



ROBOT TRAJECTORY GENERATION

การกำเนิดแนววิถีของหุ่นยนต์

ดร.วิรอดม ตั้จินดา

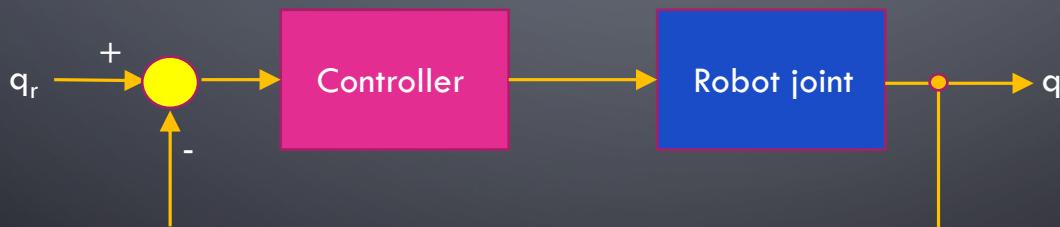
EMME 01211433 : 2021

หัวข้อบรรยาย

- เส้นทางและแนววิถี
- การกำหนดแนววิถีระหว่าง 2 จุดต่อเนื่อง
- แนววิถีหลายมิติ (**multi-dimensional trajectory**)
- แนววิถีหลายส่วนย่ออย (**multi-segment trajectory**)
- การประมาณค่าในช่วงสำหรับการหมุน 3 มิติ
- แนววิถีในปริภูมิคาร์ทีเซียน
- การเคลื่อนที่ผ่านโครงแบบเอกฐาน

เส้นทาง V.S. แนววิถี

- เส้นทางการเคลื่อนที่ (**path**) : อันดับของจุดตำแหน่ง หรือเรียกว่า **setpoints**
- แนววิถี (**trajectory**) : การเคลื่อนที่ตามprofile ของตำแหน่ง ความเร็ว (ความเร่ง)
- ตัวควบคุมพื้นฐาน จะอ่านเพียงค่าจุดตำแหน่งเป็นคำสั่งข้างอิ่ง q_r



⚡ LSPB (LINEAR SEGMENT WITH PARABOLIC BLEND)



สมการกำเนิดแนววิถีโดยวิธี LSPB

$$q(t) = \begin{cases} q_0 + \frac{\alpha}{2} t^2 & , 0 \leq t \leq t_b \\ \frac{q_f + q_0 - Vt_f}{2} + Vt & , t_b \leq t \leq t_f - t_b \\ q_f - \frac{\alpha t_f^2}{2} + \alpha t_f t - \frac{\alpha}{2} t^2 & , t_f - t_b \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (5.16)$$

* แก้ไขในหนังสือเป็นตามสไลด์นี้

ตัวอย่าง 5.3 คำนิดแนววิธี LSPB จาก 0 – 20 องศา ในช่วง 0 – 10
วินาที

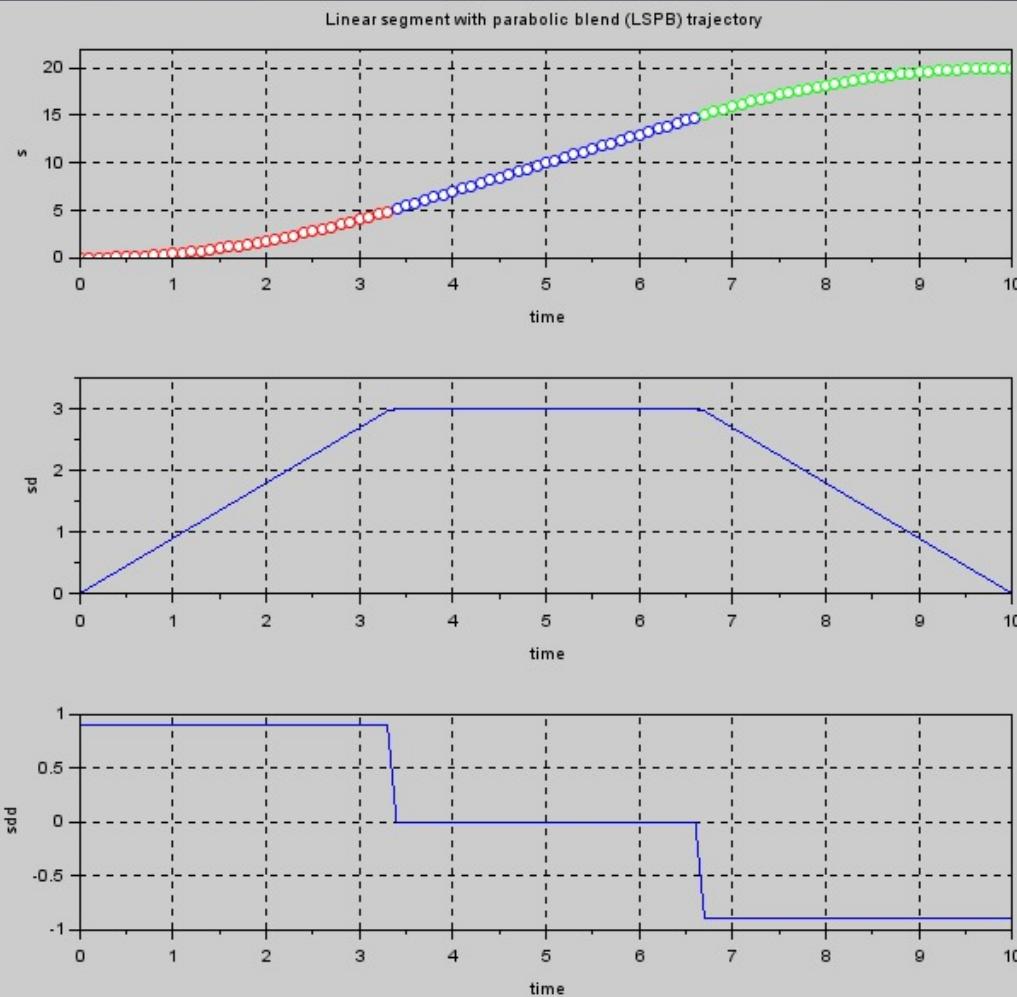
```
t=0:0.1:10;  
[ q, qd, qdd]=lspbplot(0,20,t);
```

```
max(qd)
```

```
ans =
```

```
3
```

กราฟแนววิถี LSPB



วิธีพหุนามอันดับสาม (CUBIC POLYNOMIAL)

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

$$\dot{q}(t) = a_1 + 2a_2 t + 3a_3 t^2$$

$$a_0 + a_1 t_0 + a_2 t_0^2 + a_3 t_0^3 = q_0$$

$$a_1 + 2a_2 t_0 + 3a_3 t_0^2 = v_0$$

$$a_0 + a_1 t_f + a_2 t_f^2 + a_3 t_f^3 = q_f$$

$$a_1 + 2a_2 t_f + 3a_3 t_f^2 = v_f$$

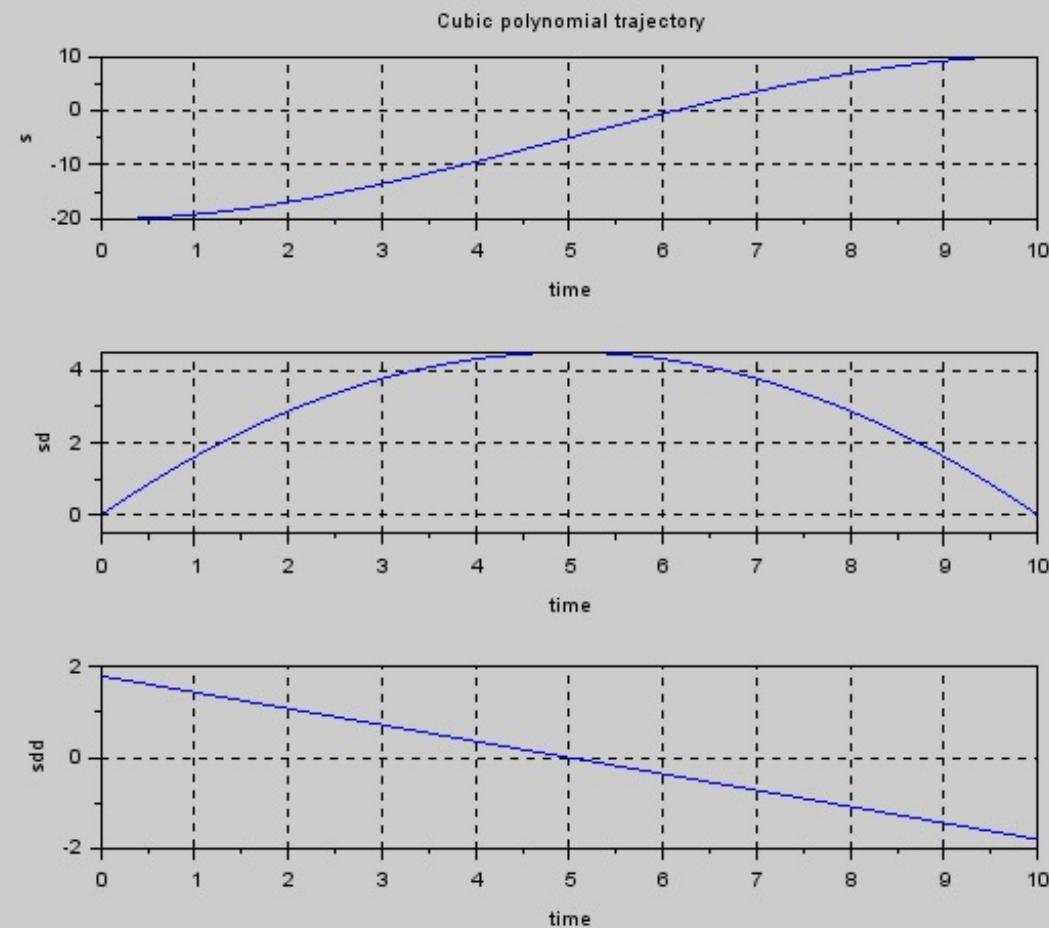


$$\begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ v_0 \\ q_f \\ v_f \end{bmatrix}$$

ตัวอย่าง 5.1 สร้างแนววิถี CPOLY จาก -20 ถึง 10 องศา ในช่วง 0 – 10 วินาที ความเร็วต้นและปลาย = 0

```
t=0:0.01:10;  
cpolyplot (-20, 10, t);
```

