UNIVERSIDAD FRANZ TAMAYO

INGENIERÍA DE SISTEMAS

SISTEMAS DIGITALES

ALGEBRA DE BOOLE
PARTE I

DOCENTE: LIC. RONALD J ALIAGA LEAÑO

INTRODUCCION

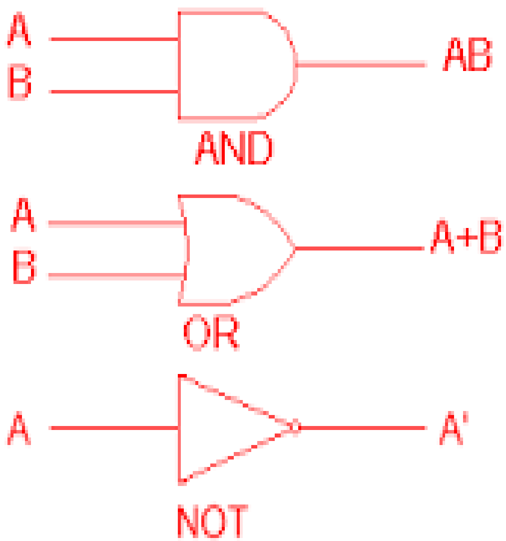
Herramienta matemática sobre la base de 2 valores

- Fácil de obtener.
- Cercana a la expresión humana.
- Cómoda de manipular en formato booleano.

A partir de su formalización, el algebra de Boole ha sido usado en desarrollo de sistemas digitales

GEORGE BOOLE 1815, publicado en 1854

DEFINICIONES BASICAS



LAS OPERACIONES BASICAS SON: AND Y OR Y COMO COMPLEMENTO NOT

EVALUADO EN DOS ESTADOS X=1, Y=0

Construcción de forma, para representar entradas y salidas digitales

TABLA DE VERDAD

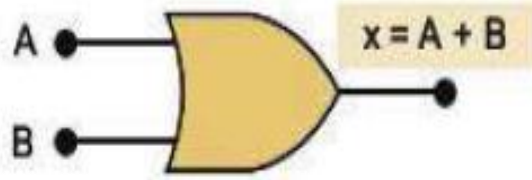
A partir de esto, se formulan postulados y teoremas en la manipulación de variables binarias.

TABLAS DE VERDAD DE LAS OPERACIONES BÁSICAS

OR

A	B	$x = A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(a)



Compuerta OR

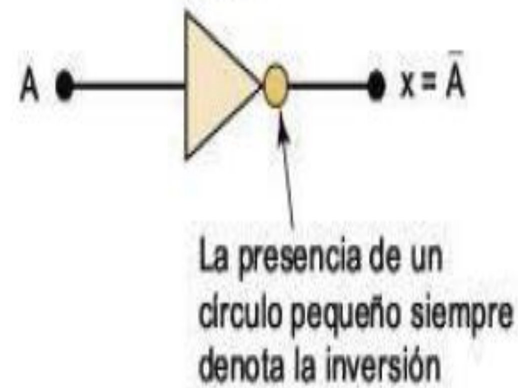
(b)

NOT

A	$x = \bar{A}$
0	1
1	0

(a)

NOT

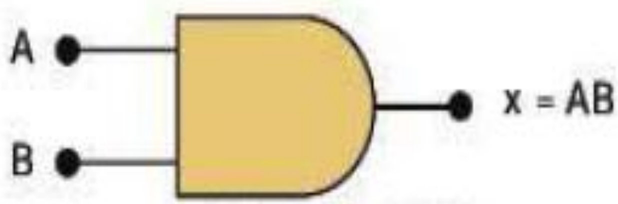


(b)

