

01211433 VISION AND CONTROL OF INDUSTRIAL ROBOTS

ดร.วโรดม ตู๋จินดา

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์

ม.เกษตรศาสตร์



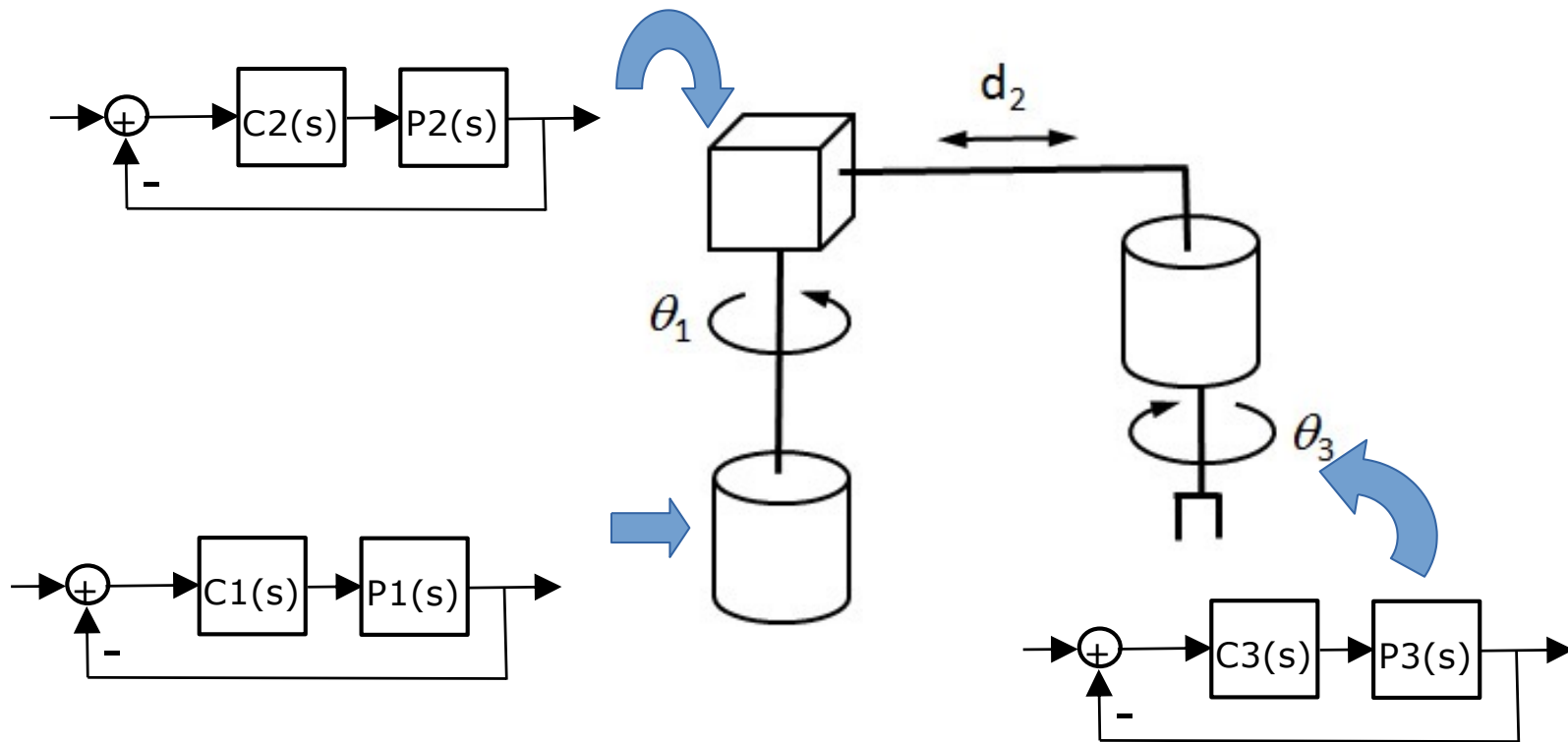
Lecture 2 : Independent Joint Dynamics & Feedback Control Basics

พลวัตข้อต่ออิสระและพื้นฐานการควบคุมป้อนกลับ

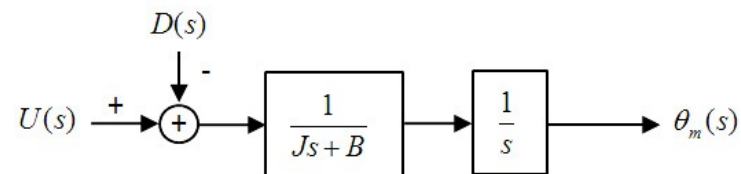
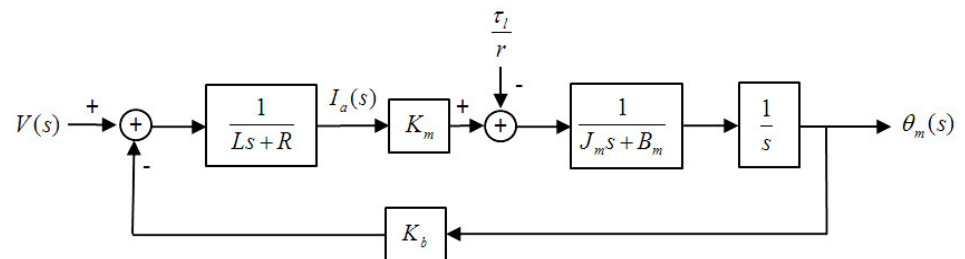
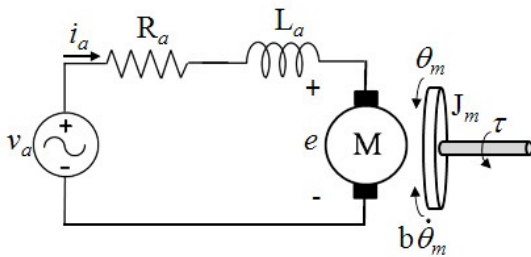
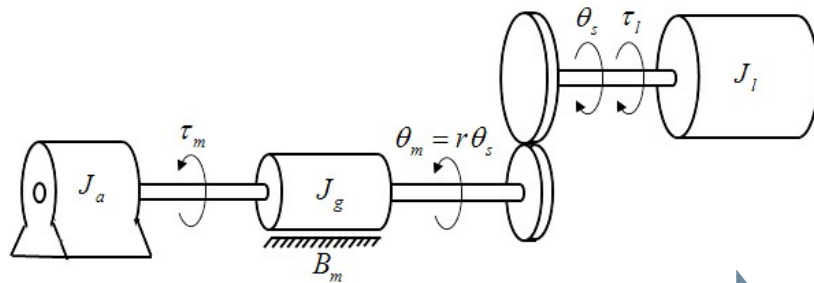
หัวข้อบรรยาย

- ฟังก์ชันถ่ายโอนของข้อต่ออิสระ
- ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดและวงปิด
- คุณสมบัติการป้อนกลับ
 - ▣ เสถียรภาพ (stability)
 - ▣ สมรรถนะ (performance)
 - การตามรอย (tracking)
 - การลดทอนการรบกวน (disturbance attenuation)
- เงื่อนไขบังคับเชิงพีชคณิต (Algebraic Constraints)

พื้นฐานการควบคุมแบบข้อต่ออิสระ



ฟังก์ชันถ่ายโอนของข้อต่ออิสระ



$$P(s) = \frac{1}{s(Js + B)}$$

รายละเอียดใน ceb_m1.ipynb

Python Libraries used

Requirement : Python 3 with Python control systems library

Execute the commands below to install Python control systems library in Colab

```
In [ ]: !pip install slycot
```

```
In [ ]: !pip install control
```



For Colab user

```
In [1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import control as ctl
```

Install ControlSystems package for Julia

```
dewdotninja — julia — 80x19
Last login: Mon Jul 12 10:32:26 on ttys000
exec '/Applications/Julia-1.6.app/Contents/Resources/julia/bin/julia'
(base) dewdotninja@DrVarodoms-Mini ~ % exec '/Applications/Julia-1.6.app/Contents/Resources/julia/bin/julia'

Documentation: https://docs.julialang.org
Type "?" for help, "?" for pkg help
Version 1.6.0 Official http://julialang.org/

Pluto.jl

[julia> using Pkg
[julia> Pkg.add("ControlSystems")
```

• `using ControlSystems`

• *Enter cell code...*

Links



- Python :

- https://github.com/dewdotninja/control_python

- Julia :

