

Aljabar Linier  
[KOMS120301] - 2023/2024

## 2.1 - Aljabar Matriks

Dewi Sintuari

Program Studi S1 Ilmu Komputer  
Universitas Pendidikan Ganesha

Week 2 (September 2023)

Setelah kuliah ini, Anda diharapkan dapat:

- ➊ Mendefinisikan dan menulis komponen matriks (baris, kolom, diagonal, dan entri) dengan benar.
- ➋ Melakukan operasi antar matriks, seperti: perkalian skalar, penjumlahan matriks, perkalian matriks, transpos, pangkat matriks, dan polinomial matriks.
- ➌ Menerapkan sifat-sifat operasi matriks untuk memecahkan masalah.
- ➍ Menjelaskan konsep dan sifat-sifat matriks persegi.
- ➎ Menerapkan konsep matriks blok untuk menyelesaikan operasi matriks.

# Contoh matriks (1)

|      | Mon | Tue | Wed | Thu | Fri |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| John | 30  | 10  | 20  | 9   | 14  |
| Amy  | 10  | 9   | 7   | 19  | 25  |
| Bob  | 20  | 7   | 0   | 10  | 20  |

A matrix of messages

## Contoh matriks (2)

|         | Jan  | Feb  | Mar  | Apr  | May  |
|---------|------|------|------|------|------|
| Rent    | 1000 | 1000 | 1050 | 1050 | 1050 |
| Grocery | 300  | 250  | 350  | 310  | 305  |
| Car     | 400  | 450  | 350  | 300  | 320  |

A matrix of expenses

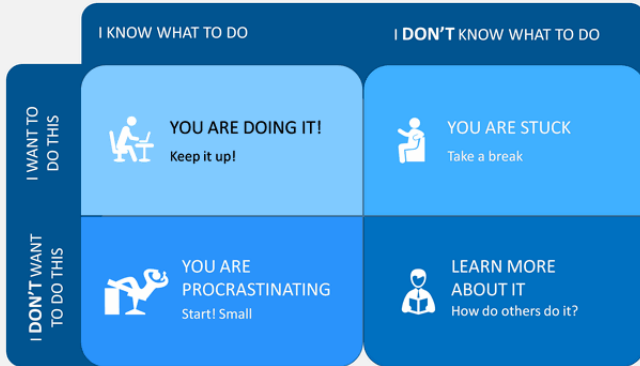
# Contoh matriks (3)

|          | Boston | New York | London |
|----------|--------|----------|--------|
| Boston   | 0      | 187      | 3269   |
| New York | 187    | 0        | 3459   |
| London   | 3269   | 3459     | 0      |

# Contoh matriks (4)

## MOTIVATION MATRIX

Enter your sub headline here



Jadi, apa yang bisa Anda katakan tentang matriks?



# Bagian 1: Matriks dan operasinya



# Definisi MATRIKS

Sebuah **matriks  $A$  atas lapangan  $K$**  (atau cukup disebut **matriks  $A$** , ketika  $K$  sudah terdefinisi dengan jelas), adalah sebuah array berbentuk persegi panjang, dan berisikan skalar:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

**Baris** dari matriks  $A$  adalah daftar  $m$  elemen yang tersusun horizontal:

$$(a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}), (a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n}), \dots, (a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mn})$$

**Kolom** dari matriks  $A$  adalah daftar  $n$  elemen yang tersusun vertikal:

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdots \\ a_{m1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \cdots \\ a_{m2} \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \cdots \\ a_{mn} \end{bmatrix}$$

**Note:** Jadi, matriks terdiri dari sekumpulan vektor

Elemen  $a_{ij}$  dari matriks  $A$  (pada baris  $i$ , kolom  $j$ ) disebut **entri ke- $ij$**  atau **elemen ke- $ij$** .

Ini dinotasikan dengan:  $A = [a_{ij}]$ .

$A$  adalah matriks berukuran  $m \times n$ .

