

# VERSUCHSBERICHT ZU

## E2 – MILLIKAN

Gruppe Mi 10

Alex Oster(a\_oste16@uni-muenster.de)

Jonathan Sigrist(j\_sigr01@uni-muenster.de)

durchgeführt am 17.01.2018

betreut von

Johann Preuß

24. Januar 2018

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Kurzfassung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Bestimmung der Elementarladung nach Millikan</b>	<b>1</b>
2.1	Vorbereitende Überlegungen . . . . .	1
2.2	Methoden . . . . .	4
2.2.1	Aufbau . . . . .	4
2.2.2	Unsicherheiten . . . . .	4
2.3	Durchführung und Datenanalyse . . . . .	5
2.4	Diskussion . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Schlussfolgerung</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Anhang</b>	<b>10</b>
4.1	Unsicherheitsrechnung . . . . .	10
	<b>Literatur</b>	<b>11</b>

## 1 Kurzfassung

Dieser Bericht befasst sich mit der Nachstellung des Versuches zur Bestimmung der Elementarladung nach Millikan, wofür er im Jahre 1923 einen Nobelpreis erhalten hat. Dazu werden Öltröpfchen im elektrischen Feld eines Plattenkondensators mit Hilfe eines Mikroskops betrachtet. Bei der Betrachtung wird die Geschwindigkeit der Tröpfchen über die Zeit für bestimmte Wegstücke ermittelt. Mit diesen Geschwindigkeiten und über die Kräfteverhältnisse, die bei an- bzw. ausgeschaltetem Plattenkondensator gelten, lässt sich auf die Ladung der Öltröpfchen schließen.

Das Ziel der Nachstellung des Versuches ist eine Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Millikan. Da hierfür die Ladung der Öltröpfchen aus ganzzahligen Vielfachen der Elementarladung  $e$  bestehen sollte, lässt sich aufgrund der Ergebnisse dieses Versuches, welche alle sehr nahe an ganzzahligen Vielfachen von  $e$  liegen, eine Übereinstimmung mit den nach Millikan zu erwartenden Werten finden. Aufgrund der Unsicherheiten ist dies jedoch nicht sehr eindeutig.

## 2 Bestimmung der Elementarladung nach Millikan

### 2.1 Vorbereitende Überlegungen

Zur Vorbereitung dieses Versuches sollte eine Reihe von Aufgaben durchgeführt werden. Die Bearbeitung dieser ist im Folgenden dargestellt:

#### 1. Skizzieren Sie die Kräftegleichgewichte.

Die Kräftegleichgewichte bei einem ein- bzw. ausgeschalteten Plattenkondensator sind in Abb. 1a und 1b dargestellt.

#### 2. Leiten Sie aus den Kräftegleichgewichten die Formeln für $r$ und $Q$ her.

Für die Kräftegleichgewichte gelten wie in Abb. 1 skizziert:

$$F_G = F_R + F_A \quad (2.1)$$

$$\text{und } F_G + F_R = F_E + F_A. \quad (2.2)$$

Drückt man das Gewicht  $m$  der Öltröpfchen durch ihre Dichte und Volumen<sup>1</sup> aus, so folgt:

$$F_G = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho_{\text{Öl}} \cdot g \quad (2.3)$$

$$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho_{\text{Luft}} \cdot g \quad (2.4)$$

$$F_R = 6\pi \cdot r \cdot \eta v \quad (2.5)$$

$$F_E = \frac{U}{d} \cdot Q. \quad (2.6)$$

$$= \frac{4\pi r^3 g (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}})}{3E} + \frac{6\pi \eta r v_{\downarrow}}{E} \quad (2.7)$$