- https://dewdotninja.github.io/julia/control/julia_control.html

Module 2 : Feedback Properties

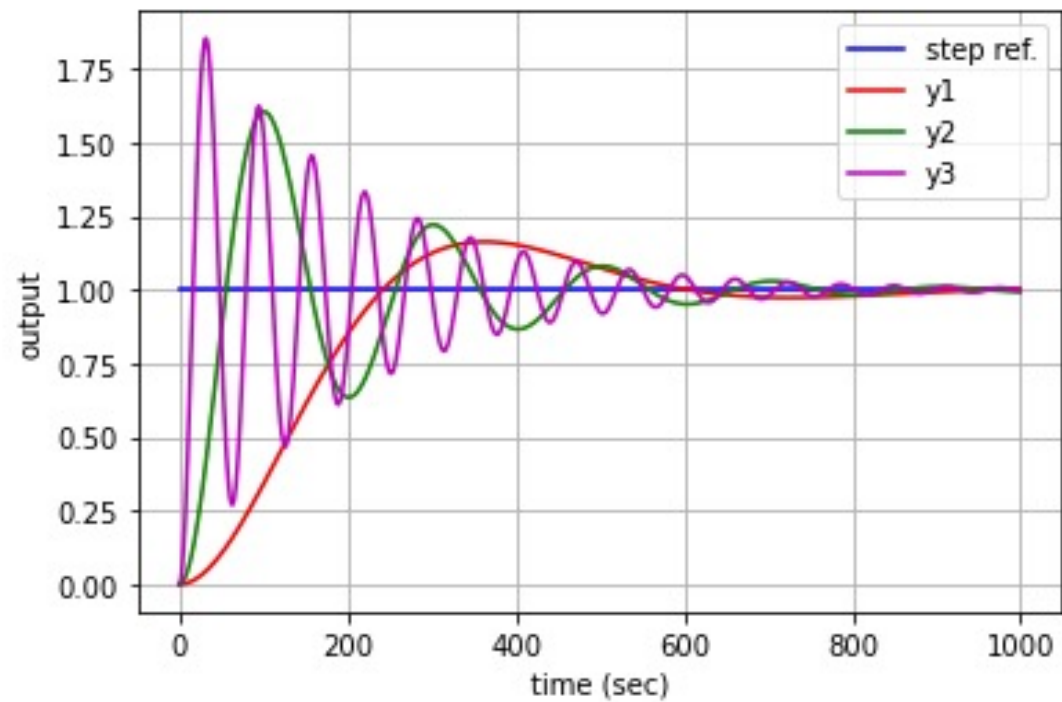
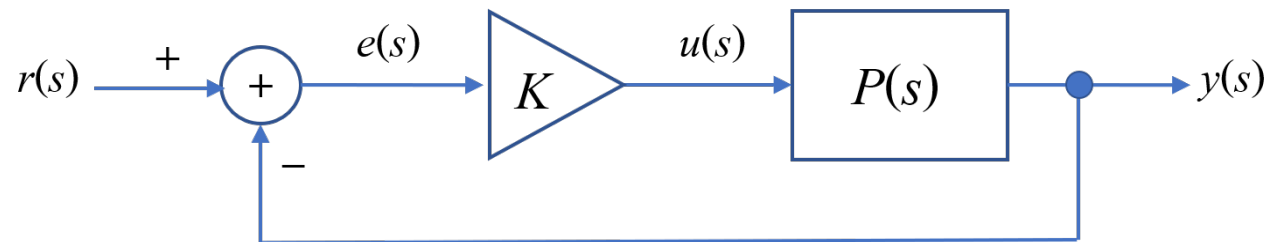
ceb_m2.ipynb



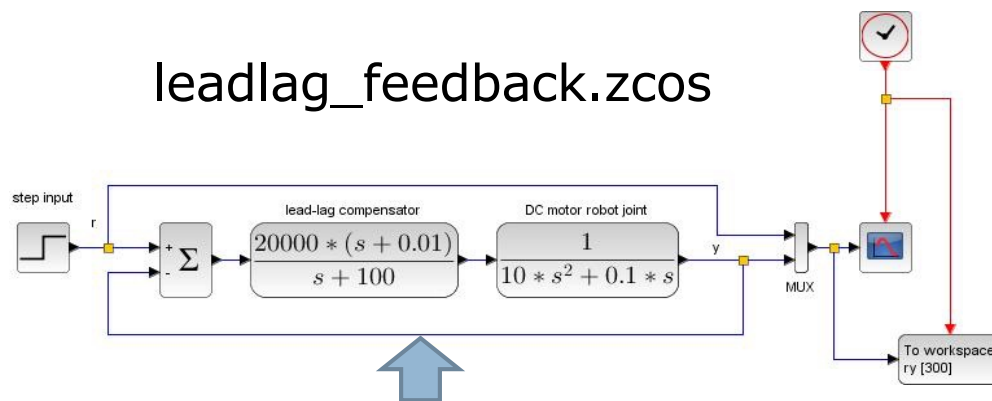
Module Key Study Points

- The benefits of feedback
- Step response and tracking performance
- Stability judgment from transfer function pole locations
- Root-locus plot
- Disturbance attenuation performance

การป้อนกลับสัดส่วน

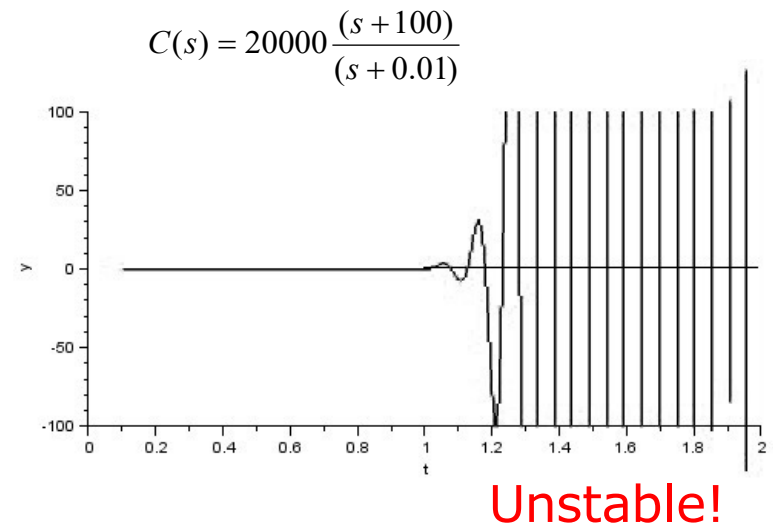
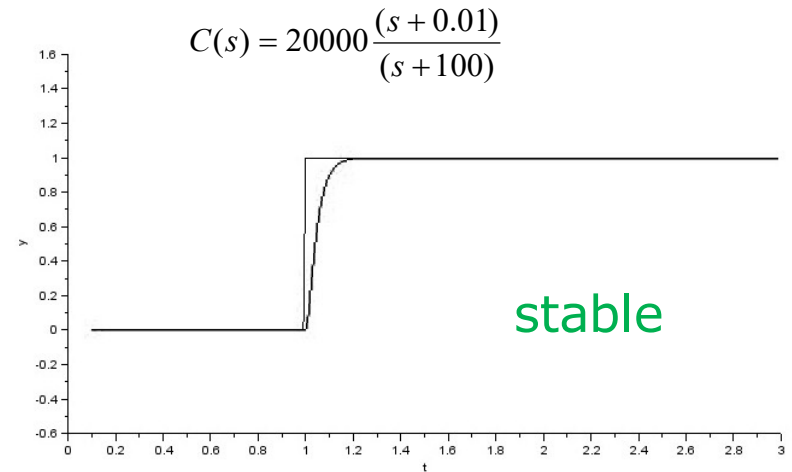


ตัวควบคุมเชิงเส้น (linear controllers)

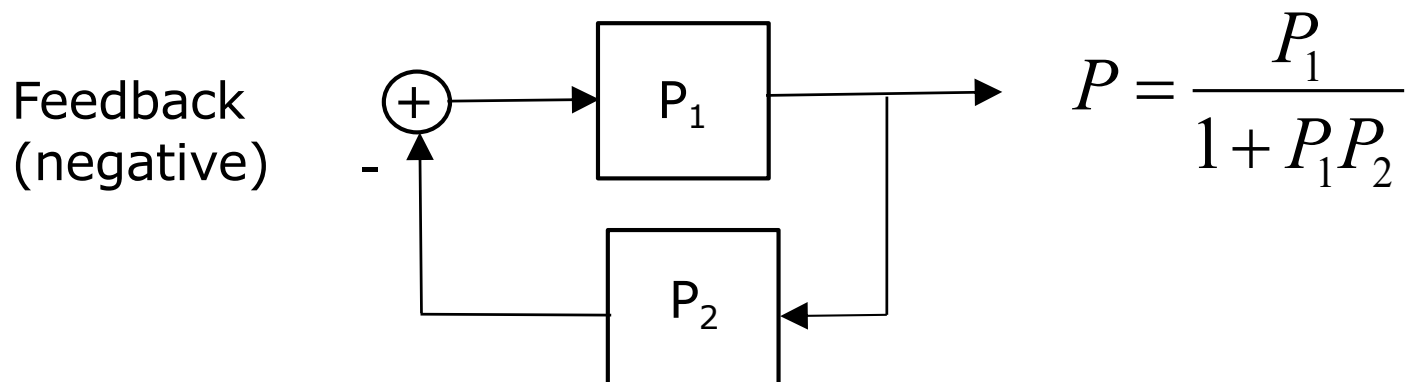
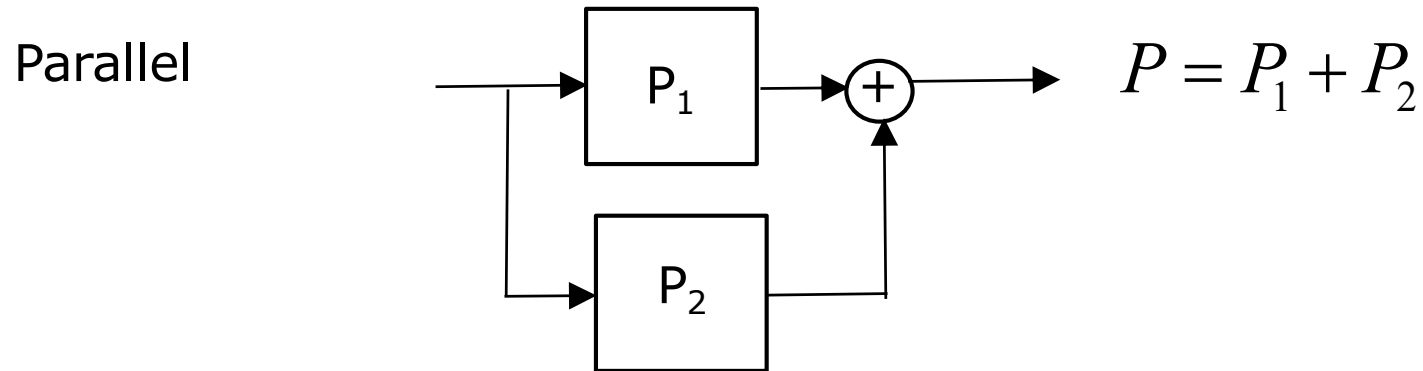
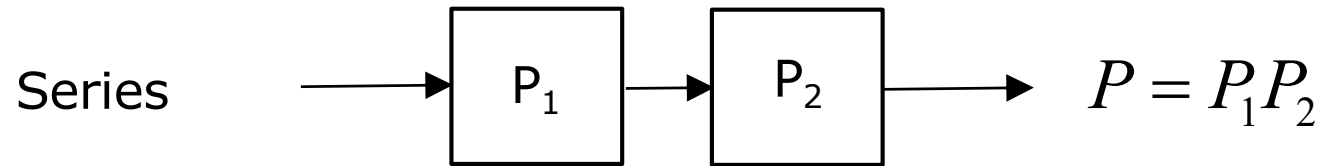