- jika  $m = 1$  (hanya satu baris), maka disebut **matriks baris** atau **vektor baris**;
- jika  $n = 1$  (hanya satu kolom), maka disebut **matriks kolom** atau **vektor kolom**.

$A$  disebut **matriks nol** jika semua entri matriks adalah nol.

# Contoh persoalan

- Matriks baris:  $[1 \ 2 \ 3]$
- Matriks kolom:  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$
- Zero matrix (matriks nol):  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- Matriks berukuran  $3 \times 2$ :  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

Kita akan membahas:

- 1 Perkalian skalar
- 2 Penambahan matriks
- 3 Perkalian matriks
- 4 Transpos matriks
- 5 Perpangkatan matriks
- 6 Polinomial dari matriks

# 1. Perkalian matriks dengan skalar

Hasil perkalian dari matriks  $A = [a_{ij}]$  dengan skalar  $k \in \mathbb{R}$  didefinisikan sebagai:

$$kA = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{bmatrix}$$

Lebih lanjut,  $-A = (-1)A$ .

## 2. Penjumlahan matriks

Misalkan  $A = [a_{ij}]$  dan  $B = [b_{ij}]$  adalah matriks dengan ukuran yang sama, yaitu ukuran  $m \times n$ . **Jumlah** dari  $A$  dan  $B$  didefinisikan sebagai:

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \cdots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \cdots & a_{2n} + b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \cdots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

Lebih lanjut,  $A - B = A + (-B)$ .

# Sifat-sifat matriks pada penjumlahan dan perkalian skalar

## Teorema

Misalkan  $A$ ,  $B$ , dan  $C$  merupakan matriks dengan ukuran yang sama, dan  $k, k' \in \mathbb{R}$ . Maka:

- $(A + B) + C = A + (B + C)$  (asosiatif)
- $A + B = B + A$  (komutatif)
- $A + 0 = A$  ( $0$  adalah elemen identitas thd penjumlahan)
- $A + (-A) = 0$  (matriks invers thd penjumlahan)
- $k(A + B) = kA + kB$  (distributif)
- $(k + k')A = kA + k'A$  (distributif thd skalar)
- $(kk')A = k(k'A)$  (asosiatif thd scalar)
- $1 \cdot A = A$  ( $1$  adalah elemen identitas thd perkalian skalar)

**Note:** Oleh karena itu, jumlah  $A_1 + A_2 + \dots + A_n$  dapat dihitung dalam urutan apa pun, dan tidak memerlukan tanda kurung.

# Contoh persoalan

Diketahui matriks berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 8 & 7 \end{bmatrix}$$

Sederhanakan ekspresi matriks berikut.

- $A + B$
- $B - C$
- $-3A + 2B$
- $5A + 2B - 3C$
- $3(A - C) + B$
- $A - A$



### 3. Perkalian matriks

**Kasus khusus:** hasil kali matriks baris dan matriks kolom yang memiliki jumlah elemen yang sama.

Misalkan  $A = [a_i]$  menjadi matriks baris dan  $B = [b_i]$  menjadi matriks kolom. Maka produk  $AB$  didefinisikan sebagai:

$$AB = [a_1, a_2, \dots, a_n] \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n = \sum_{i=1}^n a_i b_i$$

**Catatan:** hasil kali  $A$  dan  $B$  adalah skalar.

Contoh

$$[7, -4, 5] \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = 7(3) + (-4)(2) + 5(-1) = 21 - 8 - 5 = 8$$

# Perkalian matriks

Misalkan  $A = [a_{ij}]$  dan  $B = [b_{ij}]$  masing-masing adalah matriks dengan ukuran  $m \times p$  dan  $p \times n$ . Maka hasil kali  $A$  dan  $B$  adalah matriks  $AB$  dengan ukuran  $m \times n$  yang didefinisikan oleh:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ip} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mp} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{pj} & \cdots & b_{mp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & c_{ij} & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mn} \end{bmatrix}$$

dimana  $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{ip}b_{pj} = \sum_{k=1}^p a_{ik}b_{kj}$

## Contoh persoalan

Temukan  $AB$  dimana  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  dan  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ .

