

Linear Algebra

[KOMS120301] - 2023/2024

13.1 - Intuition behind matrix transformation

Dewi Sintiari

Program Studi S1 Ilmu Komputer
Universitas Pendidikan Ganesha

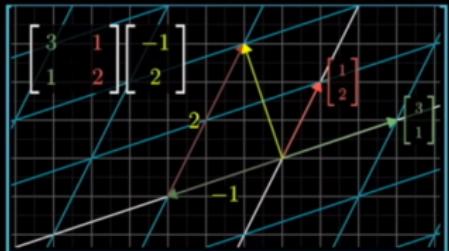
Week 13 (November 2023)

Tujuan pembelajaran

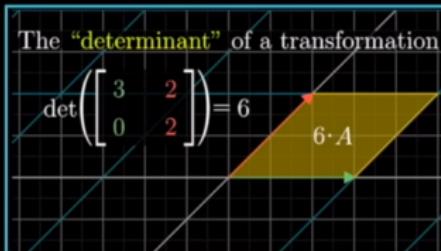
- Rekap apa yang kita pelajari pada minggu-minggu sebelumnya;
- Dapatkan pemahaman intuitif tentang konsep tersebut;
- Kaitkan dengan konsep transformasi linier.

Apa yang telah kita pelajari

Linear transformations



Determinants



Linear systems

$$\begin{aligned} 2x + 5y + 3z &= -3 \\ 4x + 0y + 8z &= 0 \\ 1x + 3y + 0z &= 2 \end{aligned} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 4 & 0 & 8 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Change of basis

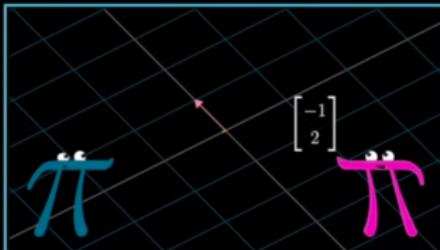
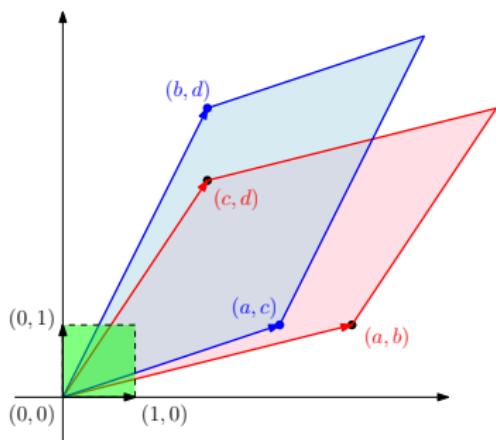


Figure: Prasyarat (source: Youtube of 3Blue1Brown)

Interpretasi geometri determinan (*dari Minggu 5*)



Matriks $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dapat dilihat sebagai “pengaturan” dari:

- row vectors:
 $\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix}$ and $\begin{bmatrix} c & d \end{bmatrix}$
- atau vektor kolom:
 $\begin{bmatrix} a \\ c \end{bmatrix}$ and $\begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix}$

Matriks mendefinisikan apa yang disebut *transformasi linier* dari persegi satuan (dalam green) yang dibentuk oleh basis vektor $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ dan $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, sehubungan dengan:

- **vektor baris**, ditunjukkan oleh jajaran genjang red; atau
- **vektor kolom**, yang ditunjukkan oleh jajaran genjang blue

Kedua jajaran genjang memiliki **luas yang sama**. Buktikan itu!

Vektor yang “tetap pada posisinya” setelah transformasi

Transformasi vektor basis (1)

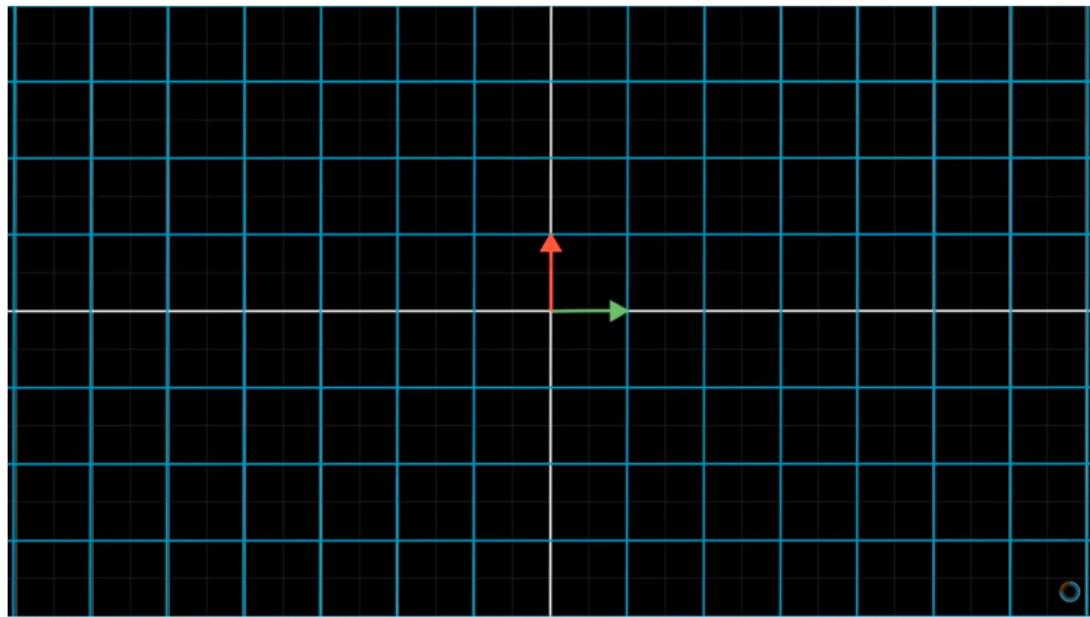


Figure: Dua vektor basis dalam sistem standar (*source: Youtube of 3Blue1Brown*)

Transformasi vektor basis (2)