$$C(s) = K \frac{(s + z)}{(s + p)}$$

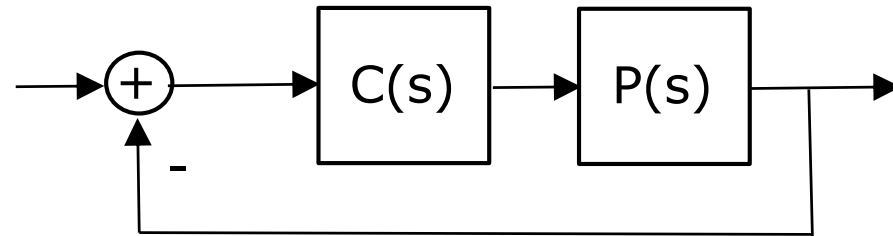
Python version in [ceb_m2.ipynb](#)



การลดทอนแผนภาพบล็อก (block diagram reduction)



นิยามฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดและวงปิด



ฟังก์ชันวง :

Loop t.f. $L(s) = C(s)P(s)$

ฟังก์ชันความไว :

Sensitivity t.f. $S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}$

ฟังก์ชันเติมเต็มความไว :

Complementary sensitivity t.f. $T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}$

การสร้างโดย Python Control Library

```
In [5]: s=ctl.tf('s')
P = 1/(10*s**2+0.1*s)
C = 20000*(s+0.01)/(s+100)
L = C*P
L
```

Out[5]:
$$\frac{2 \times 10^4 s + 200}{10s^3 + 1000s^2 + 10s}$$

```
In [6]: S = 1/(1+L)
S
```

Out[6]:
$$\frac{10s^3 + 1000s^2 + 10s}{10s^3 + 1000s^2 + 2.001 \times 10^4 s + 200}$$

```
In [9]: T=1-S
T
```

Out[9]:
$$\frac{2 \times 10^4 s + 200}{10s^3 + 1000s^2 + 2.001 \times 10^4 s + 200}$$

Exercise:

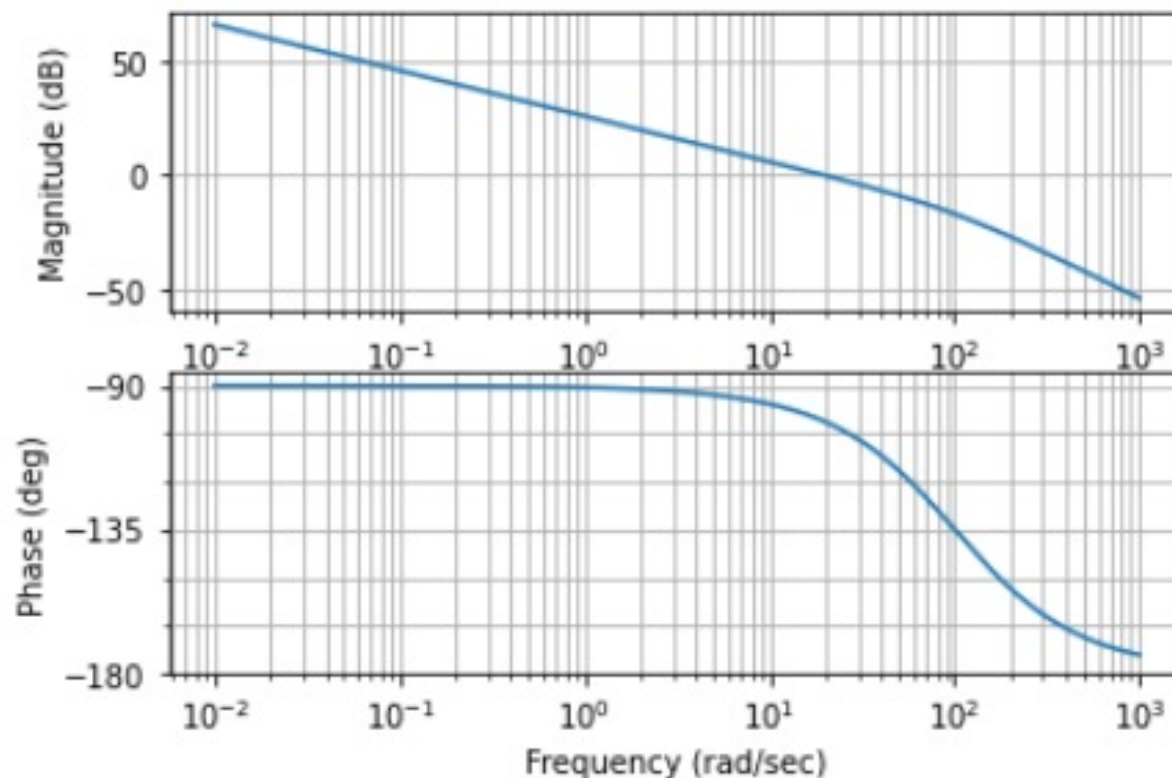
พล็อตแผนภาพโพลเดซของ

L, S, T

ตัวอย่าง Bode plot ของ $L(s)$

Python

```
In [21]: _,_,_ = ctrl.bode_plot(L,dB=True,omega_limits=(0.01,1000))
```



การสร้างโดย Julia

```
• using ControlSystems
```

```
TransferFunction{Continuous, ControlSystems.SisoRational{Float64}}  
  20000.0s + 200.0
```

```
-----  
10.0s^3 + 1000.1s^2 + 10.0s
```

Continuous-time transfer function model

```
• begin  
  s = tf("s")  
  P = 1/(10s^2+0.1s)  
  C = 20000(s+0.01)/(s+100)  
  L = C*P  
• end
```

```
S = TransferFunction{Continuous, ControlSystems.SisoRational{Float64}}  
  10.0s^3 + 1000.1s^2 + 10.0s
```

```
-----  
10.0s^3 + 1000.1s^2 + 20010.0s + 200.0
```

Continuous-time transfer function model

```
• S = 1/(1+L)
```

```
S1 = TransferFunction{Continuous, ControlSystems.SisoRational{Float64}}  
  1.0s^2 + 100.0s
```

```
-----  
1.0s^2 + 100.000000000000009s + 2000.00000000000018
```

Continuous-time transfer function model

```
• S1 = minreal(S)
```

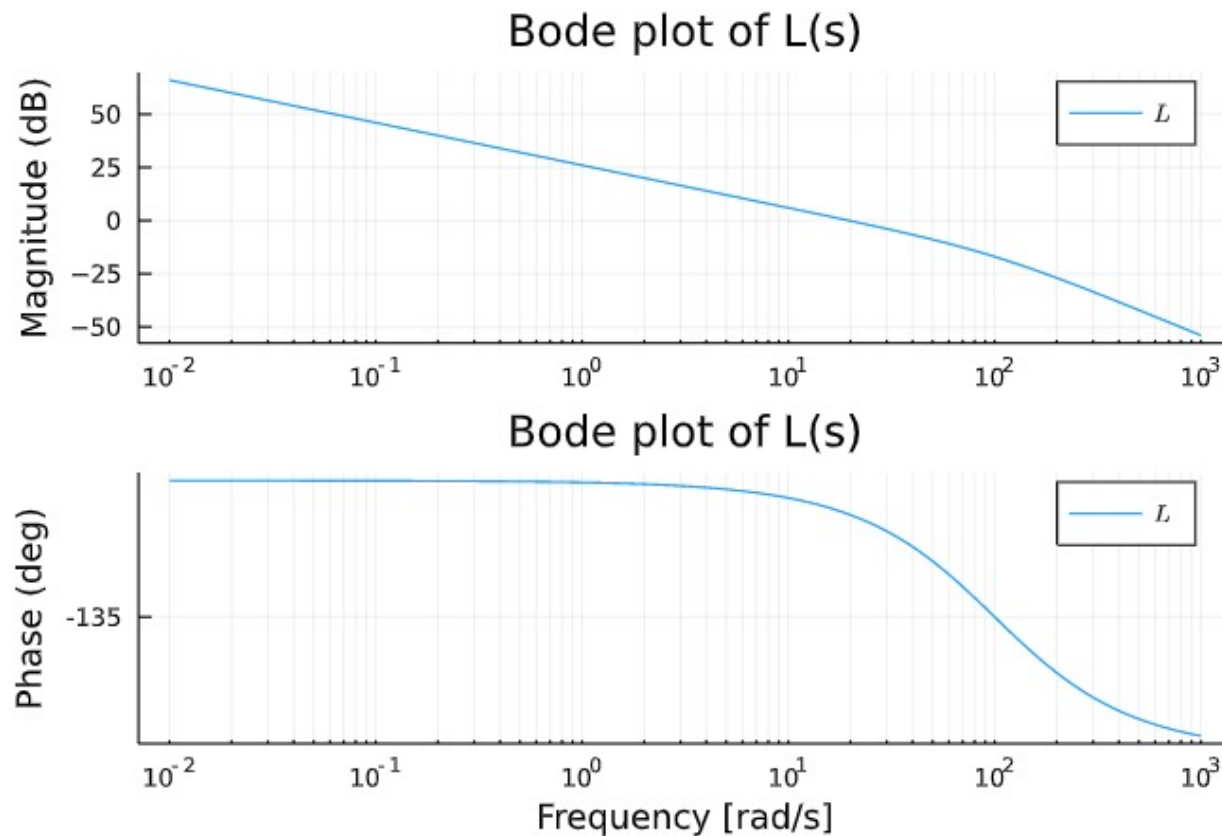
Exercise:

