/((s+1)*(s+100))
    setPlotScale("dB")
    w = exp10.(LinRange(-2,3,2000))
    bodeplot(P,w; title="Bode plot of P(s)",legend=false)
end
```


ตัวอย่าง :

พลานท์ข้อต่อหุ่นยนต์ขับเคลื่อนโดยดีซีมอเตอร์

$$P(s) = \frac{1}{10s^2 + 0.1s}$$

ข้อกำหนดการออกแบบ

- ค่าแตกต่างการตามรอยในช่วงสถานะหนึ่งเป็นศูนย์
- ขนาดการรบกวนในย่านความถี่ต่ำกว่า 1 rad/s ถูกลดทอนเหลือน้อยกว่า 0.01
- ขนาดสัญญาณรบกวนจากการวัดในย่านความถี่สูงกว่า 100 rad/s ถูกลดทอนเหลือน้อยกว่า 0.1
- ระบบวงปิดเสถียร โดยมีค่าเผื่อเฟสอย่างน้อย 40 องศา

เงื่อนไขสำหรับ Loopshaping

- $L(s)$ ต้องมี integrator สังเกตว่าสำหรับตัวอย่างนี้มี integrator อยู่ใน $P(s)$
- $|S(j\omega)| \leq -40 \text{ dB} \rightarrow |L(j\omega)| \geq 40 \text{ dB}$ ในช่วงความถี่ต่ำกว่า 1 rad/s
- $|T(j\omega)| \leq -20 \text{ dB} \rightarrow |L(j\omega)| \leq -20 \text{ dB}$ ในช่วงความถี่สูงกว่า 100 rad/s
- $L(j\omega)$ มีค่าเผื่อเฟสอย่างน้อย 40 องศา หรือ $\max|S(j\omega)| \leq 3.3 \text{ dB}^*$

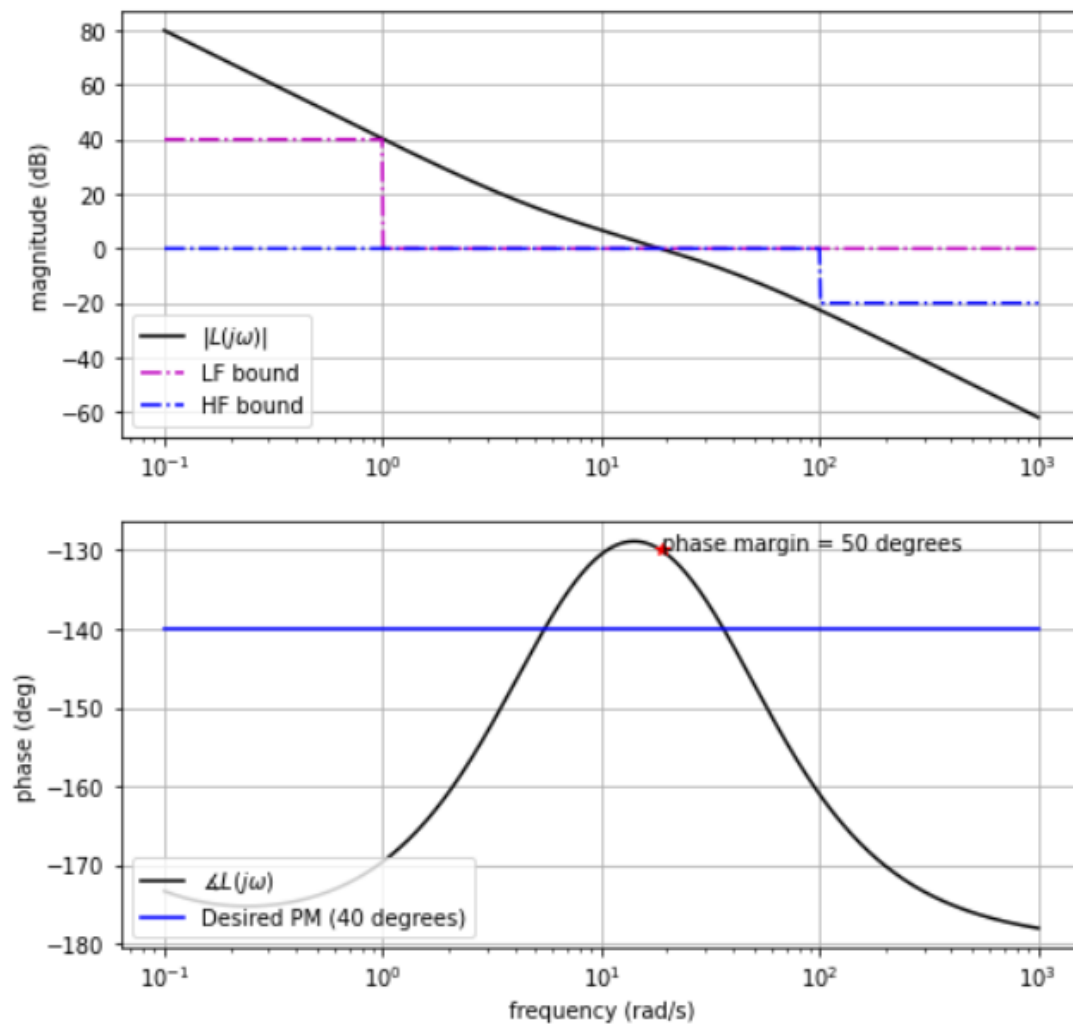
Python : ใช้ฟังก์ชัน `lshape()` ใน `ceb_m3.ipynb`

Julia : `ceb_m3.jl`

ตัวอย่างตัวควบคุมที่ผ่านเงื่อนไข (Python)

```
In [12]: C = 8000*(s+5)/(s+40)  
