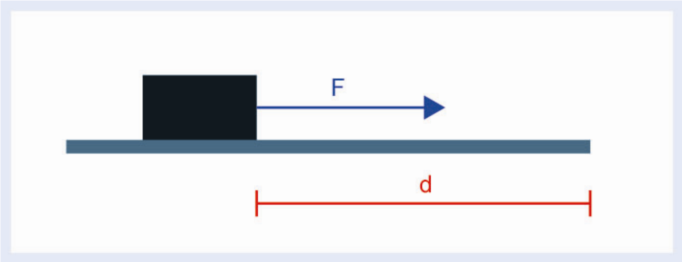
CONTENIDOS

3.1. Trabajo

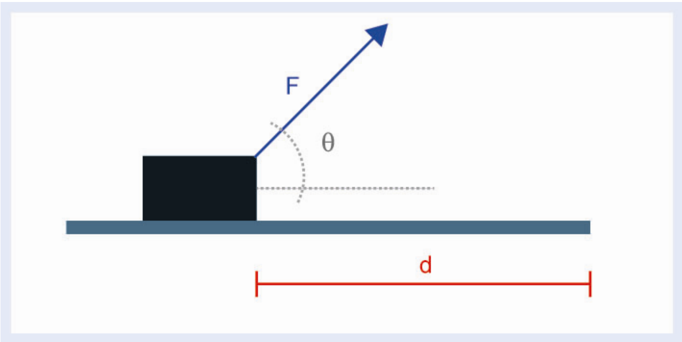
Para mover un cuerpo desde un punto a otro, podemos aplicar una fuerza constante a lo largo de dicho desplazamiento. Si movemos un cuerpo con dicha fuerza, una distancia d, debemos realizar un trabajo igual a:



$W = |F| * d$

Unidades: [N] * [m] = J [Joule]

En el caso de que la fuerza no sea paralela al desplazamiento, el trabajo se calcula de la siguiente manera:



$W = |F| * \cos\theta * d$

Ésta es la ecuación general de trabajo mecánico.

Si escribimos esto de forma vectorial, podemos ver que el trabajo es simplemente el producto interno del vector de fuerza por el vector de desplazamiento:

$$W = \overline{F} \cdot \overline{d}$$

Trabajo mecánico
Es el producto interno del vector de fuerza por el vector de desplazamiento.

Como vemos, se considera el módulo de la fuerza; por lo tanto, el trabajo es una magnitud *escalar* y la unidad en que se mide es el *joule.*

En los dos casos anteriores no se consideró el rozamiento el producto interno del vector de fuerza por el vector de desplazamiento del cuerpo con la superficie.

3.2. Energía

3.2.1. Definición

La energía se define como la capacidad de realizar trabajo. Luego, al igual que el trabajo, la energía se representa por una magnitud escalar y su unidad se conoce como joule [J]. Pero, dependiendo del origen o tipo de energía, se suelen usar otras unidades, como las calorías, por ejemplo, si bien todas poseen un equivalente en joules.

Energía
Es la capacidad de realizar trabajo. Se representa por una magnitud escalar y su unidad se conoce como joule [J].

3.2.2. Tipos de energía

Hay distintos tipos de energía, según los motivos que la originan y la capacidad de realizar un trabajo. Así, por ejemplo, la *energía cinética* representa la capacidad de realizar trabajo debido al movimiento del cuerpo. Podemos dividirla en energía debida al movimiento lineal del cuerpo y en energía debida al movimiento angular.

La *energía potencial* es la capacidad de realizar trabajo debido al estado del objeto y de su entorno. De este modo, tenemos energía potencial debido a la fuerza gravitatoria, llamada *energía potencial gravitatoria.* Si consideramos un resorte, el trabajo ejercido para su deformación y su tendencia a una cierta posición de estabilidad generan la llamada *energía potencial elástica.*

La *energía térmica* representa la capacidad de realizar trabajo para modificar el estado térmico de un objeto.

Energía cinética

Como dijimos, la energía cinética es producida por el movimiento del cuerpo. La energía total está formada por la energía cinética de traslación, que es producto del movimiento lineal del cuerpo, y la energía cinética de rotación, que resulta del movimiento rotacional del cuerpo.

Energía cinética
Es producida por el movimiento del cuerpo. La energía total está formada por la energía cinética de traslación, que es producto del movimiento lineal del cuerpo, y la energía cinética de rotación, que resulta del movimiento rotacional del cuerpo.

Energía cinética de traslación

Esta energía representa el trabajo necesario para acelerar un cuerpo de una masa desde el reposo hasta la velocidad que posee. Podemos deducir que la velocidad del cuerpo será una variable de la energía cinética. Además, como sabemos que la aceleración depende de la fuerza y de la masa, es posible concluir que la masa del cuerpo será también una variable. Entonces, deduzcamos su fórmula:

Recordemos la ecuación para la velocidad con aceleración constante: $v = v_0 + at$

Si despejamos en función del tiempo: $t = \frac{v - v_0}{a}$

Si reemplazamos dicha expresión en la ecuación de posición:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Obtenemos:

$$x = x_0 + v_0 \left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$$

Ahora, si pasamos x_0 al lado izquierdo y multiplicamos por $2a$ en ambos lados y simplificamos:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

Si ahora tomamos dicha ecuación entre dos instantes t_1 y t_2 y llamamos:
$d = (x - x_0)$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2ad$$