AND

A	B	$x = A \cdot B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

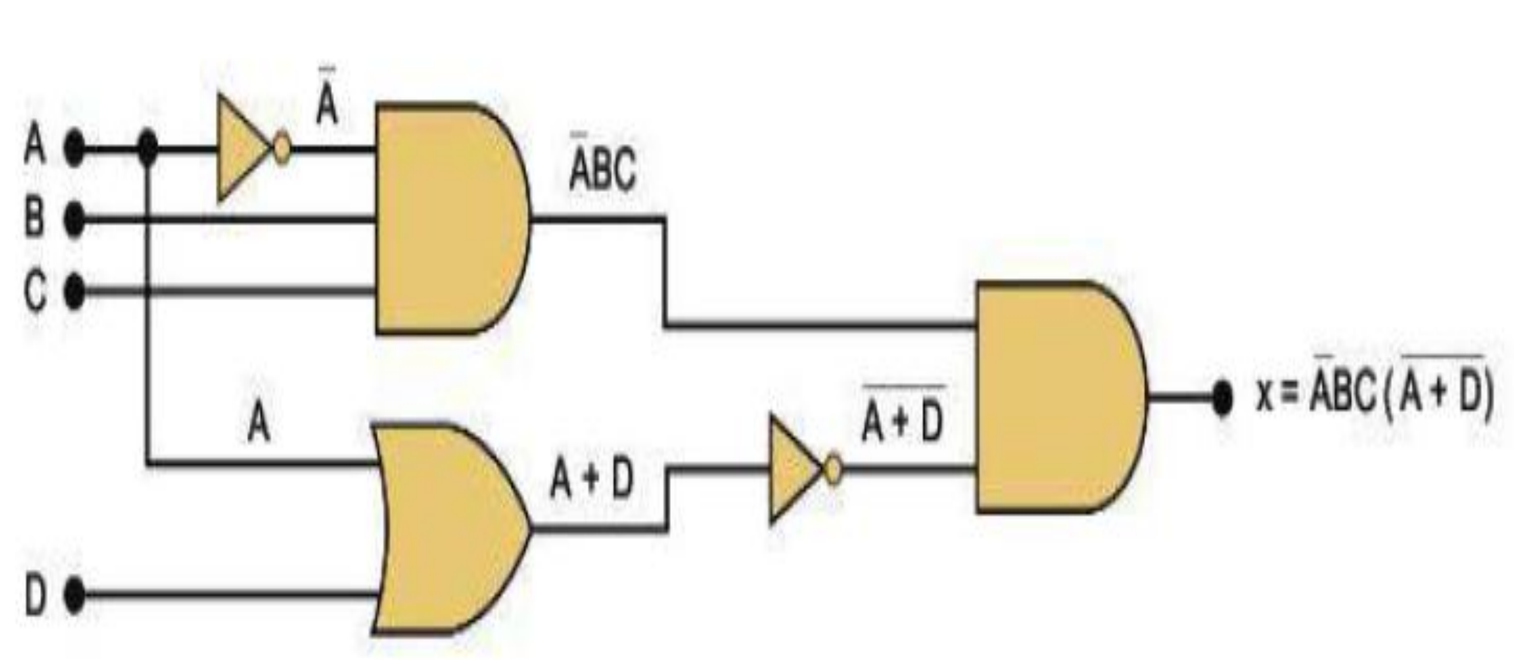
(a)