$E$  ist hierbei  $\frac{U}{d}$ . Je nach Bewegungsrichtung wird für die Geschwindigkeit, wie in Abb. 1,  $v_{\downarrow}$  bzw.  $v_{\uparrow}$  eingesetzt. Für die elektrische Feldkraft wurde die für Plattenkondensatoren bekannte Gleichung verwendet. Das verwendete  $\eta$  in der Gleichung für die Reibungskraft entspricht der dynamischen Viskosität der Luft. Einsetzen der Kräfte in Gl. 2.1 und Gl. 2.2 sowie Umformen nach  $Q$  bzw.  $r$  führt zu:

$$Q = \frac{18\pi d}{U} \sqrt{\frac{\eta^3 v_{\downarrow}}{2(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})g}} (v_{\downarrow} + v_{\uparrow}) \quad (2.8)$$

$$\text{und } r = 3 \sqrt{\frac{\eta v_{\downarrow}}{2(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})g}} \quad (2.9)$$

**3. Schätzen Sie die Dauer der Beschleunigungsphasen nach den Richtungswechseln eines Öltröpfchens mit dem Radius  $r = 0,727 \mu\text{m}$ , indem Sie in beiden Fällen die Gleichung für das Kräftegleichgewicht nach der Geschwindigkeit auflösen und die Beschleunigung abschätzen. Muss die Beschleunigungsphase**

<sup>1</sup>Dafür wird angenommen, dass die Dichte der Tröpfchen homogen verteilt ist und dass sie kugelförmig mit Radius  $r$  sind. Ebenso mit dem Volumen von Luft bei der Auftriebskraft.

bei der Zeitmessung berücksichtigt werden?

Nein, die Beschleunigungsphase muss nicht berücksichtigt werden, da die erhaltenen Geschwindigkeiten nach dem Einsetzen in einem Bereich von  $0,0001 \text{ m/s}$  liegen und unter Berücksichtigung der zurückzulegenden Strecke somit keine lange Beschleunigungsphase vorliegen kann.

**4. Warum ist es wichtig, die Kondenstorplatten waagerecht auszurichten?**

Es ist wichtig, die Platten waagerecht auszurichten, damit ein homogenes elektrisches Feld entsteht, dessen Feldkraft entgegen der Gewichtskraft verläuft, was im Falle einer nicht waagerechten Ausrichtung nicht möglich ist.

**5. Warum sind Öltröpfchen besser geeignet als Wassertröpfchen, wenn man bedenkt, dass die Masse der untersuchten Objekte als konstant angesehen wird?**

Öl ist verglichen mit Wasser schwerflüchtiger, was bedeutet, dass Öl seine Masse eher behält als Wasser z. B. langsamer verdunstet, was für die längere Betrachtung eines einzelnen Tröpfchens von Vorteil ist.

**6. Bewegen sich gering geladene Tröpfchen im elektrischen Feld schneller oder langsamer als stark geladene? Wie ist (qualitativ) dementsprechend die Spannung zu wählen, wenn man gering bzw. stark geladene Öltröpfchen bei etwa gleicher Geschwindigkeit beobachten will?**

Da die elektrische Feldkraft, wie sie in Gl. 2.6 aufgeführt ist, mit größerer Ladung  $Q$  größer wird, bewegen sich stärker geladene Tröpfchen schneller als welche mit geringerer Ladung. Zur Betrachtung gleicher Geschwindigkeiten folgt aus der gleichen Formel, dass eine kleinere Spannung  $U$  für stärker geladene Tröpfchen gewählt werden sollte, damit diese sich langsamer bewegen. Umgekehrt müssen höhere Spannung für Tröpfchen geringerer Ladung gewählt werden, insofern diese dieselbe Geschwindigkeit wie stärker geladene Tröpfchen annehmen sollen.

**7. Welcher Nachteil ergibt sich für die Auswertung, wenn man die fünf Zeitmessungen mit einer Additionsstoppuhr aufsummiert und durch fünf teilt, anstatt alle fünf Werte zu protokollieren und dann zu mitteln?**

Bei einer einzelnen Messung ist die Betrachtung der Unsicherheiten zwar einfacher, jedoch muss die ganze Messung für ein Tröpfchen wiederholt werden, sobald die Messung eines Streckenabschnitts zu kurz oder zu lang geraten ist. Für das Aufsummieren kann einfach eine zusätzliche Messung für diesen Streckenabschnitt durchgeführt werden.

