

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №2
з дисципліни « Методи оптимізації та планування » на тему
«Проведення двофакторного експерименту
з використанням лінійного рівняння регресії»

Виконав:
студент II курсу ФІОТ
групи ІО – 92
Грисюк Дмитро
Номер залікової книжки: ІО - 9207

Перевірив:
ст. вик. Регіда П.Г.

Київ – 2021

Мета роботи: провести двофакторний експеримент, перевірити однорідність дисперсії за критерієм Романовського, отримати коефіцієнти рівняння регресії, провести натуралізацію рівняння регресії.

Завдання на лабораторну роботу:

1. Записати лінійне рівняння регресії.
2. Обрати тип двофакторного експерименту і скласти матрицю планування для нього з використанням додаткового нульового фактору ($x_0=1$).
3. Провести експеримент в усіх точках повного факторного простору (знайти значення функції відгуку y). Значення функції відгуку задати випадковим чином у відповідності до варіанту y в діапазоні $y_{\min} \div y_{\max}$
4. Перевірити однорідності дисперсії за критерієм Романовського
5. Знайти коефіцієнти нормованих рівнянь регресії і виконати перевірку (підставити значення нормованих факторів і коефіцієнтів у рівняння).
6. Провести натуралізацію рівняння регресії й виконати перевірку натуралізованого рівняння.
7. Написати комп'ютерну програму, яка все це виконує.

Варіант завдання:

| | | | | |
|-----|----|----|----|----|
| 204 | 15 | 45 | 15 | 50 |
|-----|----|----|----|----|

Роздруківка тексту програми:

```
package com;

import java.util.ArrayList;
import java.util.List;

public class Main {

    public static void main(String[] args) {

        final int x1Min = 15;
        final int x1Max = 45;
        final int x2Min = 15;
        final int x2Max = 50;
        final int yMax = -2010;
        final int yMin = -2020;
        int m = 6;
        double[] mx = new double[2];
        double my = 0;
        double[] a = new double[3];
        double a11 = 0;
        double a22 = 0;
        double[] b = new double[3];
```

```

double[] yAverage = new double[3];
final double[] Rkr_Table = {1.73, 2.16, 2.43, 2.62, 2.75, 2.9, 3.08};
boolean work = true;

int[][] x = {
    {-1,-1},
    {1,-1},
    {-1,1}
};

while (work) {
    List<int[]> y = new ArrayList<>();
    System.out.println("Лінійне рівняння регресії для нормованих
значень x має вигляд :  $y = b_0 + b_1 * x_1 + b_2 * x_2$ ");
    System.out.println();

    System.out.println("Нормована матриця планування експерименту :
");

    System.out.print("X1\tX2\t");
    for (int i = 0; i < m; i++) {
        System.out.print("Y" + (i+1) + "\t");
    }
    System.out.println();
    for (int i = 0; i < 3; i++) {
        int[] yTemp = new int[m];
        for (int j = 0; j < 2; j++) {
            System.out.print(x[i][j] + "\t");
        }
        for (int j = 0; j < m; j++) {
            yTemp[j] = (int) (Math.random() * (yMax - yMin)) + yMin;
            System.out.print(yTemp[j] + "\t");
        }
        System.out.println();
        y.add(yTemp);
    }

    //перевірка за критерієм Романовського

    double[] dispersion = new double[3];
    double deviation = 0;
    double[] Fuv = new double[3];
    double[] ̸uv = new double[3];
    double[] Ruv = new double[3];
    double Rkr = 0;

    for (int i = 0; i < 3; i++) {
        double sum = 0;
        int[] yTemp = y.get(i);
        for (int j = 0; j < m; j++) {
            sum += yTemp[j];
        }
        yAverage[i] = sum / m;
    }

    for (int i = 0; i < 3; i++) {
        double sum = 0;
        int[] yTemp = y.get(i);
        for (int j = 0; j < m; j++) {
            sum += Math.pow((yTemp[j] - yAverage[i]), 2);
        }
        dispersion[i] = sum / m;
        //System.out.println("Дисперсія: " + dispersion[i]);
    }
}