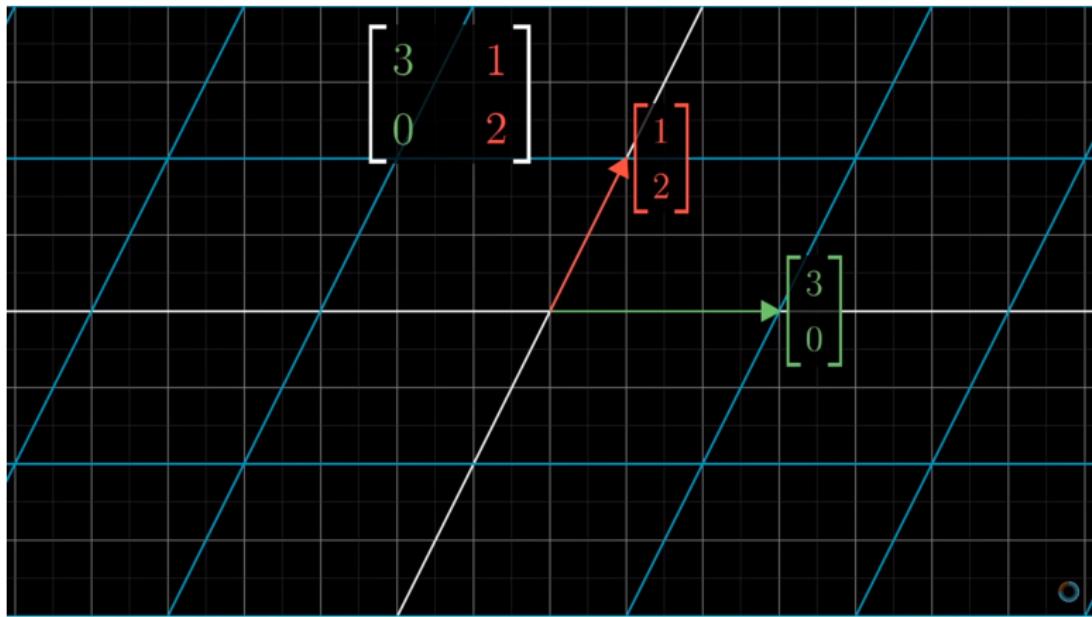


Figure: Hasil transformasi vektor basis tetap pada “posisinya” (source: *Youtube of 3Blue1Brown*)

Transformasi vektor basis (3)

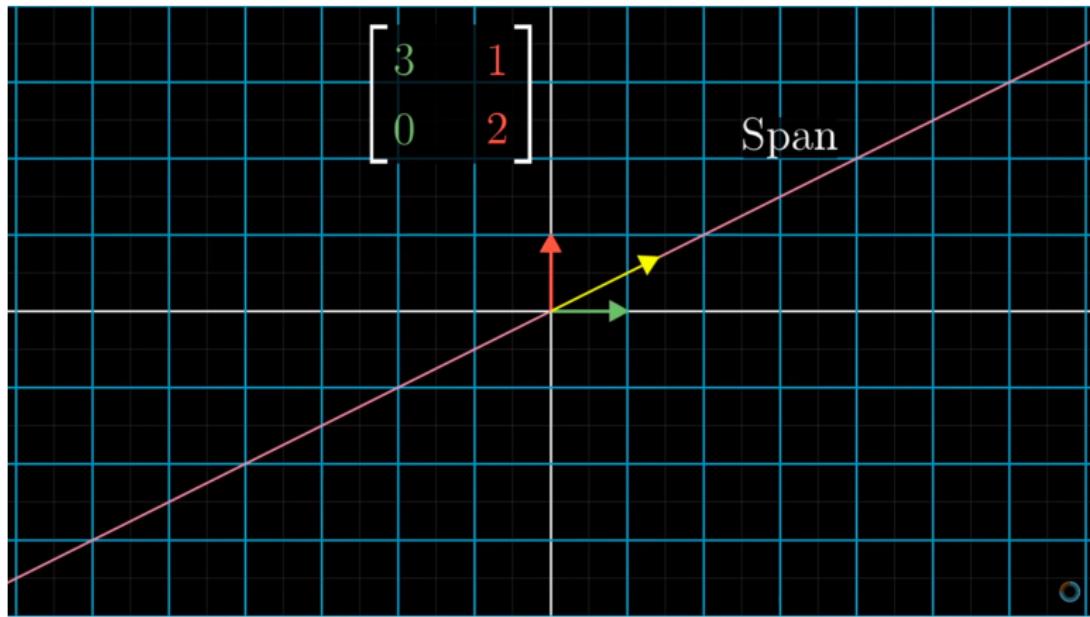


Figure: Vektor (kuning) dan rentangnya (source: Youtube of 3Blue1Brown)

Transformasi vektor basis (4)

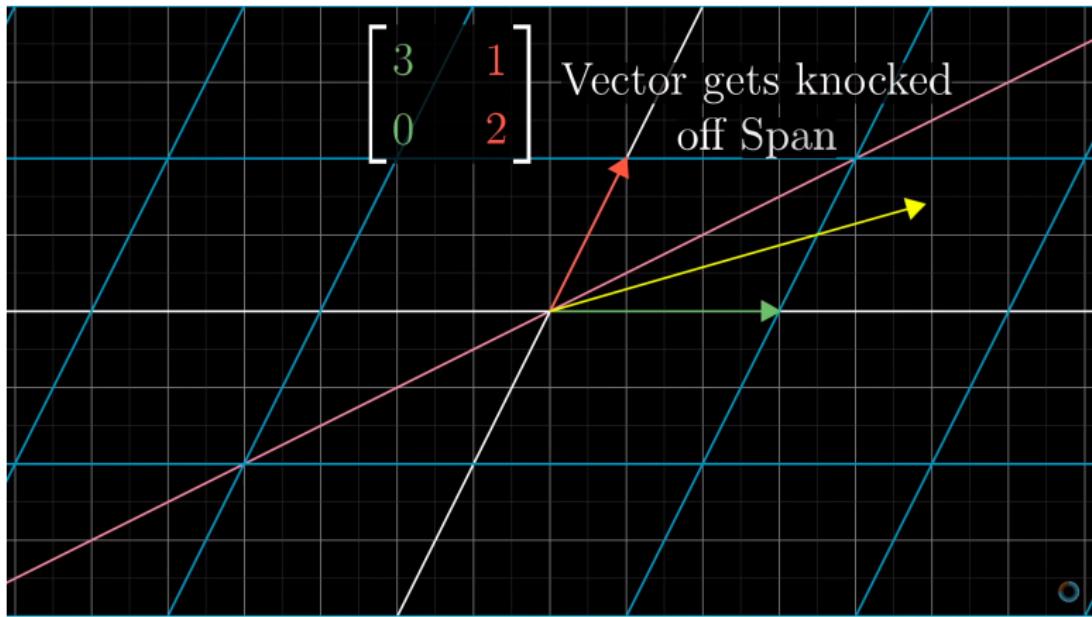


Figure: Vektor kuning tidak tetap pada posisinya (source: *Youtube of 3Blue1Brown*)

Transformasi vektor basis (5)