Kalikan setiap baris  $A$  dengan setiap kolom dari  $B$ .

Karena  $A$  berukuran  $2 \times 2$  dan  $B$  berukuran  $2 \times 3$ , maka  $AB$  berukuran  $2 \times 3$ .

$$AB = \begin{bmatrix} 2 + 15 & 0 - 6 & -4 + 18 \\ 4 - 5 & 0 + 2 & -8 - 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & -6 & 14 \\ -1 & 2 & -14 \end{bmatrix}$$

# Hubungan antara penjumlahan matriks dan perkalian matriks

## Teorema

*Misalkan  $A$ ,  $B$ , dan  $C$  adalah matriks. Jika penjumlahan dan perkalian matriks terdefinisi dengan jelas, maka:*

- $(AB)C = A(BC)$  (asosiatif)
- $A(B + C) = AB + AC$  (distributif kiri)
- $(B + C)A = BA + CA$  (distributif kanan)
- $k(AB) = (kA)B = A(kB)$  *dimana  $k \in \mathbb{R}$*
- $0A = 0$  dan  $A0 = 0$ , *dimana  $0$  adalah matriks nol*

# Transpos matriks

**Transpos** dari sebuah matriks  $A$ , dilambangkan dengan  $A^T$ , adalah matriks yang diperoleh dengan menuliskan kolom-kolom  $A$ , secara berurutan, sebagai baris.

$$\text{Jika } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}, \text{ maka } A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

**Catatan:** Jika  $A$  memiliki ukuran  $m \times n$ , maka  $A^T$  memiliki ukuran  $n \times m$ .

## Contoh

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

## Teorema

*Jika  $A$  dan  $B$  adalah matriks sedemikian sehingga operasi berikut terdefinisi dengan baik (well-defined), maka:*

- ①  $(A^T)^T = A$
- ②  $(A + B)^T = A^T + B^T$
- ③  $(A - B)^T = A^T - B^T$
- ④  $(kA)^T = kA^T$
- ⑤  $(AB)^T = B^T A^T$

# Perpangkatan matriks, Polinomial matriks

Jika  $A$  memiliki ukuran  $m \times n$ , maka  $A^T$  memiliki ukuran  $n \times m$ . Misalkan  $A$  adalah matriks persegi dengan order  $n$  atas  $\mathbb{R}$  (atau atas lapangan lain). **Perpangkatan** dari  $A$  didefinisikan sebagai:

$$A^2 = AA, \quad A^3 = A^2A, \quad \dots, \quad A^{n+1} = A^nA, \quad \dots, \quad \text{dan} \quad A^0 = 1$$

Kita juga dapat mendefinisikan **polinomial dalam matriks  $A$** . Untuk polinomial apa pun:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n, \quad \text{dimana } a_i \in \mathbb{R},$$

Polinomial  $f(A)$  didefinisikan sebagai:

$$f(A) = a_0I + a_1A + a_2A^2 + \dots + a_nA^n$$

**Catatan:** Jika  $f(A) = 0$  (matriks nol), maka  $A$  disebut *pembuat nol (zero)* atau *akar (root)* dari  $f(x)$ .

# Contoh persoalan

Misal  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ . Maka:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix}, \text{ dan}$$

$$A^3 = A^2 A = \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & 38 \\ 57 & -106 \end{bmatrix}$$

Misal  $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ , maka:

$$f(A) = 2 \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -9 & 22 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & -18 \\ -27 & 61 \end{bmatrix}$$



- ❶ Form a group of 3 students;
- ❷ Do the following exercises (Howard Anton's book):
  - Number 1 & 2 (2 questions @)
  - Number 3-6 (3 questions @)
  - Number 9-10 (choose 1 or 2 columns)

# Bagian 2: Matriks persegi

# Matriks persegi

Matriks **persegi** adalah matriks dengan jumlah baris dan kolom yang sama.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Contoh

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

# Diagonal and Trace

Misalkan  $A = [a_{ij}]$  adalah matriks persegi dengan order  $n$ .