กราฟแนววิถี CPOLY



วิธีพหุนามอันดับ 5 (QUINTIC POLYNOMIAL)

$$q(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5$$

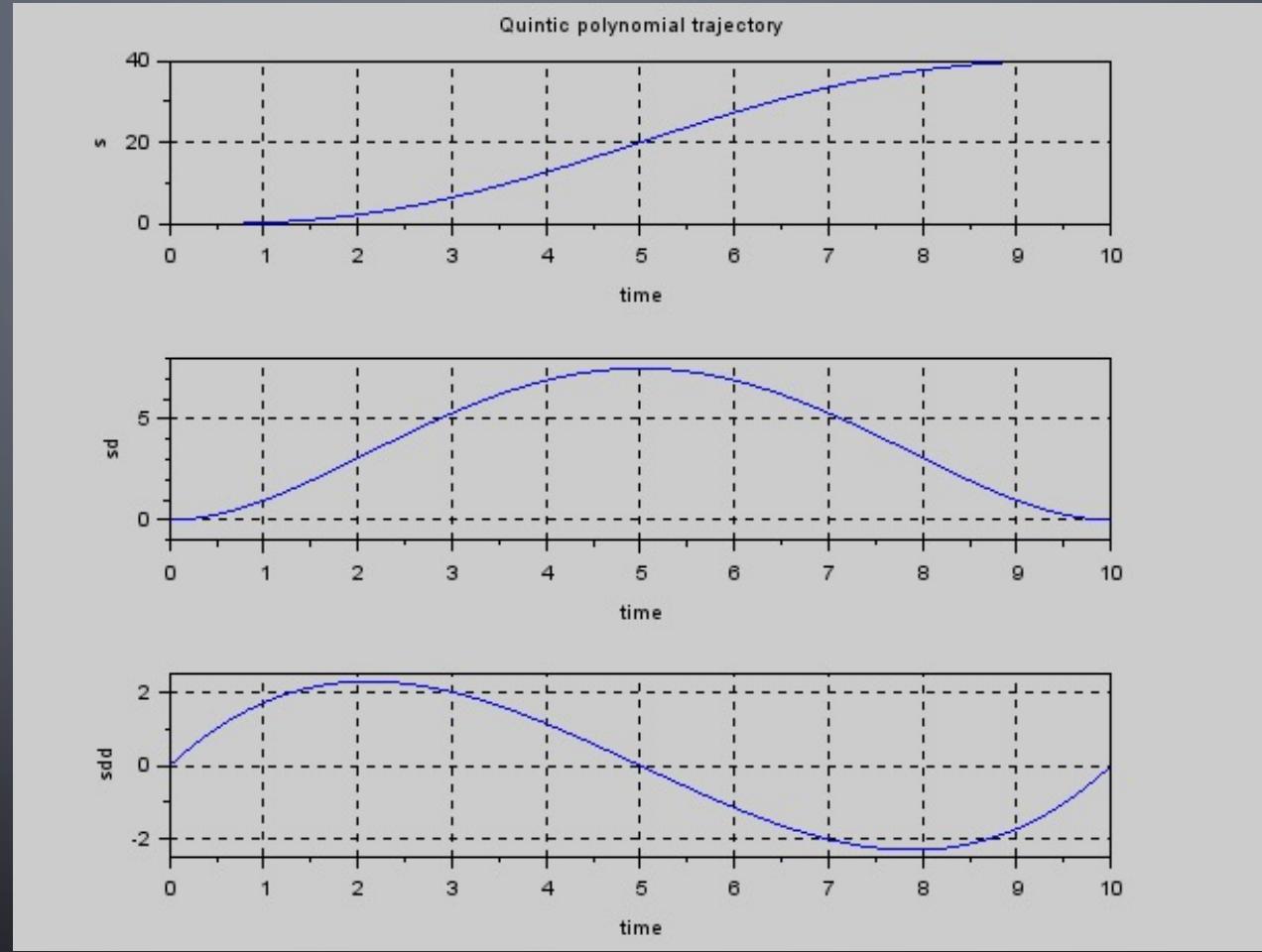
หลักการเหมือนกับวิธี **cpoly**
เพียงเพิ่มความเร่งต้น — ปลาย
(รายละเอียดในหนังสือ)

$$\begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_f & 12t_f^2 & 20t_f^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ v_0 \\ \alpha_0 \\ q_f \\ v_f \\ \alpha_f \end{bmatrix}$$

ตัวอย่าง 5.1 สร้างแนววิถี QPOLY จาก 0 ถึง 40 องศา ในช่วง 0 – 10
วินาที ความเร็ว, ความเร่งต้นและปลาย = 0

```
t=0:0.01:10;  
qpolyplot(0, 40, t);
```

กราฟแนววิถี QPOLY



สรุปข้อดี - ข้อเสีย

- LSPB

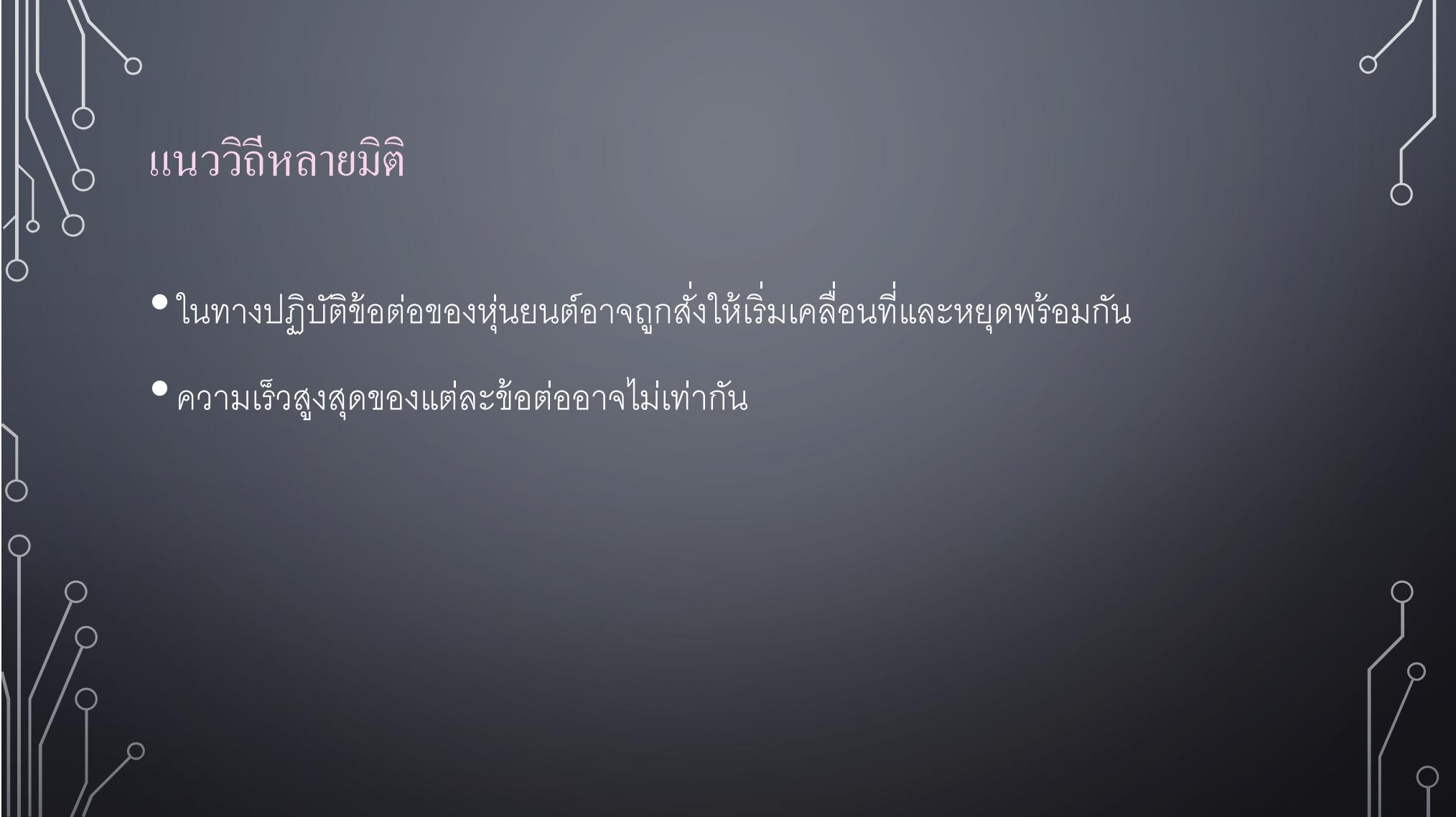
- ข้อดี : มีช่วงเวลาความเร็วคงที่ที่กำหนดได้
- ข้อเสีย : ความเร่งเป็นขั้นบันได

- CPOLY

- ข้อดี : โปรไฟล์มีความต่อเนื่อง, การคำนวณไม่ซับซ้อน
- ข้อเสีย : ไม่มีช่วงความเร็วคงที่

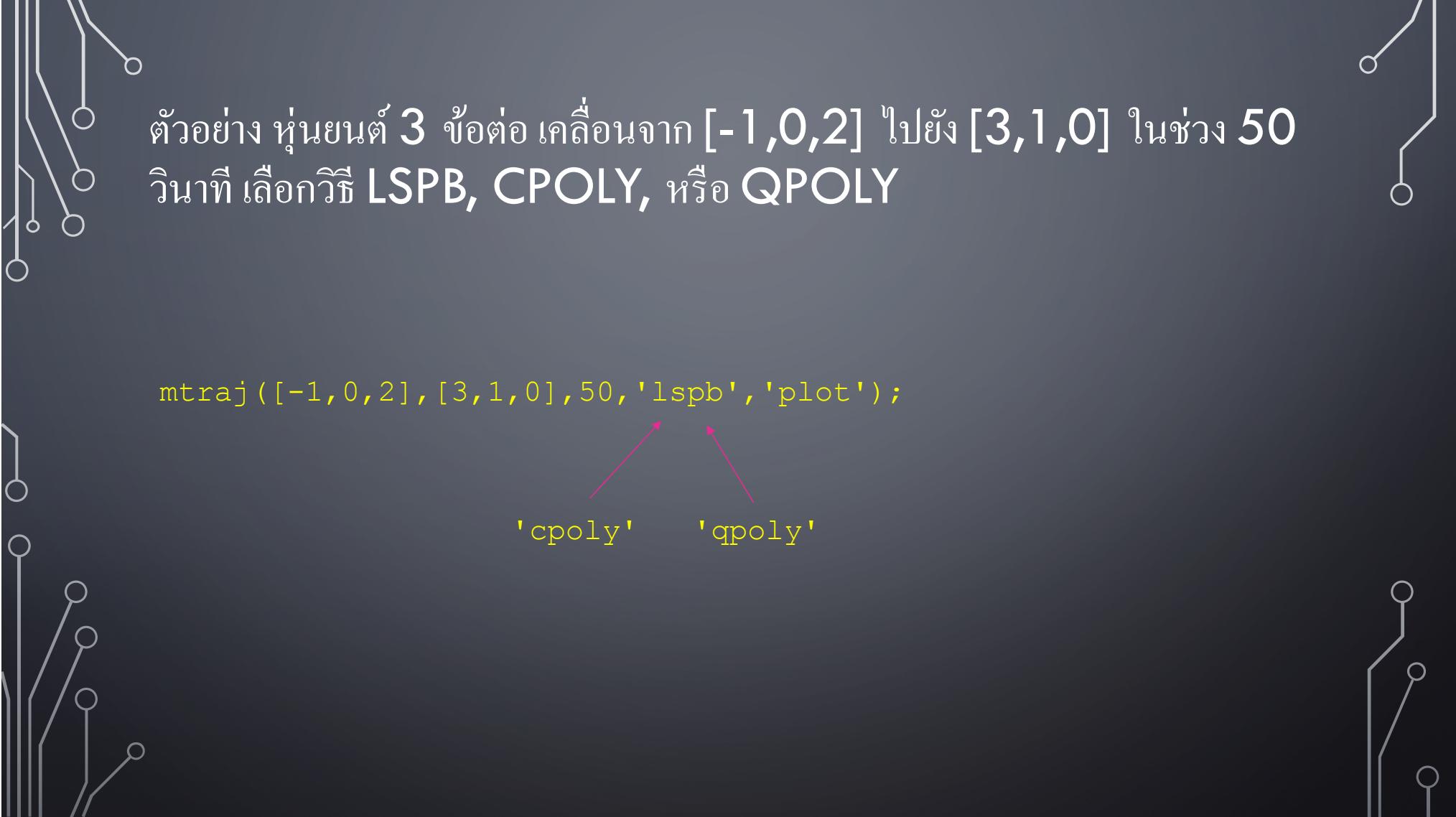
- QPOLY

- ข้อดี : ความเร่งในช่วงต้นและปลายเป็นคูณ
- ข้อเสีย : ไม่มีช่วงความเร็วคงที่, การคำนวณซับซ้อนกว่าแบบอื่น