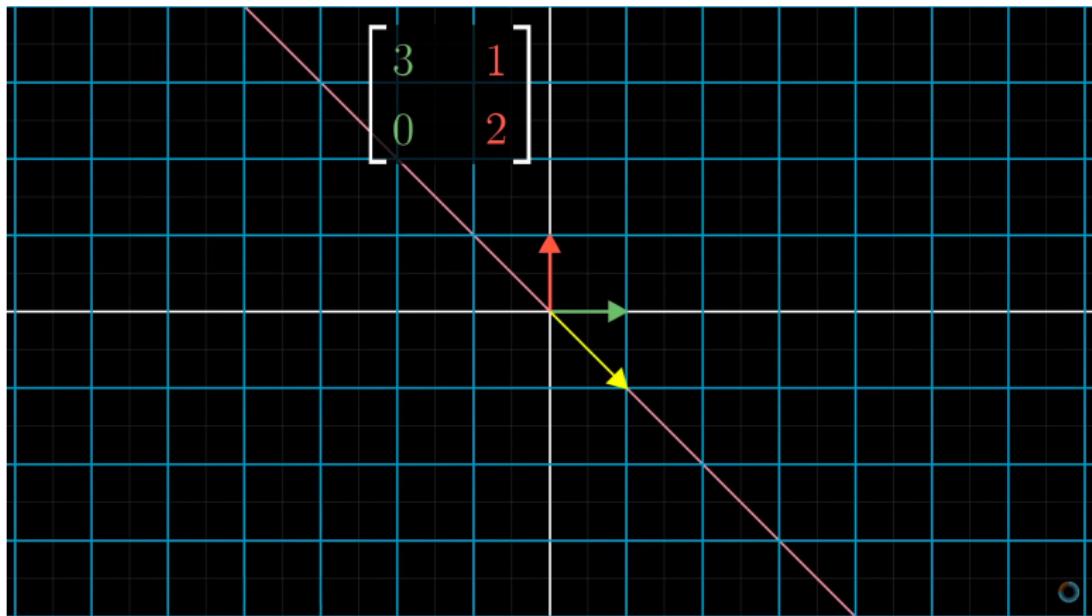


Figure: Vektor kuning lainnya (*sumber: Youtube of 3Blue1Brown*)

Transformasi vektor basis (6)

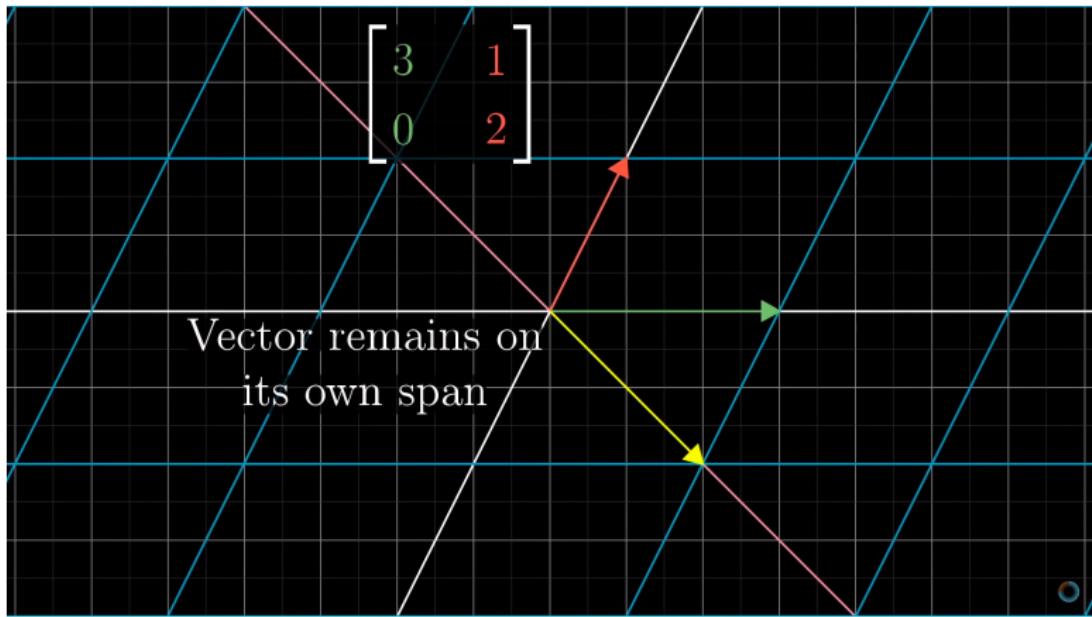


Figure: Vektor tetap pada posisinya setelah transformasi (source: Youtube of 3Blue1Brown)

Transformasi vektor basis (7)

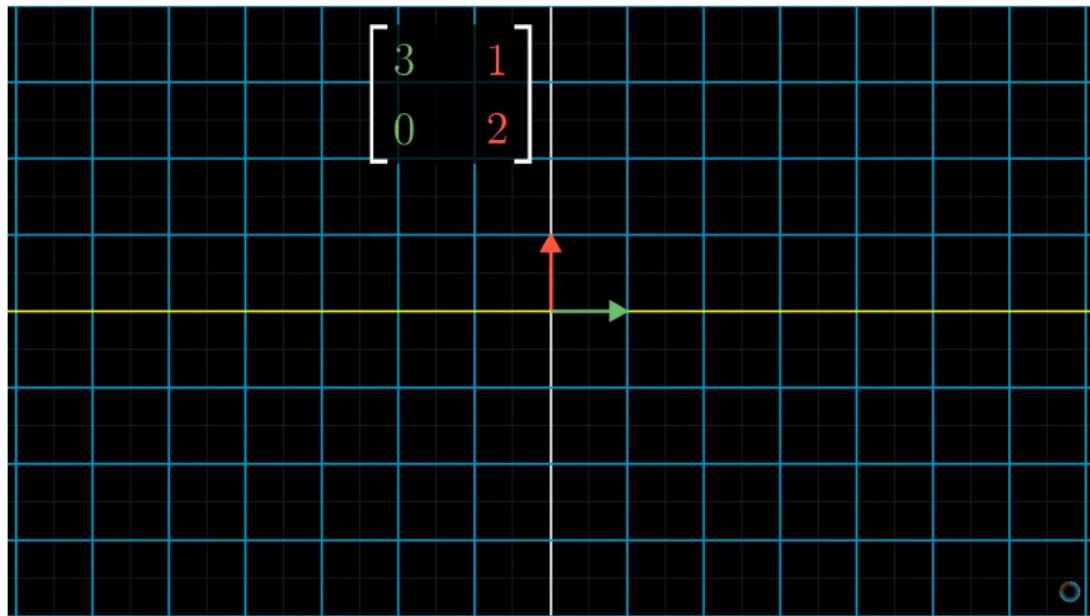


Figure: Apa yang terjadi pada vektor basis hijau dan rentangnya?
(source: *Youtube of 3Blue1Brown*)

Transformasi vektor basis (8)

