

Matematika Diskrit
[KOMS119602] - 2022/2023

10.1 - Kombinatorika

Dewi Sintiar

Prodi D4 Teknologi Rekayasa Perangkat Lunak
Universitas Pendidikan Ganesha

Week 10 (Oktober 2022)

Bagian 1. Aturan mencacah

Inquiry: Aturan mencacah

Contoh kasus:

- ▶ Misal nomor plat kendaraan di negara X terdiri dari 5 angka diikuti dengan 2 huruf, dimana angka pertama tidak boleh 0.
Berapa banyak nomor plat mobil yang dapat dibuat?
- ▶ Misal *password* sebuah sistem komputer terdiri dari 6-8 karakter, dalam bentuk angka/huruf, dimana huruf kapital dan huruf kecil tidak dibedakan.
Berapa banyak sandi yang dapat dibuat?
- ▶ Dari 20 anggota BEM, akan dibentuk pengurus inti yang beranggotakan 6 orang.
Berapa banyak cara memilih anggota komisi bila seorang anggota A harus termasuk di dalam komisi tersebut?

Percobaan

Contoh percobaan dan hasilnya (*outcome*)

1. Melempar dadu
Enam hasil percobaan yang mungkin untuk pelemparan dadu adalah muka dadu 1, 2, 3, 4, 5, atau 6
2. Melempar koin uang Rp100
Hasil percobaan melempar koin 100 ada dua kemungkinan: muka koin yang bergambar rumah gadang atau muka koin yang bergambar wayang
3. Memilih lima orang wakil dari 100 orang mahasiswa
Hasil yang diperoleh adalah perwakilan yang beranggotakan lima orang mahasiswa. Kemungkinan perwakilan yang dapat dibentuk banyak sekali.
4. Menyusun jumlah kata yang panjangnya 5 huruf yang dapat dibentuk dari huruf-huruf *a, b, c, d, e*, tidak boleh ada huruf yang berulang di dalam kata.
Hasil yang diperoleh adalah string yang disusun oleh huruf-huruf tersebut, misalnya *abcde, abced, acdeb*, dan seterusnya.

Kaidah dasar menghitung

Kaidah perkalian (rule of product)

- ▶ Percobaan 1 menghasilkan p percobaan;
- ▶ Percobaan 2 menghasilkan q percobaan;
- ▶ Maka Percobaan 1 dan 2 menghasilkan pq kemungkinan.

Kaidah penjumlahan (rule of sum)

- ▶ Percobaan 1 menghasilkan p percobaan;
- ▶ Percobaan 2 menghasilkan q percobaan;
- ▶ Maka Percobaan 1 dan 2 menghasilkan $p + q$ kemungkinan.

Contoh penerapan kaidah perkalian

Contoh

Sebuah restoran menyediakan lima jenis makanan:

nasi goreng, roti, soto, sate, sop

dan tiga jenis minuman yaitu: susu, kopi, teh

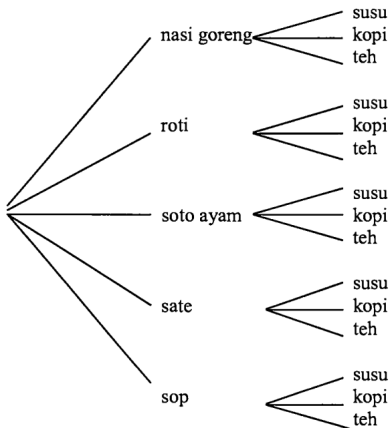
Contoh penerapan kaidah perkalian

Contoh

Sebuah restoran menyediakan lima jenis makanan:

nasi goreng, roti, soto, sate, sop

dan tiga jenis minuman yaitu: susu, kopi, teh



Latihan 1

- ▶ Jabatan ketua himpunan dapat diduduki oleh mahasiswa angkatan tahun 2020 atau angkatan 2019.

Jika terdapat 45 mahasiswa angkatan 2021 dan 52 mahasiswa angkatan 1998, berapa cara memilih pejabat ketua himpunan?

Solusi:

Latihan 2

- ▶ Sekelompok mahasiswa terdiri dari 4 laki-laki dan 3 perempuan.

Berapa banyak cara memilih satu wakil laki-laki dan satu wakil perempuan?

Solusi:

Latihan 3

- ▶ Sekelompok mahasiswa terdiri dari 4 laki-laki dan 3 perempuan.

Berapa banyak cara memilih satu orang yang mewakili kelompok tersebut (tanpa memperdulikan pria/wanita) ?

Solusi:

Latihan 4

- ▶ Misalkan himpunan $A = \{a, b, c, d, e\}$ dan himpunan $B = \{1, 2, 3\}$.

Berapa banyak pasangan terurut (*ordered pairs*) yang dapat dibentuk antara anggota himpunan A dan B ?

Solusi:

Bagian 2. Perluasan kaidah pencacahan

Contoh kasus

Contoh

Terdapat empat rute yang dapat dilalui kendaraan dari Jakarta ke Bandung, dan tiga rute dari Bandung ke Yogya.

