Optische Abbildungen und digitale Kamera
Einführung

In diesem Versuch soll die optische Abbildung eines Objekts auf einen Bilddetektor mithilfe einer Linse bzw. eines Linsensystems (Objektiv) untersucht werden. Insbesondere soll in diesem Versuch der Effekt der Apertur auf die optische Abbildung praxisnah mit einer digitalen Spiegelreflexkamera untersucht werden.

Optische Abbildungen

Um einen Gegenstand, der im Abstand g zur Linse steht, auf die Bildebene (Detektor) abzubilden, verwendet man eine Sammellinse mit Brennweite f, bzw. ein Linsensystem (Objektiv). Der Abstand der Linse zur Bildebene b ergibt sich aus der Abbildungsformel (für dünne Linsen und achsennahe Strahlen):

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}. \tag{1}$$

Wenn G die Höhe des Gegenstandes ist, dann ergibt sich aus dem Strahlensatz für die Größe des Bildes B bzw. für den Abbildungsmaßstab M

$$M = B/G = b/g. \tag{2}$$

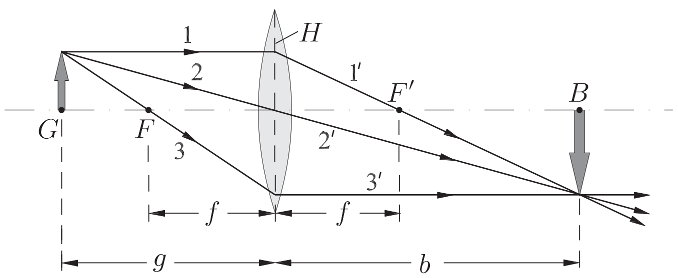

Abbildung 1: Abbildung eines Gegenstandes mit einer Sammellinse.

Detaillierte Informationen zur Abbildung mittels Linsen, insbesondere auch zu den Abbildungsfehlern durch sphärische und chromatische Aberration, finden Sie in der Einführung zum Versuch O1.

Optische Auflösung und Blende

In der idealisierten geometrischen Optik ist die Qualität einer Abbildung lediglich durch die Linsenfehler begrenzt, die theoretisch durch geeignete optische Elemente kompensiert werden können (z.B. asphärische Linsen, Achromate). In der Realität ergibt sich aber auch eine physikalische Begrenzung durch die Wellennatur des Lichtes und der dadurch auftretenden Beugung an Blenden. Beides zusammen trägt dazu bei, dass die Auflösung einer optischen Abbildung begrenzt ist.

Die optische Auflösung beschreibt die Eigenschaft eines Abbildungssystems, Details eines Objekts abzubilden. Ein Abbildungssystem kann dabei aus mehreren Komponenten zusammengesetzt sein (z.B. Linsen, Sensor, ...), die jeweils zur gesamten optischen Auflösung beitragen. Betrachtet man die Linse in Abbildung 1, dann ist der Strahlengang vom Gegenstand zum Bild durch den Öffnungsdurchmesser der Linse begrenzt. Da die Abbildungsleistung von Linsen bekanntermaßen an den Rändern deutlich schlechter als in der Mitte ist, begrenzt man den Strahlengang in der Regel durch eine zusätzliche Blende (auch Apertur genannt) mit dem Durchmesser D vor oder hinter der Linse. Das Licht, das vom Gegenstand ausgesandt wird, wird nun an der Apertur gebeugt.

Wenn die Abbildungseigenschaften nur beugungsbegrenzt sind und es sich bei dem Gegenstand um eine idealisierte Punktlichtquelle handelt, wird diese als Airy-Scheibchen (Beugungsscheibchen) in der Bildebene abgebildet. Nimmt man jetzt zwei dicht beieinander liegende Punktlichtquellen an, so gibt es einen minimalen Abstand, bei dem beide noch voneinander getrennt werden können. Liegen sie dichter beieinander, verschwimmt das Bild beider Quellen zu einem Punkt.