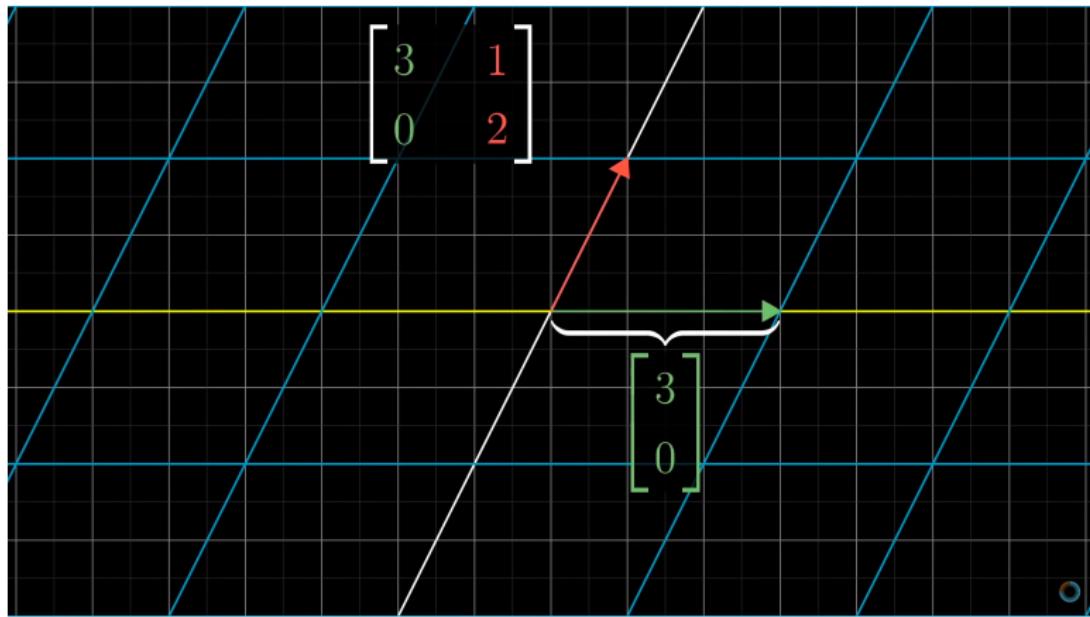


Figure: The green vector remains in its position, and multiplies by 3
(source: *Youtube of 3Blue1Brown*)

Transformasi vektor basis (9)

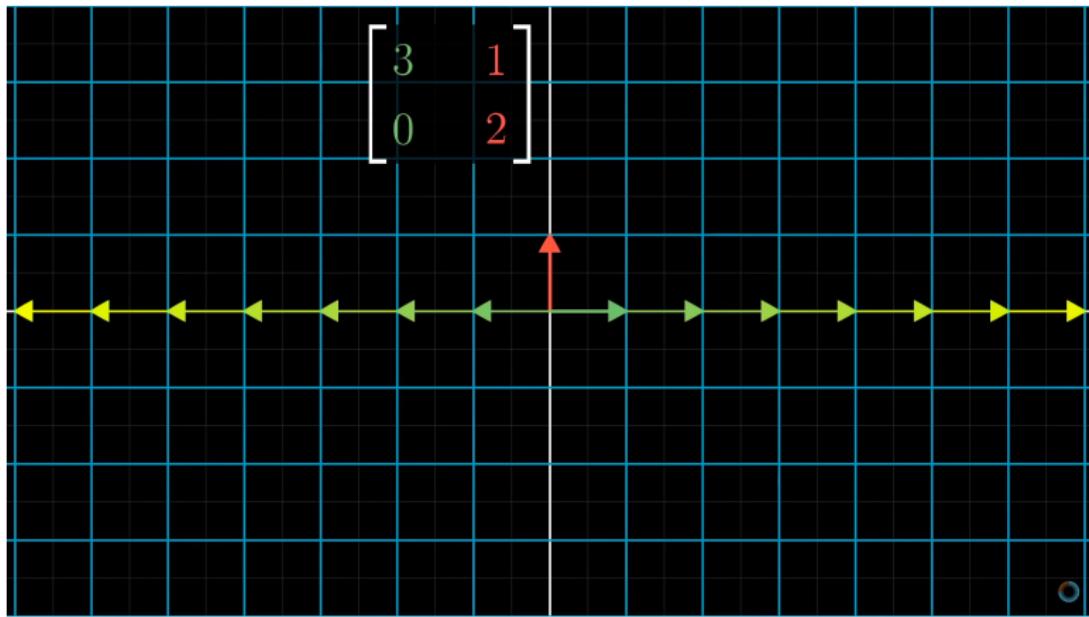


Figure: Hal ini terjadi pada semua vektor yang arahnya sama (terbalik) dengan vektor hijau (*sumber: Youtube of 3Blue1Brown*)

Transformasi vektor basis (10)

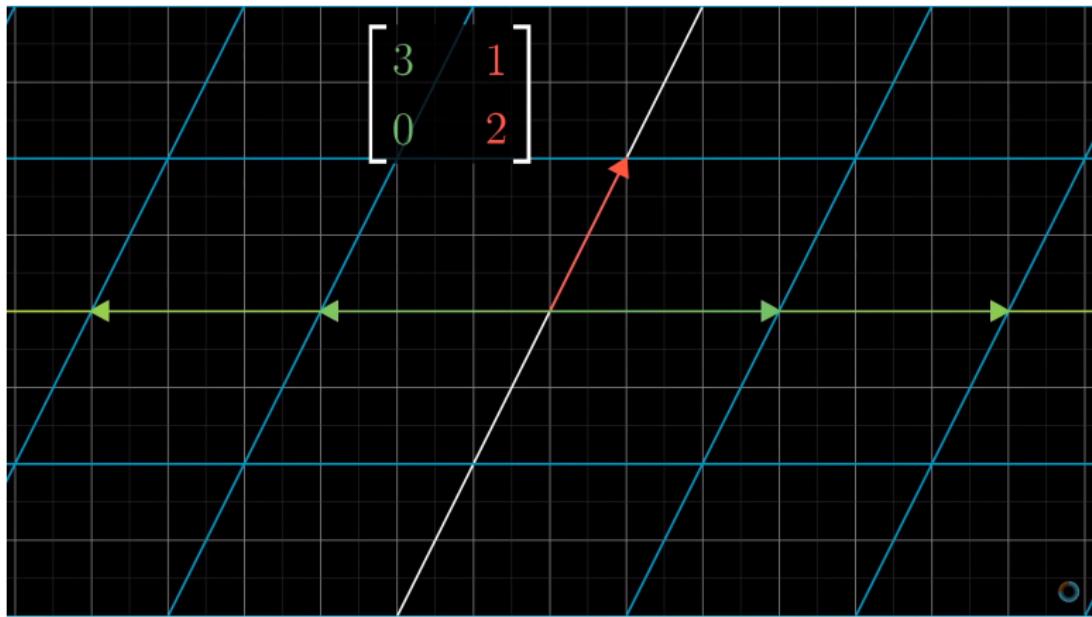


Figure: Semuanya direngangkan hingga 3 kali vektor aslinya (source: *Youtube of 3Blue1Brown*)

Transformasi vektor basis (11)