lshape(C,P, lf, lfb, hf, hfb,pm )
```

$L(j\omega)$ v.s. bounds



ตัวอย่างตัวควบคุมที่ผ่านเงื่อนไข (Julia)

Low freq = rad/s; Low freq bounds = dB

High freq = rad/s; High freq bounds = dB; Phase margin = degrees

$$C(s) = k \frac{p(s+z)}{z(s+p)}$$

k = ; p = ; z =

C(s) = k only ☐

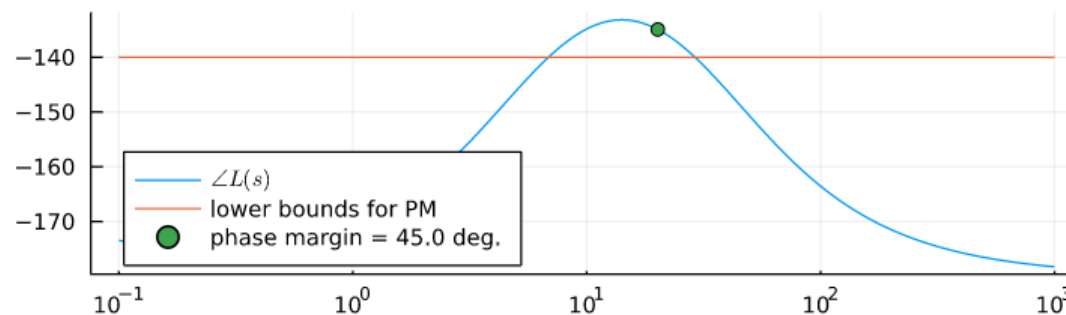
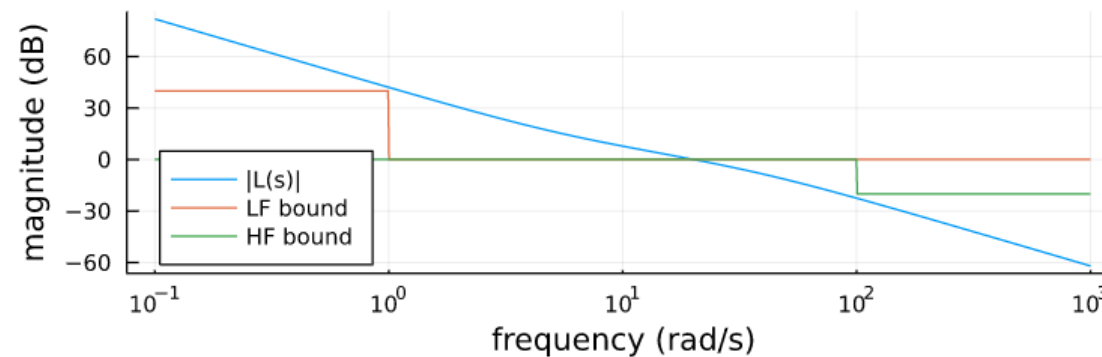
The resulting controller C(s) is

```
TransferFunction{Continuous, ControlSystems.S  
44507.119999999995s + 249284.37911999997
```

```
-----  
5.601s + 200.06771999999998
```

Continuous-time transfer function model