Despejando:
$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}$$

Multiplicando por m y sustituyendo:

$$F = ma = m\left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}\right)$$

$$Fd = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

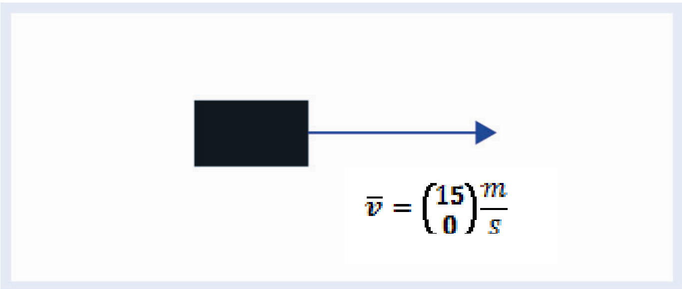
Aquí podemos observar que el trabajo se obtiene como la diferencia de una cantidad evaluada en dos instantes distintos. Esta cantidad se denomina energía cinética:

Energía cinética de traslación:

$$e_{c\ traslacion} = \frac{1}{2}mv^2$$

Por lo tanto, lo que afecta a la energía cinética de un sistema es la rapidez del cuerpo y su masa, ambas magnitudes escalares.

Ejemplo:



Podemos ver que nuestro cuerpo posee una masa de 2 kilogramos y avanza hacia la derecha con una velocidad de $15\frac{m}{s}$. Recordemos que en la fórmula necesitamos la rapidez, es decir, calcular la magnitud del vector $\bar{v}$.

$$v = \|\bar{v}\| = \sqrt{15^2 + 0^2}\frac{m}{s} = 15\frac{m}{s}$$

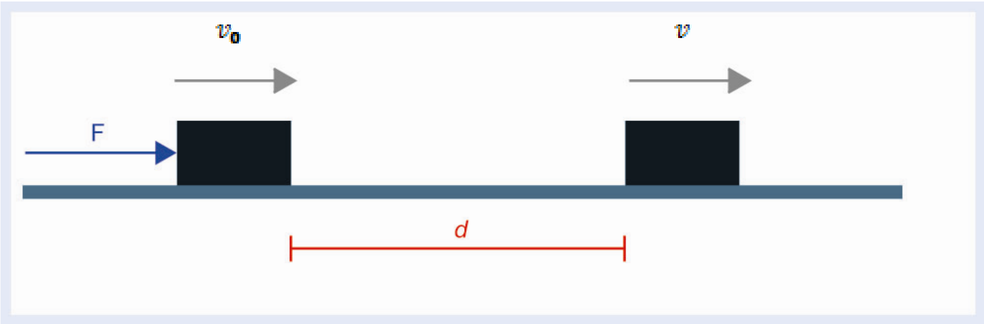
Luego, podemos calcular la energía cinética del sistema de la siguiente forma:

$$e_{cinetica} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}2kg15^2\frac{m^2}{s^2} = 225\ j$$

Así, concluimos que el cuerpo posee una energía cinética de 225 joules.

3.3. Teorema del trabajo y la energía

Un cuerpo lleva una velocidad v_0 y en un determinado momento se le aplica una fuerza constante F durante una distancia d :



Como vimos al final del parágrafo anterior:

$$Fd = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

Recordemos que el trabajo se define como $W = Fd$ y que el término del lado derecho es la diferencia de energía cinética entre dos instantes de tiempo. Luego:

$$W = e_{c\ en\ t_2} - e_{c\ en\ t_1}$$

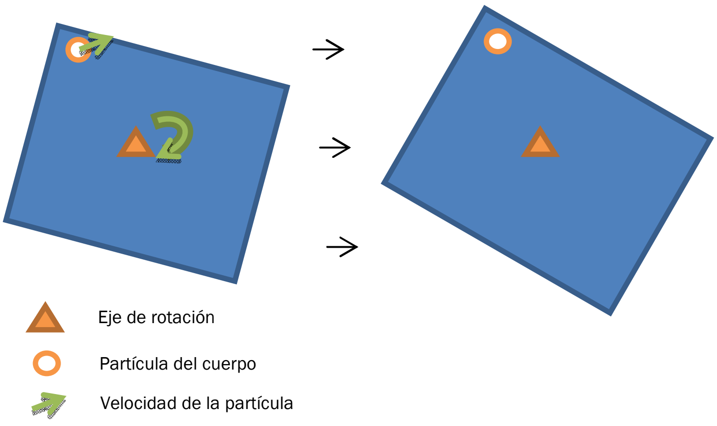
Teorema del trabajo y la energía:
$W = \Delta e_c$

Decimos que un cuerpo tiene energía cuando es capaz de realizar trabajo, y la energía cinética es la forma de energía asociada con el movimiento.

3.3.1. Energía cinética de rotación

La energía cinética de rotación es conceptualmente igual a la definición de energía cinética de traslación, pero la primera es la energía cinética producida por las partes de un cuerpo que giran alrededor del eje de rotación del mismo. Esto significa que la energía cinética de rotación es la suma de la energía cinética definida como vimos en el apartado de traslación sobre las porciones de masa que rotan.

Entonces, imaginemos que el cuerpo que rota está compuesto por partes más pequeñas, que consideraremos puntuales, es decir, que no rotarán, como vemos en la siguiente figura:



Como podemos observar, las diminutas partículas que componen el cuerpo, por más que el mismo no se desplace, es decir, que su centro de masa no se mueva, poseen una velocidad ante una rotación.

Esa velocidad que acumulan las partículas del cuerpo es la que origina la energía cinética de rotación. Entonces, para calcularla, debemos aplicar la fórmula de energía cinética de traslación a todas las partículas del cuerpo y sumar todas estas contribuciones. Como dijimos anteriormente, tenemos que sumar la energía cinética sobre toda la masa que rota.