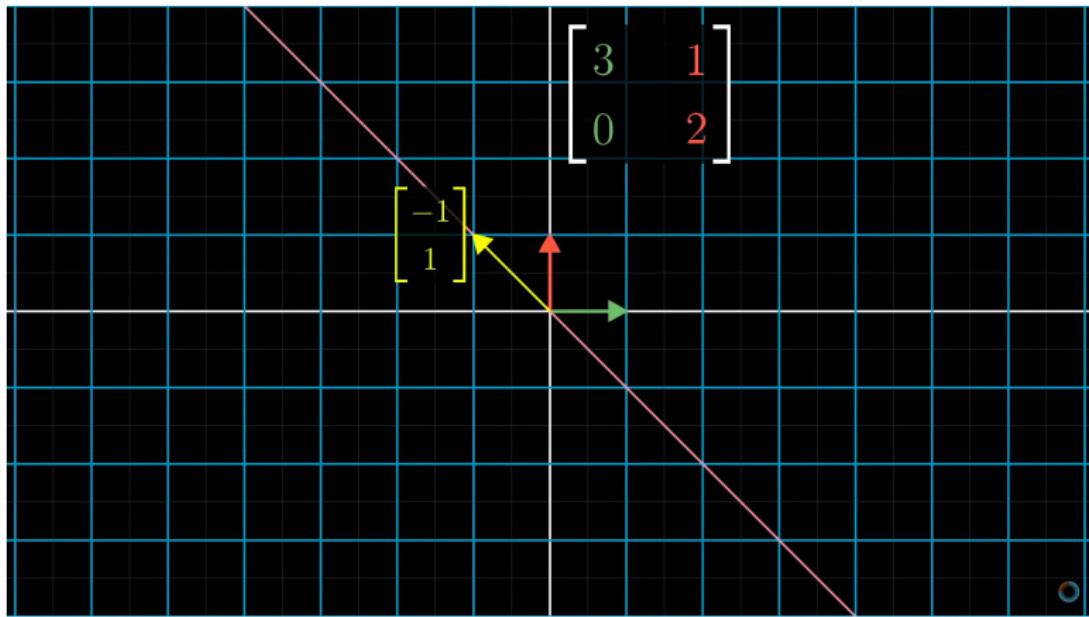


Figure: Vektor lain dengan sifat serupa (source: Youtube of 3Blue1Brown)

Transformasi vektor basis (12)

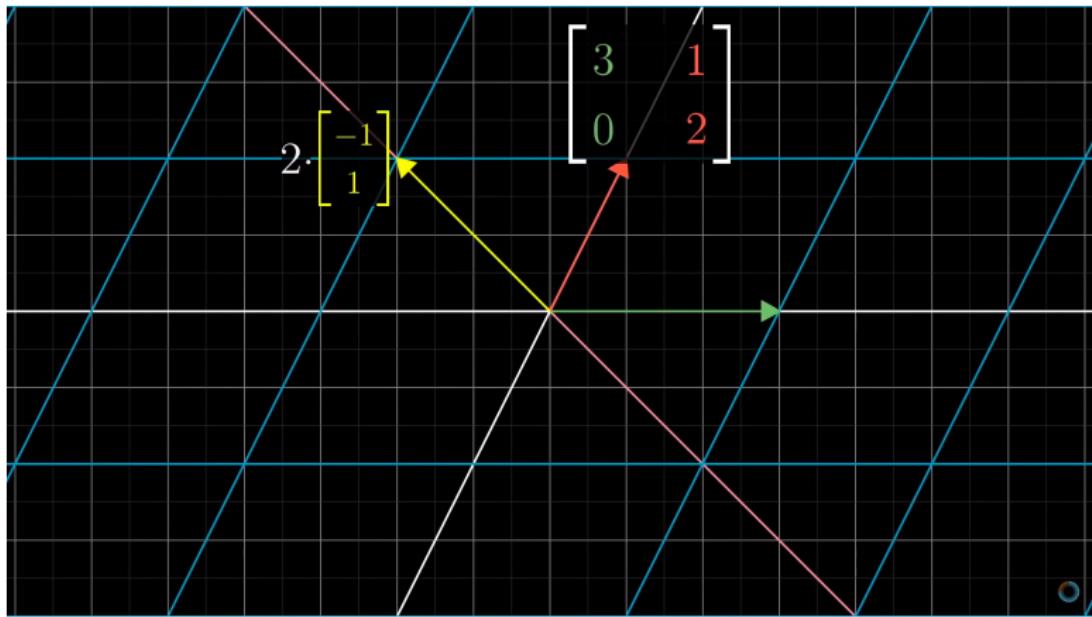


Figure: Vektor ini tetap pada posisinya setelah transformasi (source: *Youtube of 3Blue1Brown*)

Transformasi vektor basis (13)

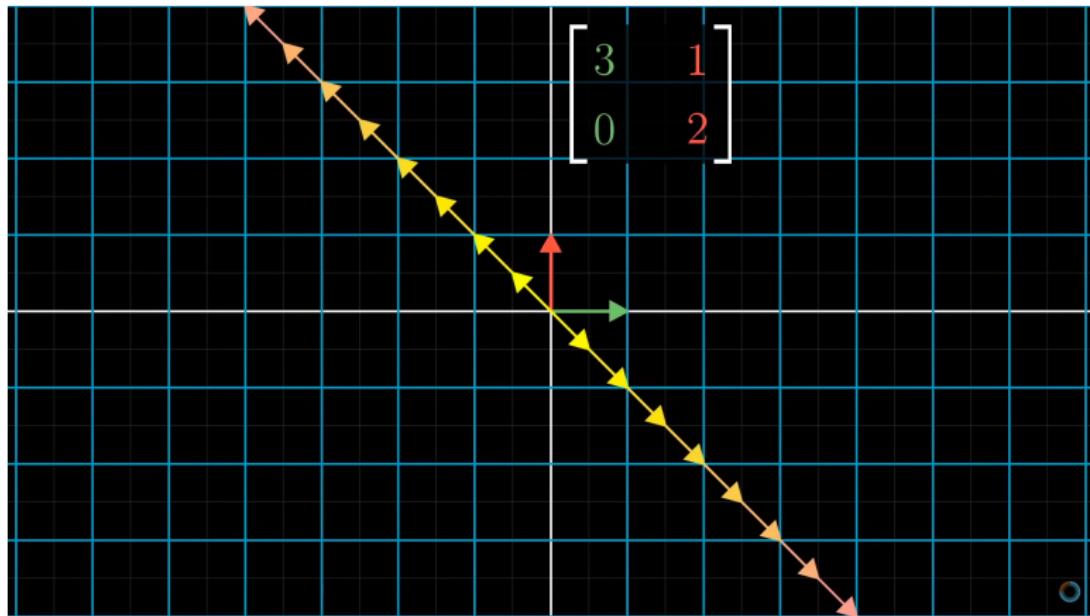


Figure: Properti ini berlaku untuk semua vektor dalam rentang vektornya
(source: *Youtube of 3Blue1Brown*)

Vektor eigen (1)