```

```

    }

    deviation = Math.sqrt((2 * (2 * m - 2)) / (double) (m * (m - 4)));
    //System.out.println("dev" + deviation);

    Fuv[0] = dispersion[0] / dispersion[1];
    Fuv[1] = dispersion[2] / dispersion[0];
    Fuv[2] = dispersion[2] / dispersion[1];
    /*System.out.println("Fuv");
    for (int i = 0; i < 3; i++) {
        System.out.println(Fuv[i]);
    }*/

    System.out.println("\nRuv");
    for (int i = 0; i < 3; i++) {
        Өuv[i] = ((m - 2) / (double)m) * Fuv[i];
        Ruv[i] = Math.abs((Өuv[i] - 1) / deviation);
        System.out.println(Ruv[i]);
    }

    if (m <= 4) Rkr = Rkr_Table[0];
    else if (m <= 6) Rkr = Rkr_Table[1];
    else if (m <= 8) Rkr = Rkr_Table[2];
    else if (m <= 10) Rkr = Rkr_Table[3];
    else if (m <= 13) Rkr = Rkr_Table[4];
    else if (m <= 17) Rkr = Rkr_Table[5];
    else if (m <= 20) Rkr = Rkr_Table[6];

    System.out.println("\nRкр = " + Rkr + "\n");
    if (Ruv[0] < Rkr && Ruv[1] < Rkr && Ruv[2] < Rkr )
System.out.println("Дисперсії однорідні\n");
    for (int i = 0; i < 3; i++) {
        if (Ruv[i] < Rkr ) {
            work = false;

        }

        else work = true;
    }
    m++;
    if (work) System.out.println("ПОМИЛКА : Ruv > Rкр\nЗБІЛЬШУЄМО
КІЛЬКІСТЬ ДОСЛІДІВ : m+1\n");
}

// розрахунок нормованих коефіцієнтів рівняння регресії

for (int i = 0; i < 2; i++) {
    double sum = 0;
    for (int j = 0; j < 3; j++) {
        sum += x[j][i];
    }
    mx[i] = sum/3;
}

my = (yAverage[0] + yAverage[1] + yAverage[2])/3;

a[0] = (Math.pow(x[0][0],2) + Math.pow(x[1][0],2) +
Math.pow(x[2][0],2))/3;
a[1] = (x[0][0]*x[0][1] + x[1][0]*x[1][1] + x[2][0]*x[2][1])/3.;
a[2] = (Math.pow(x[0][1],2) + Math.pow(x[1][1],2) +
Math.pow(x[2][1],2))/3;

```

```

        a11 = (x[0][0]*yAverage[0] + x[1][0]*yAverage[1] +
x[2][0]*yAverage[2])/3;
        a22 = (x[0][1]*yAverage[0] + x[1][1]*yAverage[1] +
x[2][1]*yAverage[2])/3;

        double det11,det12,det21,det22,det31,det32;

        det11 = (my*a[0]*a[2]) + (mx[0]*a[1]*a22) + (mx[1]*a11*a[1]) -
(a22*a[0]*mx[1]) - (my*a[1]*a[1]) - (mx[0]*a11*a[2]);
        det12 = (1*a[0]*a[2]) + (mx[0]*a[1]*mx[1]) + (mx[1]*mx[0]*a[1]) -
(mx[1]*mx[1]*a[0]) - (mx[0]*mx[0]*a[2]) - (1*a[1]*a[1]);
        b[0] = det11/det12;
        det21 = (1*a11*a[2]) + (my*a[1]*mx[1]) + (mx[0]*a22*mx[1]) -
(mx[1]*a11*mx[1]) - (mx[0]*my*a[2]) - (1*a22*a[1]);
        det22 = (1*a[0]*a[2]) + (mx[0]*a[1]*mx[1]) + (mx[1]*mx[0]*a[1]) -
(mx[1]*mx[1]*a[0]) - (mx[0]*mx[0]*a[2]) - (a[1]*a[1]*1);
        b[1] = det21/det22;
        det31 = (1*a[0]*a22) + (mx[0]*a11*mx[1]) + (mx[0]*a[1]*my) -
(mx[1]*a[0]*my) - (mx[0]*mx[0]*a22) - (1*a[1]*a11);
        det32 = (1*a[0]*a[2]) + (mx[0]*a[1]*mx[1]) + (mx[0]*a[1]*mx[1]) -
(mx[1]*a[0]*mx[1]) - (mx[0]*mx[0]*a[2]) - (a[1]*a[1]*1);
        b[2] = det31/det32;

        System.out.println("Нормоване рівняння регресії: ");
        System.out.printf("y = %.2f",b[0]);
        if (b[1] < 0 ) System.out.print(" - "); else System.out.print(" + ");
        System.out.printf("%.2f * x1", Math.abs(b[1]));
        if (b[2] < 0 ) System.out.print(" - "); else System.out.print(" + ");
        System.out.printf("%.2f * x2\n", Math.abs(b[2]));

        System.out.println("\nПеревірка: ");
        boolean ok = false;
        for (int i = 0; i < 3; i++) {
            if ((float)(b[0] + b[1]*x[i][0] + b[2]*x[i][1]) ==
(float)yAverage[i]) ok = true;
            else ok = false;
            System.out.printf("%.2f = %.2f\n", (b[0] + b[1]*x[i][0] +
b[2]*x[i][1]),yAverage[i]);
        }
        if (ok) System.out.println("\nНормовані коефіцієнти рівняння регресії
b0,b1,b2 визначено правильно");
        else System.out.println("Нормовані коефіцієнти рівняння регресії
b0,b1,b2 визначено неправильно");

        // натуралізація коефіцієнтів

        double deltaX1, deltaX2, x10, x20, a0, a1, a2;

        deltaX1 = Math.abs(x1Max - x1Min)/2.;
        deltaX2 = Math.abs(x2Max - x2Min)/2.;
        x10 = (x1Max + x1Min)/2.;
        x20 = (x2Max + x2Min)/2.;

        a0 = b[0] - b[1]*x10/deltaX1 - b[2]*x20/deltaX2;
        a1 = b[1]/deltaX1;
        a2 = b[2]/deltaX2;

        System.out.println();
        System.out.println("Натуралізоване рівняння регресії : ");

        System.out.printf("y = %.2f",a0);
        if (a1 < 0 ) System.out.print(" - "); else System.out.print(" + ");
        System.out.printf("%.2f * x1", Math.abs(a1));
        if (a2 < 0 ) System.out.print(" - "); else System.out.print(" + ");