Entonces, deducimos:

$$\sum \frac{1}{2} v^{2}\, dm = \sum \frac{1}{2} (r\omega)^{2}\, dm$$

Donde la sumatoria es sobre todas las partículas del cuerpo, *dm* es la masa de una partícula. Ahí usamos la relación que dice $v = r\omega$ (recordar lo visto en movimiento circular en Modelos y Algoritmos I):

$$\sum \frac{1}{2(r\omega)}^{2}\, dm = \frac{1}{2}\omega^{2} \sum r^{2}\, dm$$

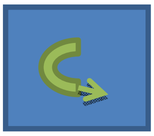
Sacamos $\frac{1}{2}\omega$, que es constante en la sumatoria: $\frac{1}{2}\omega^{2} I$

Como $\sum r^{2} dm$ es la definición de la inercia de rotación I , entonces podemos enunciar que:

> ***Energía cinética de rotación:***
>
> $$e_{c\ rotacion} = \frac{1}{2} I \omega^{2}$$

Ejemplo:

$$I = 2m^2\text{kg}$$



$$\omega = 5\frac{rad}{s}$$

Aquí tenemos un cuerpo que rota con respecto a su centro de masa en sentido antihorario. La velocidad de rotación es de 5 radianes por segundo y su resistencia o inercia a la rotación es de 2 . Luego, aplicando la definición de energía cinética de rotación, tenemos:

$$e_{c\ rotacion} = \frac{1}{2}5^2\frac{rad^2}{s^2}2m^2kg = 25\frac{m^2}{s^2}kg = 25\ j$$

Como se puede apreciar en la imagen, hemos sacado la unidad de radian, ya que se trata de una unidad virtual, esto es, una medida abstracta de ángulo de rotación y no una magnitud física verdadera .

Recapitulando

La energía cinética total de un cuerpo que se traslada y rota está compuesta de la siguiente manera:

Energía cinética:

$$e_{cinetica} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Tenemos que tener en cuenta que si estamos hablando de un cuerpo que no posee rotación, la energía cinética de rotación será *0* y sólo la energía de traslación contribuirá a la suma. Por otro lado, si el cuerpo no se traslada pero está rotando, la energía cinética de traslación será *0* y sólo la energía de rotación aportará.

3.3.2. Energía potencial gravitatoria

Energía potencial gravitatoria
Es el trabajo que puede realizar un cuerpo debido a la fuerza de la gravedad que lo afecta.

Llamamos energía potencial gravitatoria al trabajo que puede realizar un cuerpo debido a la fuerza de la gravedad que lo afecta.

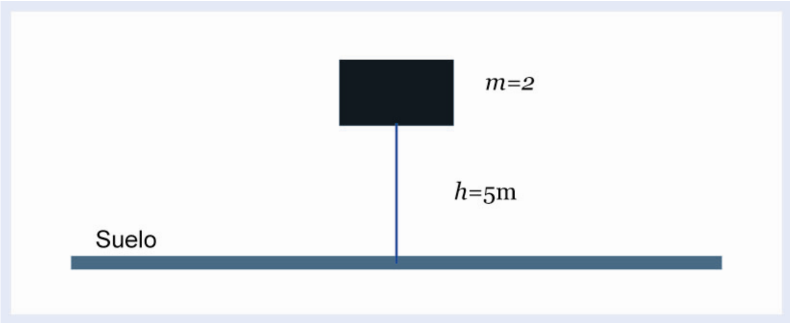
Entonces, recordando que el trabajo se define como $\overline{F}\overline{s}$, donde $\overline{F}$ es la fuerza que actúa (en nuestro caso será la fuerza de gravedad definida como $m\overline{g}$) y $\overline{s}$ es la distancia en que se mueve el cuerpo debido a la fuerza aplicada (que en nuestro caso será la distancia al centro de gravedad, que es el suelo), llegamos a la conclusión de que la energía potencial debido a la gravedad está dada por la siguiente fórmula:

Energía potencial gravitatoria:

$$e_{p\ gravitatoria} = mgh$$

Donde h es la altura del objeto, es decir, su distancia al suelo.

Ejemplo:



Como vemos, tenemos un cuerpo que está a una distancia de 5 metros del suelo y que posee una masa de 2 kilogramos. Luego, la energía potencial gravitatoria del cuerpo está dada por:

$$e_{p\ gravitatoria} = 2kg - 9.8\frac{m}{s^2}5m = 98\frac{m^2}{s^2}kg = 98\ j$$

3.4. Fuerzas conservativas y no conservativas

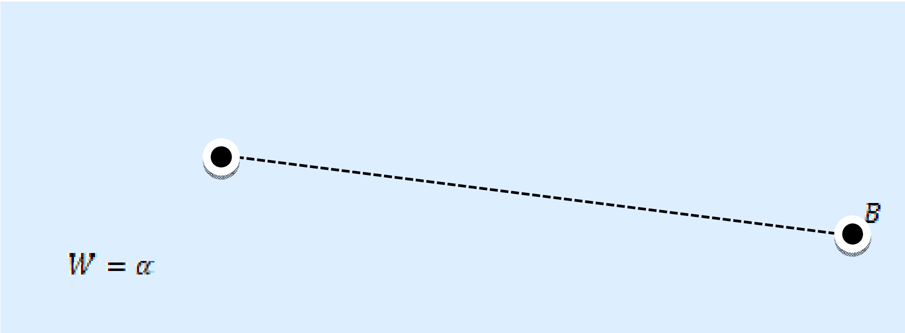
Dependiendo de las propiedades de cada tipo de fuerzas, las mismas se pueden clasificar como *conservativas* y *no conservativas.*