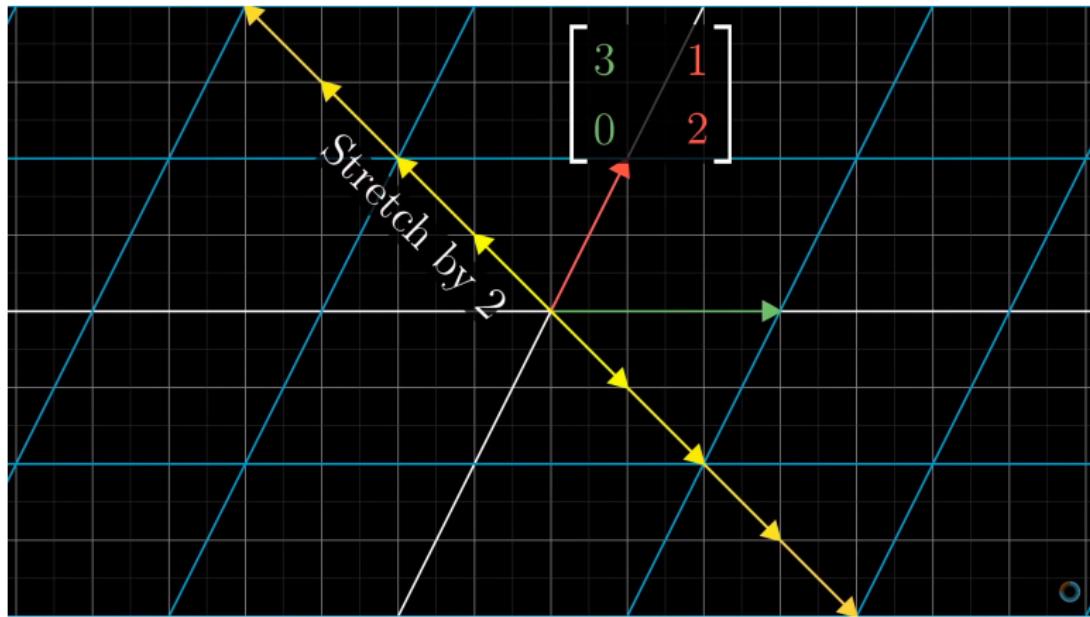


Figure: Vektor kuning diregangkan sebesar 2 (source: *Youtube of 3Blue1Brown*)

Vektor eigen (2)

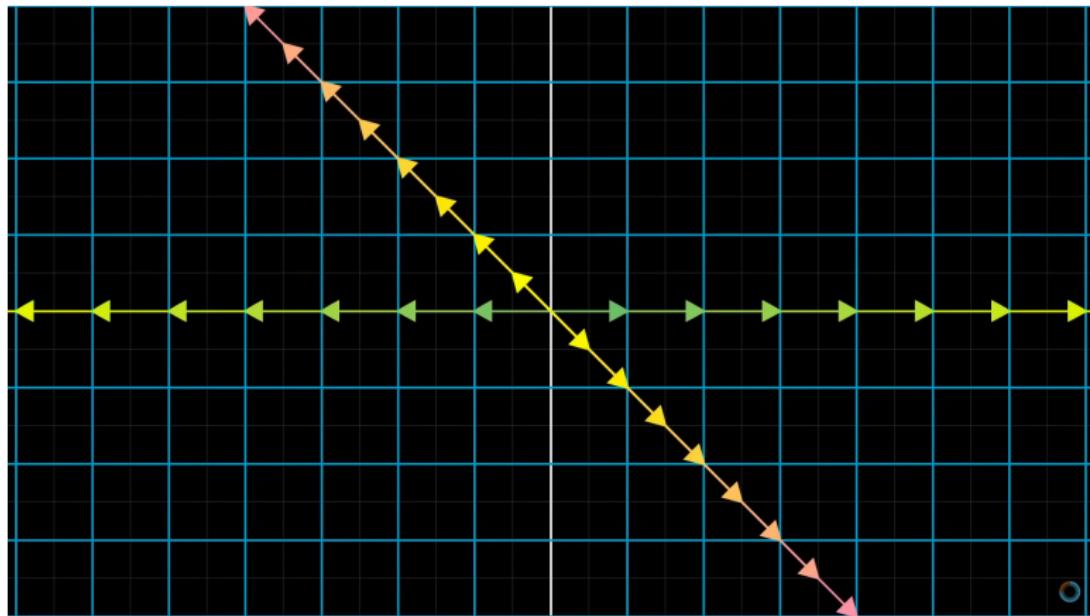


Figure: Vektor hijau diregangkan sebesar 3 (source: *Youtube of 3Blue1Brown*)

Vektor eigen (3)

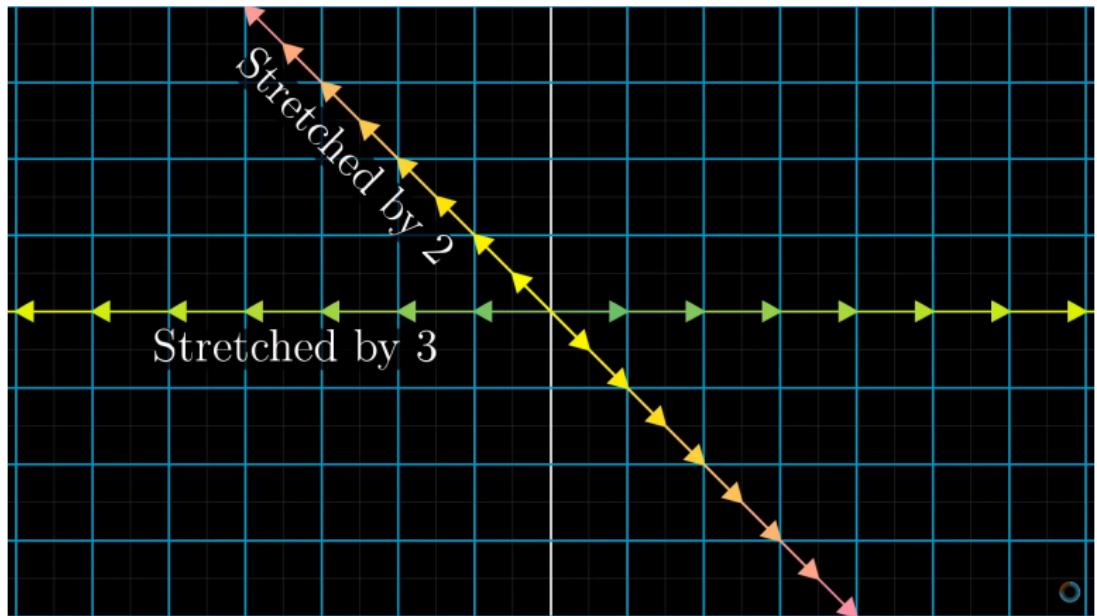


Figure: Source: Youtube of 3Blue1Brown

Vektor eigen (4)