**Diagonal** atau **diagonal utama** dari  $A$  terdiri dari elemen dengan subskrip yang sama, yaitu:

$$a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$$

**Trace** dari  $A$ , dilambangkan dengan  $\text{tr}(A)$  adalah jumlah elemen diagonal dari  $A$ .

$$\text{tr}(A) = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn} = \sum_{i=1}^n a_{ii}$$

## Teorema (Properties of trace)

- $\text{tr}(A + B) = \text{tr}(A) + \text{tr}(B)$
- $\text{tr}(kA) = k\text{tr}(A)$
- $\text{tr}(A^T) = \text{tr}(A)$
- $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$  (ingatlah bahwa tidak selalu  $AB \neq BA$ )

# Matriks identitas, matriks skalar

Matriks **identitas** atau **unit**, dilambangkan dengan  $I_n$  (atau sederhananya  $I$ ) adalah matriks persegi  $n \times n$ , dengan angka 1 pada diagonalnya, dan angka 0 pada titik lain.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$I$  memiliki peran yang mirip dengan skalar 1 untuk  $\mathbb{R}$ .

**Sifat penting:** Ketika terdefinisi dengan baik,

$$IA = A$$

Untuk beberapa skalar  $k \in \mathbb{R}$ , matriks  $kI$  disebut **matriks skalar** yang sesuai dengan skalar  $k$ .

# Jenis matriks persegi khusus

Matriks  $D = [d_{ij}]$  adalah **matriks diagonal** jika entri non-diagonalnya semuanya nol.

$$D = \text{diag}(d_{11}, d_{22}, \dots, d_{nn})$$

dimana beberapa dari  $d_{ii}$  atau semua  $d_{ii}$  mungkin nol.

## Contoh

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -5 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 9 \end{bmatrix}$$

*Oleh karena itu, matriks identitas dan matriks skalar juga merupakan matriks diagonal.*

# Matriks *segitiga atas* dan *segitiga bawah*

Matriks persegi  $A = [a_{ij}]$  adalah *segitiga atas* (*upper-triangular*), jika semua entri di bawah diagonal utama sama dengan 0.

Matriks *segitiga bawah* (*lower-triangular*) adalah matriks persegi yang entri-entri di atas diagonal utama semuanya nol.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

# Matriks segitiga atas dan segitiga bawah

## Teorema

Jika  $A = [a_{ij}]$  dan  $B = [b_{ij}]$  adalah  $n \times n$  matriks segitiga. Maka:

$$A + B, \quad kA, \quad AB$$

adalah matriks segitiga dengan elemen diagonalnya yaitu:

$$(a_{11} + b_{11}, \dots, a_{nn} + b_{nn}), \quad (ka_{11}, \dots, ka_{nn}), \quad (a_{11}b_{11}, \dots, a_{nn}b_{nn})$$



# Matriks simetris

Suatu matriks  $A$  adalah **simetris** jika  $A^T = A$ , yaitu  $a_{ij} = a_{ji}$  untuk setiap  $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

Matriks  $A$  **simetris miring** (*skew-symmetric*) jika  $A^T = -A$ .

## Contoh

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -3 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & -8 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -4 \\ -3 & 0 & 5 \\ 4 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

*A adalah matriks simetris, dan B adalah matriks simetris miring.*

Dapatkah Anda menemukan contoh lain? Temukan contoh matriks yang tidak simetris dan tidak simetris miring.

Sebuah matriks  $A$  adalah **matriks normal** jika  $AA^T = A^T A$ .

## Contoh

Misalkan  $A = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ . Maka:

$$AA^T = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 45 \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 45 \end{bmatrix}$$

Karena  $AA^T = A^T A$ , matriks  $A$  adalah normal.

