

Matematika Diskrit  
[KOMS119602] - 2022/2023

## 9.2 - Permutasi

Dewi Sintiar

Prodi D4 Teknologi Rekayasa Perangkat Lunak  
Universitas Pendidikan Ganesha

Week 10 (Oktober 2022)

# Bagian 4: Permutasi

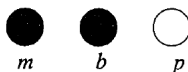
# Contoh motivasi 1

Misalkan ada 3 bola dengan warna berbeda yaitu:

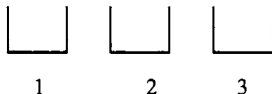
*merah (m), biru (b), dan putih (p)*

Bola akan dimasukkan ke dalam tiga kotak, dimana setiap kotak terdiri dari 1 bola.

Bola:

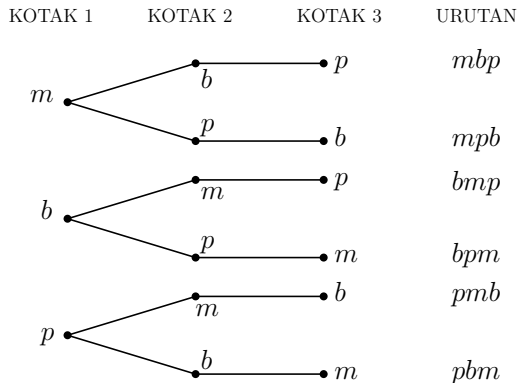


Kotak:



Tentukan banyaknya urutan berbeda untuk menempatkan bola ke dalam kotak.

## Contoh motivasi 1 (*solusi*)



Urutan berbeda ditentukan oleh banyaknya *permutasi*.

# Permutasi $n$ objek dari $n$ objek

Misalkan diberikan  $n$  objek, maka banyaknya permutasi adalah:

$$n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1 = n!$$

- ▶ Urutan pertama dapat dipilih dari  $n$  objek
- ▶ Urutan pertama dapat dipilih dari  $n-1$  objek
- ▶ ...
- ▶ Urutan terakhir dapat dipilih dari 1 objek

## Contoh motivasi 2

Diberikan 6 bola dengan warna yang berbeda:

*merah (m), biru (b), putih (p), hijau (h), kuning (k), dan jingga (j)*

**Keenam bola** tersebut akan dimasukkan ke dalam **tiga kotak**, dimana setiap kotak dapat diisi oleh 1 bola.

Tentukan banyaknya urutan berbeda yang mungkin dibuat dari penempatan bola ke dalam kotak.

## Contoh motivasi 2

Diberikan 6 bola dengan warna yang berbeda:

*merah (m), biru (b), putih (p), hijau (h), kuning (k), dan jingga (j)*

**Keenam bola** tersebut akan dimasukkan ke dalam **tiga kotak**, dimana setiap kotak dapat diisi oleh 1 bola.

Tentukan banyaknya urutan berbeda yang mungkin dibuat dari penempatan bola ke dalam kotak.

**Solusi:**

- ▶ Kotak 1 diisi oleh salah satu dari 6 bola (6 pilihan)
- ▶ Kotak 2 diisi oleh salah satu dari 5 bola (5 pilihan)
- ▶ Kotak 3 diisi oleh salah satu dari 4 bola (4 pilihan)

Banyaknya urutan berbeda untuk menempatkan bola adalah:

$$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

## Permutasi $r$ objek dari $n$ objek

- ▶ Urutan pertama dapat dipilih dari  $n$  objek
- ▶ Urutan pertama dapat dipilih dari  $n - 1$  objek
- ▶ ...
- ▶ Urutan terakhir dapat dipilih dari  $n - (r - 1)$  objek

Banyaknya urutan berbeda adalah:

$$P(n, r) = n(n - 1)(n - 2) \cdots (n - (r - 1)) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

---

**Catatan:** Jika  $r = n$ , maka:

$$P(n, n) = \frac{n!}{(n - n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

(sama dengan permutasi  $n$  objek dari  $n$  objek)



# Latihan 1

## Contoh

*Tentukan banyaknya “kata” yang dapat dibentuk dari huruf-huruf  
“ B O S A N”.*

# Latihan 1

## Contoh

*Tentukan banyaknya “kata” yang dapat dibentuk dari huruf-huruf “B O S A N”.*

## Solusi:

- ▶ Cara 1, dengan aturan perkalian, yaitu:

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

# Latihan 1

## Contoh

Tentukan banyaknya “kata” yang dapat dibentuk dari huruf-huruf “B O S A N”.