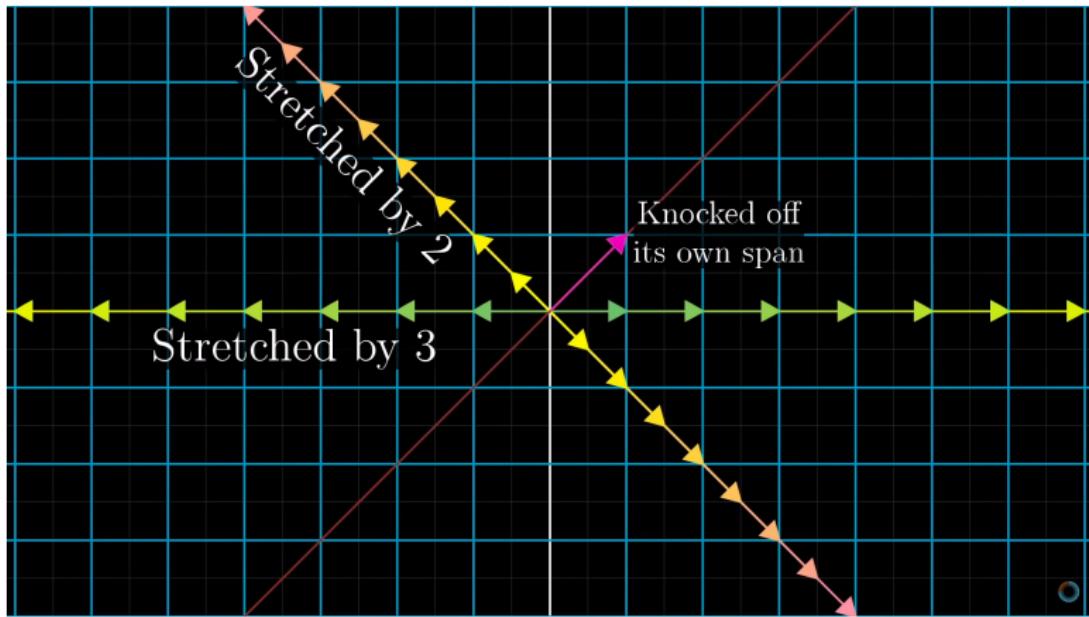


Figure: Vektor-vektor lain tidak bertahan dalam rentangnya Source:
Youtube of 3Blue1Brown

Vektor eigen (5)

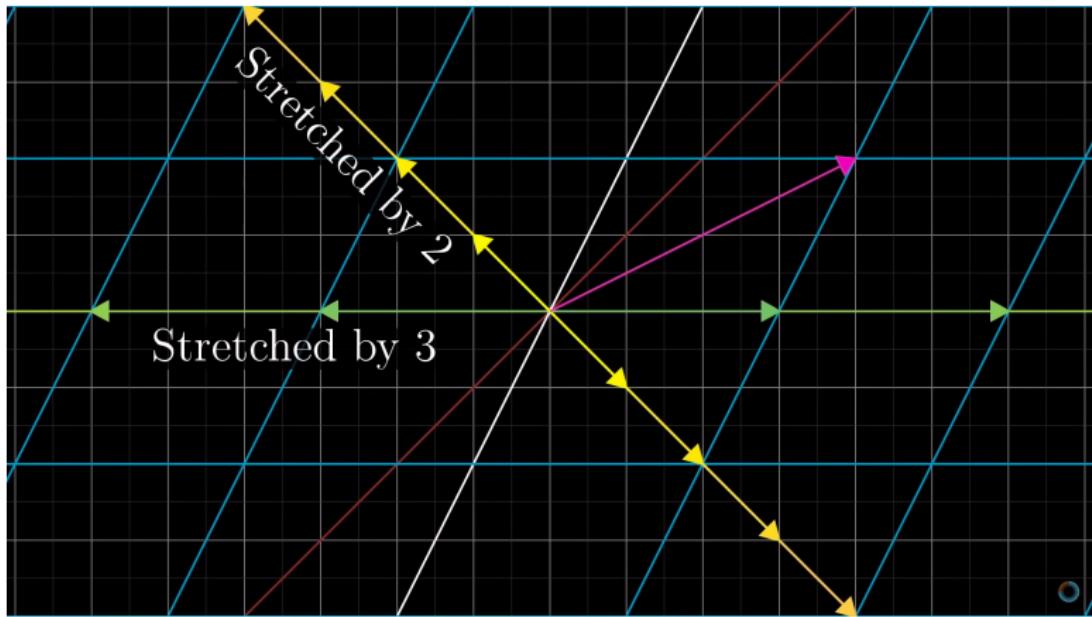


Figure: Transformasi tersebut menjaga kedua vektor (kuning dan hijau) pada posisinya (source: *Youtube of 3Blue1Brown*)

Vektor eigen (6)

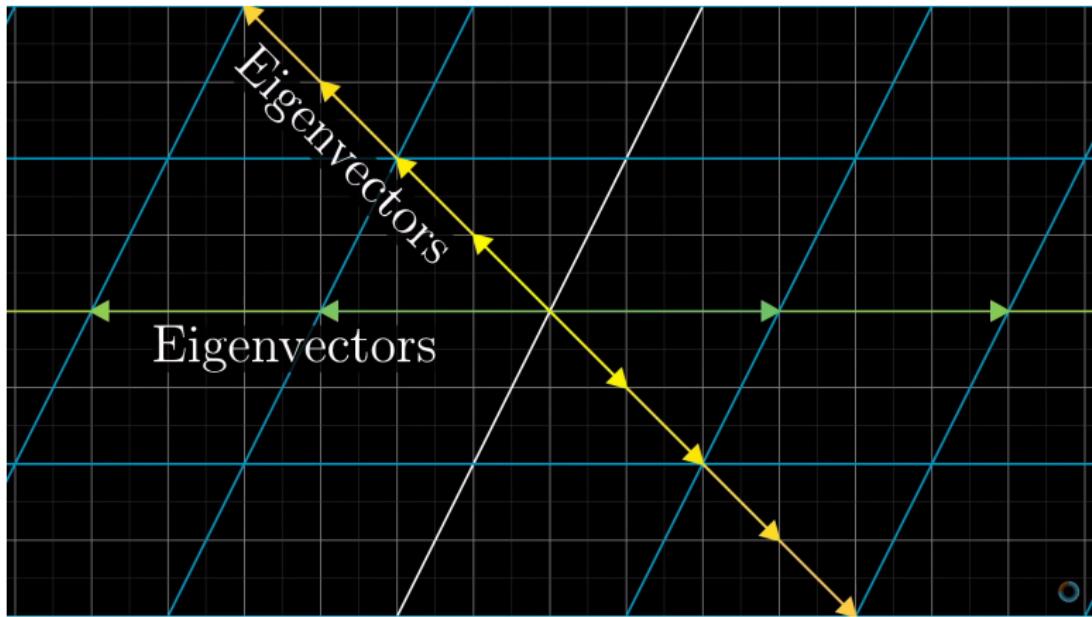


Figure: Transformasi tersebut menjaga kedua vektor tetap pada posisinya
(source: *Youtube of 3Blue1Brown*)

Vektor eigen (7)