แนววิธีหลายมิติ

- ในทางปฏิบัติข้อต่อของหุ่นยนต์อาจถูกสั่งให้เริ่มเคลื่อนที่และหยุดพร้อมกัน
- ความเร็วสูงสุดของแต่ละข้อต่ออาจไม่เท่ากัน



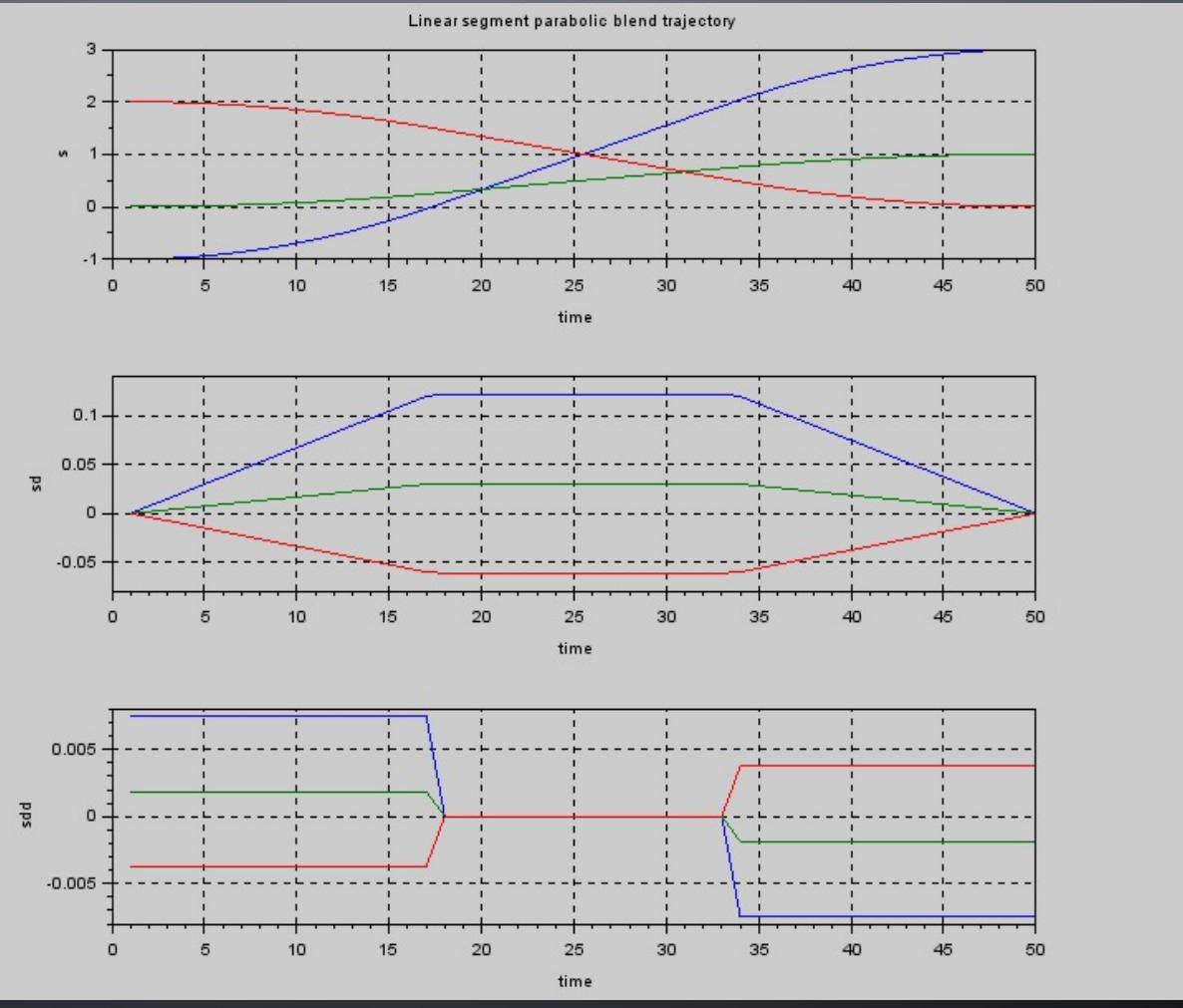
ตัวอย่าง หุ่นยนต์ 3 ข้อต่อ เคลื่อนจาก $[-1,0,2]$ ไปยัง $[3,1,0]$ ในช่วง 50
วินาที เลือกวิธี LSPB, CPOLY, หรือ QPOLY

```
mtraj([-1,0,2], [3,1,0], 50, 'lspb', 'plot');
```

'cpoly'

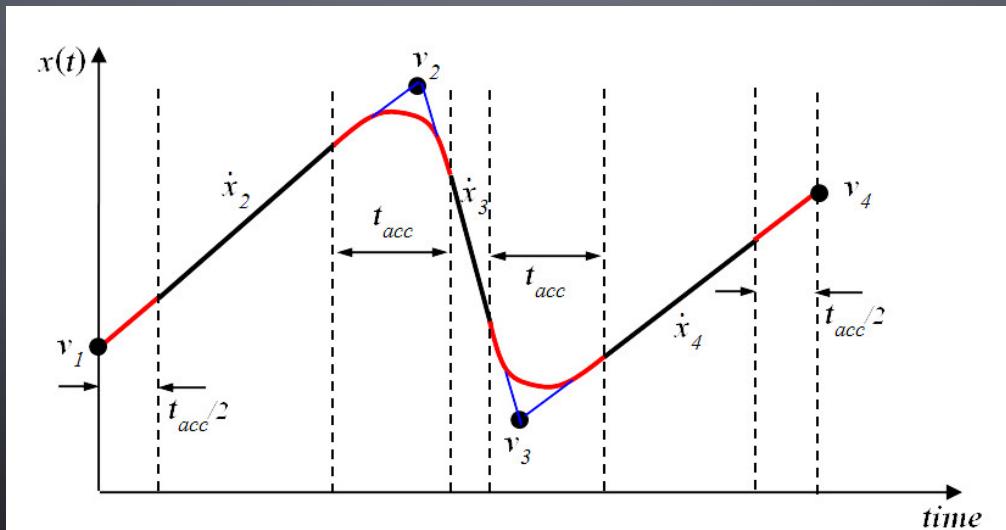
'qpoly'

กราฟแนววิถี หลายมิติ



แนววิถีสายเซกเมนต์

- การทำงานของหุ่นยนต์โดยทั่วไปมีการเคลื่อนที่ผ่านจุดตัดทำแน่นมากกว่า 2 จุด
- การกำหนดแนววิถีรวมใช้วิธีแบ่งเป็นเซกเมนต์ที่เชื่อมต่อกันโดยจุดผ่าน (**via points**)



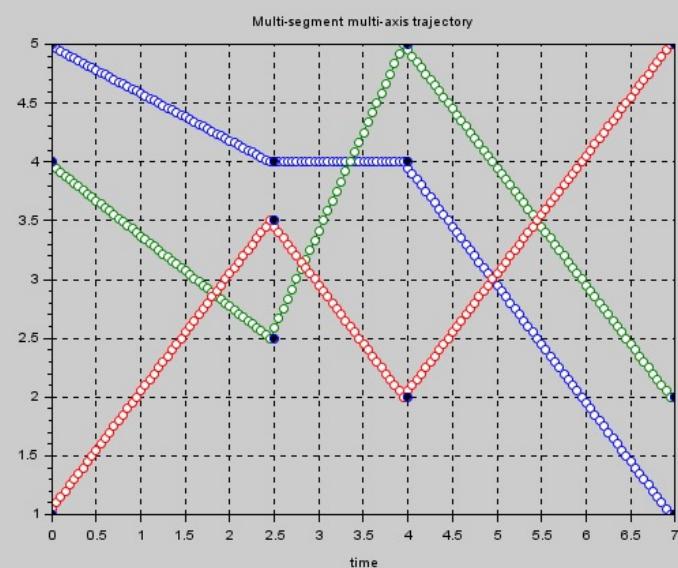
ตัวอย่าง 5.5 ทดสอบคำสั่ง MSTRAJ

Format: $Tj = \text{mstraj}(\text{via}, \text{qdmax}, \text{tsegment}, \text{q0}, \text{dt}, \text{tacc}, \text{options})$

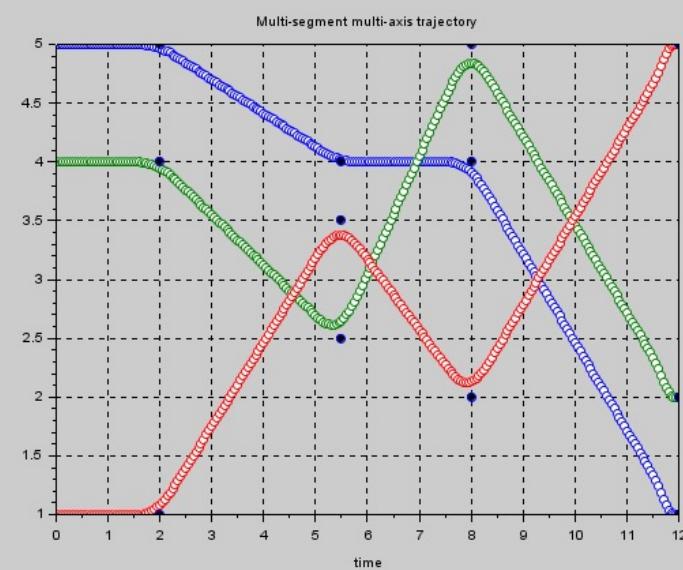
```
via = [5,4,1;4,2.5,3.5;4,5,2;1,2,5];  
q = mstraj(via, [3,2,1], [], [5,4,1], 0.05, 0, 'plot');
```

ลองเปลี่ยนค่า **tacc** = 0.5, 1

กราฟจากคำสั่ง MSTRAJ



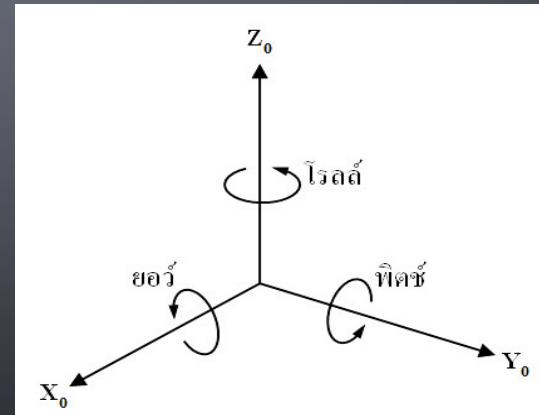
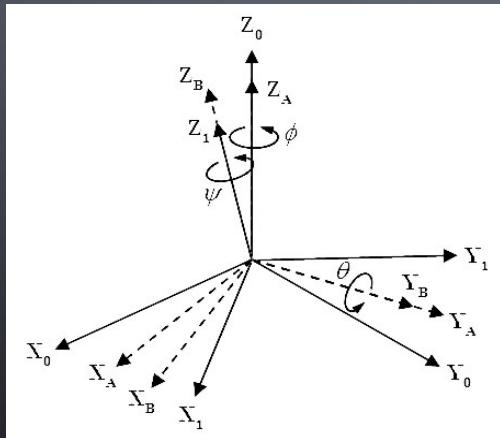
$T_{acc} = 0$



$T_{acc} = 1$

การประมาณค่าในช่วง (INTERPOLATION) สำหรับการหมุน 3 มิติ (วิธีพื้นฐาน)

- บรรยายเมทริกซ์การหมุน R เป็นฟังก์ชันของ 3 มุมที่เป็นตัวแปร เช่น RPY, euler angle
- กำหนดแนววิถีสำหรับมุมเริ่มต้นและสุดท้ายของแต่ละตัวแปร