Una fuerza es conservativa cuando su generación espacial posee ciertas características, como:

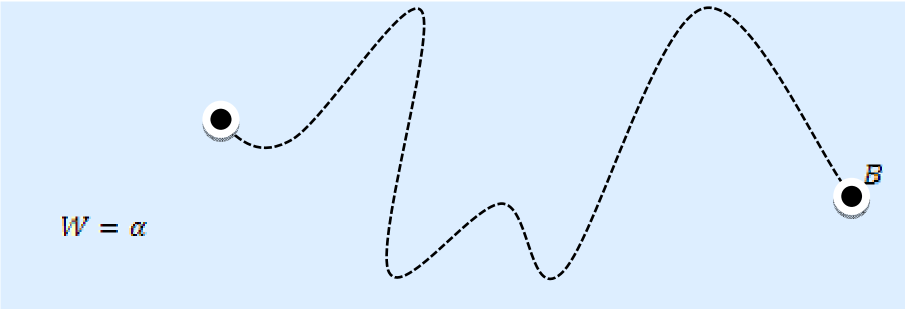
- Permite analizar los estados como diferencias entre energías potencial y cinética.
- Es reversible.
- Es independiente del recorrido que haga, sólo importa la situación inicial y final.
- Si el punto inicial y final es el mismo, el trabajo es 0 ($W = 0$).

Dadas estas propiedades, pondremos particular atención en la que dice que *un cuerpo que se mueve bajo la acción de fuerzas conservativas realiza el mismo trabajo para trasladarse entre dos puntos, sin importar el recorrido que ese cuerpo haga.* Es decir: si un cuerpo se traslada de un punto A a otro punto B en el espacio, trayectorias como las siguientes requieren de un mismo trabajo:

Sabías que...?
Dependiendo de las propiedades de cada tipo de fuerzas, las mismas se pueden clasificar como *conservativas* y *no conservativas.*



Trayectoria 1



Trayectoria 2

Como se puede observar, en los dos movimientos el trabajo efectuado es el mismo (α).

Ahora, ¿qué tipo de fuerzas son conservativas y cuáles son no conservativas? Por el momento, todas las fuerzas que hemos visto son conservativas, en tanto que la única fuerza no conservativa que podemos mencionar es la de fricción.

3.5. La conservación de la energía

Primer principio de la termodinámica
La cantidad total de energía en cualquier sistema aislado es constante en el tiempo, pero puede transformarse en otro tipo de energía.

El primer principio de la termodinámica afirma que la cantidad total de energía en cualquier sistema aislado es constante en el tiempo, pero puede transformarse en otro tipo de energía.[1]

Por sistema aislado entendemos aquel sistema que no afecta ni se ve afectado por ningún otro sistema.

En tanto, ese primer principio de la termodinámica enuncia, básicamente, que la energía no puede ser creada ni destruida, pero sí puede *cambiar de tipo.*

Para ilustrar esta premisa, analicemos el movimiento de un péndulo.

Cuando el mismo está en funcionamiento, podemos observar que el peso mantiene siempre su masa, como es de esperar.

En el instante t_1, el sistema poseerá una cierta energía gravitatoria, pero no tendrá ninguna energía cinética, ya que su velocidad es *0* (instante inicial de reposo).

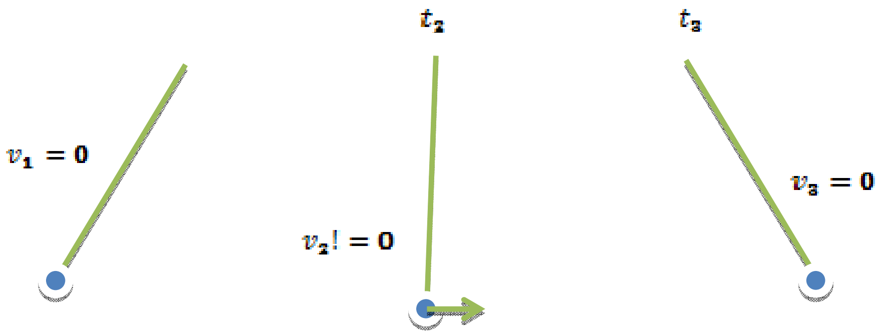
[1] Aunque se debe tener en cuenta que la teoría relativista afirma que existe una relación entre la masa y la energía.

En el instante t_2 , el sistema tendrá menor energía gravitatoria que en t_1, ya que el peso está más cercano al suelo, pero sí tendrá energía cinética, dado que la masa tiene una velocidad.

Por último, en el instante t_3, tendremos una configuración de energías igual que en el tiempo t_1.

Como vemos, en el paso de t_1 a t_2 se *pierde* energía gravitatoria. En realidad, no se pierde, sino que se *transforma* en energía cinética.

Así, considerando el primer principio de la termodinámica, podemos decir que la energía total del sistema es igual en los tres instantes de tiempo: $e_{1_{total}} = e_{2_{total}} = e_{3_{total}}$.



De modo que, basándonos en el principio anterior, podemos deducir que si nuestro sistema está aislado, luego de analizar entre dos estados distintos de tiempos, la energía total será igual en cada estado. En otras palabras:

> "La energía no se pierde, sólo se transforma", pero su valor total se mantiene constante.