Das sogenannte Rayleigh-Kriterium gibt nun an, wie weit die zwei Bildpunkte voneinander entfernt liegen müssen, damit sie gerade noch voneinander unterscheidbar sind. Formal lässt sich das Rayleigh-Kriterium so beschreiben: Zwei Punktquellen sind gerade dann noch unterscheidbar, wenn das Maximum der Abbildung der ersten Punktquelle mit dem ersten Minimum der zweiten Punktquelle übereinander fällt (siehe Abbildung 2).

Für eine kreisförmige Apertur lässt sich daraus die Auflösung für eine Linse mit der Brennweite f und der Apertur D bestimmen. Der Wert

$$r = 1,2196\ldots \cdot \lambda \cdot \frac{f}{D}$$

entspricht dem Radius des Beugungsscheibchens für eine Wellenlänge λ und ist damit ein Maß für die erreichbare Auflösung.

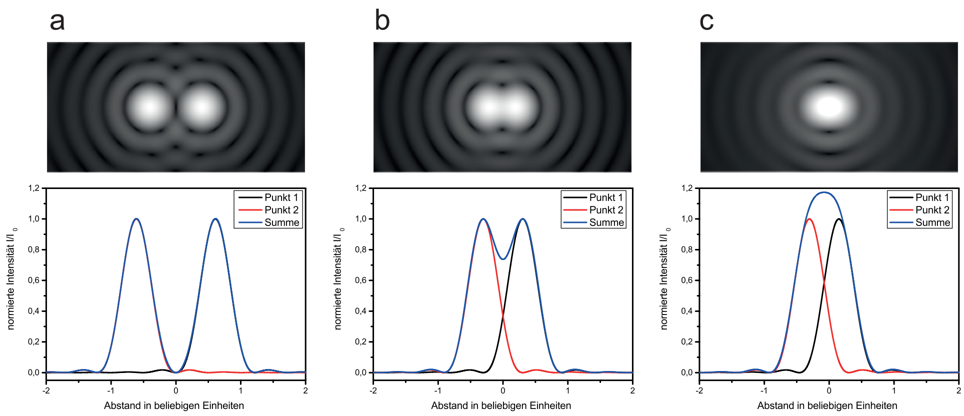

Abbildung 2: Airy-Scheibchen zweier Punktlichtquellen mit unterschiedlichen Abständen. Im Fall (b) sind die Scheibchen gerade noch zu trennen (Rayleigh-Kriterium).

Das Verhältnis von Brennweite f zum Durchmesser D wird Blendenzahl k genannt:

$$k = \frac{f}{D}. \tag{3}$$

Die Blendenzahl ist nicht nur für die maximale beugungsbegrenzte Auflösung verantwortlich, sondern sie reguliert insbesondere auch die Lichtmenge, die durch die Linse (oder das Objektiv) auf den Sensor fällt. Vergrößert sich die Blendenzahl, z.B. um den Faktor 2 von 4 auf 8, verkleinert sich der Durchmesser der Blende auf die Hälfte. Dementsprechend sinkt die Fläche der Öffnung (und damit auch die auf den Sensor auftreffende Lichtmenge) auf ein Viertel. Eine Blendenstufe bezeichnet die Verdopplung (bzw. Halbierung) der Fläche der Öffnung, entspricht also der Division (bzw. Multipikation) der Blendenzahl mit dem Faktor $\sqrt{2}$. Von der Blendenzahl 1 ausgehend ergibt sich folgende Blendenreihe mit ganzen Stufen (die Werte werden gemäß Konvention immer abgerundet):

$$1,\ 1.4,\ 2,\ 2.8,\ 4,\ 5.6,\ 8,\ 11,\ 16,\ 22,\ \ldots$$

Schärfentiefe

Ein weiterer und für die Fotografie sehr wichtiger, durch die Blende beeinflusster, Effekt ist die Schärfentiefe. Grundsätzlich kann nur die Fokusebene scharf auf die Bildebene abgebildet werden. Alle Punkte, die außerhalb der Fokusebene liegen, erscheinen nicht mehr als Punkte, sondern als Zerstreuungskreise, wie in Abbildung 3 zu sehen. Die Größe der Zerstreuungsscheiben, eines nicht im Fokus liegenden Punktes, ändert sich mit der Größe der Blende, sowie der Entfernung zur Fokusebene.