พล็อตแผนภาพโพลเดของ

L, S, T

ตัวอย่าง Bode plot ของ $L(s)$

Julia



```
• begin
•     setPlotScale("dB")
•     w = exp10.(LinRange(-2,3,2000))
•     fig = bodeplot(L,w; title="Bode plot of L(s)", label="\$L\$")
• end
```

เสถียรภาพของระบบป้อนกลับ

- คุณสมบัติการป้อนกลับ

- ▣ เสถียรภาพ (stability)

- ▣ สมรรถนะ (performance)

- การตามรอย (tracking)

- การลดทอนการรบกวน (disturbance attenuation)

โพล (poles) และซีโร (zeros) ของฟังก์ชันถ่ายโอน

Roots ของ numerator คือ zeros

Ex. $P(s) = \frac{s + 0.5}{10s^2 + 0.1s + 1}$

Roots ของ denominator คือ poles

Python

```
In [2]: s=ctl.tf('s')
P = (s+0.5)/(10*s**2+0.1*s+1)
P
```

```
Out[2]: 
$$\frac{s + 0.5}{10s^2 + 0.1s + 1}$$

```

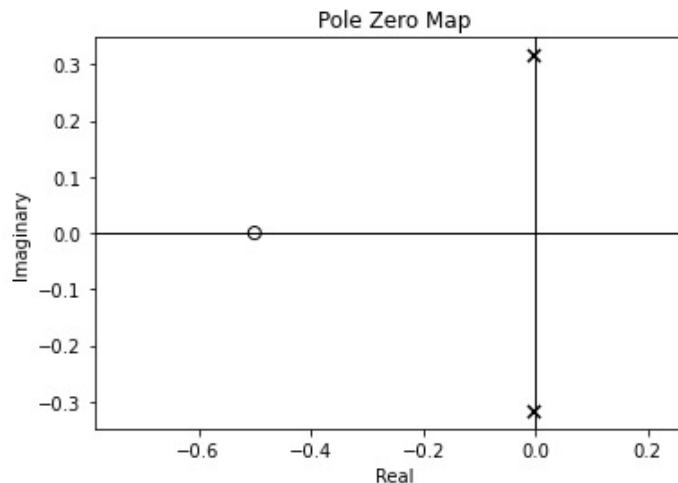
```
In [3]: num = [1, 0.5]
den = [10, 0.1, 1]
P = ctl.tf(num,den)
P
```

```
Out[3]: 
$$\frac{s + 0.5}{10s^2 + 0.1s + 1}$$

```

```
In [4]: ctl.pzmap(P)
```

```
Out[4]: (array([-0.005+0.31618824j, -0.005-0.31618824j]), array([-0.5]))
```



โพล (poles) และซีโร (zeros) ของฟังก์ชันถ่ายโอน

Julia

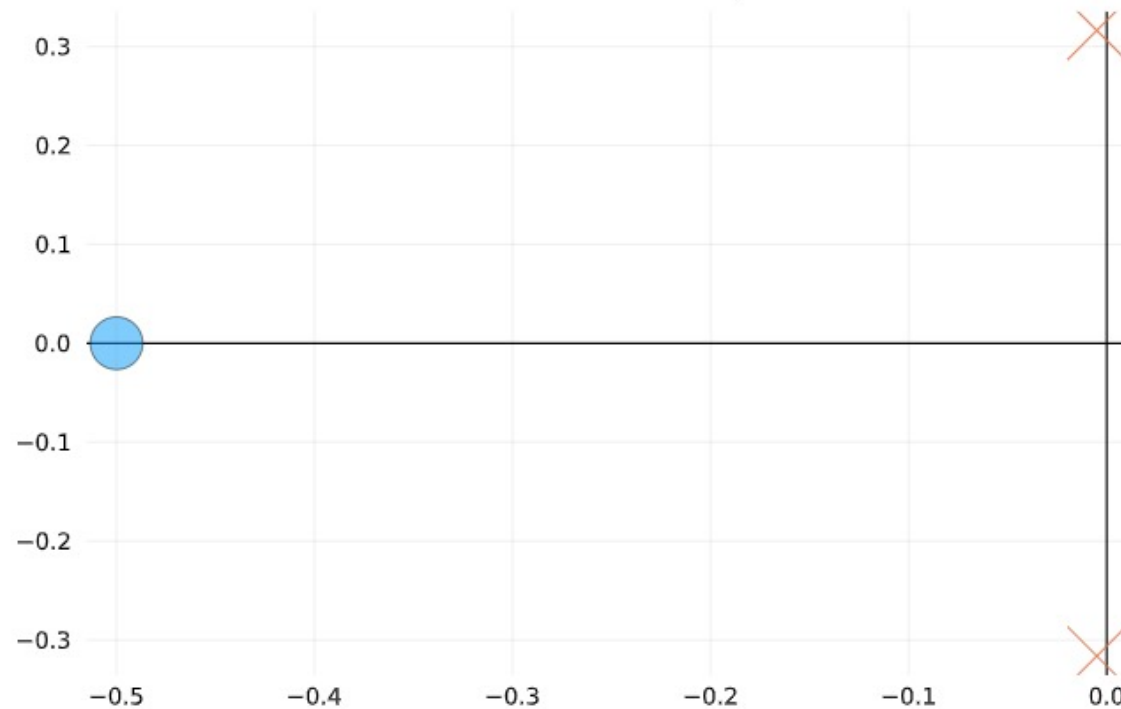
```
TransferFunction{Continuous, ControlSystems.SisoRational{Float64}}  
  1.0s + 0.5  
-----  
10.0s^2 + 0.1s + 1.0
```

Continuous-time transfer function model

```
• begin  
•   s = tf("s")  
•   P1 = (s+0.5)/(10s^2 + 0.1s + 1)  
• end
```

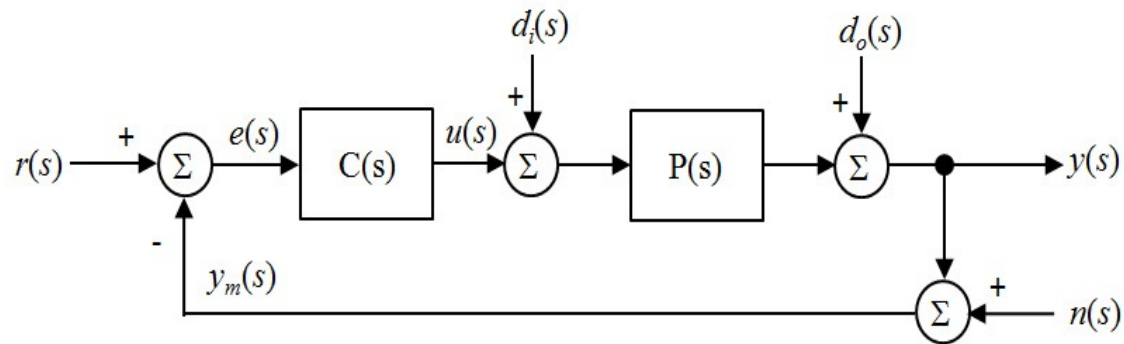
5.1 ms

Pole-zero map



```
• pzmap(P1)
```

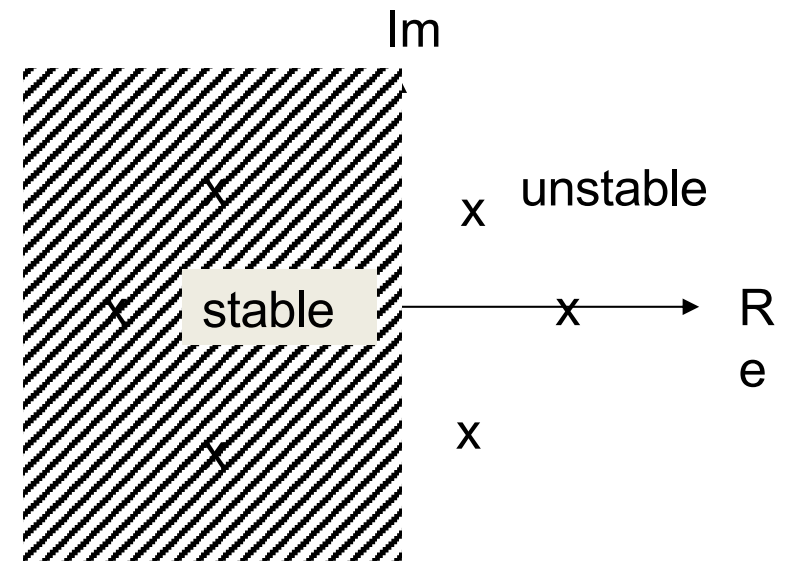
การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบป้อนกลับ SISO



ตรวจสอบ **poles** ของฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิด **S** หรือ **T** ว่าอยู่ทางด้านซ้ายของระนาบเชิงซ้อนหรือไม่?

