알고리즘 설계와 분석

HW1 보고서

20140938

임다은

HW A. Maximum Subsequence Sum Problem

1. 실험 환경

OS: macOS Sierra

CPU: 2.7GHz Intel Core i5 에서 진행하였다.

RAM: 8GB 1867 MHz DDR3 이다.

Compiler: g++ -std=c++11

2. 입력 데이터

a) 데이터의 정확성 향상을 위한 실험 방식

n 값은 2^20 에 가까운 1,000,000 까지 값을 주었다. 가장 작은 값도 수행결과를 측정하는 데 의미가 있도록 충분히 큰 값을 구하기 위하여 10,000 으로 하였다. 또한 가장 작은 값부터 가장 큰 값까지 n 의 분포가 충분히 흩어져 있도록 설정하였다.

이에 따라 각 값으로 10,000, 50,000, 100,000, 500,000, 1,000,000 을 가지는 데이터를 만들었다. 이 때 하나의 n 값에 대하여 다양한 데이터를 바탕으로 실험하기 위해 5 개의 다른 실험데이터를 만들었다. 또한 하나의 데이터를 가지고 수행하는 평균 값을 구하기 위해 데이터당 5 번의 실험을 진행하여 평균값을 구하였다.

b) HW1_MSS_config.txt 구성

인풋 파일은 'MSS_dd.input'으로 구성된다. 이 때 첫번째 d 는 총 다섯 가지의 n 의 크기를 0 부터 4 까지로 대체한 수이다. 이 때 각 n 에 대해 5 개의 데이터가 존재하므로 두번째 d 는 이를 나타내고 있다.

아웃풋 파일은 MSS_dd_dd.output.txt 로 구성된다. 앞의 두개의 d 는 인풋과 같은 숫자를 가진다. 뒤의 d 중 첫번째 숫자는 세가지 함수 중 사용한 함수의 숫자를, 마지막 d 는 한 데이터 당 다섯번의 실험을 하는 것을 나타내고 있다.

3. 결과 데이터

a) 결과 데이터

1) Input size: 10,000

Input Data	A1	A2	A3
MSS_00.input	135.726	1.671	0.042
MSS_01.input	132.579	1.687	0.032
MSS_02.input	132.66	2.021	0.059
MSS_03.input	143.192	2.301	0.048
MSS_04.input	138.651	2.284	0.04
Average	136.562	1.993	0.044

<표 1> input size 10,000 일 때 함수 별 수행 시간

2) Input size: 50,000

Input Data	A1	A2	A3
MSS_10.input	4,150.719	15.451	0.186
MSS_11.input	4,670.304	23.688	0.189
MSS_12.input	3,901.318	10.093	0.142
MSS_13.input	3,704.91	10.744	0.144
MSS_14.input	3,645.783	11.782	0.181
Average	4,014.607	14.352	0.168

<표 2> input size 50,000 일 때 함수 별 수행 시간

3) Input size: 100,000

Input Data	A1	A2	A3
MSS_20.input	15,566.264	23.018	0.365
MSS_21.input	13,443.223	23.174	0.263
MSS_22.input	13,572.996	24.419	0.326
MSS_23.input	13,381.465	32.759	0.808
MSS_24.input	13,966.128	27.552	0.3
Average	13,986.015	26.184	0.412

<표 3> input size 100,000 일 때 함수 별 수행 시간

4) Input size: 500,000

Input Data	A1	A2	A3
MSS_30.input	338,346.122	127.741	4.602
MSS_31.input	335,162.878	102.784	1.341
MSS_32.input	320,459.227	104.135	2.517
MSS_33.input	320,067.305	95.201	2.044
MSS_34.input	328,533.844	99.718	1.316
Average	328,513.875	105.9158	2.364

<표 4> input size 500,000 일 때 함수 별 수행 시간

5) Input size: 1,000,000

Input Data	A1	A2	A3
MSS_40.input	1,258,895.831	184.904	2.721
MSS_41.input	1,261,523.177	184.65	3.196
MSS_42.input	1,260,916.161	195.967	4.259
MSS_43.input	1,262,260.063	188.957	2.56
MSS_44.input	1,268,575.244	178.552	2.541
Average	1,262,434.095	186.606	3.055