# Bagian 4: Matriks blok

Dengan menggunakan sistem garis horizontal dan vertikal (putus-putus), matriks  $A$  dapat dipartisi menjadi submatriks yang disebut **blok** (atau **sel**) dari  $A$ .

Contoh

$$\left( \begin{array}{cc|cc|c} 1 & -2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & -2 \\ \hline 3 & 1 & 4 & 5 & 9 \\ 4 & 6 & -3 & 1 & 8 \end{array} \right) \quad \left( \begin{array}{cc|cc|c} 1 & -2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & -2 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 9 \\ \hline 4 & 6 & -3 & 1 & 8 \end{array} \right) \quad \left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & -2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & -2 \\ \hline 3 & 1 & 4 & 5 & 9 \\ 4 & 6 & -3 & 1 & 8 \end{array} \right)$$

# Operasi pada matriks blok

Misalkan  $A = [A_{ij}]$  dan  $B = [B_{ij}]$  adalah matriks blok dengan jumlah blok baris dan kolom yang sama, dan misalkan blok yang bersesuaian memiliki ukuran yang sama.

$$A + B = \begin{bmatrix} A_{11} + B_{11} & A_{12} + B_{12} & \cdots & A_{1n} + B_{1n} \\ A_{21} + B_{21} & A_{22} + B_{22} & \cdots & A_{2n} + B_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{m1} + B_{m1} & A_{m2} + B_{m2} & \cdots & A_{mn} + B_{mn} \end{bmatrix}$$

dan

$$kA = \begin{bmatrix} kA_{11} & kA_{12} & \cdots & kA_{1n} \\ kA_{21} & kA_{22} & \cdots & kA_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ kA_{m1} & kA_{m2} & \cdots & kA_{mn} \end{bmatrix}$$

# Matriks blok persegi

Matriks blok  $M$  disebut **matriks blok persegi** jika:

- 1 M adalah matriks persegi.
- 2 Blok-bloknya membentuk matriks persegi.
- 3 Blok diagonalnya juga matriks persegi.

## Contoh

$$A = \left( \begin{array}{cc|cc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 9 & 8 & 7 & 6 & 5 \\ \hline 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 5 & 3 & 5 & 3 \end{array} \right) \quad B = \left( \begin{array}{cc|cc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 9 & 8 & 7 & 6 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ \hline 3 & 5 & 3 & 5 & 3 \end{array} \right)$$

*Manakah dari matriks di atas yang merupakan matriks blok persegi?*

# Matriks blok diagonal

**Matriks blok diagonal** adalah matriks blok persegi  $M = [A_{ij}]$  sedemikian sehingga blok-blok non-diagonalnya adalah matriks nol.

Contoh

$$\left( \begin{array}{cc|cc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 7 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{array} \right)$$

Matriks blok diagonal sering dilambangkan sebagai  
 $M = \text{diag}(A_{11}, A_{22}, \dots, A_{rr})$

# Latihan

*(Akan didiskusikan dalam perkuliahan)*



# 1. Merumuskan algoritma perkalian matriks

Diberikan dua matriks:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & 9 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

- Hitunglah  $A \times B$ .
- Jelaskan prosedur langkah demi langkah untuk menghitung  $A \times B$  untuk setiap matriks  $A_{m \times k}$  dan  $B_{k \times n}$ .
- Tulislah prosedur dalam algoritma (Anda dapat menulisnya sebagai kode semu (*pseudo-code*)).

## 2. Bagaimanakah cara menyelesaikan perkalian matriks dengan menggunakan matriks blok?

Diberikan dua matriks:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & 9 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Hitung  $A \times B$ .

Bagaimana jika kedua matriks tersebut ditulis dalam matriks blok?

$$A = \left( \begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -2 \\ \hline 3 & 1 & 9 \\ 4 & 6 & 8 \end{array} \right) \quad B = \left( \begin{array}{cc|cc} 0 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 2 & 3 & -1 & 4 \end{array} \right)$$

Dapatkah Anda merumuskan langkah-langkah perkalian matriks blok?

*bersambung...*