```

```

        System.out.printf("%.2f * x2\n", Math.abs(a2));

        System.out.println();
        System.out.println("Перевірка: ");

        System.out.printf("%.2f = %.2f\n", (a0 + a1*x1Min +
a2*x2Min), yAverage[0]);
        System.out.printf("%.2f = %.2f\n", (a0 + a1*x1Max +
a2*x2Min), yAverage[1]);
        System.out.printf("%.2f = %.2f\n", (a0 + a1*x1Min +
a2*x2Max), yAverage[2]);

        if ((float)(a0 + a1*x1Min + a2*x2Min) == (float)yAverage[0] &&
            (float)(a0 + a1*x1Max + a2*x2Min) == (float)yAverage[1] &&
            (float)(a0 + a1* x1Min + a2*x2Max) == (float)yAverage[2]){
            System.out.println();
            System.out.println("Коефіцієнти натуралізованого рівняння
регресії a0, a1, a2 визначено правильно");
        }
        else System.out.println("Коефіцієнти натуралізованого рівняння
регресії a0, a1, a2 визначено неправильно");

    }
}

```

Результати роботи програми:

```
$javac com/Main.java
```

```
$java -Xmx128M -Xms16M com/Main
```

Лінійне рівняння регресії для нормованих значень x має вигляд : $y = b_0 + b_1 * x_1 + b_2 * x_2$

Нормована матриця планування експерименту :

| X1 | X2 | Y1 | Y2 | Y3 | Y4 | Y5 | Y6 |
|----|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -1 | -1 | -2013 | -2018 | -2012 | -2013 | -2011 | -2018 |
| 1 | -1 | -2014 | -2016 | -2015 | -2020 | -2011 | -2013 |
| -1 | 1 | -2016 | -2015 | -2015 | -2016 | -2016 | -2017 |

Ruv

0.25819888974716115

0.7433555224393358

0.7433555224393358

Rкр = 2.16

Дисперсії однорідні

Нормоване рівняння регресії:

$y = -2015.33 - 0.33 * x_1 - 0.83 * x_2$

Перевірка:

-2014.17 = -2014.17

-2014.83 = -2014.83

-2015.83 = -2015.83

Нормовані коефіцієнти рівняння регресії b_0, b_1, b_2 визначено правильно

Натуралізоване рівняння регресії :

$y = -2013.12 - 0.02 * x_1 - 0.05 * x_2$

Перевірка:

-2014.17 = -2014.17

-2014.83 = -2014.83

-2015.83 = -2015.83

Коефіцієнти натуралізованого рівняння регресії a_0, a_1, a_2 визначено правильно

Відповіді на контрольні запитання:

1. Що таке регресійні поліноми і де вони застосовуються?

В теорії планування експерименту найважливішою частиною є оцінка результатів вимірів. При цьому використовують апроксимуючі поліноми, за допомогою яких ми можемо описати нашу функцію. В ТПЕ ці поліноми отримали спеціальну назву - регресійні поліноми, а їх знаходження та аналіз - регресійний аналіз.

2. Визначення однорідності дисперсії.

Обирають так названу «довірчу ймовірність» p – ймовірність, з якою вимагається підтвердити гіпотезу про однорідність дисперсій. У відповідності до p і кількості дослідів m обирають з таблиці критичне значення критерію. Кожне експериментальне значення R_{uv} критерію Романовського порівнюється з $R_{кр.}$ (значення критерію Романовського за різних довірчих ймовірностей p) і якщо для усіх кожне $R_{uv} < R_{кр.}$, то гіпотеза про однорідність дисперсій підтверджується з ймовірністю p .

3. Що називається повним факторним експериментом?

Для знаходження коефіцієнтів у лінійному рівнянні регресії застосовують повний факторний експеримент (ПФЕ). Якщо в багатофакторному експерименті використані всі можливі комбінації рівнів факторів, то такий експеримент називається повним факторним експериментом.

Висновки:

Під час виконання даної роботи було змодельовано двофакторний експеримент, перевірено однорідність дисперсії за критерієм Романовського, отримано коефіцієнти рівняння регресії та проведено натуралізацію рівняння регресії.