<표 5> input size 1,000,000 일 때 함수 별 수행 시간

3. 데이터 분석 결과

a) 수행 결과의 그래프 및 수식

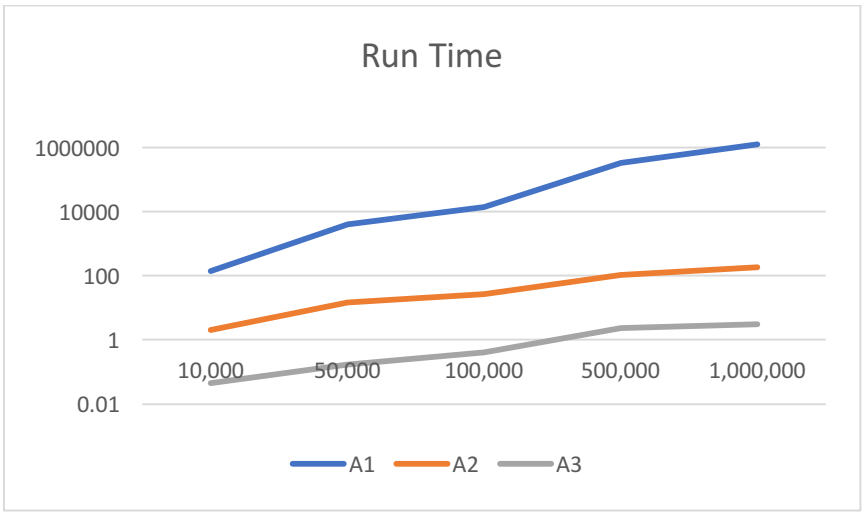


그림 1. 각 알고리즘 별 수행시간, Y 축은 logarithmic 하게 커진다.

b) 이론적인 시간복잡도와 수행 시간 관계 분석

실험 데이터 사이즈가 각 10,000, 50,000, 100,000, 500,000, 1,000,000 이므로 실험한 CPU 의 클럭은 2.7GHz 이므로 1 millisecond 당 2,700,000 회 계산을 수행한다고 볼 수 있다.

tasks to CPU	n^2	nlogn	n
10,000	100,000,000.000	40,000.000	10,000.000
50,000	2,500,000,000.000	234,948.500	50,000.000
100,000	10,000,000,000.000	500,000.000	100,000.000
500,000	250,000,000,000.000	2,849,485.002	500,000.000
1,000,000	1,000,000,000,000.000	6,000,000.000	1,000,000.000

<표 6> cpu 가 처리할 계산의 개수

expected cpu time	n^2	nlogn	n
10,000	37.037	0.015	0.004
50,000	925.926	0.087	0.019
100,000	3,703.704	0.185	0.037
500,000	92,592.593	1.055	0.185
1,000,000	370,370.370	2.222	0.370

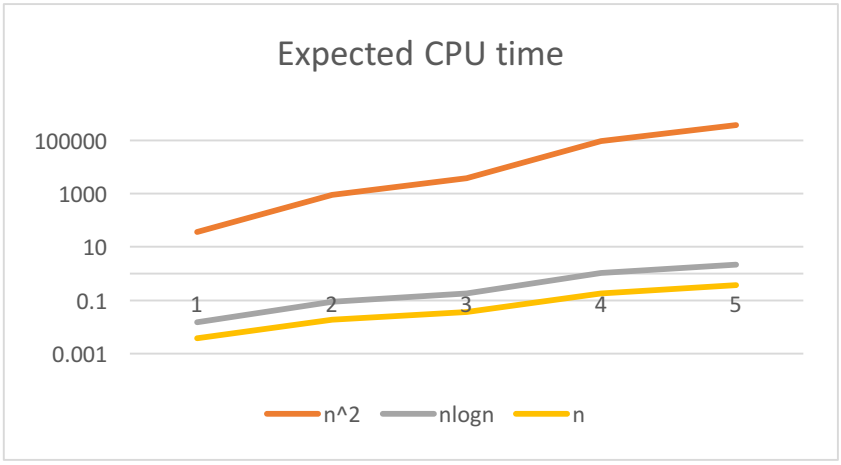
<표 7> cpu 가 예상되는 처리 시간 (tasks to cpu / tasks cpu can process in 1 millisec)

real cpu time	n^2	nlogn	n
10,000	136.562	1.993	0.044
50,000	4,014.61	14.352	0.168
100,000	13,986.02	26.184	0.412
500,000	328,513.88	105.9158	2.364
1,000,000	1,262,434.10	186.606	3.055

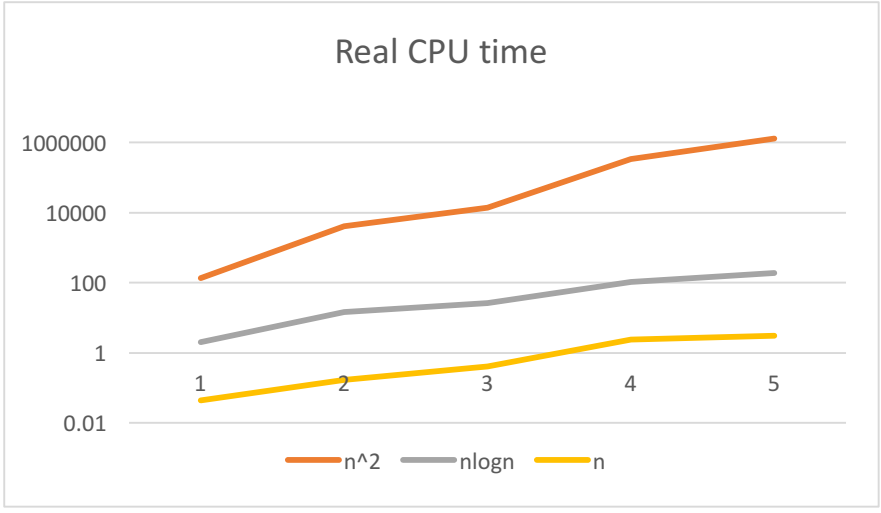
<표 8> cpu 가 실제 처리하는 데 걸린 시간

expected / real cpu time	n^2	nlogn	n
10,000	3.687	134.528	11.880
50,000	4.336	164.931	9.072
100,000	3.776	141.394	11.124
500,000	3.548	100.360	12.766
1,000,000	3.409	83.973	8.249