Bode plot of L(s) v.s. bounds

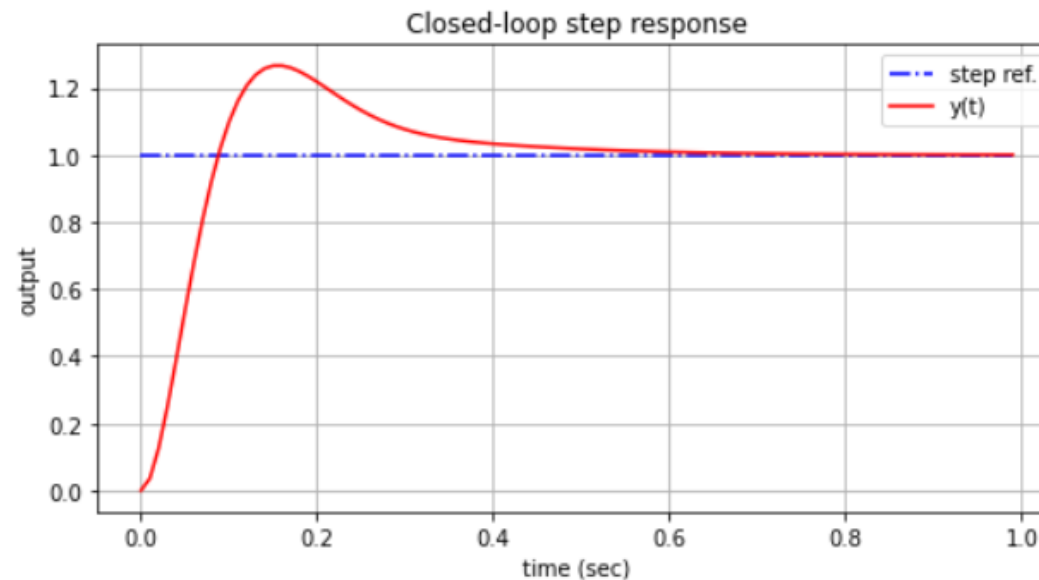


• `lshape(C, P, lf, lfb, hf, hfb, pm)`

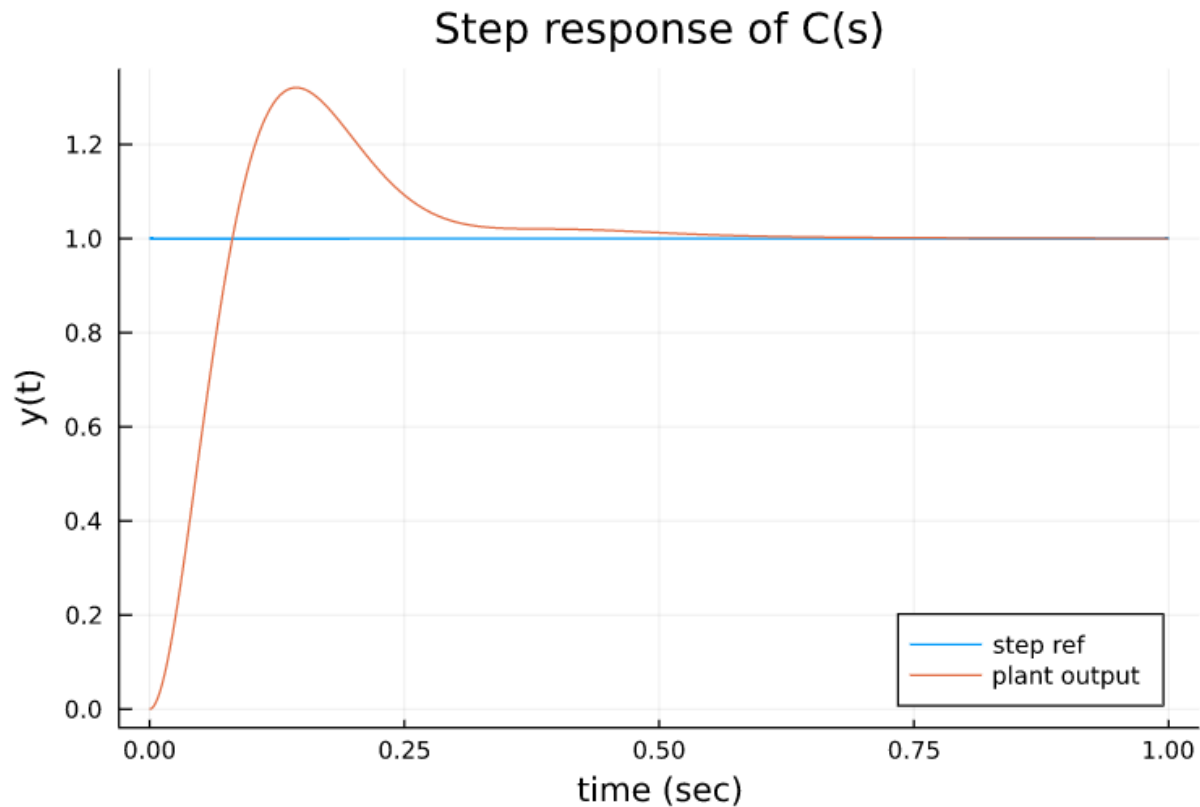
ผลตอบสนองขั้นบันได (python)

The closed-loop step response is simulated as follows.

```
In [8]: L = C*P
T = L/(1+L)
tvec = np.arange(0,1.0,0.01)
r = np.ones(tvec.shape)
tout, y = ctl.step_response(T,tvec)
plt.figure(figsize=(8,4))
plt.plot(tout,r,'b-.',tout,y,'r-')
plt.grid(True)
plt.xlabel('time (sec)')
plt.ylabel('output')
plt.legend(['step ref.', 'y(t)'])
plt.title('Closed-loop step response')