ตัวอย่าง 5.6 ประมาณค่าในช่วงมุ่ง RPY

กำหนด orientation
ของเฟรมต้นและปลาย

```
R0 = rotz(-2)*rotY(2);  
R1 = rotz(2)*rotY(2);
```

แปลงเป็นมุ่ง RPY

```
rpy0 = tr2rpy(R0);  
rpy1 = tr2rpy(R1);
```

กำหนดแนววิถี 50 จุด
โดยวิธี QPOLY

```
rpytraj = mtraj(rpy0, rpy1, 50, 'qpoly');
```

แสดงการหมุน

```
tranimate(rpy2t(rpytraj), 'holdstart');
```

ควอเตอร์เนียน (QUATERNION)

- ค้นพบโดย William R.Hamilton ในปี ค.ศ. 1843
- เปรียบได้กับตัวแปรเชิงซ้อนที่ส่วนจินตภาพเป็น 3 มิติ

$$q = s + v_1 i + v_2 j + v_3 k \quad i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

- ในหนังสือเขียนอยู่ในรูป $q = s, \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$
- รายละเอียดเพิ่มเติมในหนังสือบทที่ 2 (หัวข้อ 2.4.4)

การใช้ค่าอเทอร์เนйนช่วยกำเนิดแนววิถีการหมุน

บรรยายเมทริกซ์การหมุน
โดยค่าอเทอร์เนย์น

ประมาณค่าในช่วง **50** จุด
ระหว่างค่าอเทอร์เนย์นทั้งสอง

แสดงการหมุน

```
q0 = Quaternion(R0);  
q1 = Quaternion(R1);
```

```
q = qinterp(q0, q1, [0:49]' / 49);
```

```
tranimate(q, 'holdstart')
```

การเคลื่อนที่ในปริภูมิคาร์ทีเซียน (CARTESIAN)

- ในการทำงานจริงของหุ่นยนต์อาจต้องการกำหนดแนวโน้มที่ระหว่าง 2 เพรอม ประกอบด้วยการเลี้ยวและการหมุน
- สามารถใช้คำสั่ง `ctraj()` ตัวอย่างเช่น

```
T0 = transl([0.4,0.2,0])*trotx(pi);
T1 = transl([-0.4,-0.2,0.3])*troty(pi/2)*trotz(-pi/2);
Tc = ctraj(T0, T1, 50);
P = t2p(Tc);
rpy = tr2rpy(Tc);
subplot(121),plot(P');
subplot(122),plot(rpy);
```

แนววิถีของหุ่นยนต์

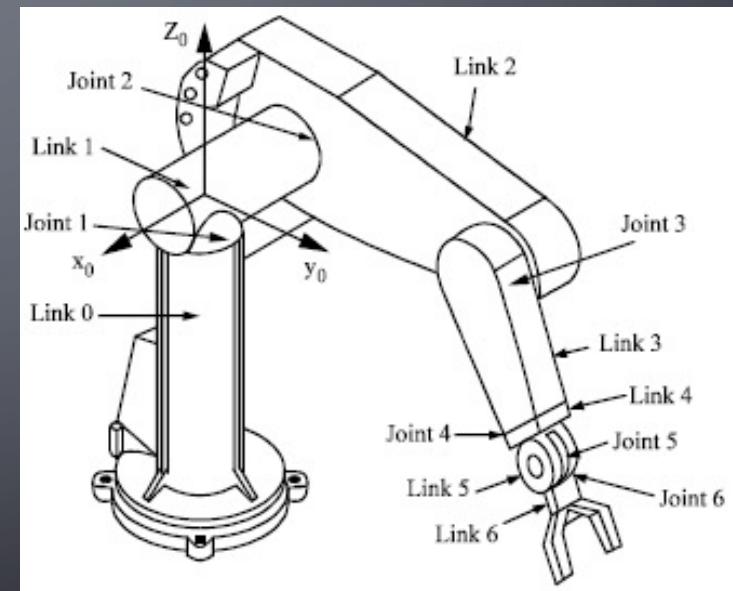
- ใน การปฏิบัติงาน ผู้ใช้มักสนใจการเคลื่อนที่ในปริภูมิศาสตร์ที่ซีอีนมากกว่าปริภูมิข้อต่อ
- ตัวควบคุมจะมองเห็นจุดต่ำแห่งอ้างอิงในปริภูมิข้อต่อ
- แนววิถีที่กำหนดในปริภูมิศาสตร์ที่ซีอีนสามารถแปลงเป็นแนววิถีในปริภูมิข้อต่อได้โดยผ่านจลนศาสตร์ผกผัน (**inverse kinematics**)
- การแปลงแบบเรียลไทม์อาจประสบปัญหาเมื่อไห้ด้านเวลา

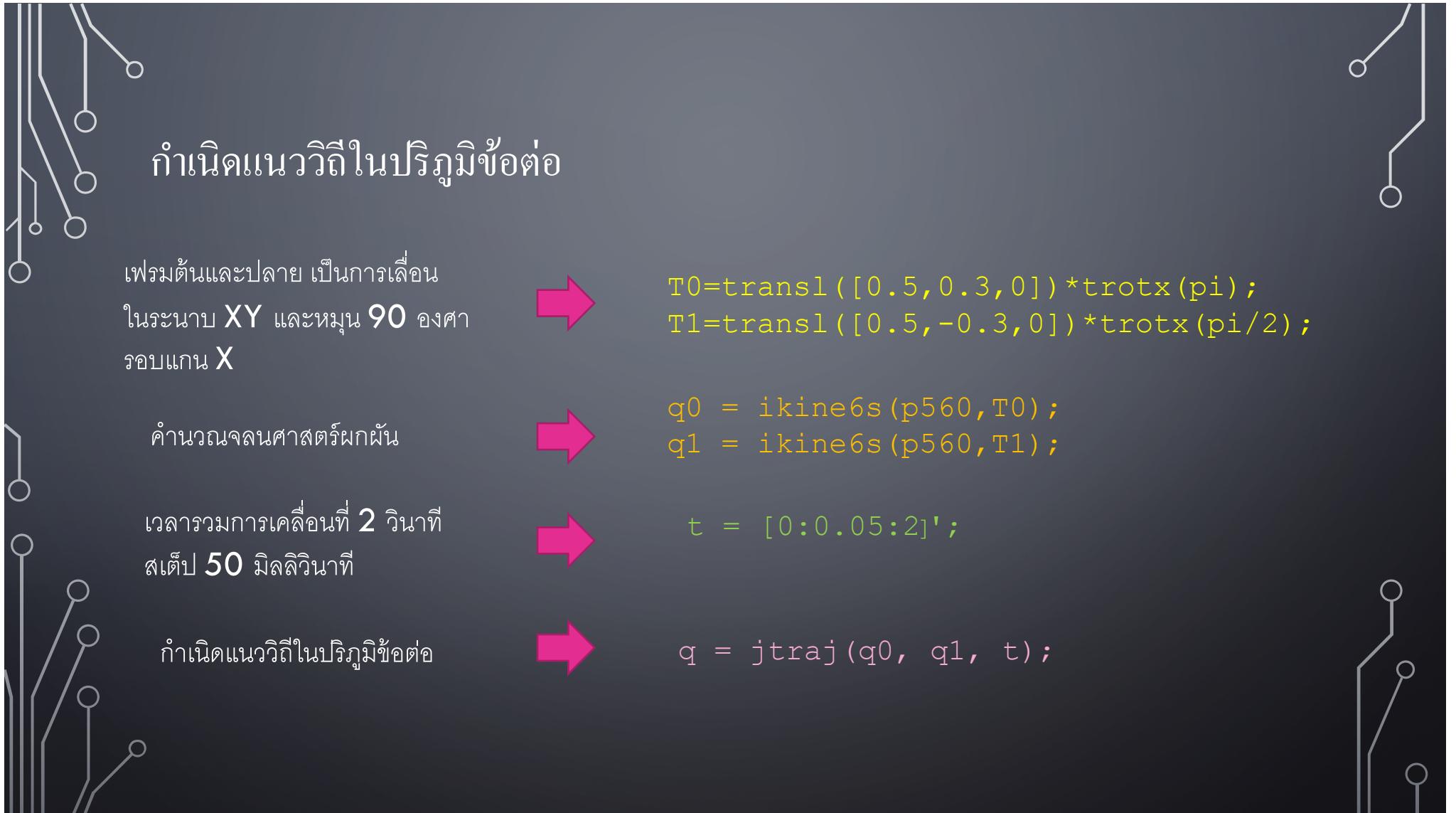


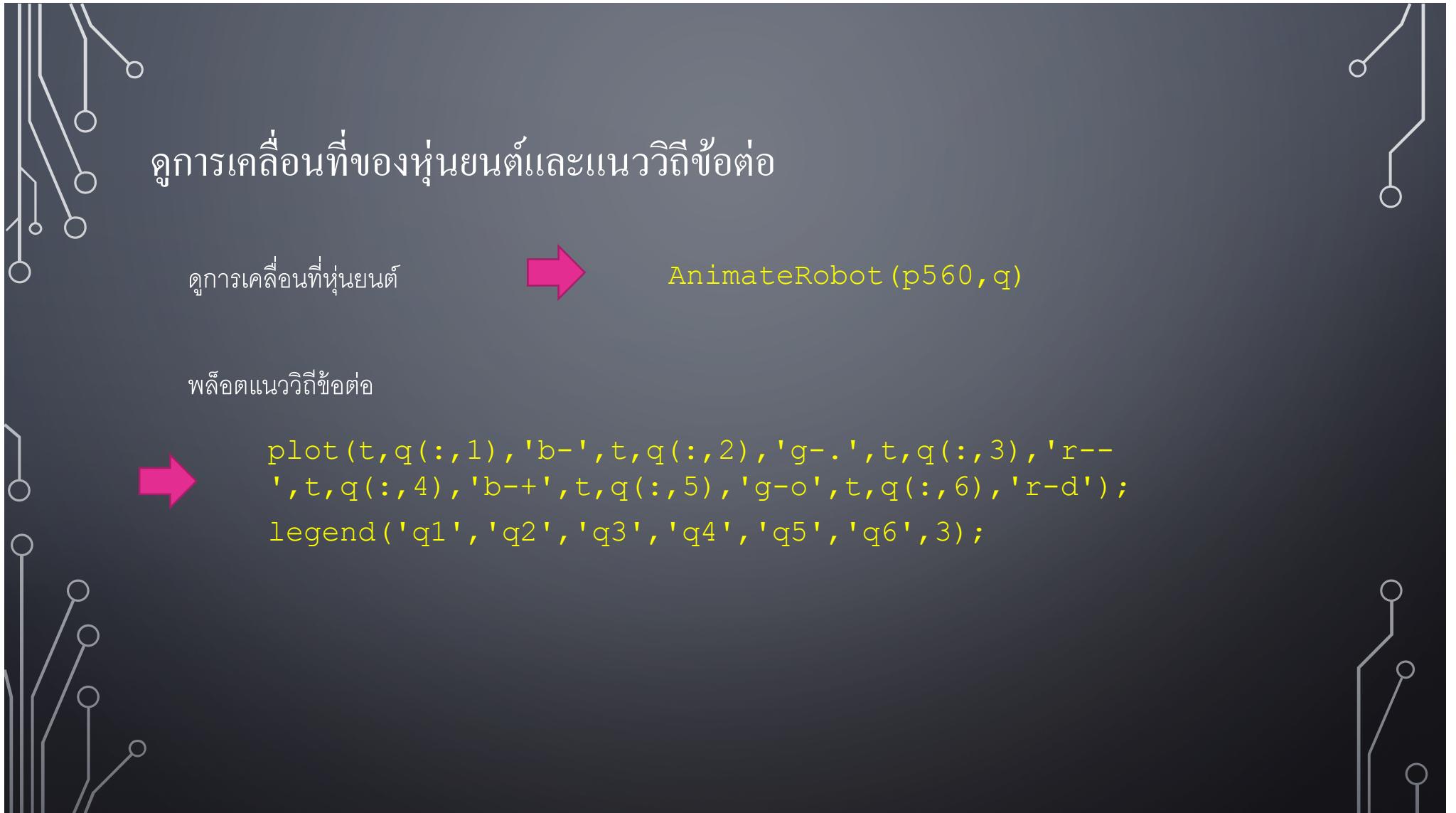
ตัวอย่าง 5.8 เปรียบเทียบการกำหนดแนววิถีในปริภูมิข้อต่อ กับ คำรีเซปชัน