<표 9> 처리 시간 / 처리 시간 예상 값



<그림 2> 예상되는 처리 시간 그래프, x 축은 인풋 y 축은 시간에 로그 취한 것



<그림 3> 실제 처리 시간 그래프, x 축은 인풋 y 축은 시간에 로그 취한 것

루프 내의 상수 계수에 의해서 expected cpu time 과 real cpu time 이 같은 값을 가지진 않지만, 시간의 경향성은 매우 유사하게 증가함을 볼 수 있다. 표 9 를 보면 실제 처리된 시간을 예상되는 시간으로 나눈 값이 함수별로 어느정도 일정한 것을 볼 수 있다. 알고리즘 1 의 경우 이 값이 3.4 에서 4.3 으로, 알고리즘 2 의 경우 약간 편차가 크지만 120 에서 앞뒤로 40 정도 차이, 알고리즘 3 의 경우 약 10 배의 수준을 유지하고 있다. 알고리즘 2 의 경우 편차가 큰 이유는 다른 알고리즘에 비해 루프를 돌릴 때 step 들이 많아 곱해지는 상수가 굉장히 큼을 알 수 있다.

4. 결론

이에 따라서 실제 알고리즘 처리 시간은 예상되는 처리 시간과 같은 만큼의 경향성을 가지고 있음이 확인되었으며, 함수 내의 루프와 기타로 처리되는 스텝의 개수에 따라서 Big-Oh 연산을 통한 실제 처리시간 분석에서 큰 값의 상수 배가 곱해지는 것을 알 수 있었다.

HW B. Inversion Counting Problem

1. 실험 환경

HW A 와 동일한 실험환경에서 진행하였다.

2. 입력 데이터

a) 데이터의 정확성 향상을 위한 실험 방식

HW A 와 동일한 방식으로 데이터 정확성 향상을 도모하였다.

b) HW1_MSS_config.txt 구성

인풋 파일은 'IC_dd.input'으로 구성된다. 이 때 첫번째 d 는 총 다섯 가지의 n 의 크기를 0 부터 4 까지로 대체한 수이다. 이 때 각 n 에 대해 5 개의 데이터가 존재하므로 두번째 d 는 이를 나타내고 있다.

아웃풋 파일은 IC_dd_d.output.txt 로 구성된다. 앞의 두개의 d 는 인풋과 같은 숫자를 가진다. 마지막 d 는 한 데이터 당 다섯번의 실험을 하는 것을 나타내고 있다.

3. 알고리즘 설계 방식

a) O(nlogn) 시간복잡도 구현 방법

알고리즘 설계의 기본 방식은 Merge Sort 와 같은 형식을 갖는다. O(nlogn) 구현은 divide and conquer 방식을 활용하여 배열을 둘로 나누어 들어가면서 오름차순으로 merge 하는 과정에서 inversion 이 있는 것이 발견되면 그 숫자만큼을 inversion count 로 더해주는 것이다. inversion counting 은 merge 과정에서만 일어나는데, 왼쪽과 오른쪽의 array 는 모두 정렬된 상태라고 할 수 있다. 만약 왼쪽에 있는 array 의 merge 차례가 된 index 와 오른쪽에 있는 인덱스의 value 가 뒤바뀌어 있다면 왼쪽 array 의 나머지 value 들도 모두 inversion 이 되었다고 볼 수 있다.

이 때 각 divide 하는 시간은 상수 시간, merge 하는 시간은 배열의 처음부터 끝까지 루프를 돌면서 배열을 합치므로 divde 와 merge 하는 시간을 합쳐서 cn 으로 책정하였다. T(n) = T(n/2) + T(n/2) + cn, T(1) = 1 으로 계산하면 O(nlogn)의 시간복잡도를 갖도록 할 수 있다.

b) merge sort 변경

우선 merge_sort 함수에서 바뀐 것은 inversion counting 값을 리턴하기 위하여 리턴 타입을 void 에서 long long int 로 바꾸었다. merge 함수 역시 long long int 로 리턴값을 바꾸고, counted inversion 을 리턴하여 준다.

merge 에서는 inversion count 를 구하기 위해 추가적인 코드가 삽입되었다. left array, right array 에서 각각 index 를 하나씩 증가시키며 merge 하는 과정에서 위의 알고리즘 설계방식을 구현하기 위하여 left array index value < right array index value 이면 inversion += middle - left_index + 1 로 알고리즘 코드를 완성하였다.