plt.show()
```

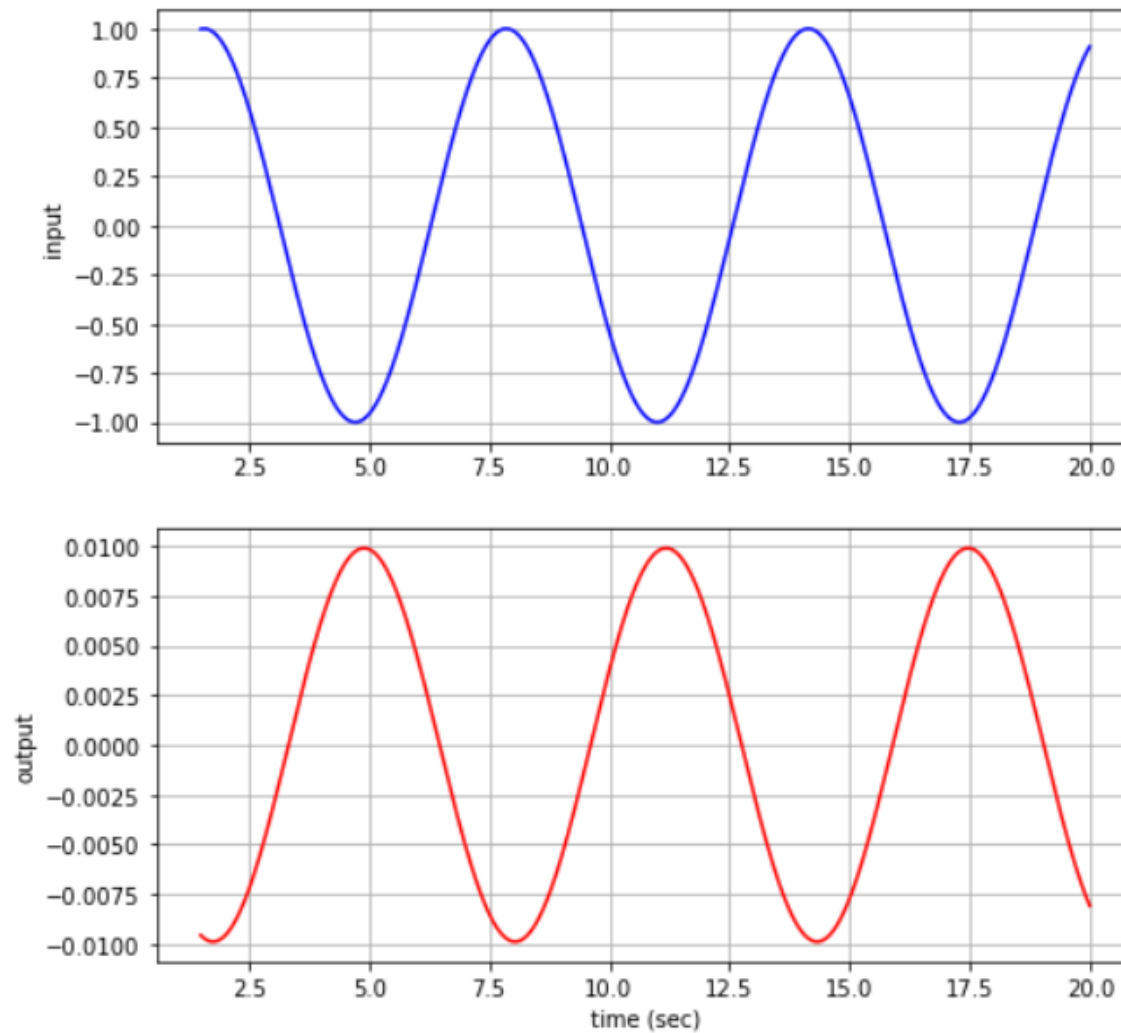


ผลตอบสนองขั้นบันได (Julia)



```
• begin
•     L = C*P
•     T = minreal(L/(1+L))
•     tvec1 = collect(Float64,0:0.001:1)
•     y1,t1,x1 = step(T,tvec1)
•     r1 = ones(size(t1))
•     plot(t1,r1, label="step ref")
•     plot!(t1,y1, label="plant output",xlabel="time (sec)",ylabel="y(t)",title="Step
response of C(s)",legend=:bottomright)
• end
```

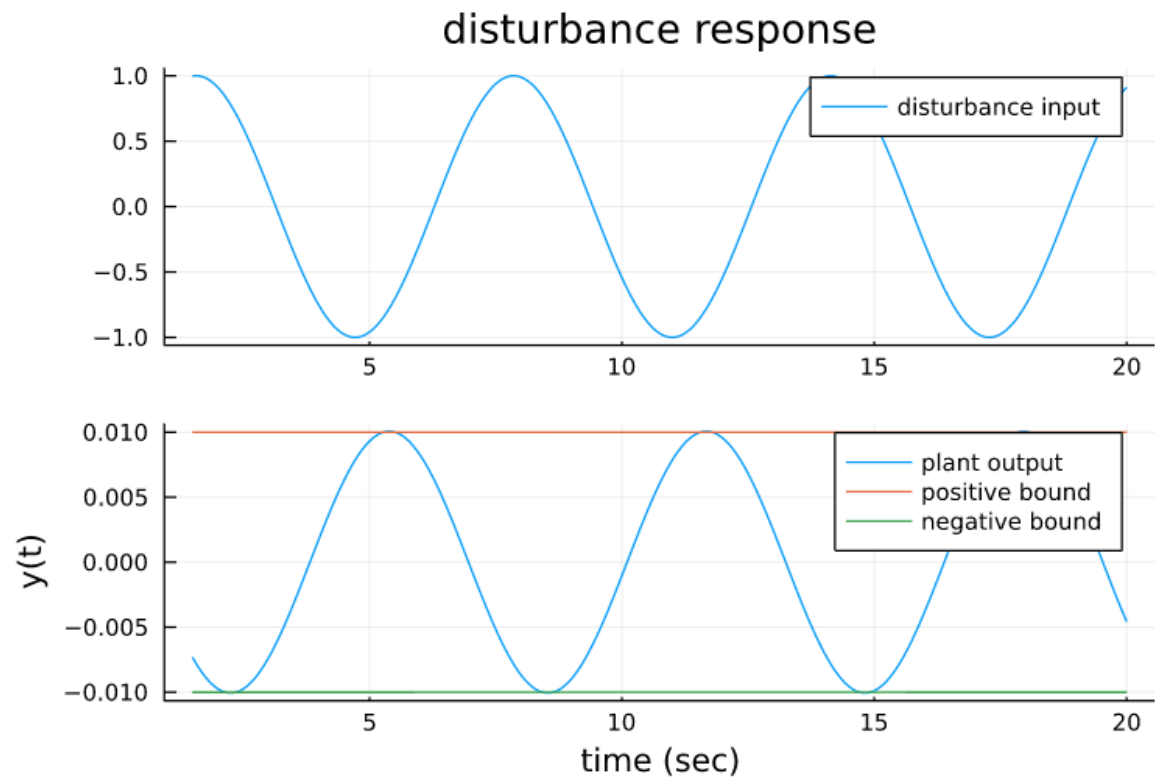
สมรรถนะการลดทอนการรบกวน d (python)



สมรรถนะการลดทอนการรบกวน d (Julia)

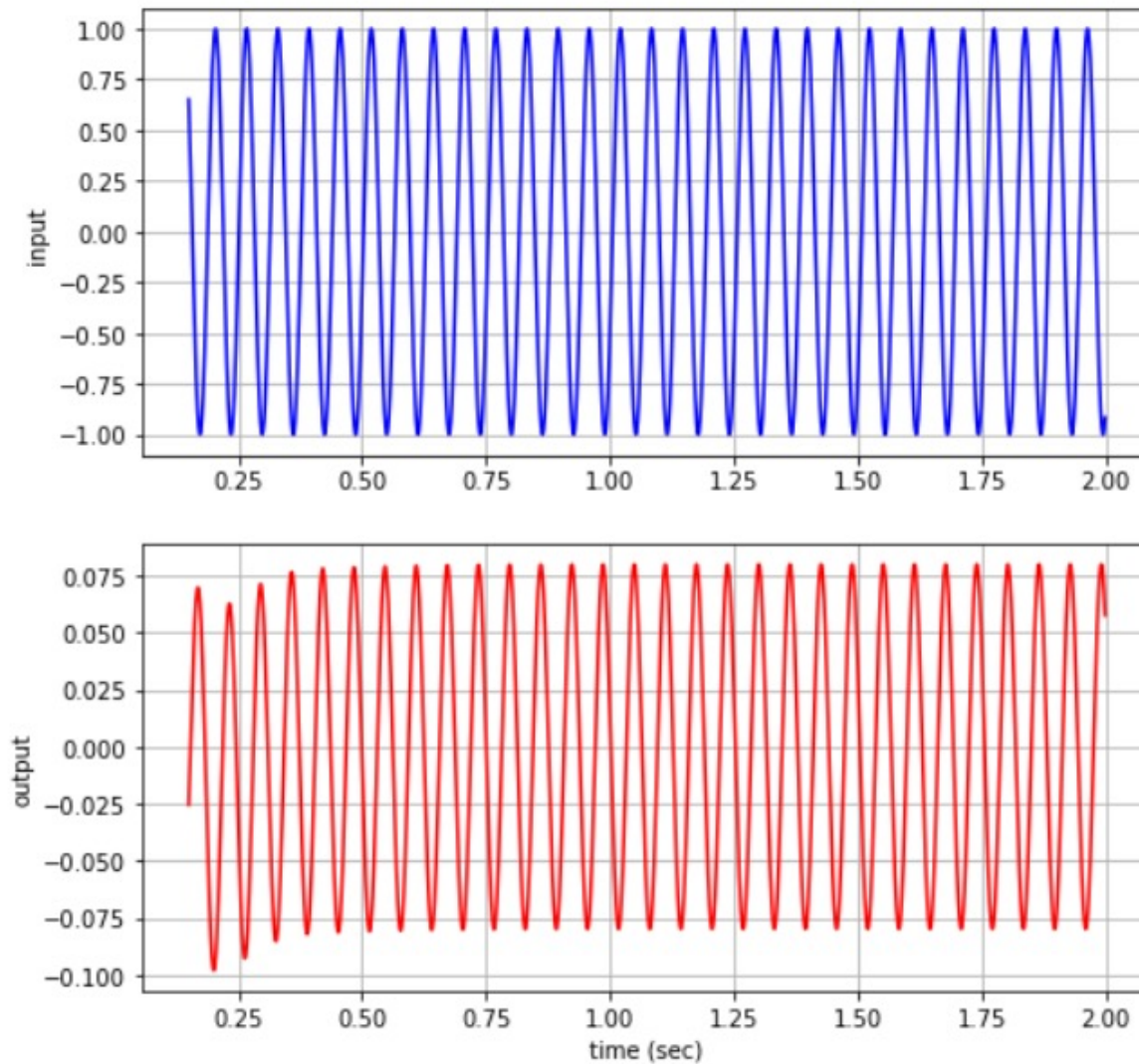