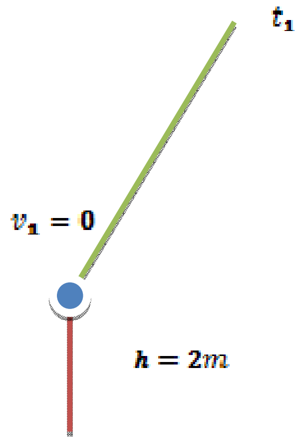
$$e_{1_{potencial}} + e_{1_{cinetica}} + W_{1_{otros}} = e_{2_{potencial}} + e_{2_{cinetica}} + W_{2_{otros}}$$

En esta imagen, los elementos con subíndice *1* corresponden a un instante de tiempo inicial y el subíndice *2* indica otro instante de tiempo. Las componentes W_{otros} representan trabajos producidos por fuerzas no conservativas. En esta unidad no veremos las fuerzas de fricción. De cualquier manera, si en nuestros sistemas no las consideramos, no es necesario tenerlas en cuenta.

Ejemplo:

Usemos el teorema del *trabajo y la energía* para analizar el problema del péndulo.

Supongamos que nuestro sistema está aislado; que la única fuerza que actúa sobre el peso es la gravedad, la cual tiene dirección $!y$, y que no hay fricción en el peso ni en el cable del péndulo. Además, consideremos como altura *0* a la altura en el instante t_2, es decir, que tenemos energía potencial gravitatoria 0 . Luego, supongamos que conocemos el estado del péndulo en el instante t_1, como se muestra en el siguiente gráfico:



El problema es que no conocemos la velocidad de la masa en el instante t_2. Pero, utilizando el teorema del trabajo y la energía, podemos calcular la velocidad que tendrá el peso del péndulo en este segundo instante:

$$e_{1\,potencial} + e_{1\,cinetica} + W_{1\,otros} = e_{2\,potencial} + e_{2\,cinetica} + W_{2\,otros} \quad mgh + 0 + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$1kg9.8\frac{m}{s^2}2m = \frac{1}{2}1kgv^2$$

$$19.6j = \frac{1}{2}1kgv^2$$

$$\sqrt{39.2\frac{m^2}{s^2}} = v$$

$$6.26\frac{m}{s} = v$$

3.6. Elasticidad

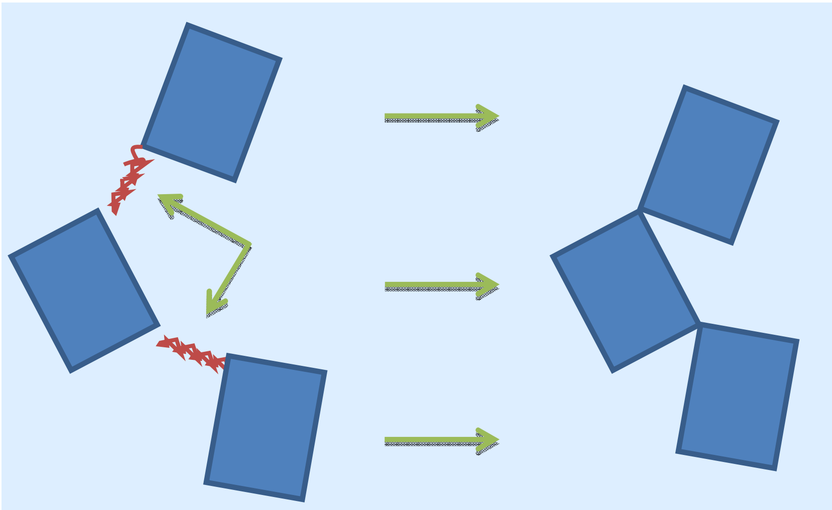
Las fuerzas elásticas son muy usadas en la física de videojuegos (y en la ingeniería en general), ya que utilizando las características elásticas de un resorte podríamos simular casi todos los elementos de nuestro mundo virtual.

Esto significa que podemos hacer uso de las fuerzas elásticas, como la de un resorte, en lugares obvios. Si se trata de un juego de carreras, por ejemplo, podemos utilizarlas en la suspensión de un auto.

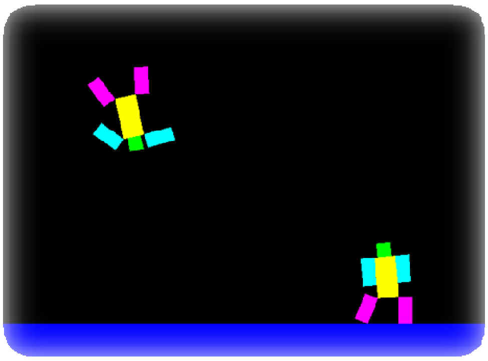
Sin embargo, fuerzas de este tipo también se pueden emplear en otras partes menos evidentes como el cuerpo de nuestros personajes humanos, suponiendo que sus huesos están unidos con resortes para evitar que se desmiembren. Incluso podríamos suponer que esos resortes se rompen ante grandes fuerzas, como una explosión, por lo cual los personajes sólo podrían mantenerse *armados* bajo circunstancias normales.

En fin, de este modo es posible simular un sinfín de objetos, blandos o deformables, como ropas, banderas, líquidos, etc.

Sabías que...?
Las fuerzas elásticas son muy usadas en la física de videojuegos, ya que utilizando las características elásticas de un resorte podríamos simular casi todos los elementos de nuestro mundo virtual.



Asimismo, es posible utilizar el comportamiento elástico para resolver las colisiones entre objetos. Si bien es un tema que veremos más adelante, de momento podemos plantear que si dos objetos chocan, sería factible resolver esta colisión considerando que ambos tienen un comportamiento elástico que les permite rebotar como si tuviesen un resorte entre ellos.



Ejemplo de Ragdolls

3.6.1. Ley de Hooke

La ley de Hook brinda un modelo matemático de los resortes.