Compuerta AND

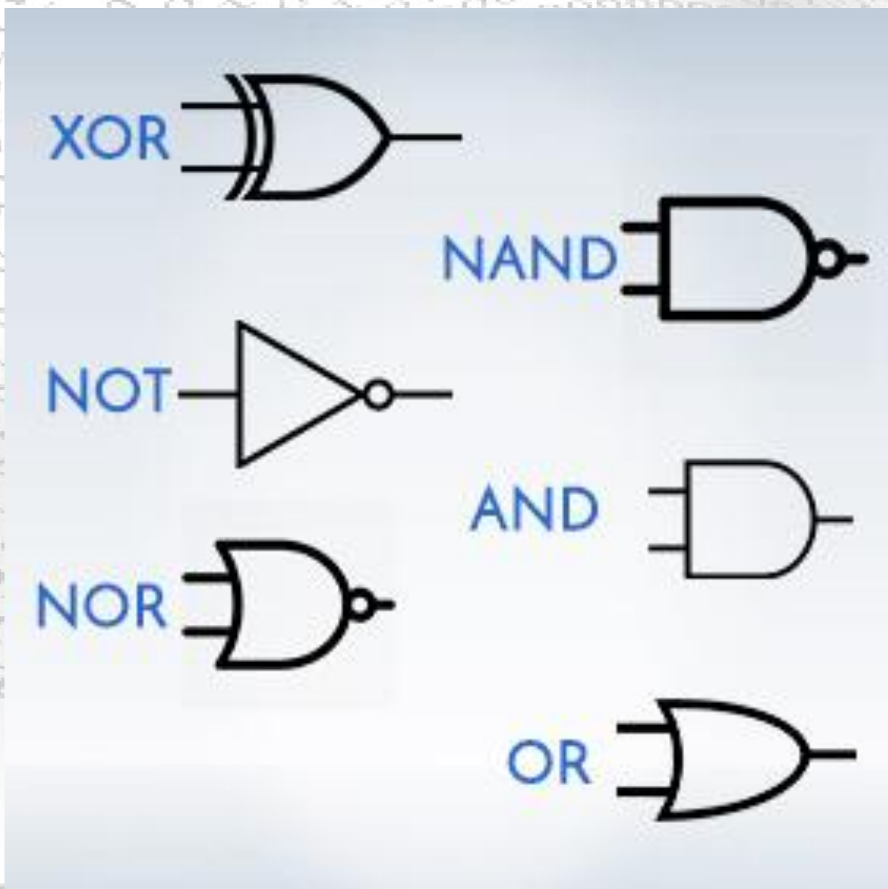
(b)

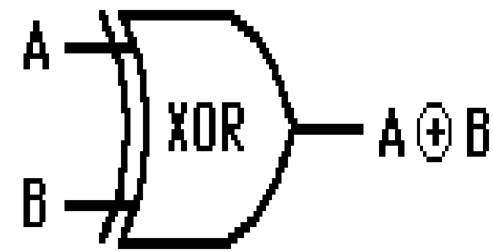
EXPRESION ALGEBRAICA



ES POSIBLE OBTENER LA SALIDA REAL A PARTIR DEL ANALISIS DE TODAS LAS POSIBILIDADES (INDUCCION PERFECTA)…………RESOLVAMOS

COMPLEMENTOS A LAS COMPUERTAS LOGICAS





A	B	Out
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

OR EXCLUSIVO

TEOREMAS Y PROPIEDAS

Leyes

En el álgebra de Boole se cumplen las siguientes Leyes:

- 1) **Conmutatividad**:

$$X + Y = Y + X$$

$$X \cdot Y = Y \cdot X$$

- 2) **Asociatividad**:

$$X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$$

$$X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$$

- 3) **Distributividad**:

$$X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$$

$$X \cdot (Y + Z) = (X \cdot Y) + (X \cdot Z)$$

IDENTIDAD

Identidades

- **4) Elementos Neutros (Identidad):**

$$X + 0 = X$$

$$X \cdot 1 = X$$

- **5) Complemento:**

$$X + \overline{X} = 1$$

$$X \cdot \overline{X} = 0$$

LEYES

Leyes

- **6) Dominación:**

$$X + 1 = 1 \quad X \cdot 0 = 0$$

- **7) Idempotencia:**

$$X + X = X$$

$$X \cdot X = X$$

LEYES

- **8) Doble complemento:**

$$\overline{\overline{X}} = X$$

.

- **9) Absorción:**

$$X + X \cdot Y = X$$

$$X \cdot (Y + X) = X$$

Demostración:

$$X + X \cdot Y = (X \cdot 1) + (X \cdot Y) = X \cdot (1 + Y) = X$$

LEYES MORGAN

Leyes

- 10) DeMorgan:

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

LEYES MORGAN MAS DE DOS VARIABLES

$$\overline{A + B + C + D} = \overline{A} \bullet \overline{B} \bullet \overline{C} \bullet \overline{D}$$