## 8. Wie hängen die Viskosität $\eta$ und die mittlere freie Weglänge $\lambda$ qualitativ von der Temperatur ab?

Bei steigender Temperatur erhöhen sich die Viskosität  $\eta$  und die mittlere freie Weglänge  $\lambda$ .<sup>2</sup>

## 2.2 Methoden

### 2.2.1 Aufbau

Der Aufbau des Versuches ist in Abb. 2 skizziert. Zu erkennen ist der Plattenkondensator, welcher einerseits an ein Netzgerät angeschlossen ist, welches Spannungen von bis zu 600 V liefern kann, und andererseits an die Düse mit der das Öl in den Plattenkondensator gespritzt wird. Für die Betrachtung der Öltröpfchen wird ein Mikroskop so an den Plattenkondensator angebracht, dass sich die Tröpfchen in dem Raum zwischen den beiden Platten des Kondensators betrachten lassen. Um die Tröpfchen besser zu erkennen wird Licht in den Zwischenraum des Kondensators gestrahlt. Der Kondensator ist so gepolt, dass die elektrische Feldkraft der Gewichtskraft entgegenwirkt.

### 2.2.2 Unsicherheiten

Die bei diesem Versuch auftretenden Unsicherheiten setzen sich aus der Unsicherheit für die Zeitmessung und der des Ortes zusammen. Für die Zeitmessung dient eine handelsübliche Stoppuhr. Diese besitzt eine Digitalanzeige, die dabei auftretende Unsicherheit ist jedoch so klein, dass sie nicht weiter betrachtet wird. Da jedoch auch die Reaktionszeit eine Rolle spielt, wird diese mit 0,2 s über eine Dreiecksverteilung bestimmt. Durch die Mittlung der Zeitmessung und deren Standardabweichungen folgt die Unsicherheit für die Zeit der einzelnen gemessenen Tröpfchen. Bei der Unsicherheit des Ortes wird die

---

<sup>2</sup>Dies folgt aus den Literaturwerten, welche der Versuchsanleitung beilagen. Dies gilt jedoch nicht für alle Medien.

**Tabelle 1:** Für die Berechnung verwendete Werte. Temperaturabhängige Größen hier bei 21 °C

Größe	Wert
Plattenabstand $d$	$(6,00 \pm 0,05) \text{ mm}$
Spannung $U$ (eingeschalteter Kondensator)	$(558,0 \pm 0,3) \text{ V}$
Länge der Mikrometerskala	10 mm
Skaleneinteilung	0,01 mm
Öldichte $\rho_{\text{Öl}}$	$874 \text{ kg/m}^3$
Luftsdichte $\rho_{\text{Luft}}$	$1,29 \text{ kg/m}^3$
Dyn. Viskosität der Luft $\eta$	$1,819 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$

des Maßes an dem Mikroskop verwendet. Hierbei handelt es sich um ein Mikrometermaß, welches eine Unsicherheit von 0,1 mm dreiecksverteilt besitzt. Die Berechnung der kombinierten Unsicherheiten erfolgt nach GUM und ist im Anhang aufgeführt.

## 2.3 Durchführung und Datenanalyse

Damit sich die Elementarladung der Tröpfchen bestimmen lässt, werden zunächst die Geschwindigkeiten  $v_{\downarrow}$  und  $v_{\uparrow}$  ermittelt. Dazu wird die Zeit gemessen, welche das Tröpfchen benötigt um zwei Skalenabstände auf dem Mikrometermaß an dem Mikroskop zurückzulegen. Bei ausgeschaltetem Kondensator, wo die Gewichtskraft  $F_G$  auf das Tröpfchen wirkt und dieses sich dadurch nach unten bewegt, wird die gemessene Geschwindigkeit  $v_{\downarrow}$  genannt. Umgekehrt ist  $v_{\uparrow}$  die Geschwindigkeit für den Fall, dass der Kondensator eingeschaltet ist und die elektrische Kraft  $F_E$  auf das Tröpfchen wirkt, sodass es sich nach oben bewegt.