Stable: โพลทุกตัวต้องอยู่ด้านซ้ายของระนาบ

Unstable: มีโพลอย่างน้อยหนึ่งตัวอยู่ทางด้านขวาของระนาบ



ตัวอย่าง (Scilab)

```
-->s=poly(0,'s');  
-->P=syslin('c',1/(10*s^2+0.1*s));  
-->C=syslin('c',20000*(s+0.01)/(s+100));  
-->L=C*P;  
-->T=L/(1+L)  
T =  
  
      2000  
-----  
      2  
2000 + 100s + s  
  
-->roots(T.den)  
ans =  
  
- 72.36068  
- 27.63932
```

Stable

```
-->P=syslin('c',1/(10*s^2+0.1*s));  
-->C=syslin('c',20000*(s+100)/(s+0.01));  
-->L=C*P;  
-->T=L/(1+L)  
T =  
  
      200000 + 2000s  
-----  
      2      3  
200000 + 2000.0001s + 0.02s + s  
  
-->roots(T.den)  
ans =  
  
23.618224 + 60.616881i  
23.618224 - 60.616881i  
- 47.256447
```

Unstable

ตัวอย่าง (Python)

```
In [1]: import control as ctl
```

```
In [7]: s = ctl.tf("s")
P = 1/(10*s**2 + 0.1*s)
C1 = 20000*(s+0.01)/(s+100)
L = C1*P
T = L/(1+L)
T = ctl.minreal(T)
T
```

4 states have been removed from the model

```
Out[7]: 
$$\frac{2000}{s^2 + 100s + 2000}$$

```

```
In [8]: ctl.pole(T)
```

```
Out[8]: array([-72.36067977, -27.63932023])
```

```
In [9]: s = ctl.tf("s")
P = 1/(10*s**2 + 0.1*s)
C2 = 20000*(s+100)/(s+0.01)
L = C2*P
T = L/(1+L)
T = ctl.minreal(T)
T
```

3 states have been removed from the model

```
Out[9]: 
$$\frac{2000s + 2 \times 10^5}{s^3 + 0.02s^2 + 2000s + 2 \times 10^5}$$

```

```
In [10]: ctl.pole(T)
```

```
Out[10]: array([ 23.61822354+60.61688114j,  23.61822354-60.61688114j,
                -47.25644708 +0.j          ])
```

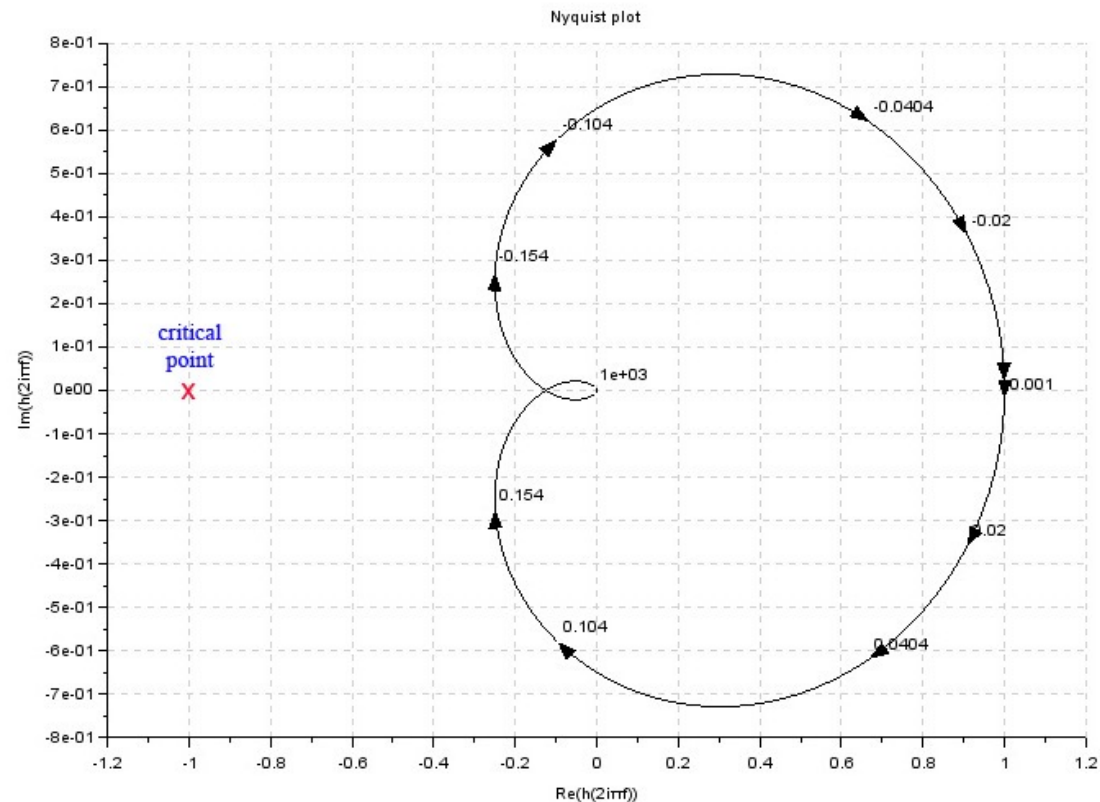
Stable

Unstable

การตรวจสอบเสถียรภาพจาก Nyquist Plot

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

```
-->P = syslin('c',1/(1+s)^3)
P =
      1
-----
      2      3
1 + 3s + 3s + s
-->nyquist(P)
```



use `ctl.nyquist_plot(P)` in Python

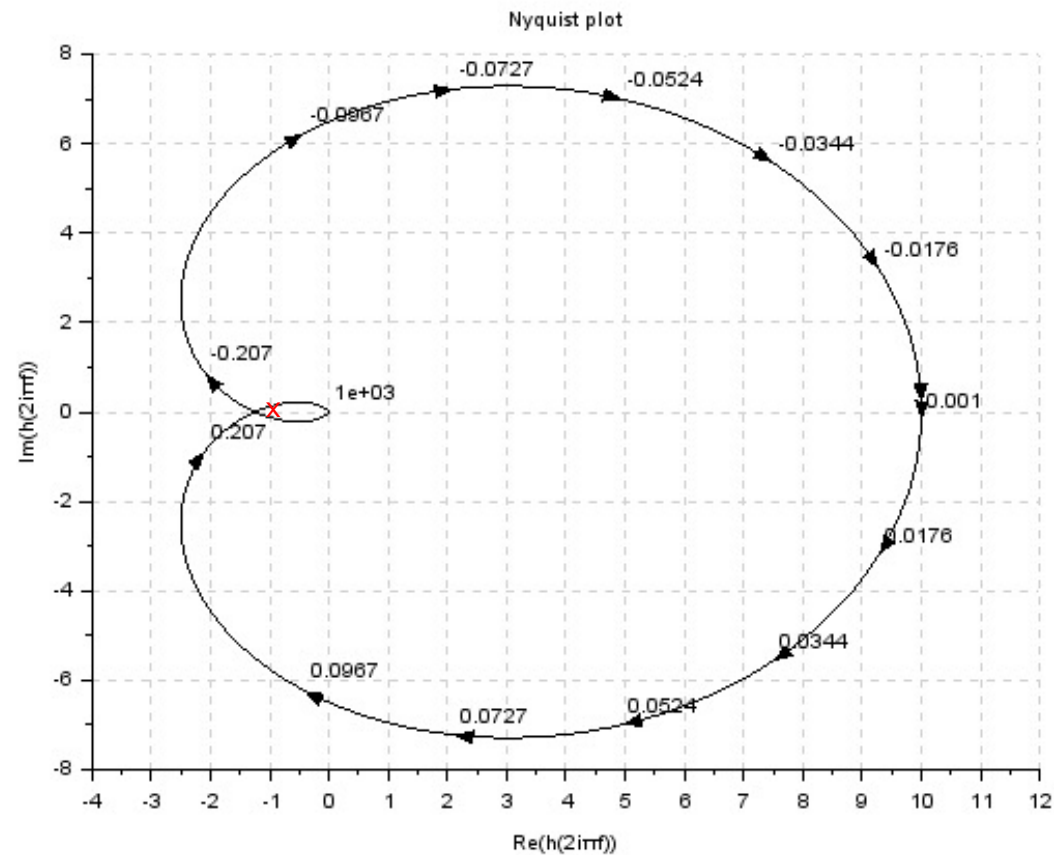
In Julia

```
w = LinRange(1,100,1000)
nyquistplot(P,w)
```


Nyquist Plot ของระบบไม่เสถียร

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

```
-->P = syslin('c',1/(1+s)^3)
P =
      1
-----
      2      3
1 + 3s + 3s + s
-->nyquist(10*P)
```

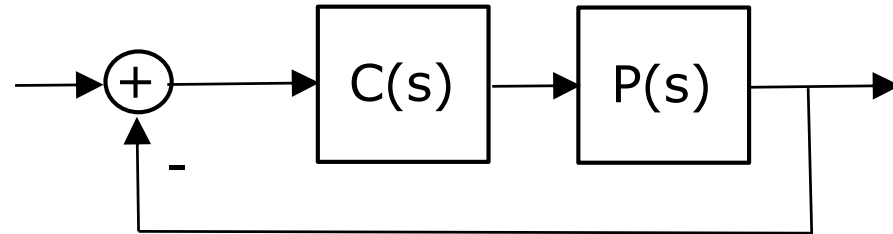


Exercise 2.1 :

กำหนดให้

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

$$C(s) = 7 + \frac{1}{s}$$



ระบบป้อนกลับ stable หรือไม่?