Hook descubrió que *la fuerza que realiza un resorte depende sólo de la distancia en que es comprimido o expandido desde su posición de descanso.*

La posición de descanso o equilibrio del resorte es la posición a la que tiende el resorte y en la cual no genera ninguna fuerza. Lo que afirma el modelo es que un resorte expandido el doble de distancia provocará el doble de fuerza.

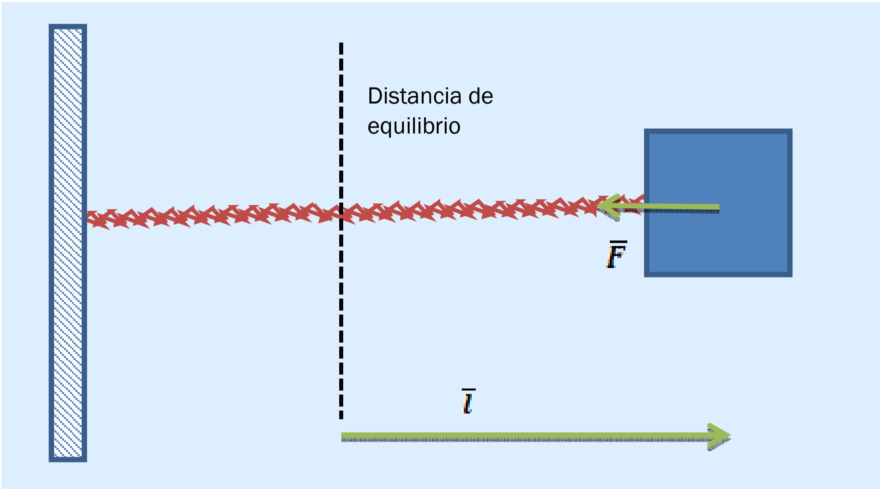
Esto nos lleva a la siguiente fórmula:

Ley de Hook: $\overline{F} = -k\,\overline{l}$

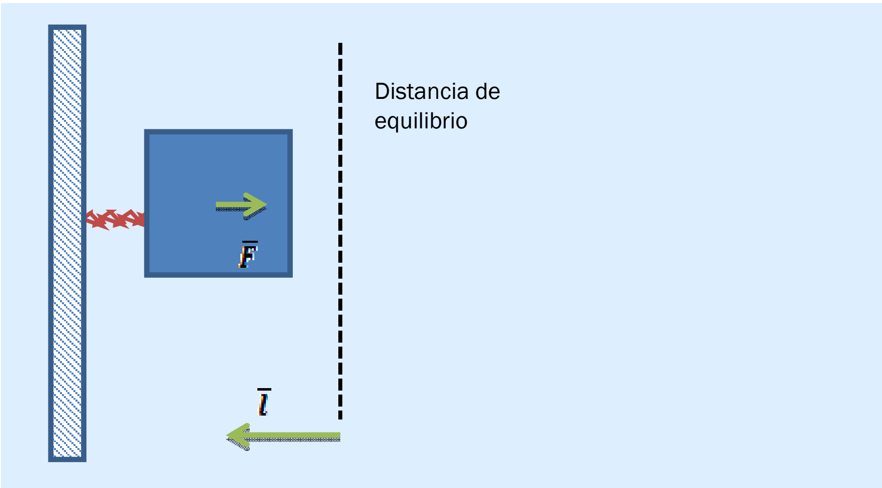
Donde:

- $\overline{l}$ es el desplazamiento desde la posición de equilibrio hasta la punta del resorte. Su unidad es m .

- k es una constante escalar que nos dice qué tan duro es el resorte, es decir, un k grande nos dice que el resorte realizará mucha fuerza para volver a su posición de equilibrio y un k pequeño realizará poca fuerza. Su unidad es $\frac{N}{m}$.



Resorte expandido



Resorte comprimido

Notemos que el signo negativo en la fórmula nos dice que la fuerza siempre es en sentido contrario al desplazamiento desde la posición de equilibrio. Esto significa que si el resorte está comprimido, la fuerza es en sentido de expansión, mientras que si el resorte está expandido, la fuerza es en sentido de compresión. Esto hace que la posición de equilibrio o estabilidad sea la señalada por $\overline{l}$.

3.6.2. El problema de los resortes duros

Un problema asociado con los resortes, que se da en la implementación de una simulación en computadora, se produce –básicamente– por la naturaleza discreta de la simulación.

El problema se da cuando la constante k del resorte es muy grande, es decir, muy *duro*. Por eso, ante la compresión y la extensión, produce fuerzas muy grandes.

Para entender cuál es el problema y por qué se produce, veamos un ejemplo.

Supongamos que tenemos un cuerpo unido a un resorte duro, como se ve en la imagen *Resorte duro,* donde el punto verde determina el punto al cual está fijo el resorte.

En el primer instante A , el cuerpo posee una fuerza elástica por el desplazamiento del punto de equilibrio. En la siguiente iteración de nuestra simulación, en el instante B , el cuerpo del resorte, luego de la integración, pasó el punto de fijación del resorte y se alejó una distancia aún mayor del punto de fijación de la que estaba en el instante A .