Für die Berechnung der Ladung wird die in Gl. 2.8 dargestellte Formel verwendet. Die dafür verwendeten Werte sind in Tab. 1 aufgeführt. Einsetzen der für die Tröpfchen gemittelten Geschwindigkeiten ergibt die in Abb. 3 dargestellten Ladungen in Vielfachen der Elementarladung  $e$ .

## 2.4 Diskussion

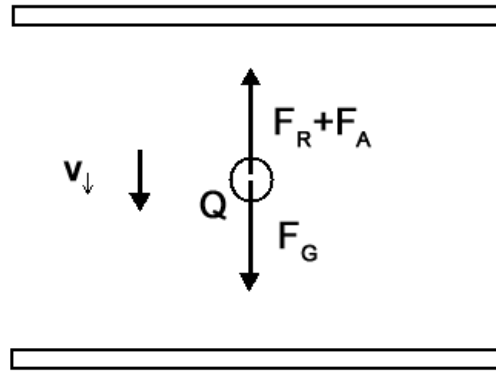
Die Hypothese, dass jede vorkommende Ladung ein Vielfaches der Elementarladung  $e$  ist, lässt sich mit den Ergebnissen dieses Versuchs (Abb. 3) nicht widerlegen. Ferner liegen sogar alle Werte sehr nahe an ganzzahligen Vielfachen von  $e$ , was im Allgemeinen mit

Hypothese übereinstimmt. Aufgrund der Unsicherheiten, welche für einige Werte äußerst hoch sind, kann die Hypothese jedoch nicht eindeutig bestätigt werden.

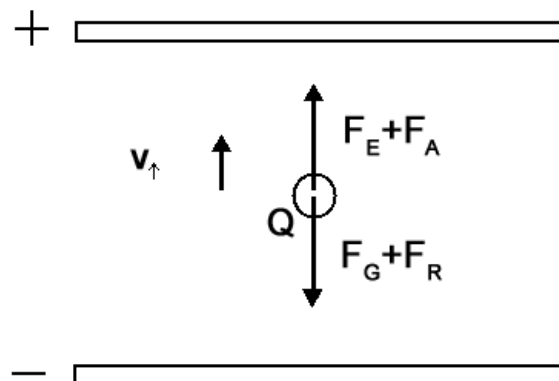
### **3 Schlussfolgerung**

Da eine grobe Übereinstimmung mit der Hypothese vorliegt, ist eine Wiederholung des Versuches, aufgrund der Ergebnisse nicht notwendig. Die Werte liegen abgesehen von den Unsicherheiten alle sehr nahe an den zu erwartenden ganzzahligen Vielfachen von  $e$  und viele dieser Unsicherheiten sind nicht allzu groß. Eine mögliche Verbesserung des Versuchs wäre der Umstieg auf digitale Aufnahmen, welche die Betrachtung der Öltröpfchen vereinfachen könnten, da diese aufgrund ihrer Größe schnell dem Beobachter flüchten können.



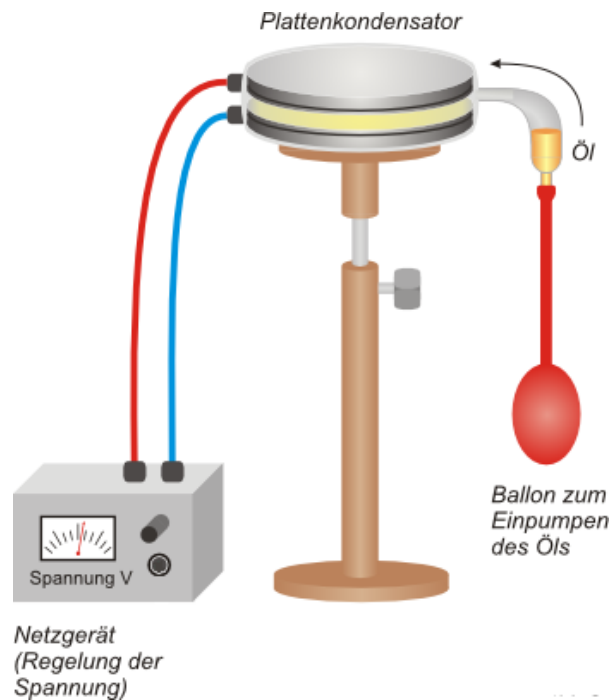


- (a) Diese Abbildung zeigt das Kräftegleichgewicht bei ausgeschaltetem Kondensator.  $F_A$  ist hierbei die Auftriebskraft,  $F_G$  die Gewichtskraft und  $F_R$  die Reibungskraft, die entgegen der Bewegungsrichtung wirkt[1].