- ใช้โมเดลหุ่นยนต์ PUMA 560
- สร้างโดย RTSX

```
exec('./models.mdl_puma560.sce', -1);
```







ดูการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์และแนววิถีข้อต่อ

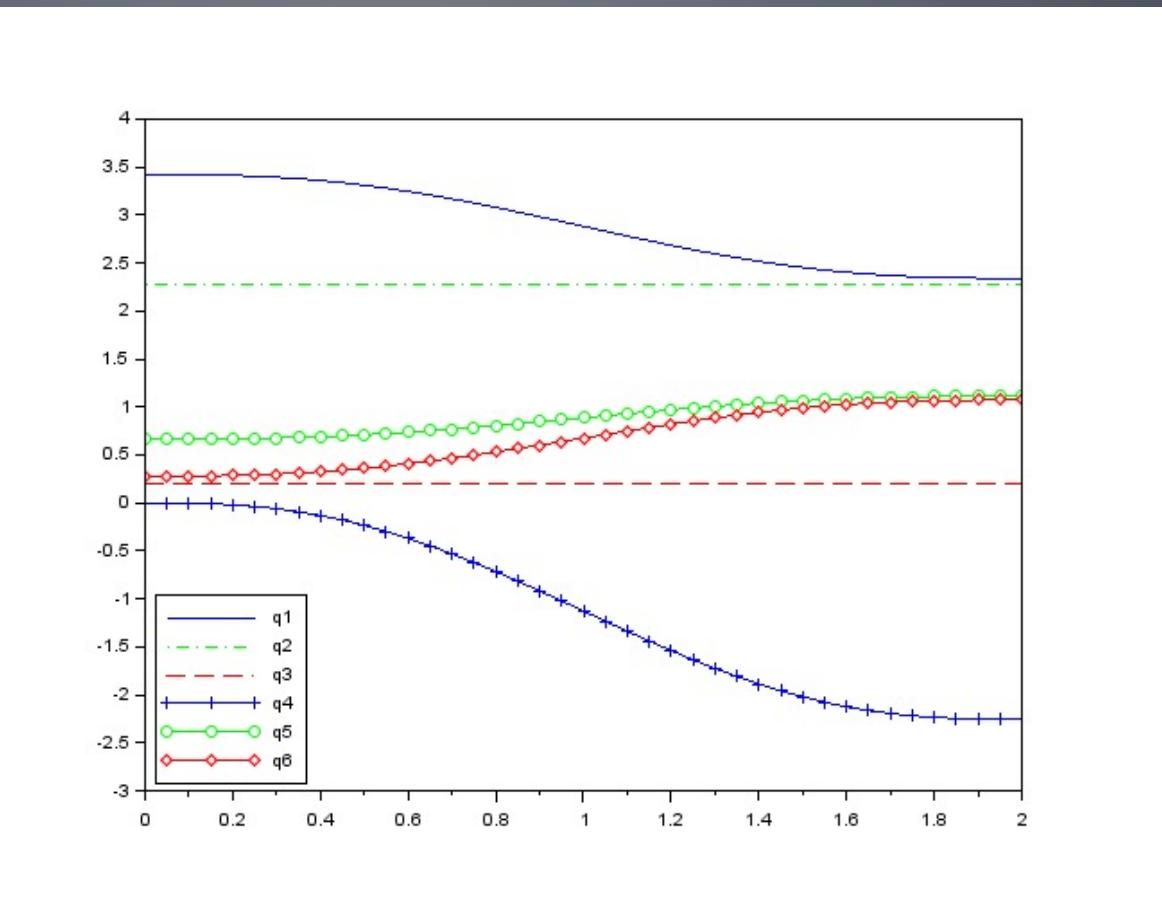
ดูการเคลื่อนที่หุ่นยนต์

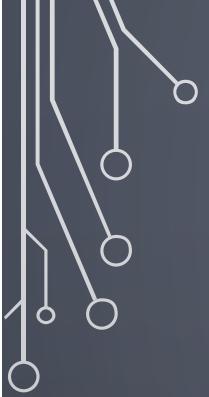
AnimateRobot (p560, q)

ผลลัพธ์แนววิถีข้อต่อ

```
plot(t,q(:,1), 'b-', t,q(:,2), 'g-.', t,q(:,3), 'r--  
' , t,q(:,4), 'b-+', t,q(:,5), 'g-o', t,q(:,6), 'r-d');  
legend('q1','q2','q3','q4','q5','q6',3);
```

การเคลื่อนที่ ข้อต่อหุ้นยนต์



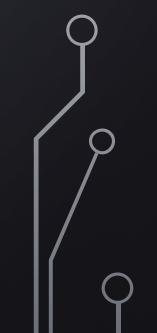
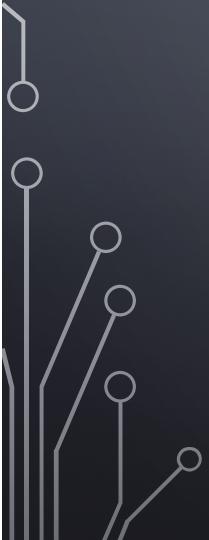


การเคลื่อนที่ของตัวทำงานส่วนปลาย (END-EFFECTOR)

คำนวณจลนศาสตร์ข้างหน้า

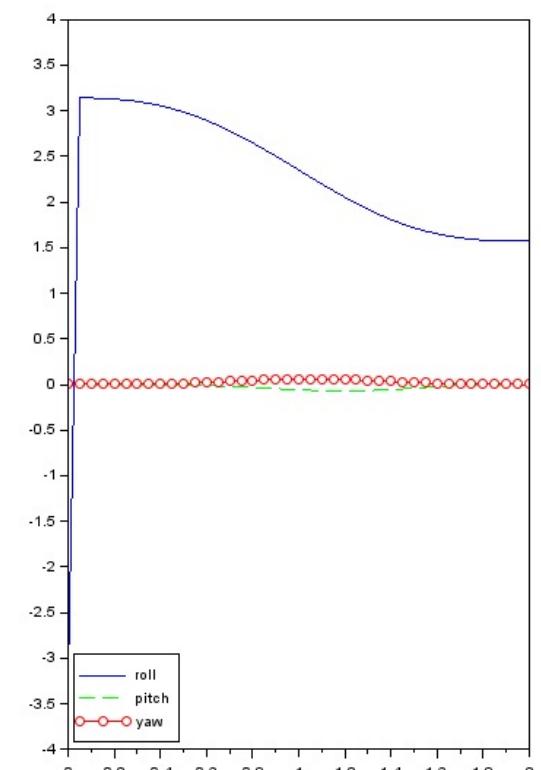
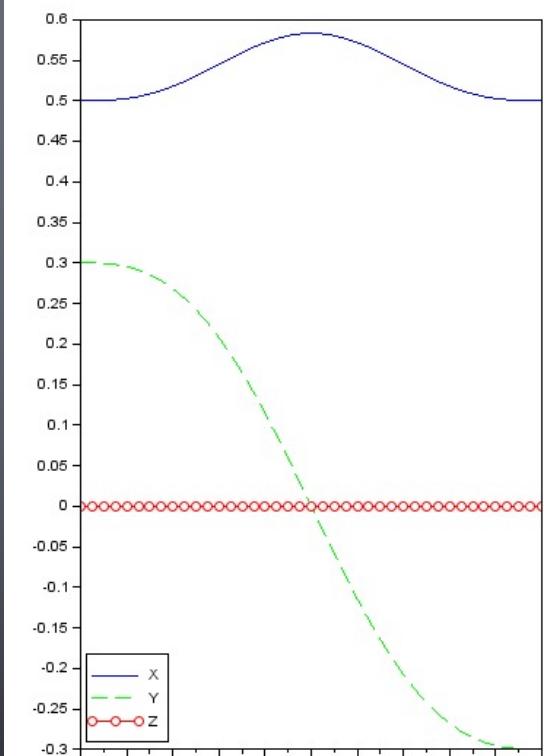
$T=fkine(p560,q);$

ผลลัพธ์การเลื่อนและหมุน



```
P=t2p(T);
rpy=tr2rpy(T);
subplot(121),plot(t,P(1,:),'b-',t,P(2,:),'g--',
't,P(3,:),'r-o');
legend('X','Y','Z',3);
subplot(122),plot(t,rpy(:,1)', 'b-
',t,rpy(:,2)', 'g--',t,rpy(:,3)', 'r-o');
legend('roll','pitch','yaw',3)
```

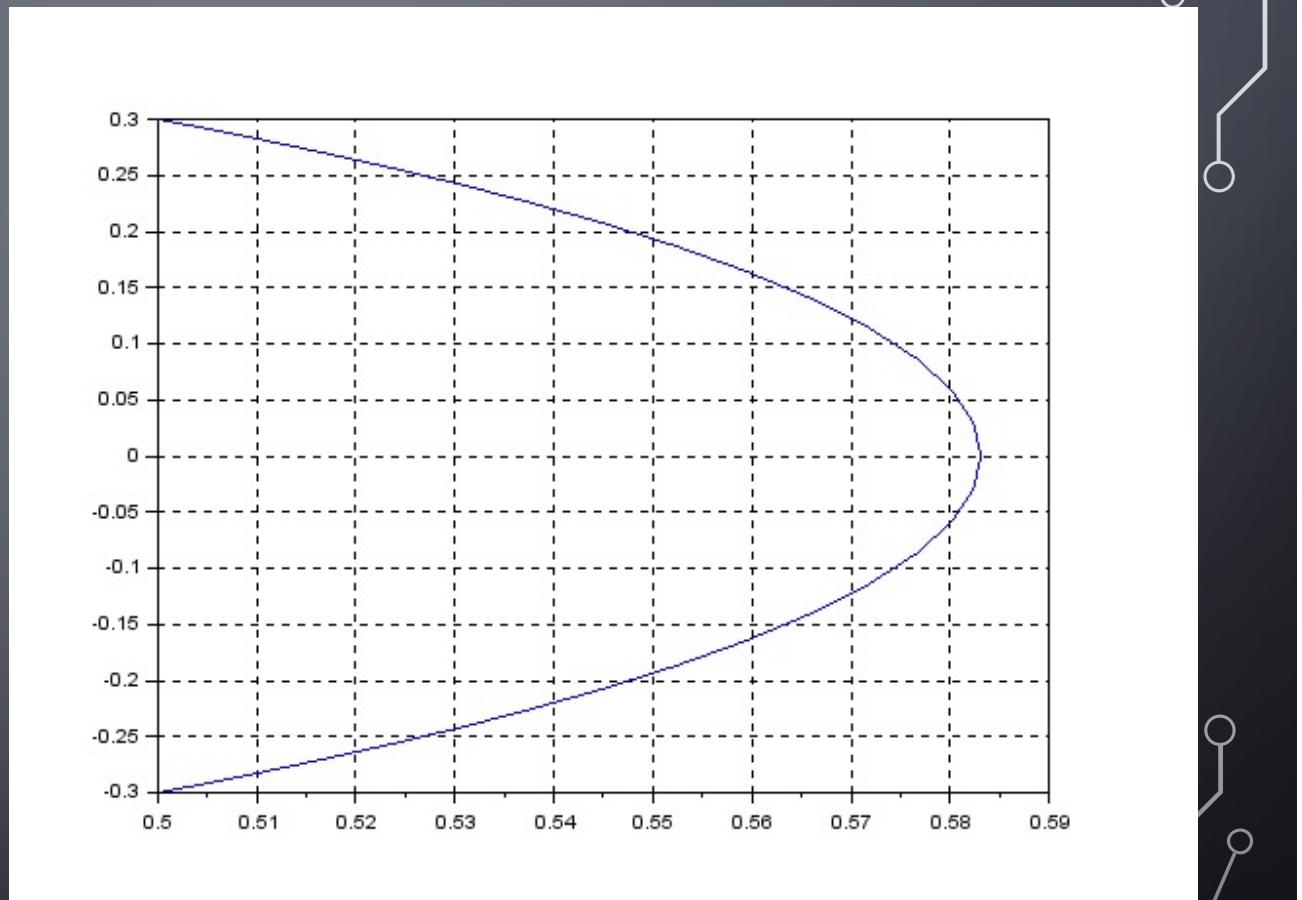
การเคลื่อนที่ของเฟรม
เครื่องมือเมื่อกำเนิด
แนววิถีในปริภูมิข้อต่อ