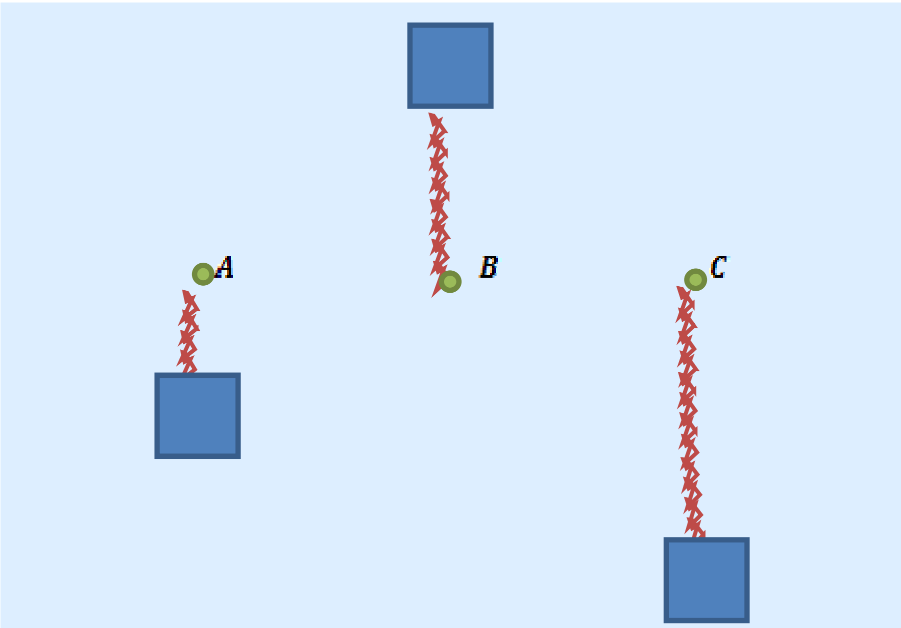
El hecho de que se haya desplazado esa distancia se debe a que la fuerza que actuaba sobre el cuerpo en la iteración anterior de la simulación era muy grande, esto es, debido a la k grande. Entonces, el resorte tuvo un comportamiento irreal, ya que por más que el resorte haya sido duro, el cuerpo no se hubiese desplazado a una distancia del punto de fijación mayor de la que estuvo en el punto A .

Siguiendo con la simulación, vemos que en el instante B , por estar tan desplazado del punto de fijación, la fuerza es aún mayor que en el instante A . Por lo tanto, en la simulación en la próxima iteración, instante C , el cuerpo estará aún más alejado del punto de fijación.

Como podemos observar, el cuerpo se aleja cada vez más y sobre él actúan fuerzas mayores. De modo que, al cabo de varias iteraciones, el cuerpo se alejará todavía más, llegando al infinito (en la computadora será un *overflow* o *underflow* de la variable).

El problema que ocasionó que la simulación se *rompiera* fue que los tiempos de las iteraciones (en general, el tiempo de *frame*) eran muy grandes.

Ahora bien, la solución más directa e ingenua a este problema es consiste en realizar iteraciones de la simulación en un tiempo menor. Sin lugar a dudas, es *la* solución, pero no siempre resulta viable, ya que –como hemos aprendido– realizar la simulación a períodos más pequeños de tiempo es computacionalmente más caro.



Resorte duro

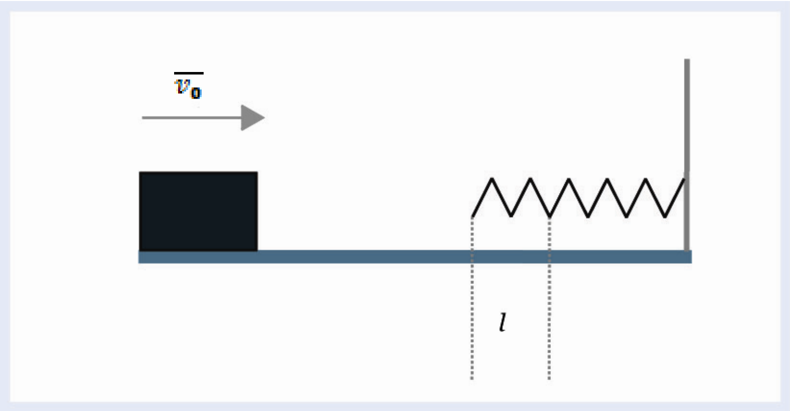
Siguiendo con este problema, supongamos que nuestro juego hace uso de varios resortes duros y que las máquinas de prueba poseen la *potencia* computacional para correr la simulación (en general, *framerate*) lo suficientemente seguido como para evitar que se *rompa.* Pero si el juego corriera en un equipo menos *potente*, la simulación podría *romperse* y los objetos asociados a los resortes, divergir (o sea, comportarse de forma irreal), perdiéndose en el infinito.

Como vemos, es un problema importante y por ello existen algunos modelos que ayudan a la simulación de resortes duros. No obstante, como regla general, las mejores medidas para evitarlo son:

- No usar k demasiado grandes.
- Intentar que la simulación se corra lo más seguido posible.
- Usar un integrador más robusto a estos problemas (recordemos los integradores numéricos que vimos en la unidad 1).

3.6.3. Energía potencial elástica

a)



l es la deformación del resorte.

b)

En el gráfico (a) el cuerpo tiene una energía cinética E_{c0} = $e_{cinetica} = \frac{1}{2} m\, v_0^2$, que al chocar con el resorte (b), lo comprime y en ese instante se detiene. Su velocidad final es cero.

Energía potencial elástica
Es la energía producida por la expansión o compresión de un resorte.

Cuando el cuerpo se mueve tiene energía cinética de traslación, pero ¿qué pasa cuando choca contra el resorte? Ya vimos que dicha energía "no se pierde, sólo se transforma". Aquí se transforma en *energía potencial elástica,* la cual responde a:

Energía potencial elástica:

$$e_{p\ elastica} = \frac{1}{2}kl^2$$

Donde *k* es la constante del resorte $\left[\frac{N}{m}\right]$. Obviamente, esta energía también se mide en joule.