disturbance attenuation specs = 0.01

d(t) amplitude = ; d(t) frequency = rad/s; final time = sec



```
• begin
•   S = minreal(1/(1+L))
•   tvec2 = collect(Float64,0:0.01:t_final)
•   u2 = da*sin.(df*tvec2)
•   abnd = 0.01*da
•   plot_response(S,u2,tvec2,abnd,"disturbance")
• end
```

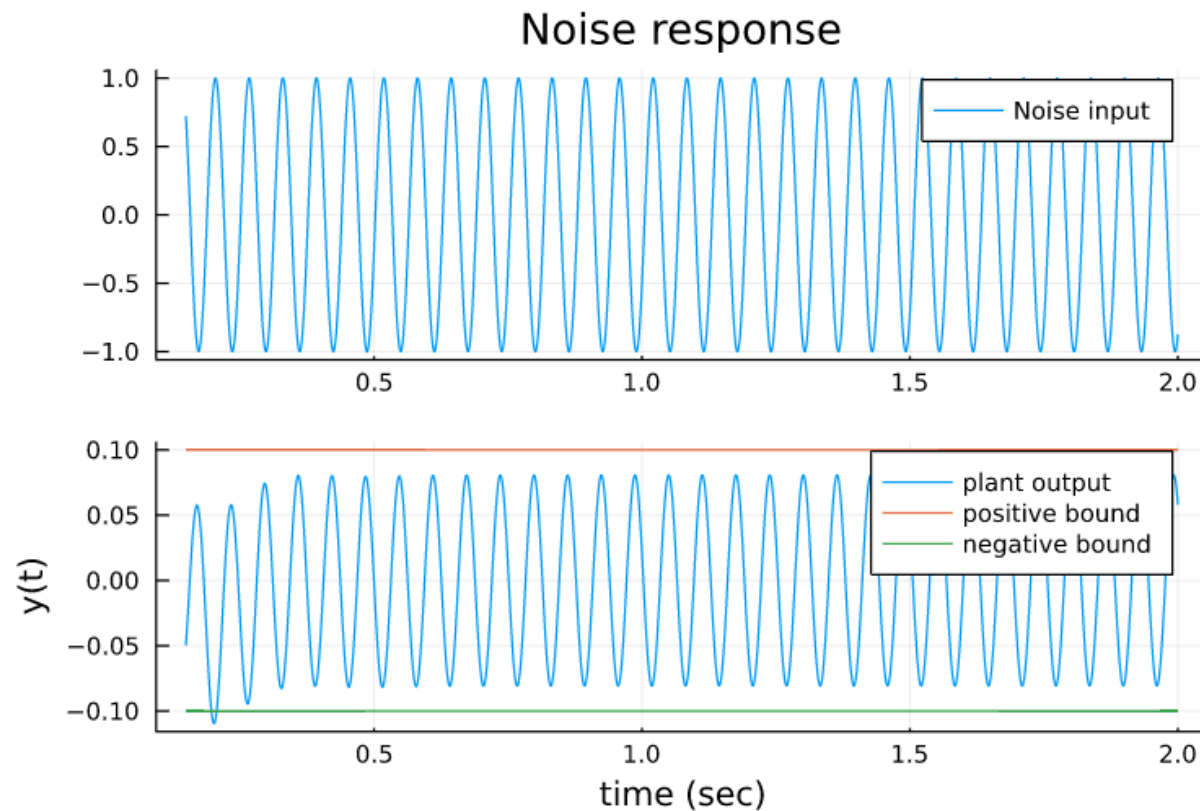
สมรรถนะการลดทอน noise (Python)



สมรรถนะการลดทอน noise (Julia)

noise attenuation specs = 0.1

n(t) amplitude = ; n(t) frequency = rad/s; final time = sec



```
• begin
•     tvec3 = collect(Float64,0:0.001:tn_final)