Damit ein Punkt von einem Betrachter noch als scharf abgebildet empfunden wird, darf der Durchmesser der Zerstreuungskreise einen bestimmten Wert Z nicht überschreiten. Der Wert für Z bestimmt sich aus der Auflösung des Auges des Betrachters eines Bildes. Üblicherweise verwendet man als Wert 1/1500 der Bilddiagonalen. Insgesamt entsteht dann der Eindruck, dass die Bereiche dicht vor und hinter der Fokusebene ebenfalls scharf sind. Die kleinste Entfernung, ab der das Bild als scharf angesehen werden kann, heißt Nahpunkt. Entsprechend heißt die größte Entfernung, bis zu der das Bild als scharf angesehen werden kann, Fernpunkt. Die Schärfentiefe ist die Entfernung zwischen Nah- und Fernpunkt.

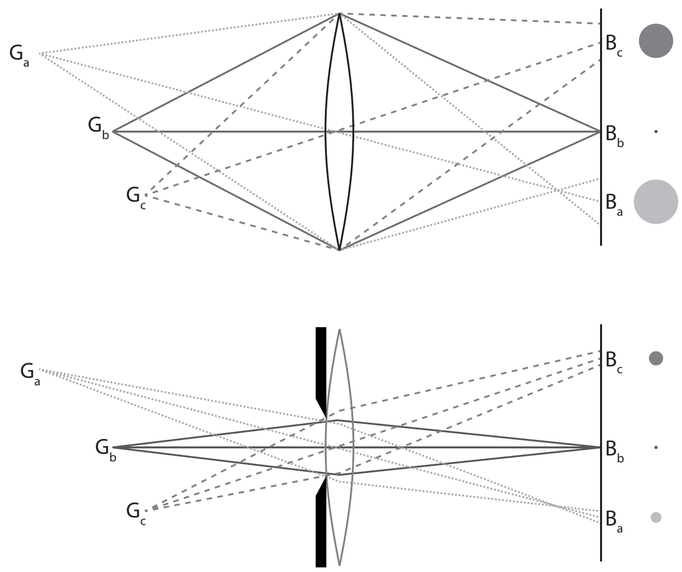

Abbildung 3: Während ein im Fokus liegender Punkt G_b immer scharf abgebildet wird, erzeugen Gegenstandspunkte (G_a, G_c) außerhalb der Fokusebene Zertreuungskreise. Die Größe der Zerstreuungsscheiben eines nicht im Fokus liegenden Punktes ändert sich mit der Größe der Blende sowie der Entfernung zur Fokusebene.

Die Blende vor oder hinter der Linse beeinflusst die Größe der Zerstreuungskreise, wie in Abbildung 3 dargestellt. Dadurch ergibt sich bei einer großen Blende (kleine Blendenzahl) eine sehr kleine Schärfentiefe, während eine kleine Blende (große Blendenzahl) eine große Schärfentiefe erzeugt. Ersteres wird häufig für Portraitaufnahmen verwendet, während letzteres eher in der Landschaftsfotografie eingesetzt wird.

Für jede gegebene Brennweite f und Blendenzahl k ergibt sich eine bestimmte Gegenstandsweite (bzw. Fokusentfernung), bei der sämtliche Gegenstände von dieser Weite bis ins Unendliche scharf abgebildet werden (d.h. der Fernpunkt liegt im Unendlichen). Diese Weite heißt hyperfokale Entfernung und spielt für die Berechnung der Schärfentiefe eine wichtige Rolle. Die hyperfokale Entfernung berechnet sich aus

$$d_h = \frac{f^2}{k \cdot Z} + f = f \cdot \left(\frac{D}{Z} + 1 \right). \tag{4}$$