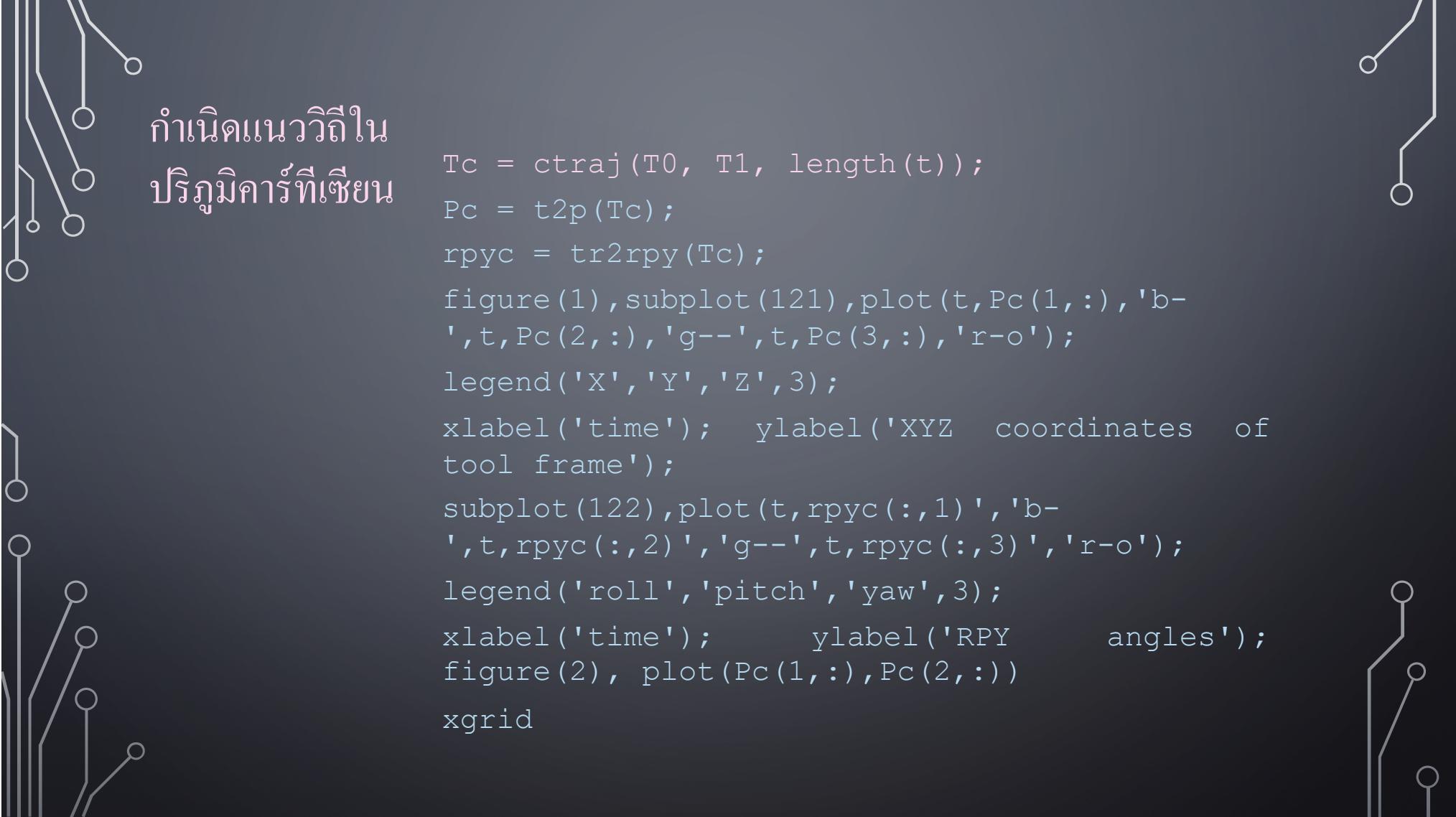


ดูการเคลื่อนที่ของเฟรม
เครื่องมือในระบบ XY

```
plot(P(1, :), P(2, :))  
xgrid
```

เส้นทางเดินเป็นเส้นโค้ง

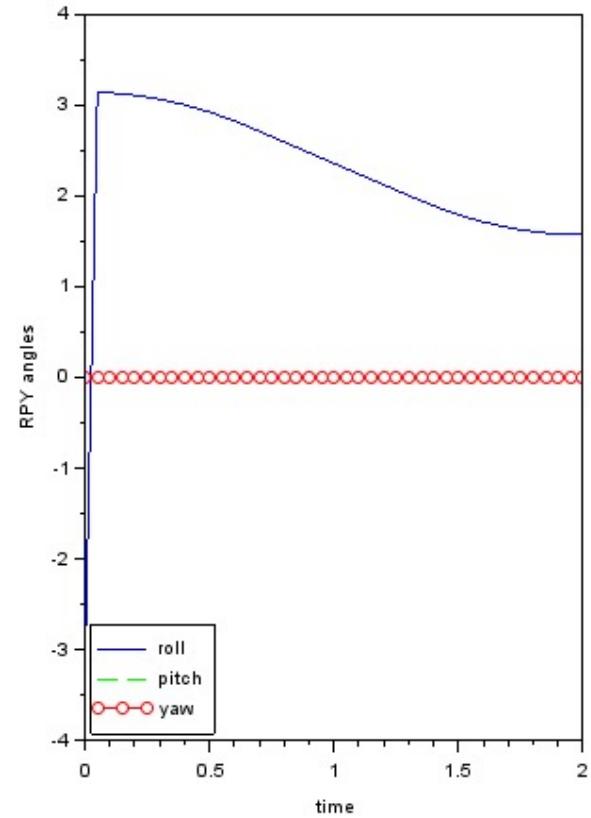
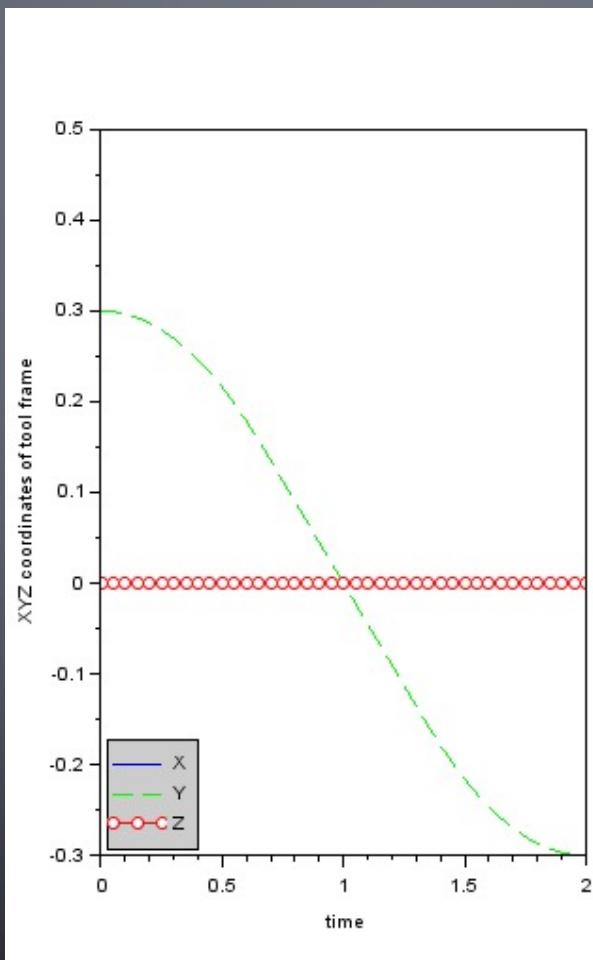




ការណែនាំវិធីនៃ ប្រព័ន្ធសាស្ត្រទិន្នន័យ

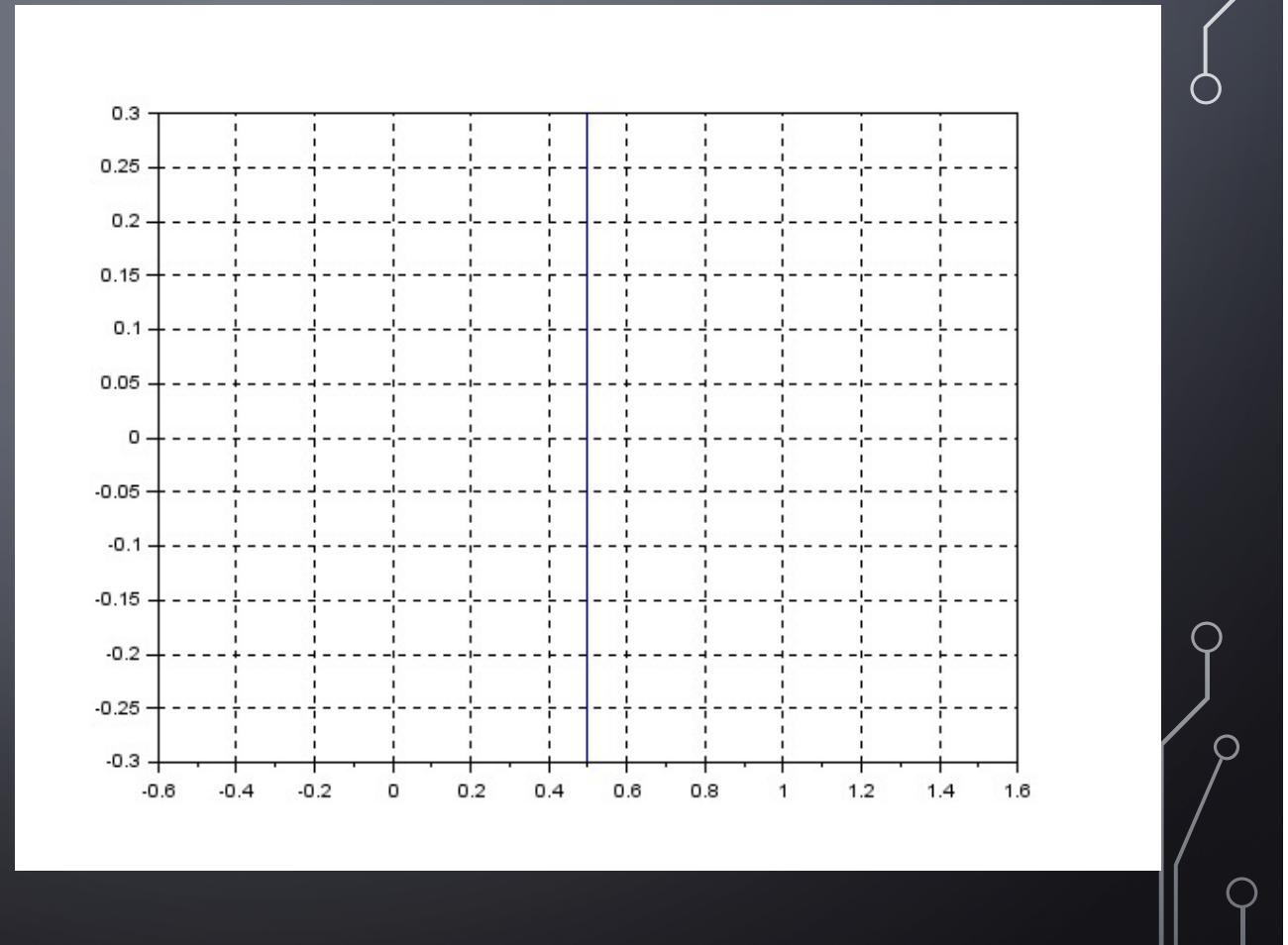
```
Tc = c traj(T0, T1, length(t));
Pc = t2p(Tc);
rpyc = tr2rpy(Tc);
figure(1), subplot(121), plot(t,Pc(1,:),'b-',
    t,Pc(2,:),'g--',t,Pc(3,:),'r-o');
legend('X','Y','Z',3);
xlabel('time'); ylabel('XYZ coordinates of
tool frame');
subplot(122), plot(t,rpyc(:,1)', 'b-',
    t,rpyc(:,2)', 'g--',t,rpyc(:,3)', 'r-o');
legend('roll','pitch','yaw',3);
xlabel('time'); ylabel('RPY angles');
figure(2), plot(Pc(1,:),Pc(2,:))
xgrid
```