•     u3 = na*sin.(nf*tvec3)
•     nbnd = 0.1*na
•     plot_response(T,u3,tvec3,nbnd,"Noise")
• end
```

HW#3 : (2 สัปดาห์)

พลาเน็ตข้อต่อหุ่นยนต์ขับเคลื่อนโดยดีซีมอเตอร์

$$P(s) = \frac{1}{7s^2 + 0.05s}$$

ข้อกำหนดการออกแบบ

- ค่าแตกต่างการตามรอยในช่วงสถานะหนึ่งเป็นศูนย์
- ขนาดการรบกวนในย่านความถี่ต่ำกว่า 0.5 rad/s ถูกลดทอนเหลือน้อยกว่า 0.05
- ขนาดสัญญาณรบกวนจากการวัดในย่านความถี่สูงกว่า 80 rad/s ถูกลดทอนเหลือน้อยกว่า 0.15
- ระบบวงปิดเสถียร โดยมีค่าเฟสอย่างน้อย 50 องศา

เงื่อนไขสำหรับ Loopshaping

- $L(s)$ ต้องมี integrator สังเกตว่าสำหรับตัวอย่างนี้มี integrator อยู่ใน $P(s)$
- $|S(j\omega)| \leq ? \text{ dB} \rightarrow |L(j\omega)| \geq ? \text{ dB}$ ในช่วงความถี่ต่ำกว่า 3 rad/s
- $|T(j\omega)| \leq ? \text{ dB} \rightarrow |L(j\omega)| \leq ? \text{ dB}$ ในช่วงความถี่สูงกว่า 200 rad/s
- $L(j\omega)$ มีค่าเฟสอย่างน้อย 50 องศา

ใช้ HW3 notebook (Jupyter หรือ Pluto) โดยแสดง 1. ตัวควบคุมที่ออกแบบได้ 2. ผลตอบสนองความถี่ $L(j\omega)$ เทียบกับ bounds 3. ผลตอบสนองขั้นบันได (tracking) 4. การจัดการรบกวน (disturbance attenuation) 5. การขจัดสัญญาณรบกวนจากการวัด (noise attenuation) ทั้งหมดต้องแสดงให้เห็นว่าได้ตามข้อกำหนดทุกข้อ