Der Nahpunkt, also der Punkt, bis zu dem Gegenstände scharf abgebildet werden, errechnet sich für eine Gegenstandsweite (bzw. Fokusentfernung) g durch

$$d_n = \frac{g \cdot (d_h - f)}{(d_h - f) + (g - f)} = \frac{g}{\frac{g-f}{d_h - f} + 1}. \tag{5}$$

Für den Fernpunkt ergibt sich

$$d_f = \begin{cases} \frac{g \cdot (d_h - f)}{(d_h - f) + (f - g)} = \frac{g}{\frac{f-g}{d_h - f} + 1}, & \text{wenn} \quad g < d_h \\ \infty, & \text{wenn} \quad g \geq d_h. \end{cases} \tag{6}$$

Methoden zur Bestimmung der Auflösung

Um die Auflösung eines optischen Systems zu beurteilen, wurden verschiedene Methoden entwickelt. In diesem Versuch sollen zwei verbreitete Messmethoden verwendet werden, die den Detailkontrast eines Objektes in dessen bildlicher Darstellung beurteilen.

Mathematisch wird die Auflösung durch die Modulationsübertragungsfunktion (engl. modulation transfer function, MTF) beschrieben. Die MTF ist abhängig von der Dichte eines Linienmusters (der sogenannten räumlichen Frequenz ν), die in Linienpaaren pro Längeneinheit angegeben wird. Sinnvoll ist hier die Angabe Linienpaare pro Bildhöhe (bzw. Bildbreite) (lp/ph, line pairs per picture height), da so unterschiedliche Kamerasysteme und Objektive miteinander verglichen werden können, ohne auf die Vergrößerung zu achten. Man bestimmt die Zahl der Pixel die ein Linienpaar breit ist und teilt sie durch die Zahl der Pixel der Bildhöhe (bzw. Bildbreite) (in diesem Versuch hat der Kamerasensor 6016×4000 Pixel). Die MTF für eine bestimmte Linienfrequenz ν ist dann bestimmt durch den Kontrast

$$C(\nu) = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\max} + V_{\min}} \tag{7}$$

und den maximalen Kontrast $C(0)$ im Bild ($C(0)$ wird berechnet aus dem Grauwert[1] einer großen weißen Fläche $V_{\max}$ und dem Wert einer großen schwarzen Fläche $V_{\min}$). Die Werte $V_{\max}$ bzw. $V_{\min}$ sind dabei der Grauwert eines Pixels im aufgenommenen Bild. Die Modulationsübertragungsfunktion ist definiert als

$$\mathrm{MTF}(\nu) = C(\nu)/C(0). \tag{8}$$

[1] Die Kamera zeichnet ein Farbbild mit Rot-, Grün- und Blauwerten auf (RGB). Der Grauwert berechnet sich zu $1/3 \cdot (\mathrm{R} + \mathrm{G} + \mathrm{B})$.

Als Qualitätsangabe des Systems wird häufig der Wert angegeben, bei dem die MTF auf 50% abgefallen ist.

Eine direkte Bestimmung der MTF ist, unter Verwendung eines Testcharts mit Linienpaaren definierten Abstandes und definierter Breite, möglich. Mittels eines Profilplots senkrecht zu den Linienpaaren lässt sich der MTF-Wert für die räumliche Frequenz der aufgedruckten Linienpaare bestimmen.

Eine alternative Methode ist die Auswertung mithilfe des sogenannten Siemenssterns (siehe Abbildung 4). Bei diesem speziellen Testmuster handelt es sich um einen Kreis mit abwechselnd weißen und schwarzen Sektoren. In Richtung Mittelpunkt verringert sich der Abstand zwischen den weißen und schwarzen Sektoren. Die räumliche Frequenz der Linien nimmt also von außen nach innen zu. Ab einem bestimmten Abstand kann der Stern nicht mehr aufgelöst werden und wird nur noch als graue Fläche wiedergegeben. Der Durchmesser d dieser grauen Fläche ist ebenfalls ein Maß für das Auflösungsvermögen. Die Auflösung in Linienpaaren ergibt sich aus

$$l = \frac{\pi d}{n}, \tag{9}$$

wobei n die Zahl der Sektoren ist. In diesem Versuch haben die Siemenssterne 36 Sektoren.