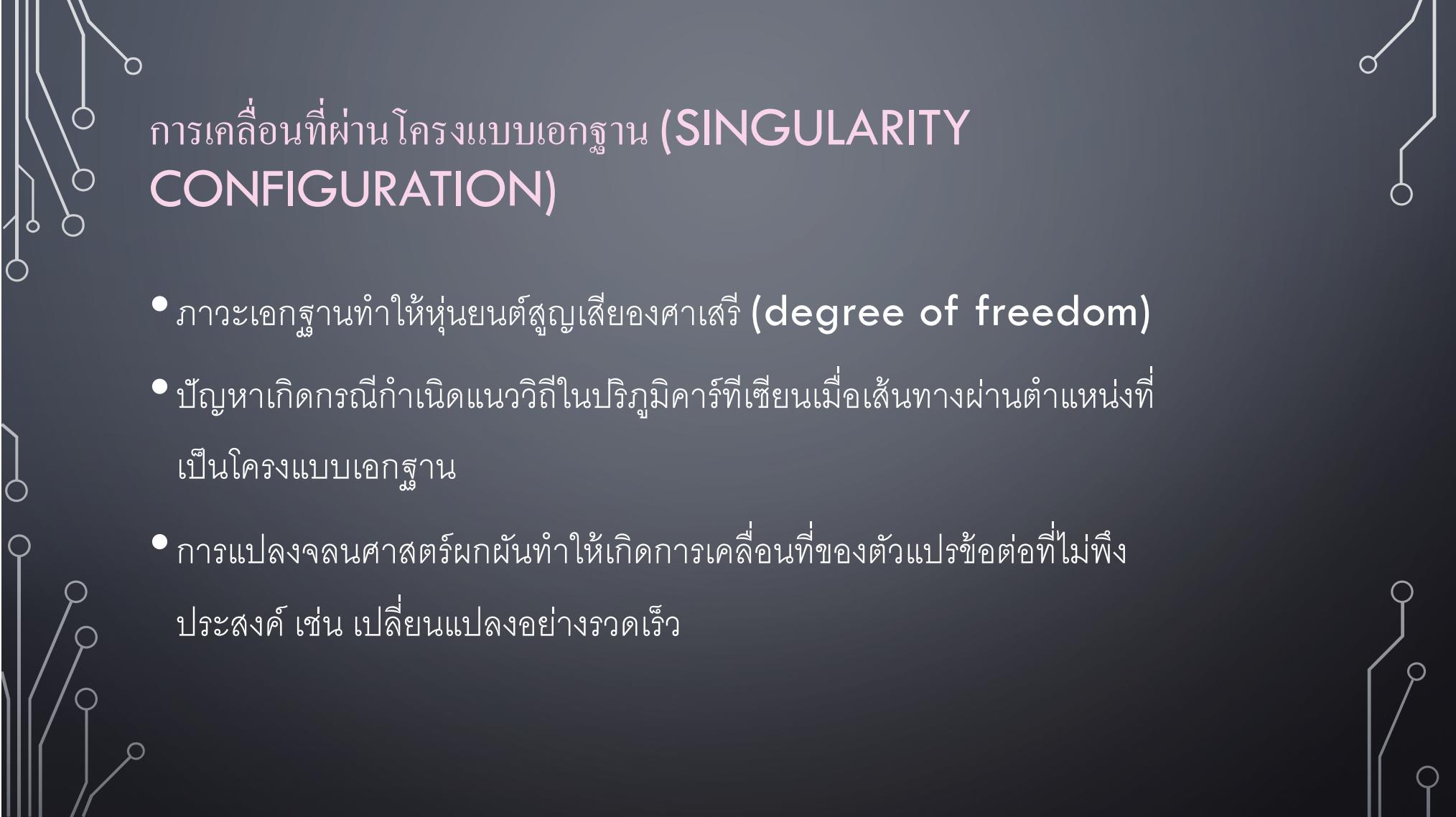
การเคลื่อนที่ของเฟรม
เครื่องมือเมื่อกำหนด
แนววิถีในปริภูมิการ์ที
เซชัน



การเคลื่อนที่ของเฟรม เครื่องมือในระบบ XY

เส้นทางเดินเป็นเส้นตรง





การเคลื่อนที่ผ่านโครงแบบเอกฐาน (SINGULARITY CONFIGURATION)

- ภาวะเอกฐานทำให้หุ่นยนต์สูญเสียองศาเสรี (degree of freedom)
- ปัญหาเกิดกรณีกำหนดแนวโน้มในปริภูมิการที่เชี่ยวนเมื่อเส้นทางผ่านตำแหน่งที่เป็นโครงแบบเอกฐาน
- การแปลงจลนศาสตร์ผกผันทำให้เกิดการเคลื่อนที่ของตัวแปรข้อต่อที่ไม่พึงประสงค์ เช่น เปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว

ตัวอย่าง 5.9 โกรงแบบเอกฐานของหุ่นยนต์ PUMA

กำหนดเพรอมตั้นและสุดท้าย
เป็นการเคลื่อนที่สัมตรวงในแนว Y

```
T0 = transl([0.5, 0.3, 0.44])*trrot(pi/2);  
T1 = transl([0.5, -0.3, 0.44])*trrot(pi/2);
```