วิธีการที่ทำได้:

1. ตรวจสอบโพลของ T (หรือ S)
2. จำลองผลตอบสนองของระบบวงปิด เช่นผลตอบสนองขั้นบันได
3. ตรวจสอบ nyquist plot ของ L(s)

วิธี Root Locus

Scilab code

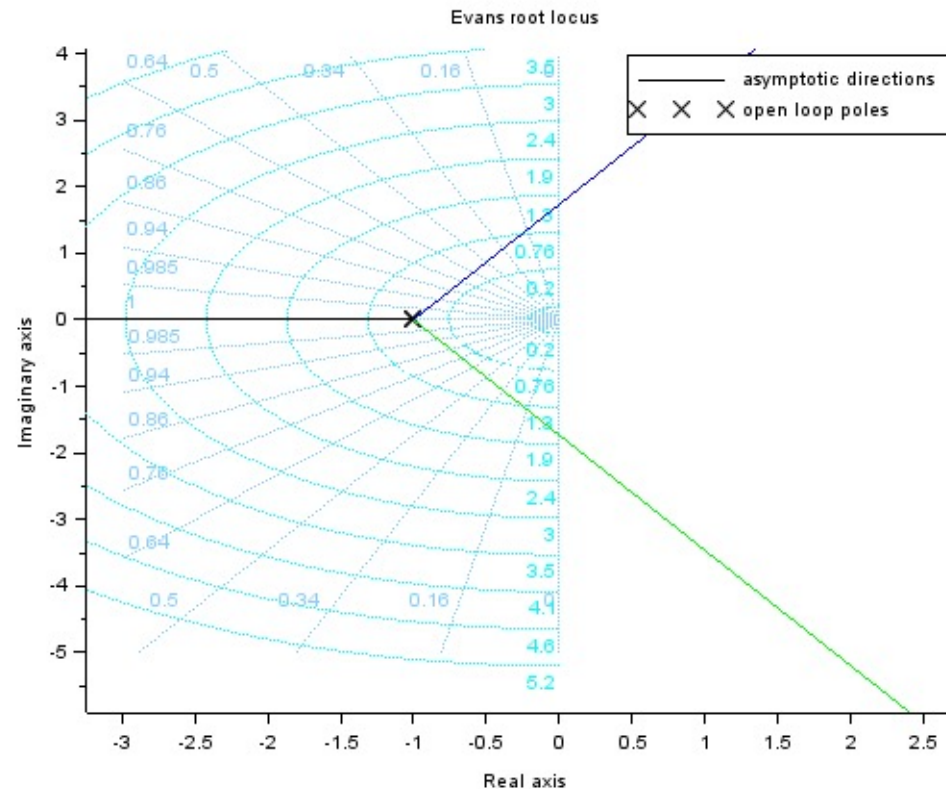
```
-->evans (P)

-->sgrid

-->[kmax,s]=kpure (P)
s =
    1.7320508i
kmax =
    8.
```

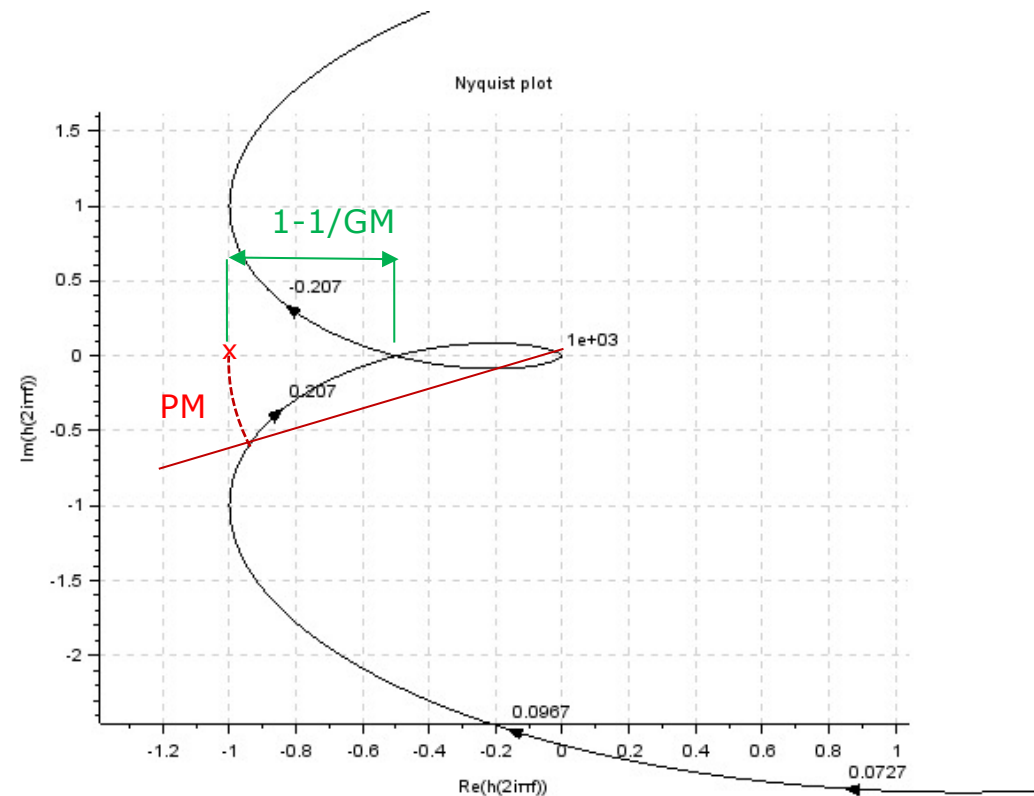


เมื่อเพิ่มอัตราขยายมากกว่า 8 จะทำให้
ระบบป้อนกลับเสียเสถียรภาพ

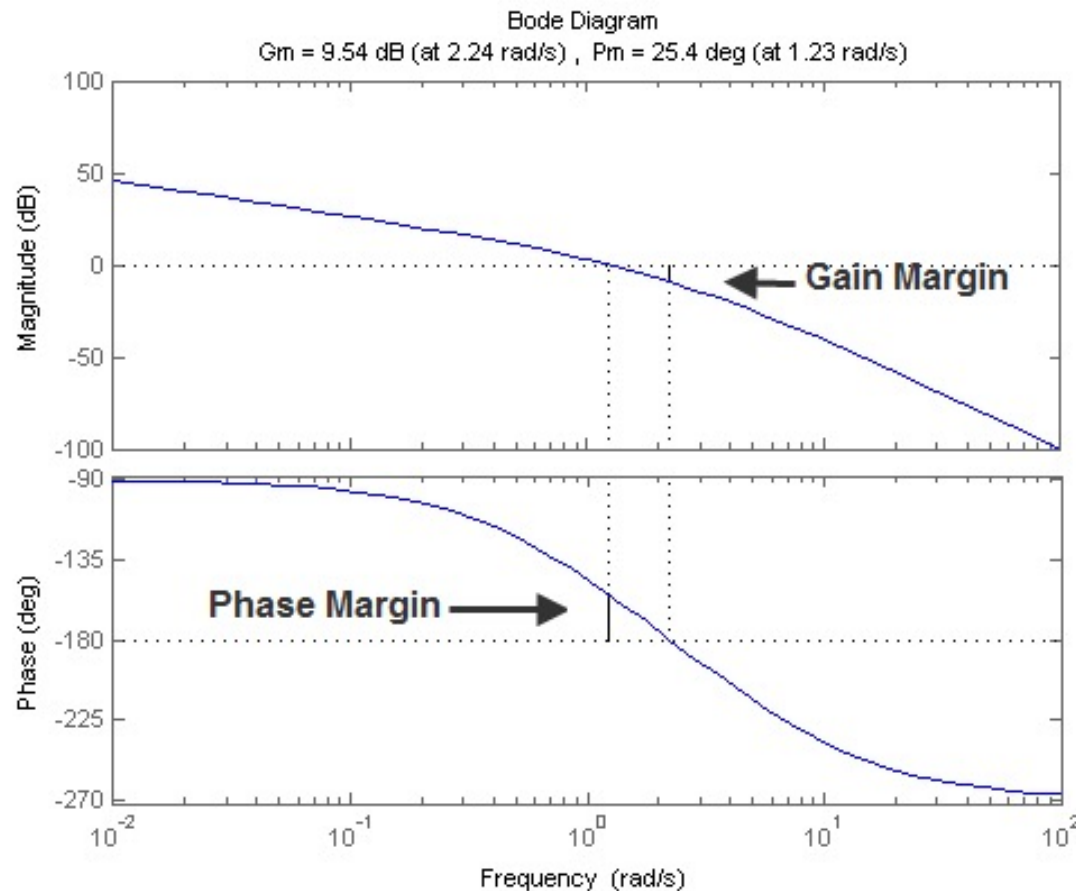


ค่าเพื่อเสถียรภาพ (stability margins)

- ค่าเพื่ออัตราขยาย (gain margin)
- ค่าเพื่อเฟส (phase margin)