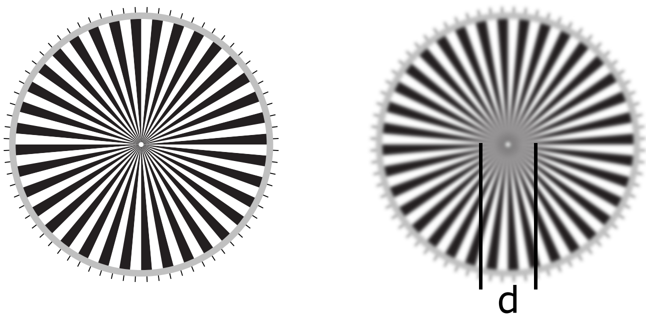

Abbildung 4: Links ist der Siemensstern (36 Sektoren) ohne Abbildungsfehler zu sehen. Rechts wurde simuliert, wie sich ein beschränktes Auflösungsvermögen auf die Abbildung des Siemenssterns auswirkt.

Zur Auswertung legt man zwei Linien durch den Mittelpunkt des Sterns und lässt sich die Grauwerte der Pixel unter den Linien ausgeben. Eine Linie verläuft dabei durch zwei weiße Sektoren, die andere Linie durch zwei schwarze Sektoren.

Eine besonders schnelle und robuste Methode zur Bestimmung der optischen Auflösung ist die Methode der “schrägen Kante” (engl. slanted-edge). Dabei macht man sich zunutze, dass eine Sprungfunktion (auch Stufenfunktion oder Heaviside-Funktion) gemäß der Fourieranalyse auch als Überlagerung von Sinusschwingungen mit unendlich vielen Frequenzen angesehen werden kann. Daher lässt sich die Übertragungsfunktion MTF auch aus dem Bild einer einzigen scharfen Kante mittels Fourieranalyse bestimmen.

Die Kante sollte nicht senkrecht zu den Pixelreihen des Sensors liegen, um Artefakte durch die Quantisierung zu vermeiden. Vielmehr sollte sie einen Winkel von etwa 5 Grad zum Sensor aufweisen (daher der Name "schräge Kante"). Nachdem ein Bildbereich mit der Kante ausgewählt wurde, erfolgt die Analyse mit einem Computerprogramm in mehreren Schritten. Zunächst wird das Profil der Kante über die Pixelreihen des ausgewählten Bereichs durch Projektion entlang der Kante gemittelt (siehe Abb. 5). Dies reduziert das Bildrauschen und macht die Analyse robuster.

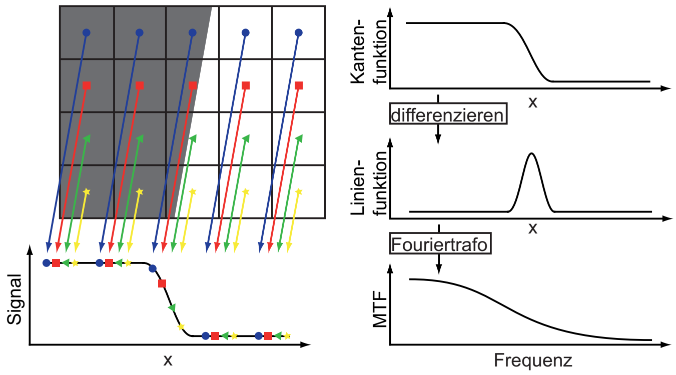

Abbildung 5: Links: Projektion der Kante. Rechts: Schritte zur Berechnung der MTF.

Die erhaltene Kurve stellt den Ausgangspunkt für die Berechnung der MTF dar. Die Kurve wird als Sprungantwort bezeichnet, da sie die Antwort des Systems auf eine Sprungfunktion ist. Zur Berechnung der MTF wird allerdings die Impulsantwort benötigt. Diese lässt sich durch einfaches differenzieren aus der Sprungantwort berechnen. Die Übertragungsfunktion wird anschließend mittels diskreter Fouriertransformation aus der Impulsantwort berechnet.