TEOREMAS

Teoremas

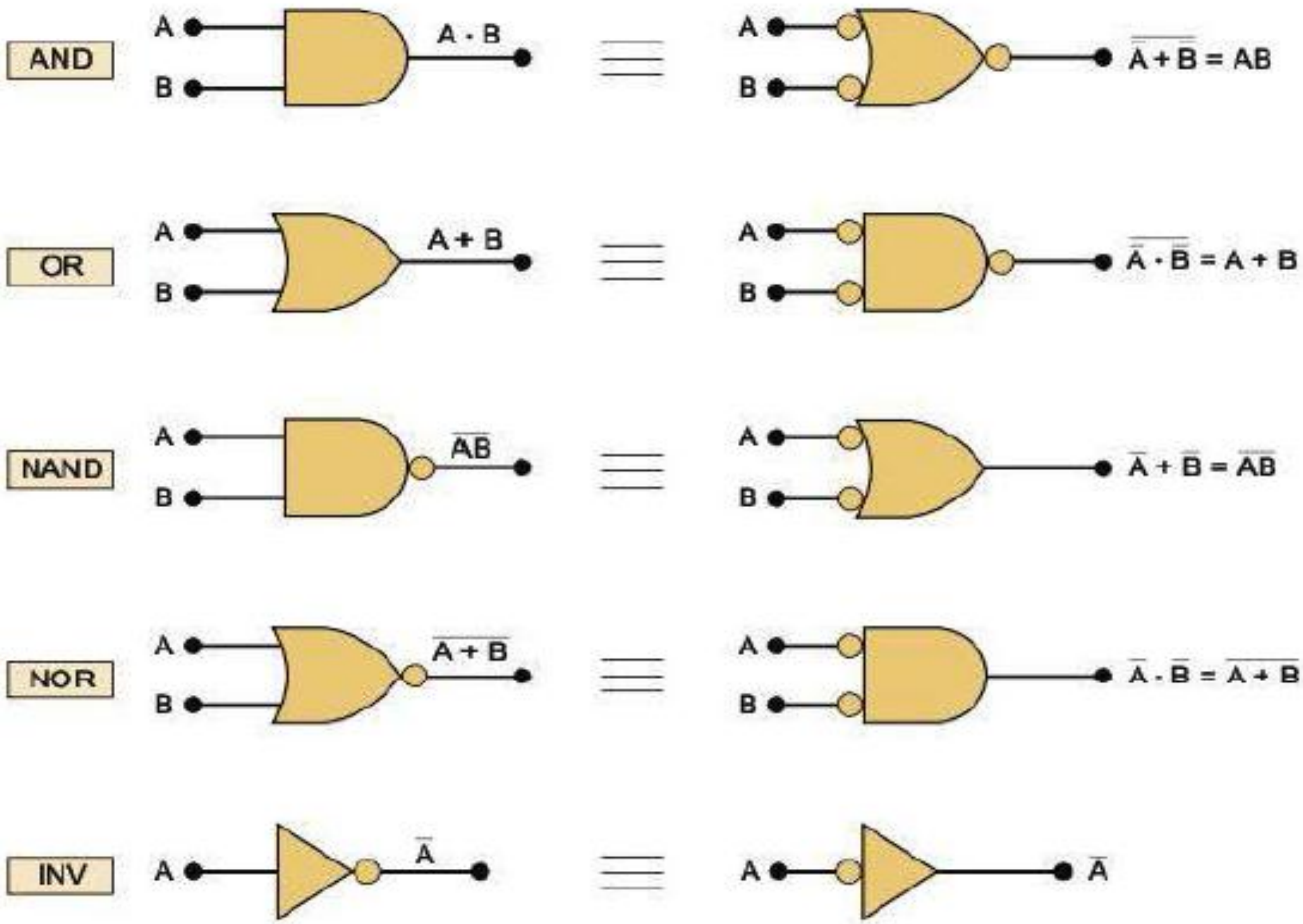
Luego se establecen los siguientes Teoremas:

- **Teorema de la Simplificación**

$$A + \overline{A} \cdot B = A + B$$

$$A \cdot (\overline{A} + B) = A \cdot B$$

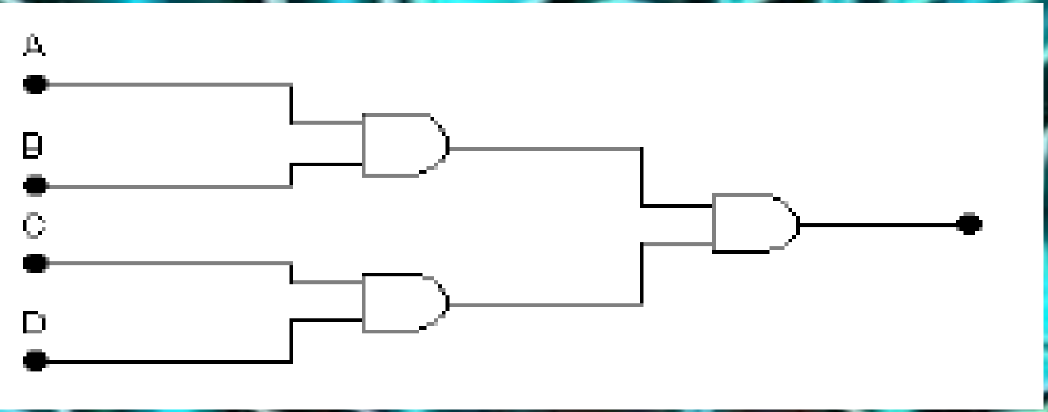
EQUIVALENCIA ENTRE CIRCUITOS

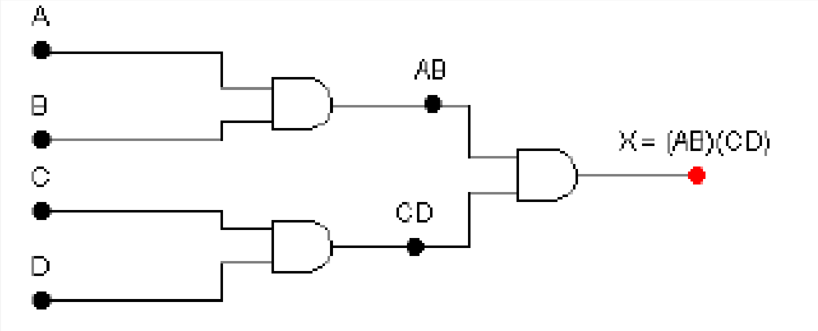


FORMAS DE INTERPRETAR LOS SIMBOLOS

REALIZAMOS EJERCICIOS……..

