Aljabar Linier

[KOMS120301] - 2023/2024

4.3 - Penerapan Sistem Persamaan Linier di Ilmu Komputer

(isi slide ini disadur dari slide kuliah Rinaldi Munir, ITB)

Dewi Sintiari

Program Studi S1 Ilmu Komputer
Universitas Pendidikan Ganesha

Week 4 (September 2023)

Tujuan pembelajaran

Setelah pembelajaran ini, Anda diharapkan dapat:

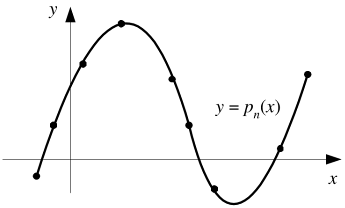
1. menjelaskan penerapan sistem linier, khususnya dalam interpolasi polinomial.

Permasalahan

Diberikan $n+1$ *titik* $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$. *Tentukan polinomial* $p_n(x)$ *yang melalui titik-titik, sedemikian sehingga:*

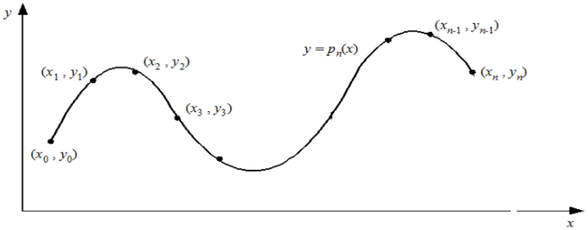
$$y_i = p_n(x_i) \quad \textit{for } i = 0, 1, 2, \ldots, n$$

Setelah polinomial $p_n(x)$ ditemukan, $p_n(x)$ dapat digunakan untuk menghitung estimasi nilai y dalam $x = a$, yaitu $y = p_n(a)$.



Interpolasi polinomial derajat n yang melalui titik $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$ adalah:

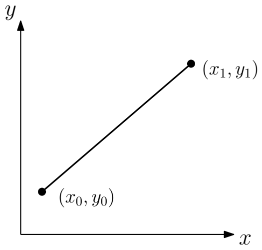
$$p_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$



Interpolasi linier adalah interpolasi dua titik dengan garis linier.

Misalkan diberikan dua titik (x_0, y_0) dan (x_1, y_1). Polinomial yang menginterpolasi kedua titik tersebut adalah:

$$p_1(x) = a_0 + a_1 x$$

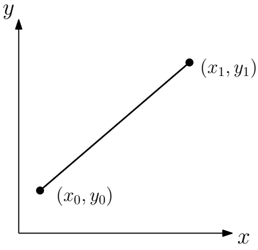


$$y_0 = a_0 + a_1 x_0$$
$$y_1 = a_0 + a_1 x_1$$

Ini dapat diselesaikan dengan menggunakan eliminasi Gauss.

Misalkan diberikan tiga titik (x_0, y_0), (x_1, y_1), dan (x_2, y_2). Polinomial yang menginterpolasi ketiga titik tersebut adalah:

$$p_1(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$



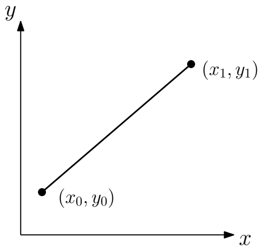
$$y_0 = a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2$$
$$y_1 = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2$$
$$y_2 = a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2$$

Ini dapat diselesaikan dengan menggunakan eliminasi Gauss.

Interpolasi kubik

Misalkan diberikan empat titik (x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), dan (x_3, y_3). Polinomial yang menginterpolasi keempat titik tersebut adalah:

$$p_1(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$



$$\begin{aligned} y_0 &= a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 + a_2 x_0^3 \\ y_1 &= a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + a_2 x_1^3 \\ y_2 &= a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 + a_2 x_2^3 \\ y_3 &= a_0 + a_1 x_3 + a_2 x_3^2 + a_2 x_3^3 \end{aligned}$$

Ini dapat diselesaikan dengan menggunakan eliminasi Gauss.

Interpolasi umum

Demikian pula, dengan menggunakan metode eliminasi Gaussian, kita dapat menginterpolasi polinomial berderajat n untuk $n \geq 4$, dengan $(n+1)$ data.

$$
\begin{aligned}
y_0 &= a_0 + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 + \cdots + a_n x_0^n \\
y_1 &= a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + \cdots + a_n x_1^n \\
y_2 &= a_0 + a_1 x_2 + a_2 x_2^2 + \cdots + a_n x_2^n \\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \\
y_3 &= a_0 + a_1 x_3 + a_2 x_3^2 + \cdots + a_n x_n^n
\end{aligned}
$$

Latihan

bersambung...