Gain and phase margin in Bode plot

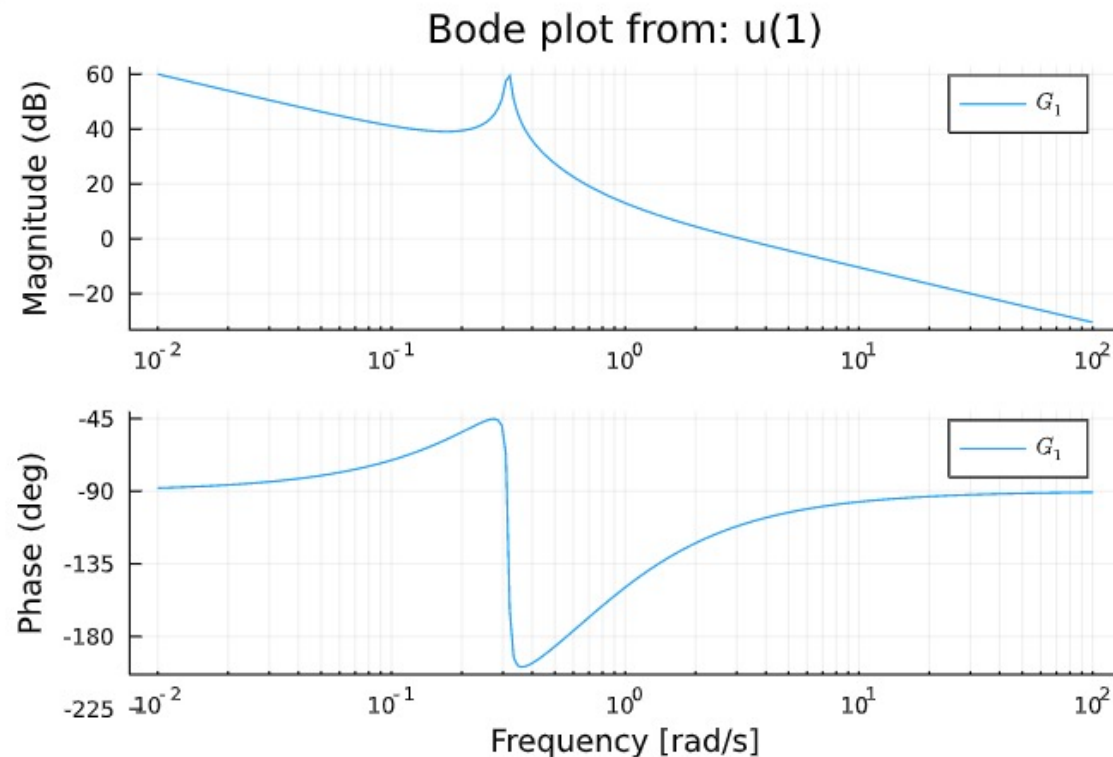


<https://la.mathworks.com/help/sldo/ug/frequency-domain-design-requirements-gui.html>

margin() ใน Julia

```
► (1×1 Matrix{Float64}::, 1×1 Matrix{Float64}::, 1×1 Matrix{Float64}::, 1×1 Matrix{Float64}::  
0.327748 0.00199509 3.13828 69.1389
```

```
• begin  
•   #s = tf("s")  
•   Psys = (s+0.5)/(10s^2 + 0.1s + 1)  
•   Csys = 30 + 20/s  
•   Lsys = Csys*Psys  
•   wgm, g_margin, wpm_ph_margin = margin(Lsys)  
• end
```



```
• bodeplot(Lsys)
```

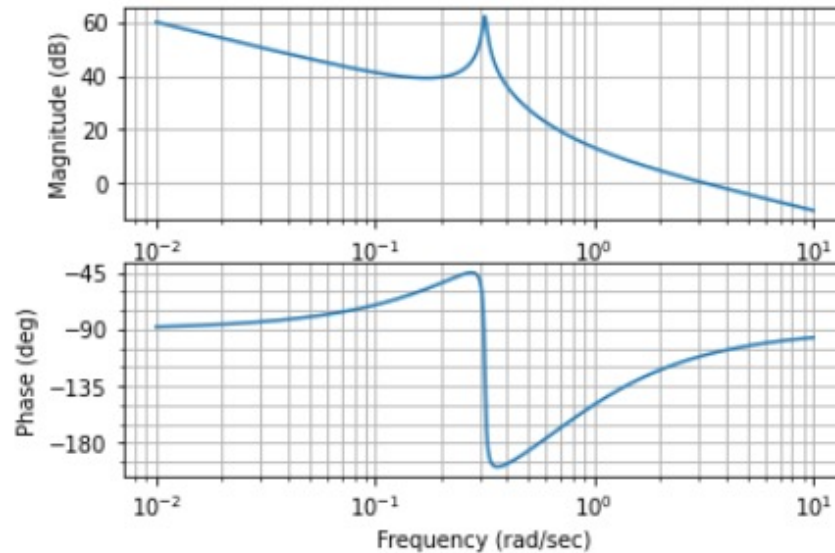
Question :
Is this system
stable or not?

control.margin() ใน Python

```
In [24]: Psys = (s+0.5)/(10*s**2 + 0.1*s + 1)
         Csys = 30 + 20/s
         Lsys = Csys*Psys
         ctl.margin(Lsys) # gm, pm, wgm, wpm
```

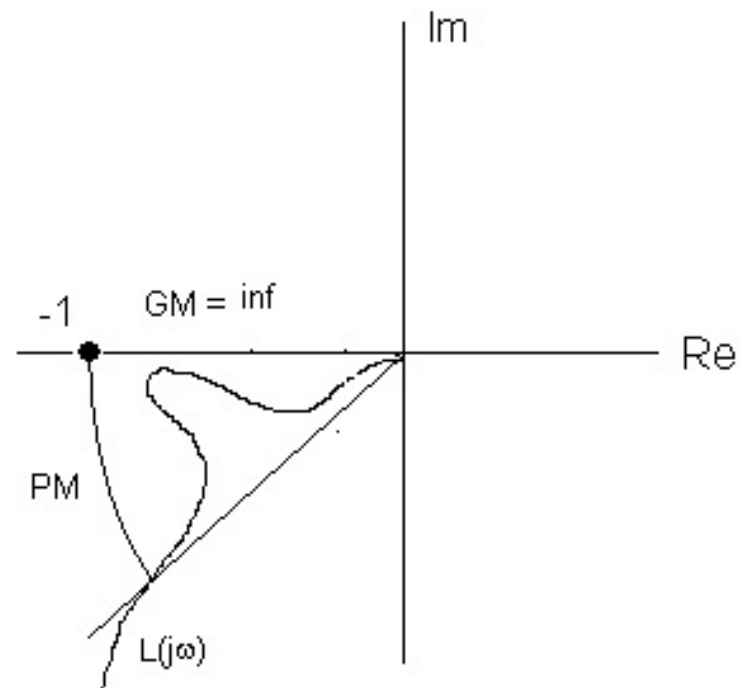
```
Out[24]: (0.06179206595928491, 69.13404027808036, 0.5623808592559825, 3.137531095981345)
```

```
In [29]: _,_,_ =ctl.bode_plot(Lsys,dB=True)
```

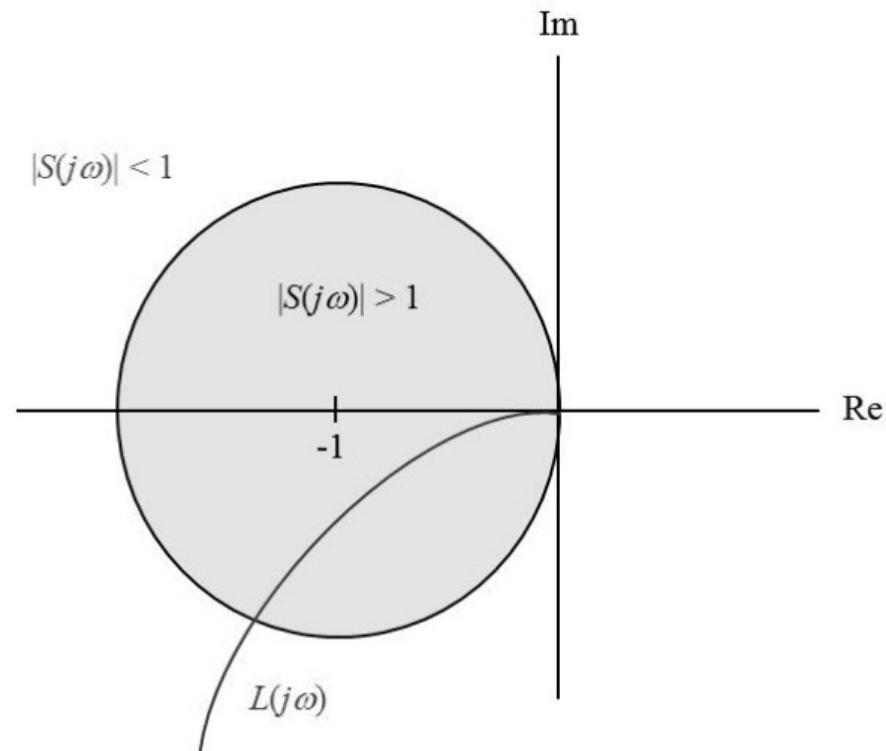


Question :
why gain margin
differs in Python
and Julia?

ข้อควรระวังเกี่ยวกับค่าเฟื่อเสถียรภาพ



เงื่อนไขบังคับด้านเสถียรภาพ



สรุป: ไม่ต้องการให้ $|S(j\omega)|$ มีค่ายอดสูง

สมรรถนะของระบบป้อนกลับ

- คุณสมบัติการป้อนกลับ

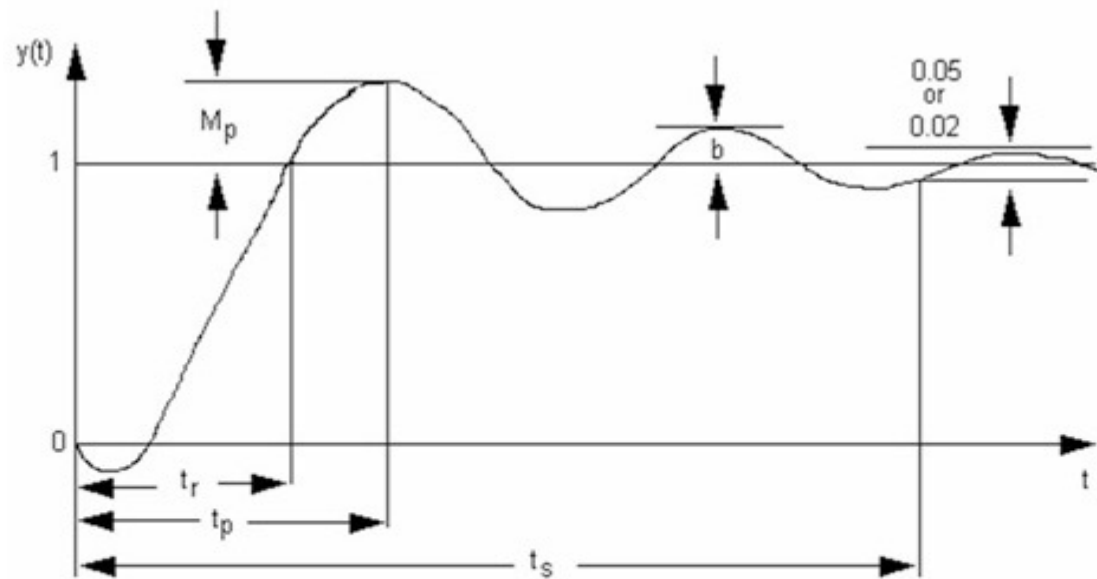
- เสถียรภาพ (stability)