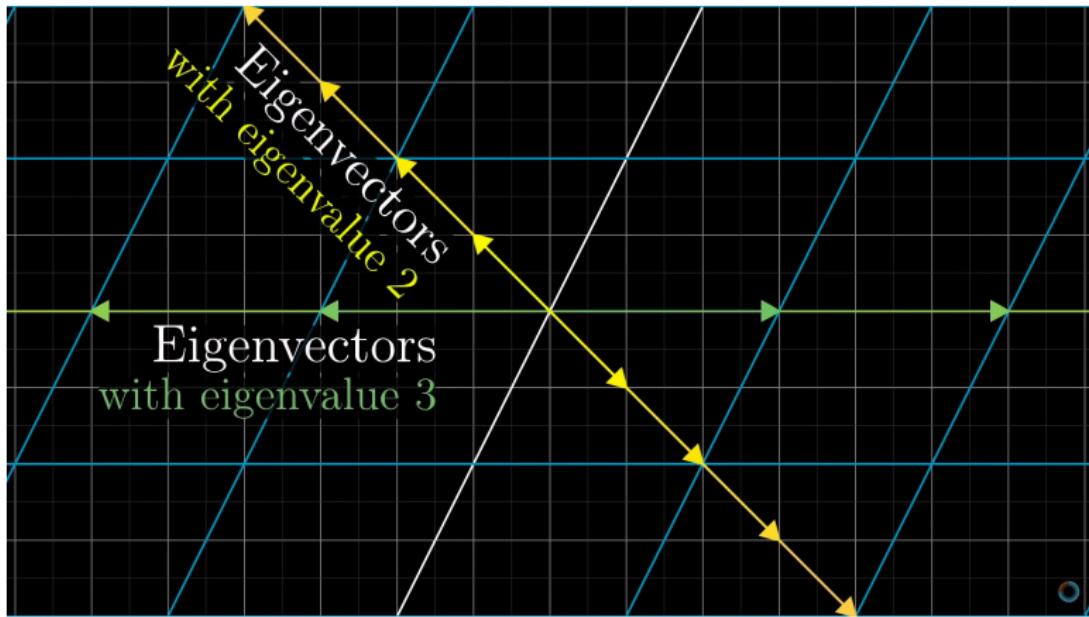


Figure: Mereka disebut **Vektor eigen** (Transformasi menjaga kedua vektor tetap pada posisinya *source: Youtube of 3Blue1Brown*)

Vektor eigen (8)

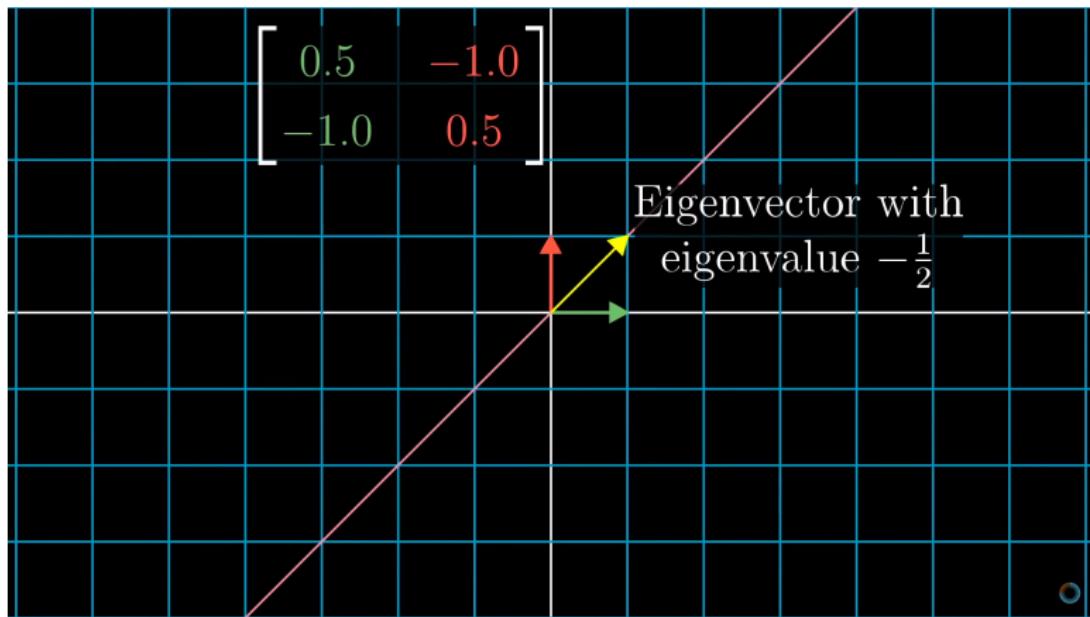


Figure: Prasyarat (source: Youtube of 3Blue1Brown)

Vektor eigen (9)

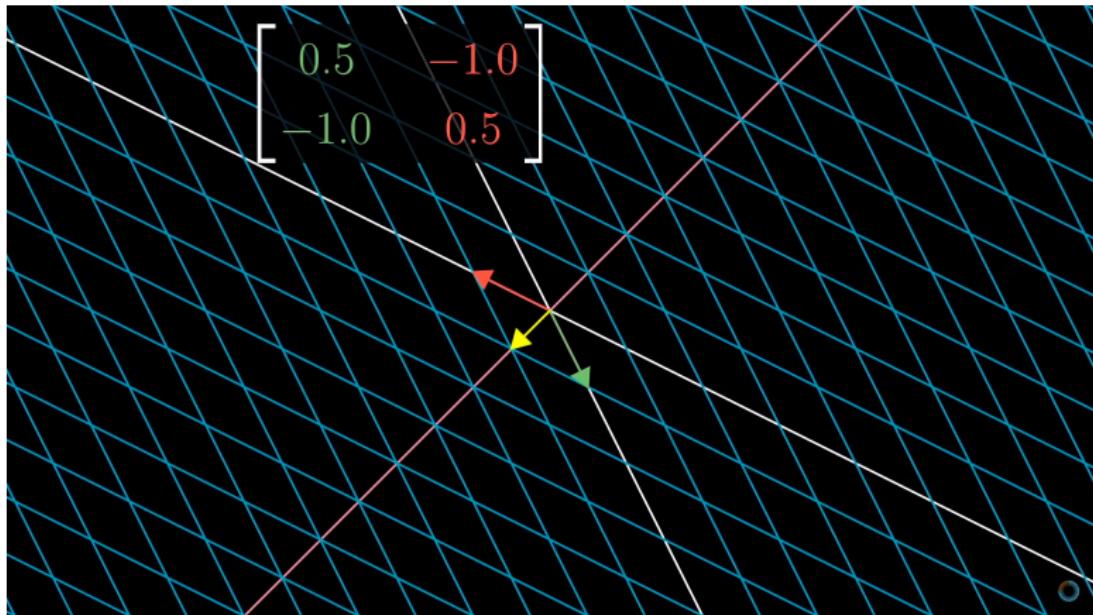


Figure: Prasyarat (source: Youtube of 3Blue1Brown)

bersambung...