CONSTRUIMOS LA FUNCION DE LOS SIGUIENTES CIRCUITOS

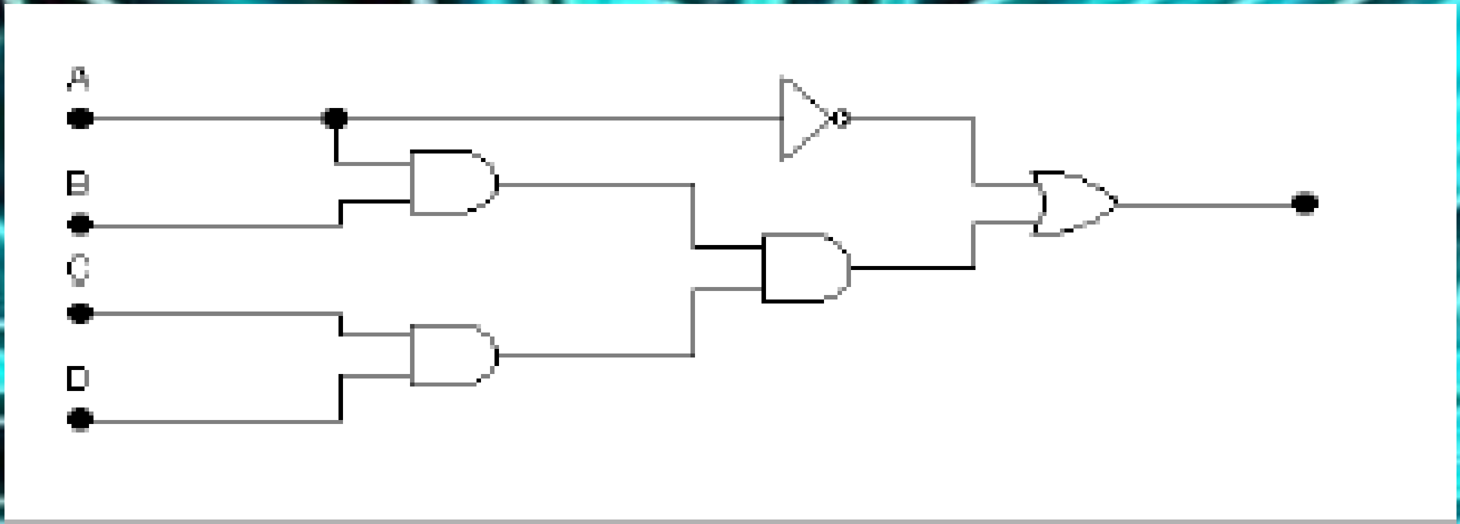


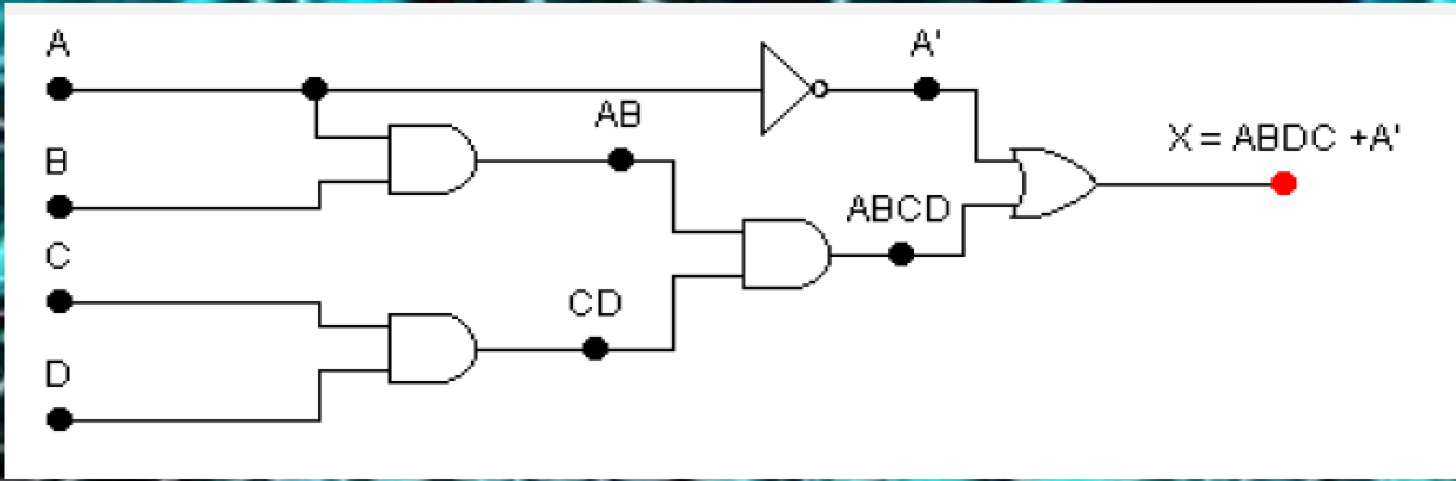


$$X = (AB)(CD)$$

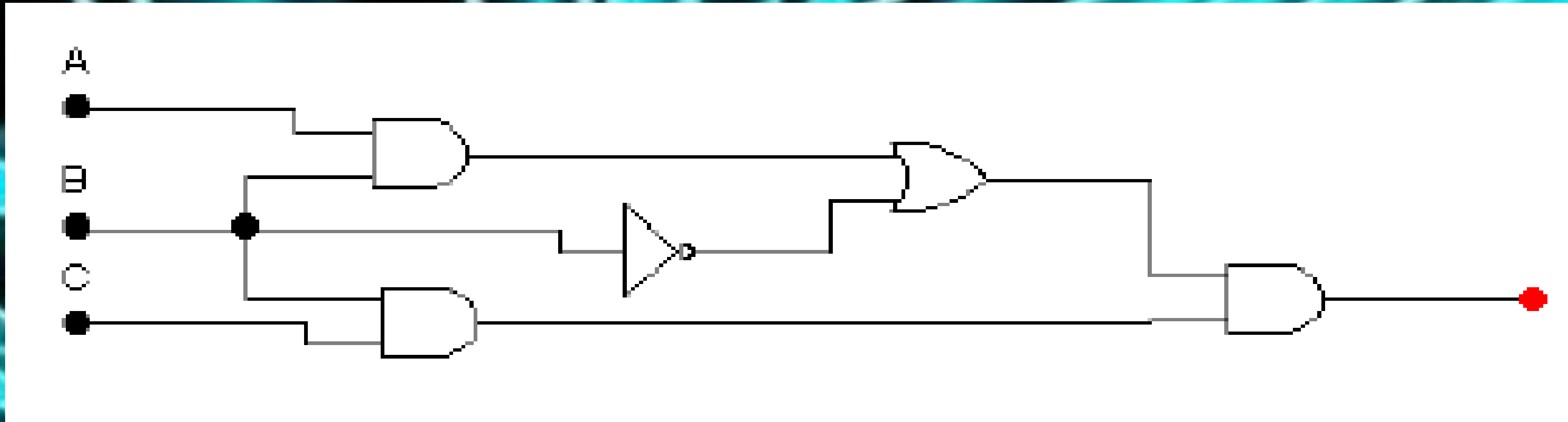
$$X = ABCD$$

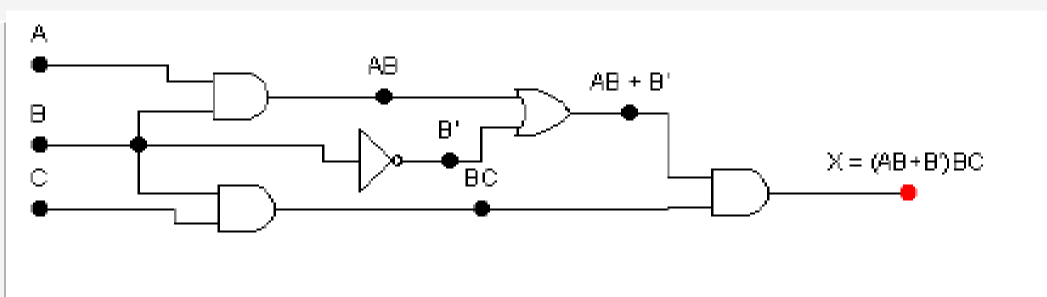
CONSTRUIMOS LA FUNCION DE LOS SIGUIENTES CIRCUITOS





CONSTRUIMOS LA FUNCION DE LOS SIGUIENTES CIRCUITOS





En la siguiente transparencia se ve cómo las dos cosas son lo mismo

$X = (AB+\overline{B})BC$

Usando la propiedad distributiva:

$X = ABBC + \overline{B}BC$

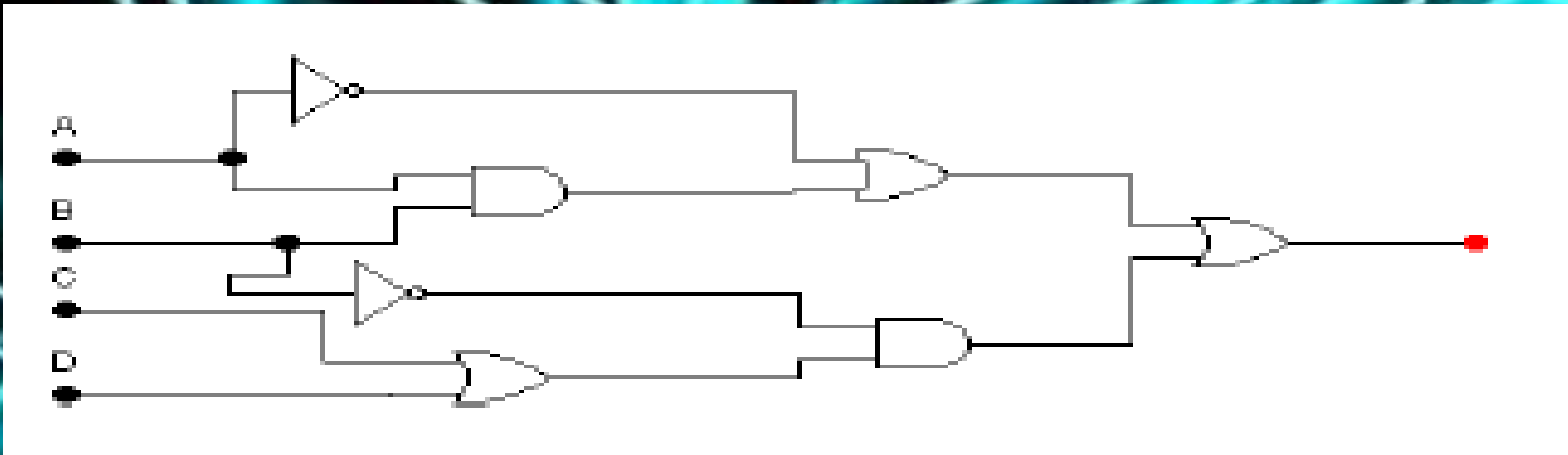
$X = ABC + \overline{B}BC$

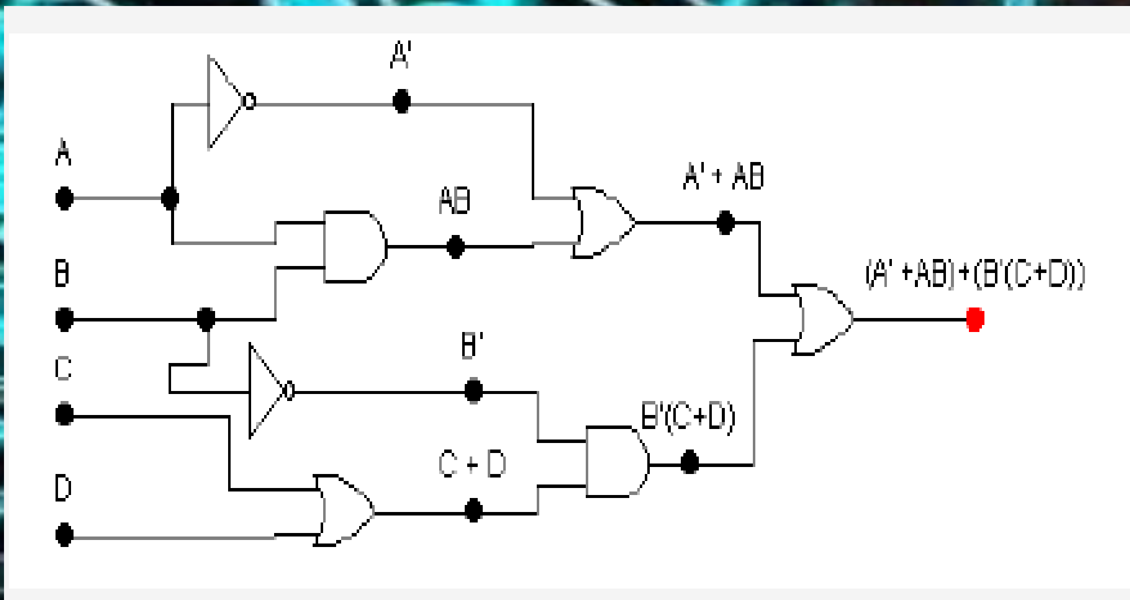
$X = ABC + 0 \cdot C$

$X = ABC + 0$

$X = ABC$

CONSTRUIMOS LA FUNCION DE LOS SIGUIENTES CIRCUITOS





$$X = (\overline{A} + AB) + (\overline{B}(C+D))$$

$$X = (\overline{A} + B) + (\overline{B}(C + D))$$

$$X = (\overline{A} + B) + (\overline{B}C + \overline{B}D)$$

$$X = \overline{A} + B + \overline{B}C + \overline{B}D$$

$$X = \overline{A} + B + C + \overline{B}D$$

$$X = \overline{A} + B + C + D$$

SIMPLIFICACION DE FUNCIONES

$$\overline{AB\overline{CD}} = \overline{A} + \overline{B} + CD$$

$$\overline{(M + \overline{N})(\overline{M} + N)} = \overline{M}N + M\overline{N}$$

$$X = \overline{\overline{(A + B)}BC} = A + B + \overline{C}$$

EJERCICIOS DE PIZARRA....