Con todo lo visto hasta el momento estamos en condiciones de definir la *energía mecánica,* la cual es el resultado de la suma de la energía cinética, la energía potencial gravitatoria y la energía potencial elástica.

$E_{mecánica} = E_{cinética} + E_{potencial\ gravitatoria} + E_{potencial\ elástica}$

Energía mecánica
Es el resultado de la suma de la energía cinética, la energía potencial gravitatoria y la energía potencial elástica.

3.7. Sistemas conservativos y no conservativos

Este tema está íntimamente relacionado con lo que hemos visto sobre fuerzas conservativas y no conservativas.

Un *sistema conservativo* es aquel donde la energía mecánica (la suma de tres energías) en un punto de la trayectoria será la misma en cualquier otro punto que se analice. Esto significa que la energía mecánica que adquiere un cuerpo se mantendrá constante en toda la trayectoria.

Es decir: $e_{mecánica\ inicial} = e_{mecánica\ final}$

En un *sistema no conservativo* no ocurre lo anterior, ya que la energía mecánica no se mantiene constante. Un ejemplo: en un punto de la trayectoria, la energía mecánica es de 200 [J], y en otro punto distinto, de 150 [J]. ¿Qué pasó con esos 50 [J]? ¿Se perdieron? Ya dijimos que la energía no se pierde, sino que se transforma. Y es eso lo que ha ocurrido: esos 50 [J] se han transformado en alguna energía, que por lo general es calor, el cual se produce por la fricción del cuerpo en su movimiento. Es decir que la *variación de la energía mecánica es igual al trabajo de las fuerzas no conservativas, o sea, el trabajo de la fuerza de rozamiento.*

Entonces: $e_{mecánica\ inicial} - e_{mecánica\ final} = \Delta e_{mecánica}$

Sistemas conservativos y no conservativos
Un sistema conservativo es aquel donde la energía mecánica en un punto de la trayectoria será la misma en cualquier otro punto que se analice. En un sistema no conservativo esto no ocurre porque la energía mecánica no se mantiene constante.

Relación entre energía mecánica y trabajo no conservativo:

$$\Delta e_{mecánica} = -W_{F\ rozamiento}$$

El trabajo de la fuerza de rozamiento será negativo.

3.8. Cantidad de movimiento

Definición

También conocido como momento lineal, es una medida de la potencia de un cuerpo. Se representa por una magnitud vectorial, cuyas unidades son $\left[kg\frac{m}{s}\right]$. Se define como sigue:

Cantidad de movimiento:

$$\overline{p} = m\,\overline{v}$$

La cantidad de movimiento de un auto que viaja hacia el norte a 20 $\frac{m}{s}$ es distinta a la cantidad de movimiento del mismo auto viajando hacia el este con la misma rapidez. A mayores velocidades, mayor será también la cantidad de movimiento.

Un cambio grande en la cantidad de movimiento requiere una fuerza grande, mientras que un cambio pequeño puede realizarse con una fuerza neta menor.

3.9. Impulso

Es una medida que se define como:

Impulso:

$$\overline{J} = \int F\,dt$$

Esta definición significa que aplicarle un impulso a un cuerpo es igual a aplicarle una fuerza durante un periodo de tiempo t_1 y t_2. Si la fuerza es constante por tramos, obtenemos la versión discreta del impulso:

$$\overline{J} = \overline{F}\Delta t$$

Es decir, la fuerza por el intervalo de tiempo sobre el cual la misma se aplica.

Ahora podemos avanzar un poco más y ver cómo se relaciona el impulso con la cantidad de movimiento:

Teorema de la cantidad de movimiento y el impulso:

$$\overline{J} = \overline{p_2} - \overline{p_1}$$

Si consideramos que la masa es constante en el tiempo, luego:

$$\overline{J} = m\,(\overline{v_2} - \overline{v_1})$$

Esto quiere decir que el cambio de cantidad de movimiento de un cuerpo es igual al impulso aplicado. Dicho de otra manera, sumarle una velocidad a un cuerpo es igual a aplicarle un impulso. Esto será útil cuando veamos reacción a colisiones.

3.10. Conservación

Así como la energía se conserva en un sistema aislado, la cantidad de movimiento también se conserva bajo la misma hipótesis de que el sistema está aislado. Para decirlo de otro modo: *si la suma vectorial de las fuerzas externas sobre un sistema es cero, la cantidad de movimiento total del sistema es constante.* Esto no quiere decir que los objetos no puedan sufrir cambios en forma individual, pero los mismos deben ser tales de mantener constante la cantidad global.

BIBLIOGRAFÍA

Gettys W.; Keller, F.; Skove, M. *Física Clásica y Moderna*. McGraw-Hill Inc., Madrid, 1991.

Sears, F.; Zemansky, M.; Young, H.; Freedman, R. *Física Universitaria*. Vol. 1, Addison Wesley Longman, 1998.

Resnic, Halliday. *Física para estudiantes de Ciencias e Ingeniería*. Parte I, México, Compañía Editorial Continental SA, 1967.

Alonso, Finn. *Física: Vol. I: Mecánica*. Fondo Educativo Interamericano, 1970.

Botto, J.; González, N.; Muñoz, J. *Fís Física*. Buenos Aires, Tinta Fresca, 2006.

Gaisman, M.; Waldegg Casanova, G.; Adúriz-Bravo, A.; Díaz, F.; Lerner, A.; Rossi, D. *Física. Movimiento, interacciones y transformaciones de la energía*. Buenos Aires, Santillana, 2007.