กำหนดแนววิถี cartesian

```
Ts = ctraj(T0, T1, length(t));
```

แปลงจากศาสตร์ผกผัน

```
qs = ikine6s(p560, Ts);
```

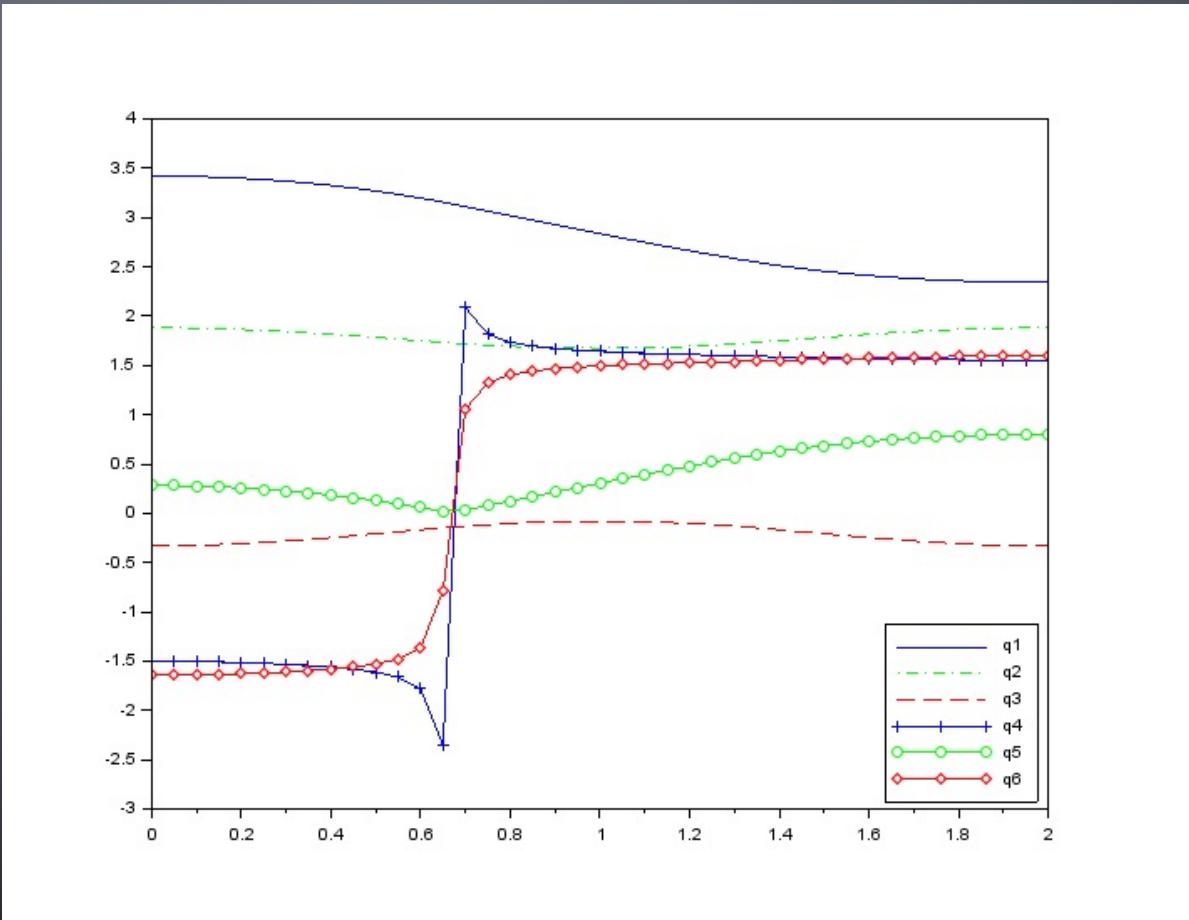
ผลลัพธ์แนววิถีข้อต่อ

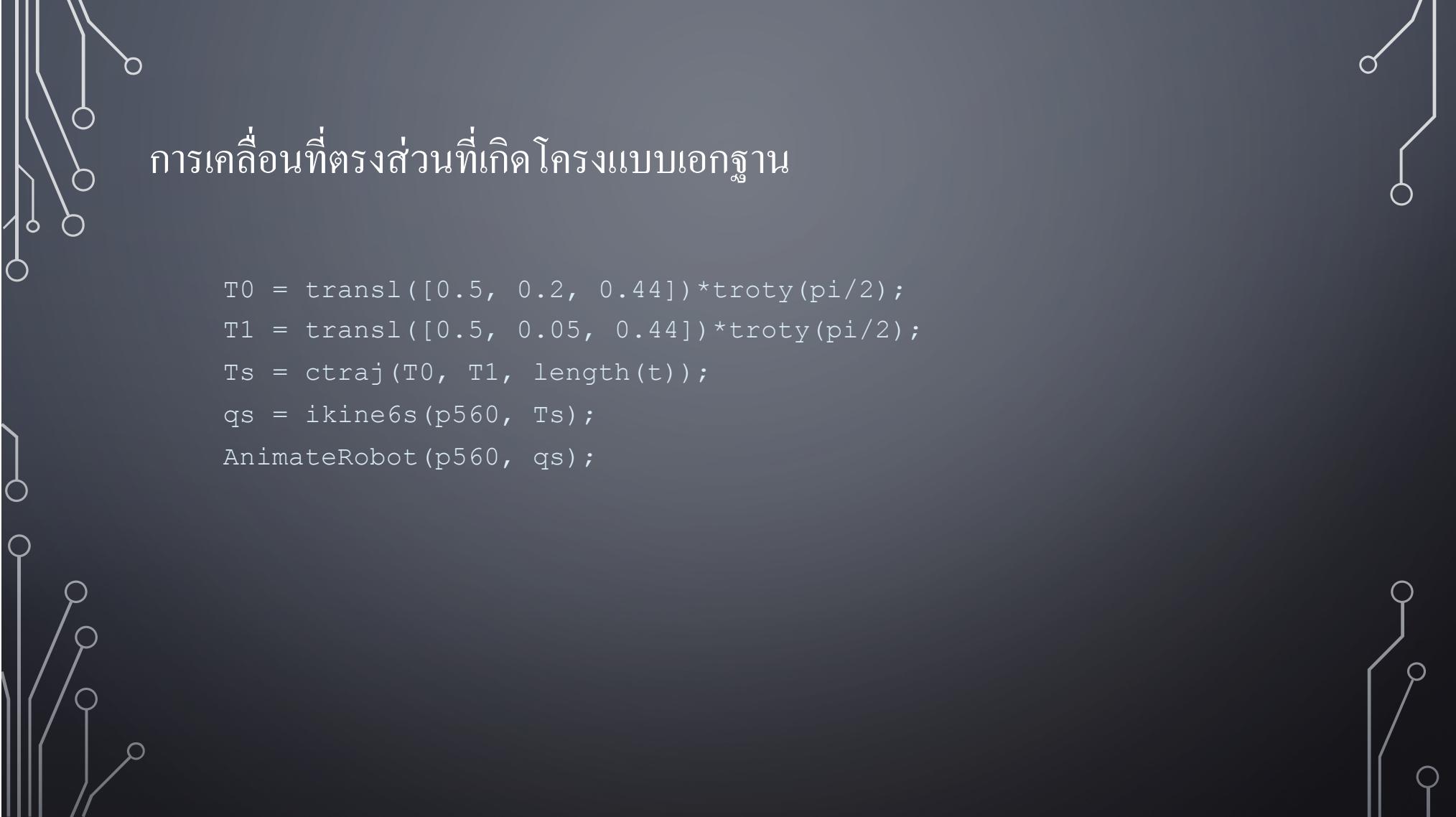
```
plot(t,qs(:,1),'b-',t,qs(:,2),'g-  
. ',t,qs(:,3),'r--',t,qs(:,4),'b-  
+',t,qs(:,5),'g-o',t,qs(:,6),'r-d');  
legend('q1','q2','q3','q4','q5','q6',4);
```

ดูการเคลื่อนที่หุ่นยนต์

```
AnimateRobot(p560,qs)
```

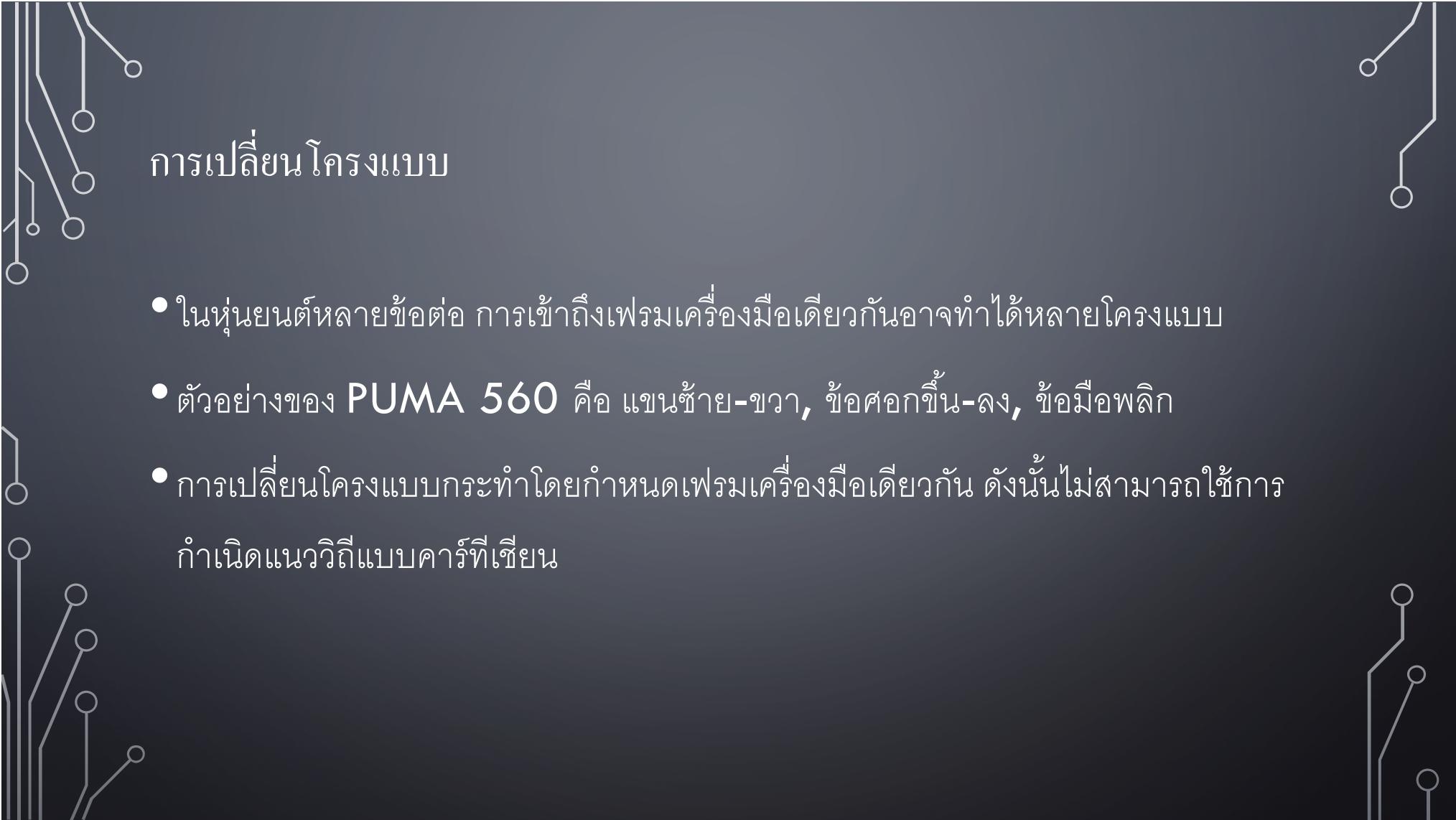
แนววิถีข้อต่อจาก
ตัวอย่าง 5.9





การเคลื่อนที่ตรงส่วนที่เกิดโกรงแบบเอกภูมิ

```
T0 = transl([0.5, 0.2, 0.44])*traly(pi/2);
T1 = transl([0.5, 0.05, 0.44])*traly(pi/2);
Ts = ctraj(T0, T1, length(t));
qs = ikine6s(p560, Ts);
AnimateRobot(p560, qs);
```



การเปลี่ยนโครงแบบ

- ในหุ่นยนต์หลายข้อต่อ การเข้าถึงเฟรมเครื่องมือเดียวกันอาจทำได้หลายโครงแบบ
- ตัวอย่างของ **PUMA 560** คือ แขนซ้าย-ขวา, ข้อศอกซึ้น-ลง, ข้อมือพลิก
- การเปลี่ยนโครงแบบกระทำโดยกำหนดเฟรมเครื่องมือเดียวกัน ดังนั้นไม่สามารถใช้การกำหนดแนววิถีแบบคาร์ทีเซียน

ตัวอย่าง 5.10 เปลี่ยนโครงแบบ PUMA 560 จากแขนขวาเป็นแขนซ้าย

กำหนดเพรอมเครื่องมือ
ตันและสุดท้ายเป็นเพรอมเดียวกัน

คำนวณจลนศาสตร์ผกผันสำหรับ
โครงแบบแขนขวา - ซ้าย

กำหนดแนววิถีในปริภูมิข้อต่อ

ดูการเคลื่อนที่หุ่นยนต์

```
T = transl([0.5, 0.3, 0])*trotx(pi);
```

```
q_r=ikine6s(p560,T, 'ru');  
q_l = ikine6s(p560, T, 'lu');
```

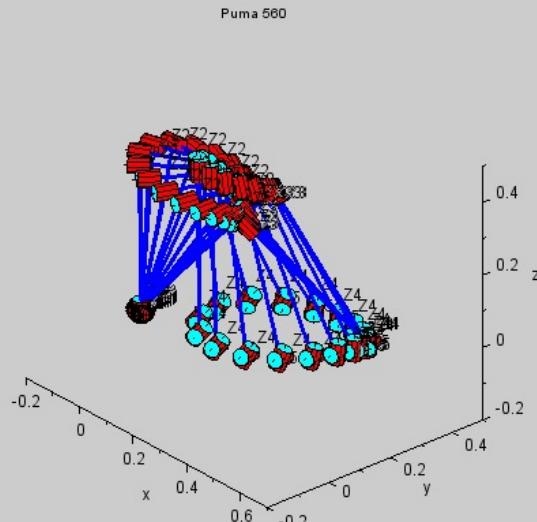
```
t = [0:0.1:2]';  
q = jtraj(q_r, q_l, t);
```

```
AnimateRobot(p560, q)
```

จับภาพการเคลื่อนที่โดยคำสั่ง PLOTROBOT

```
for(i=1:21),  
PlotRobot(p560,q(i,:), 'hold', 'noworld', 'notool'),  
end
```

หมายเหตุ：
คำสั่งใช้
เวลานาน
ในการผลักดัน



สรุป

- การกำเนิดแนววิถีมีความสำคัญในการควบคุมเส้นทาง ความเร็ว (ความเร่ง) ของหุ่นยนต์
- นอกจากจุดตัวแหน่งแล้ว ตัวควบคุมสามารถใช้ประโยชน์จากข้อมูลความเร็ว / ความเร่ง
- ได้ศึกษากรวยวิธีกำเนิดแนววิถีพื้นฐาน 3 แบบ ยังมีวิธีขั้นสูงอื่น เช่น B-spline, NURBS
- การใช้ค่าอเทอร์เนйนสามารถช่วยให้การหมุนมีแกนหมุนคงที่ตลอดแนววิถี
- ในด้านการใช้งานทั่วไป การกำเนิดแนววิถีในปริภูมิศาสตร์ที่เชื่อมจะตอบสนองความต้องการผู้ใช้ได้ดีกว่า แต่อาจประสบปัญหากรณีที่การเคลื่อนที่ผ่านจุดที่เกิดภาวะเอกซ์ฐาน
- การกำเนิดแนววิถีในปริภูมิศาสตร์ที่เชื่อมจะเกิดปัญหาด้านเงื่อนไขเวลาสำหรับหุ่นยนต์ที่ไม่มีคำตอบแบบรูปปิ๊ดของผลวัตถุผกผัน