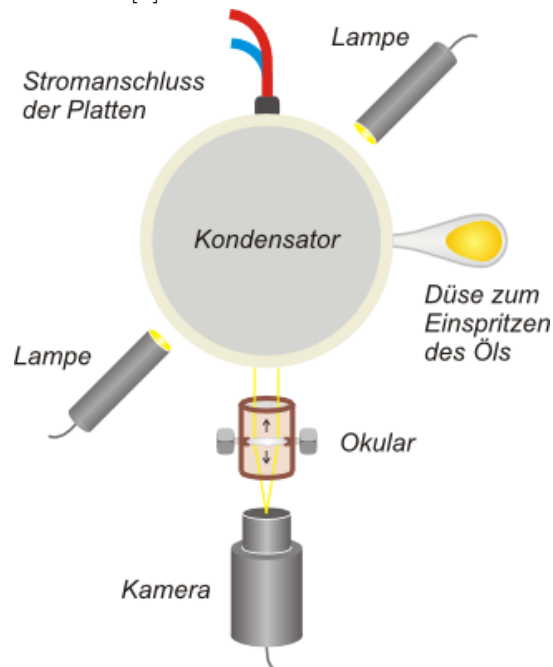


- (b) Diese Abbildung zeigt das Kräftegleichgewicht bei eingeschaltetem Kondensator.  $F_A$  ist hierbei die Auftriebskraft,  $F_G$  die Gewichtskraft,  $F_E$  die Kraft des elektrischen Feldes, das auf die Ladung des Öltröpfchens wirkt und  $F_R$  die Reibungskraft, die entgegen der Bewegungsrichtung wirkt[1].

**Abbildung 1:** Kräftegleichgewichte bei ein- und ausgeschaltetem Plattenkondensator.



- (a) Allgemeine Darstellung des Versuchsaufbaus. Zu erkennen ist das Netzgerät mit dem Spannung von bis zu 600 V für den ebenfalls dargestellten Plattenkondensator, sowie auch die Düse zum Einspritzen des Öls.[2]



- (b) Genauere Darstellung des Aufbaus bezüglich der Betrachtung der Öltröpfchen über das Mikroskop, welches hier aus Kamera und Okular zusammengesetzt ist. Zudem ist die Beleuchtung der Öltröpfchen über die Lampen skizziert.[2]