- สมรรถนะ (performance)

- การตามรอย (tracking)

- การลดทอนการรบกวน (disturbance attenuation)

สมรรถนะการตามรอย (tracking performance)



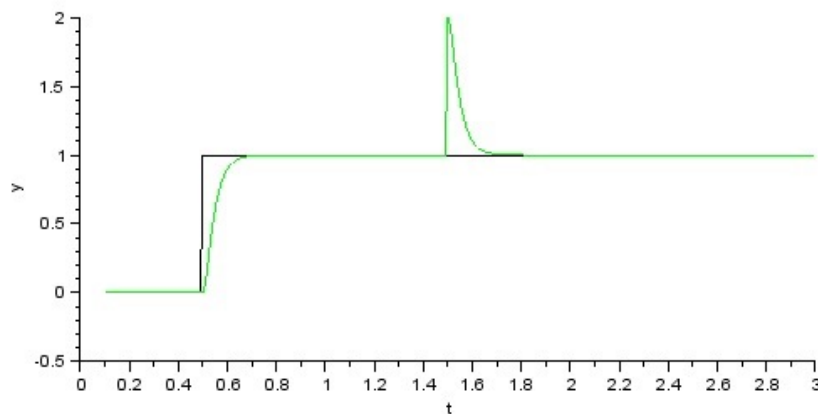
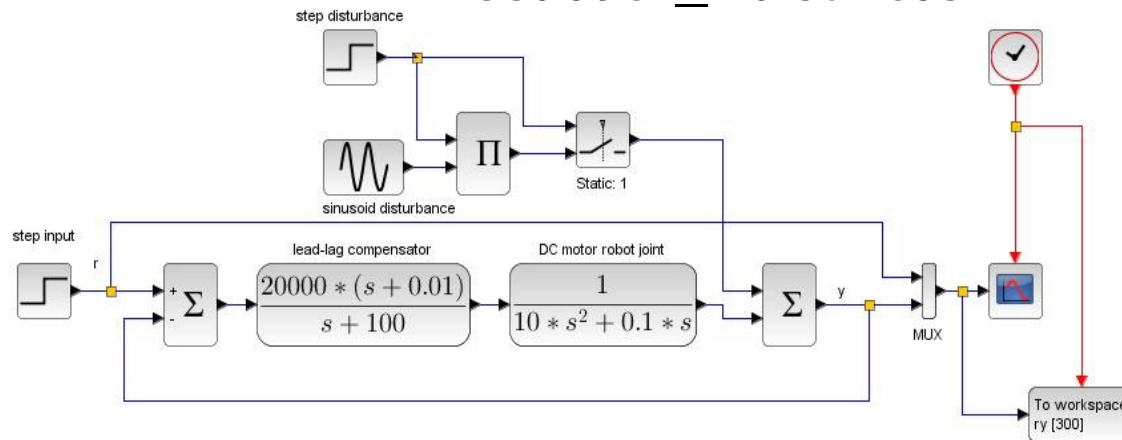
t_r = rise time
 t_p = peak time
 t_s = settling time

M_p = percent overshoot
 $d = M_p / b$ (decay ratio)

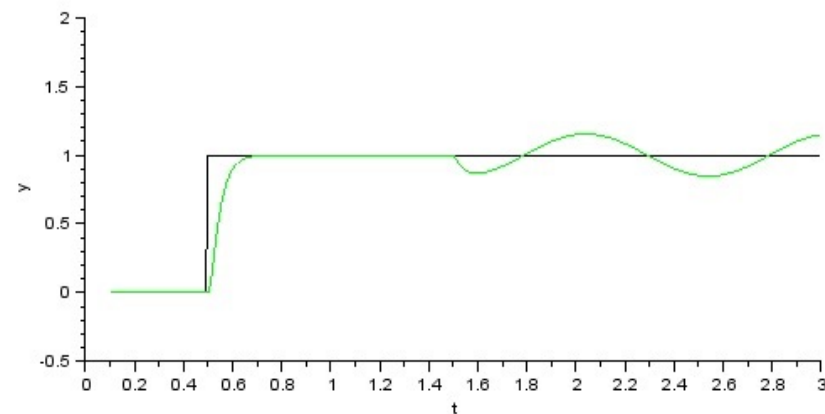
ผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันได (step response)

สมรรถนะการลดทอนการรบกวน (disturbance attenuation performance)

feedback_wdist.zcos



ผลตอบสนองต่อการรบกวนขั้นบันได
ที่เอาต์พุตของพลาเน็ต

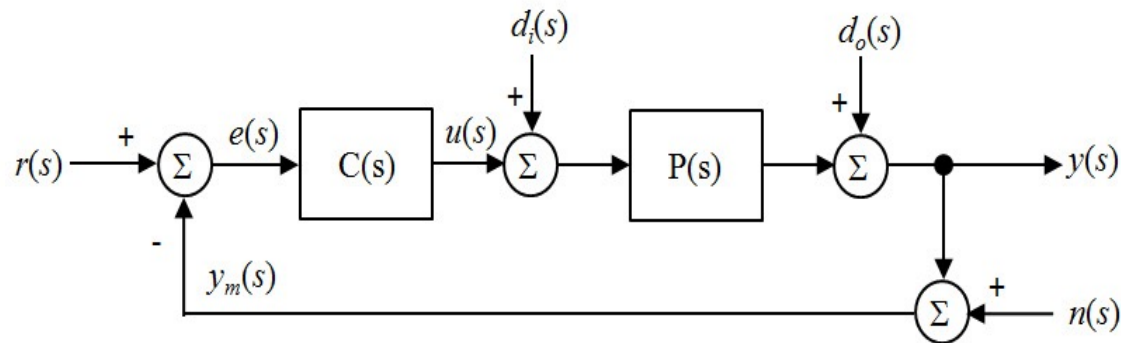


ผลตอบสนองต่อการรบกวนรูปคลื่นไซน์
ที่เอาต์พุตของพลาเน็ต

Homework # 2

จำลองผลตอบสนองของการจัดการรบกวนรูปคลื่นไซน์ที่เอาต์พุต
ของระบบป้อนกลับในสไลด์ที่ผ่านมา โดยใช้ **Python** หรือ **Julia**
(เพื่อความง่าย ให้รูปคลื่นไซน์เริ่มต้นที่ $t = 0$)

แผนภาพทั่วไปของระบบป้อนกลับ SISO

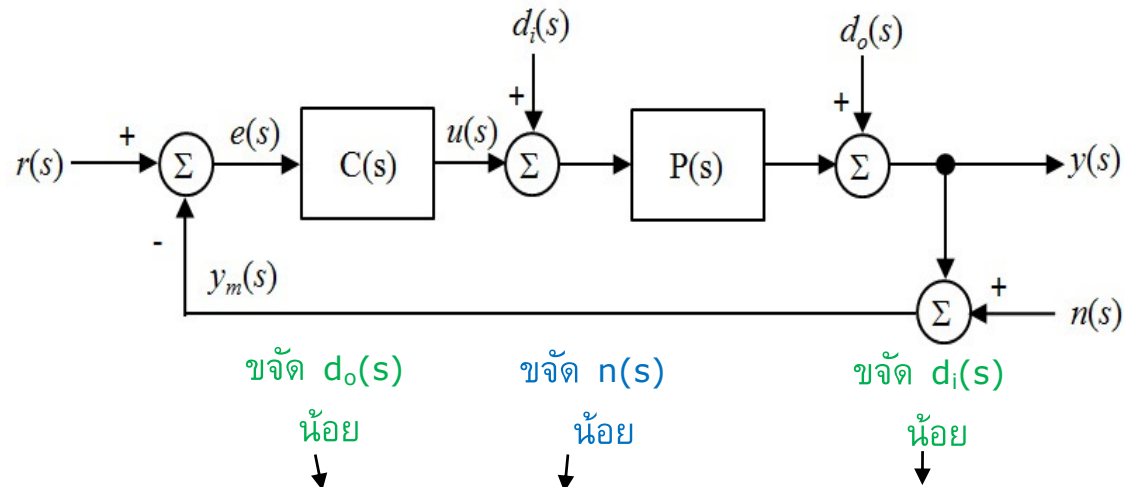


$$y(s) = S(s)d_o(s) + T(s)(r(s) - n(s)) - S(s)P(s)d_i(s)$$

$$e(s) = S(s)(r(s) - n(s) - d_o(s) - P(s)d_i(s))$$

$$u(s) = C(s)S(s)(r(s) - n(s) - d_o(s)) + T(s)d_i(s)$$

เงื่อนไขบังคับด้านสมรรถนะ



$$y(s) = S(s)d_o(s) + T(s)(r(s) - n(s)) - S(s)P(s)d_i(s)$$

$$e(s) = S(s)(r(s) - n(s) - d_o(s) - P(s)d_i(s))$$

↑
ตามรอย
น้อย

สรุป: ต้องการให้ $S(s)$ และ $T(s)$ มีค่าน้อย

เงื่อนไขบังคับเชิงพีชคณิต (Algebraic Constraints)

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}$$

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}$$



$$S + T = 1$$