- 1. Berapa banyak cara seseorang bepergian dengan kendaraan dari Jakarta ke Yogya melalui Bandung?*
- 2. Berapa banyak cara seseorang bepergian pulang-pergi dengan kendaraan dari Jakarta ke Yogya melalui Bandung?*

Berikan ide penyelesaian untuk soal tersebut

Kaidah perkalian dan kaidah penjumlahan untuk multi-percobaan

Jika n percobaan masing-masing mempunyai hasil percobaan sebanyak:

$$p_1, p_2, \dots, p_n$$

dimana $\forall i$, hasil p_i tidak bergantung pada pilihan sebelumnya, maka banyaknya percobaan adalah:

- ▶ $p_1 \times p_2 \times \dots \times p_n$ untuk kaidah perkalian;
- ▶ $p_1 + p_2 + \dots + p_n$ untuk kaidah penjumlahan

Contoh

Diberikan 10 pertanyaan dengan kemungkinan jawaban BENAR atau SALAH (B atau S). Berapakah banyaknya kemungkinan kombinasi jawaban yang dapat dibuat?

Solusi:

Contoh

Diberikan 10 pertanyaan dengan kemungkinan jawaban BENAR atau SALAH (B atau S). Berapakah banyaknya kemungkinan kombinasi jawaban yang dapat dibuat?

Solusi:

- Untuk setiap pertanyaan, terdapat dua kemungkinan jawaban:

B/S	B/S	B/S	B/S	B/S	B/S	B/S	B/S	B/S	B/S
<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>

Digunakan **kaidah perkalian** (setiap pertanyaan harus dijawab). Banyaknya kombinasi jawaban adalah:

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{10 \text{ kali}} = 2^{10}$$

Aktivitas eksploratif

Bentuklah 8 kelompok dan setiap kelompok menjawab dan menjelaskan satu dari soal berikut.

Soal 1:

Tentukan banyaknya cara membentuk kata dengan 6 huruf dari huruf: a, b, c, d, e, f , dengan syarat:

1. tidak boleh ada huruf yang berulang
2. boleh ada huruf yang berulang
3. tidak ada huruf berulang dan kata diawali huruf a
4. tidak ada huruf berulang dan kata tidak diawali huruf a

Soal 2:

Sebuah perpustakaan memiliki 7 buku Matematika Diskrit, 6 buku Pemrograman, dan 10 buku Basis Data. Setiap buku memiliki edisi yang berbeda-beda. Berapakah cara memilih:

1. 3 buku mata kuliah yang berbeda
2. 1 buku dengan mata kuliah tertentu

Soal 3:

Tentukan banyaknya bilangan ganjil dari 10000 hingga 99999 dengan syarat:

1. semua angkanya berbeda
2. boleh ada angka yang berulang

Soal 4:

Tentukan nilai k setelah kode berikut dieksekusi

$k = 0$

for $p_1 = 1$ **to** n_1 **do**

$k := k + 1;$

for $p_2 = 1$ **to** n_1 **do**

$k := k + 1;$

\vdots

for $p_m = 1$ **to** n_1 **do**

$k := k + 1;$

Soal 5:

Tentukan nilai k setelah kode berikut dieksekusi

$k = 0$

for $p_1 = 1$ **to** n_1 **do**

for $p_2 = 1$ **to** n_1 **do**

\vdots

for $p_m = 1$ **to** n_1 **do**

$k := k + 1;$

Soal 6:

Suatu bilangan dibentuk dari angka-angka 2,3,4,5,6,7,8,9. Jika pengulangan angka tidak dibolehkan, berapakah banyaknya bilangan 4-digit yang kurang dari 5000, namun habis dibagi 5 yang dapat dibentuk dari angka-angka tersebut?

Soal 7: Sebuah *password* pada suatu sistem komputer memiliki panjang enam s.d. delapan karakter. Tiap karakter boleh berupa huruf atau angka; huruf besar dan huruf kecil tidak dibedakan. Tentukan banyaknya sandi yang dapat dibuat.

Soal 8: Misalkan nomor plat mobil di negara X terdiri atas 5 angka diikuti dengan 2 huruf. Jika angka pertama tidak boleh 0, tentukan banyaknya nomor plat mobil yang dapat dibuat.

Bagian 3. Prinsip Inklusi-Eksklusi

Contoh

Tentukan banyaknya *byte* yang dimulai dengan 11 **atau** berakhir dengan 11 (setiap *byte* disusun oleh 8-bit).

Solusi:

Misal:

- ▶ A = himpunan *byte* yang dimulai dengan '11'
- ▶ B = himpunan *byte* yang dimulai dengan '11'
- ▶ $A \cap B$ = himpunan *byte* yang berawal dan berakhir dengan '11'

Maka:

$A \cup B$ = himpunan *byte* yang berawal dengan '11' atau berakhir dengan '11'

- ▶ $|A| = 2^6 = 64$
- ▶ $|B| = 2^6 = 64$
- ▶ $|A \cap B| = 2^4 = 16$

Contoh (*lanjutan*)

- ▶ $|A| = 2^6 = 64$
- ▶ $|B| = 2^6 = 64$
- ▶ $|A \cap B| = 2^4 = 16$

Dengan menggunakan prinsip Inklusi-Eksklusi, diperoleh:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 64 + 64 - 16 = 112$$

Latihan “Prinsip Inklusi-Eksklusi”

Berikan sebuah contoh permasalahan (beserta solusinya) terkait penggunaan prinsip Inklusi-Eksklusi!

bersambung...