**Abbildung 2:** Aufbau des Millikan Versuchs.

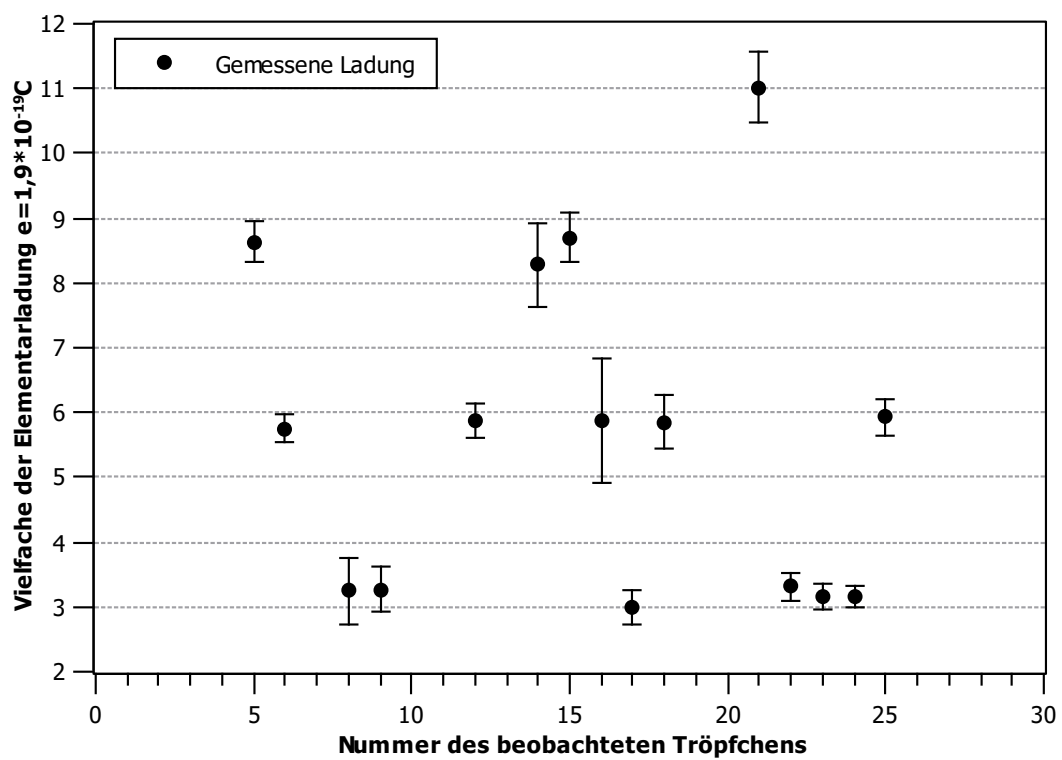


Abbildung 3: Ermittelte Ladungen der betrachteten Öltröpfchen.

## 4 Anhang

### 4.1 Unsicherheitsrechnung

$$x = \sum_{i=1}^N x_i; \quad u(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u(x_i)^2}$$

**Abbildung 4:** Formel für kombinierte Unsicherheiten des selben Typs nach GUM.

$$f = f(x_1, \dots, x_N); \quad u(f) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2}$$

**Abbildung 5:** Formel für sich fortpflanzende Unsicherheiten nach GUM.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}; \quad u(v) = \sqrt{\left( \frac{u(x)}{t} \right)^2 + \left( -\frac{x}{t^2} u(t) \right)^2}$$

**Abbildung 6:** Unsicherheitsrechnung für die Geschwindigkeit.

$$E = \frac{U}{d}; \quad u(E) = \sqrt{\left(\frac{u(E)}{d}\right)^2 + \left(-\frac{E}{d^2}u(d)\right)^2}$$

**Abbildung 7:** Unsicherheitsrechnung für das elektrische Feld.

$$r = \sqrt{\frac{9}{2} \frac{\eta}{g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}})}} \sqrt{v_{\uparrow}}; \quad u(r) = \sqrt{\frac{9}{2} \frac{\eta}{g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}})}} \frac{u(v_{\uparrow})}{2\sqrt{v_{\uparrow}}}$$

**Abbildung 8:** Unsicherheitsrechnung für den Radius der Öltröpfchen durch Kräftegleichgewicht ohne anliegendes elektrisches Feld.

## Literatur

- [1] Florian Glas. *Millikan Versuch*. URL: <http://137.193.65.91/ger/theory.htm> (besucht am 23.01.2018).
- [2] Stefanie Wiedigen. *Der Millikan Versuch*. URL: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/1558> (besucht am 22.01.2018).

$$Q = \frac{4\pi r^3 g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}})}{3E} + \frac{6\pi\eta r v_{\downarrow}}{E}$$

$$u(Q) = \left[ \left( \frac{6\pi\eta r}{E} u(v_{\downarrow}) \right)^2 + \left( \left( \frac{4\pi g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}})}{3E} 3r^2 + \frac{6\pi\eta v_{\downarrow}}{E} \right) u(r) \right)^2 \right. \\ \left. + \left( - \left( \frac{4\pi r^3 g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{L}})}{3E^2} + \frac{6\pi\eta r v_{\downarrow}}{E^2} \right) u(E) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

**Abbildung 9:** Unsicherheitsrechnung für die Ladung der Öltröpfchen durch Kräftegleichgewicht in anliegendem elektrischen Feld.