## Solusi:

- ▶ Cara 1, dengan aturan perkalian, yaitu:

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

- ▶ Cara 2, dengan aturan permutasi  $n$  objek dari  $n$  objek, yaitu:

$$P(5, 5) = 5! = 120$$

## Latihan 2

### Contoh

*Tentukan banyaknya cara mengurutkan nama 25 orang mahasiswa*

## Latihan 2

### Contoh

*Tentukan banyaknya cara mengurutkan nama 25 orang mahasiswa*

### Solusi:

**Asumsi:** tidak ada dua mahasiswa yang memiliki nama yang sama.

**Analogi:** mengisi 25 kotak dengan 25 huruf berbeda, dimana setiap kotak diisi 1 huruf.

Banyaknya cara pengurutan nama mahasiswa:

$$P(25, 25) = 25!$$

## Latihan 3

### Contoh

*Diberikan tiga ujian dalam suatu periode enam hari (Senin s.d. Sabtu).*

*Tentukan banyaknya pengaturan jadwal sehingga tidak ada dua ujian atau lebih yang dilakukan pada hari yang sama.*

## Latihan 3

### Contoh

*Diberikan tiga ujian dalam suatu periode enam hari (Senin s.d. Sabtu).*

*Tentukan banyaknya pengaturan jadwal sehingga tidak ada dua ujian atau lebih yang dilakukan pada hari yang sama.*

### Solusi:

- ▶ Cara 1, dengan aturan perkalian, yaitu:

$$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

## Latihan 3

### Contoh

*Diberikan tiga ujian dalam suatu periode enam hari (Senin s.d. Sabtu).*

*Tentukan banyaknya pengaturan jadwal sehingga tidak ada dua ujian atau lebih yang dilakukan pada hari yang sama.*

### Solusi:

- ▶ Cara 1, dengan aturan perkalian, yaitu:

$$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

- ▶ Cara 2, dengan aturan permutasi 3 objek dari 6 objek, yaitu:

$$P(6, 3) = \frac{6!}{(6-3)!} = 120$$



## Latihan 4

### Contoh

*Tentukan banyaknya string yang dapat dibentuk, yang terdiri dari 4 huruf berbeda diikuti dengan 3 angka berbeda.*

## Latihan 4

### Contoh

*Tentukan banyaknya string yang dapat dibentuk, yang terdiri dari 4 huruf berbeda diikuti dengan 3 angka berbeda.*

### Solusi:

- ▶ Terdapat  $P(26, 4)$  banyaknya susunan 4 huruf berbeda
- ▶ Terdapat  $P(10, 3)$  banyaknya susunan 3 angka berbeda

Jadi, banyaknya string yang memenuhi syarat tersebut adalah:

$$P(26, 4) \cdot P(10, 3) = 258,336,000$$

# Latihan 5

## Contoh

*Tentukan banyaknya kemungkinan membentuk 3 angka dari 5 angka: 1,2,3,4,5, sehingga:*

- 1. tidak boleh ada pengulangan angka;*
- 2. boleh ada pengulangan angka.*

# Latihan 5

## Contoh

*Tentukan banyaknya kemungkinan membentuk 3 angka dari 5 angka: 1,2,3,4,5, sehingga:*

- 1. tidak boleh ada pengulangan angka;*
- 2. boleh ada pengulangan angka.*

## Solusi:

1. Dapat digunakan kaidah perkalian atau metode permutasi, yaitu:  $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ , atau  $P(5, 3) = 60$ .
2. Tidak dapat menggunakan metode permutasi, namun dapat digunakan kaidah perkalian, yaitu:  $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ .

## Latihan 6

### Contoh

*Tentukan banyaknya string yang dapat dibentuk dari permutasi huruf "SARUNG" sehingga huruf-huruf vokal terletak pada posisi saling bersebelahan.*

## Latihan 6

### Contoh

*Tentukan banyaknya string yang dapat dibentuk dari permutasi huruf "SARUNG" sehingga huruf-huruf vokal terletak pada posisi saling bersebelahan.*

### Solusi:

Kita mencari string yang memuat "au" atau "ua".

- ▶ Jadi huruf "au" atau "ua" dapat dilihat sebagai satu blok.
- ▶ Banyaknya permutasi huruf: au, s, r, n, g adalah  $P(5, 5) = 5! = 120$ .
- ▶ Banyaknya permutasi huruf: ua, s, r, n, g adalah  $P(5, 5) = 5! = 120$ .

Jadi, banyaknya string yang dapat dibuat adalah:  $120 + 120 = 240$ .

# Bagian 5: Permutasi melingkar

## Contoh motivasi permutasi melingkar

Diberikan 10 orang yang duduk pada suatu **barisan** yang terdiri dari 10 kursi.

Bagaimana jika kursi-kursi dalam posisi **melingkar**?



## Contoh motivasi permutasi melingkar

Diberikan 10 orang yang duduk pada suatu **barisan** yang terdiri dari 10 kursi.

Bagaimana jika kursi-kursi dalam posisi **melingkar**?

- ▶ Satu orang pertama dapat duduk di posisi manapun.
- ▶ 9 orang lainnya dapat duduk dalam cara sebanyak:

$$9 \times 8 \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1 = 9!$$

## Contoh motivasi permutasi melingkar

Diberikan 10 orang yang duduk pada suatu **barisan** yang terdiri dari 10 kursi.

Bagaimana jika kursi-kursi dalam posisi **melingkar**?

- ▶ Satu orang pertama dapat duduk di posisi manapun.
- ▶ 9 orang lainnya dapat duduk dalam cara sebanyak:

$$9 \times 8 \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1 = 9!$$

### Definisi (Permutasi melingkar)

*Permutasi melingkar* dari  $n$  objek adalah penyusunan objek-objek dalam urutan melingkar. Banyaknya susunan adalah  $(n - 1)!$ .

# Latihan 1

## Latihan 2

*bersambung...*