Versuchsbericht zu

W2 – Adiabatenexponent c_p/c_v von Gasen

Gruppe Mi 11

Alex Oster(a_oste16@uni-muenster.de)

Jonathan Sigrist(j_sigr01@uni-muenster.de)

durchgeführt am 16.05.2018 betreut von Torsten Stiehm

Inhaltsverzeichnis

1	Kurzfassung				
2	Bestimmung von κ nach Rüchardt-Flammersfeld				
	2.1	Methoden	1		
		2.1.1 Aufbau	1		
		2.1.2 Funktionsweise	2		
	2.2	Durchführung	3		
	2.3	Datenanalyse	3		
	2.4	Diskussion	4		
3	Bestimmung von κ nach Clément-Desormes				
	3.1	Methoden	6		
		3.1.1 Aufbau	6		
		3.1.2 Funktionsweise	6		
	3.2	Durchführung	7		
	3.3	Datenanalyse	8		
	3.4	Diskussion	8		
4	Schlussfolgerung				
5	Anhang				
	5.1	Unsicherheiten	10		
Lit	terati	ur	11		

1 Kurzfassung

Dieser Bericht beschäftigt sich mit der Untersuchung des Adiabatenexponent κ von Gasen. Zur Bestimmung dieses Exponenten werden im Folgenden zwei verschiedene Methoden betrachtet. Zum einen die Bestimmung von κ nach der Methode von Rüchardt-Flammersfeld und zum anderen nach der von Clément-Desormes. Aus den bei diesen Methoden ermittelten Werten für κ , lassen sich zudem die Freiheitsgrade der verwendeten Gase bestimmen. Ziel der Untersuchung sind Ergebnisse für κ bzw. der Anzahl der Freiheitsgrade, die in guter Näherung mit den Literaturwerten übereinstimmten.

Die bei der Auswertung dieses Versuchs auftretenden Ergebnisse spiegeln eine solche Übereinstimmung mit

2 Bestimmung von κ nach Rüchardt-Flammersfeld

2.1 Methoden

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit dem Aufbau und der Funktionsweise des Teilversuches zur Bestimmung von κ nach Rüchardt-Flammersfeld.

2.1.1 Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 1 graphisch dargestellt. Zu erkennen ist, dass der Aufbau im Wesentlichem aus einer großen Flasche, in dessen langen Flaschenhals sich ein Schwingkörper befindet, besteht. Zusätzlich ist an dem Flaschenhals eine schlitzförmige Öffnung, dessen Größe sich durch die anliegenden Schellen beliebig anpassen lässt. Dieser Flaschenhals erweitert sich wie eine Röhre bis zum Flaschenboden, sodass der Schwingkörper nicht unten herausfallen kann, jedoch so, dass der Druck in dem Rohr unterhalb des Schlitzes dem Druck in der Flasche entspricht. Bei diesem Druck handelt es sich um P_0 , wie in der Abbildung verzeichnet. Der Luftdruck definiert sich hier durch P_L . Unten, nahe dem Flaschenboden lässt sich ein Gas in diese einführen, sodass der Druck P_0 variiert werden kann. Die Flasche samt Rohr besitzt das Volumen V_0 ,

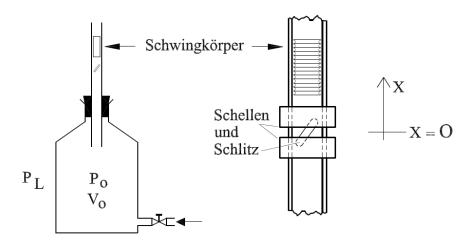


Abbildung 1: .[1]

wobei der Querschnitt des Flaschenhalses im Folgenden als A bezeichnet wird. Auch der Schwingkörper besitzt eine Querschnittsfläche von A, sodass das Gas in der Flasche nicht einfach entweichen kann.

2.1.2 Funktionsweise

Ist der Druck P_0 nach dem Einführen eines Gases größer als der Luftdruck P_L , so beginnt der Schwingkörper aufwärts zu treiben. Steigt er über den Schlitz hinaus, entweicht Gas aus der Flasche und der Druck verringert sich wieder. Dies führt zu dem Fallen des Schwingkörpers. Bei konstanter Einführung eines Gases führt dies zu einer kontinuierlichen Erhöhung des Drucks P_0 , welcher bei dem Erreichen des Schlitzes wieder abfällt und daraufhin erneut steigt. Aus dieser Bewegung stammt der Name des Schwingkörpers. Hierbei handelt es sich um eine ungedämpfte Druck- und Volumenschwingung des Gases. Dieser Vorgang verläuft adiabatisch, da die Änderungen von Druck und Volumen schnell genug erfolgen, dass ein Temperaturausgleich mit der Umgebung nicht stattfinden kann. Reibungsverluste werden über die konstante Zufuhr an Energie an den Schwingkörper durch eine schwache Gaszufuhr kompensiert.

Ist der Schwingkörper in seiner Gleichgewichtslage, so gilt:

$$P_0 = P_L + \frac{m \cdot g}{A},\tag{2.1}$$

wobei m der Masse des Schwingkörpers ist und der Bruch den Druck beschreibt, den der Schwingkörper auf die Flasche (und deren Inhalt) auswirkt.

Aus den Poissonschen Gleichungen für adiabatische Zustandsänderungen, $\Delta V = Ax$ mit x als Position des Schwingkörpers lässt sich über das Aufstellen einer Bewegungsgleichung für einen linearen harmonischen Oszillator der Adiabatenexponent κ bestimmen:

$$\kappa = \frac{4\pi^2 m V_0}{P_0 A^2 T^2},\tag{2.2}$$

dabei ist T die Zeit für eine Schwingungsdauer, welche aus der Gleichung für den harmonischen Oszillator stammt.

Somit lässt sich der Adiabatenexponent κ für verschiedene Gase bestimmen, indem konstant Gas zugeführt wird und die Schwingungsdauer T gemessen wird.

2.2 Durchführung

Zur Bestimmung des Adiabatenkoeffizienten κ für die Gase/Gasverbindungen Luft, Argon und Kohlenstoffdioxid wurden die Schwingungsdauern T für 100 Schwingungen pro Gas, bei Spaltbreiten von $0.5\,\mathrm{mm}$ bis $3\,\mathrm{mm}$ in Abständen von $0.5\,\mathrm{mm}$, verzeichnet. Da die Schwingungen auch bei schwacher Gaszufuhr schnell verliefen, lag die Schwierigkeit an diesem Versuch daran, die Zeit bei der verwendeten Stoppuhr nach genau 100 Schwingungen zu stoppen. Der Gasstrom wurde so gewählt, dass die Schwingung symmetrisch zu dem Schlitz erfolgte. Nach jeder Messung wurden Rohr und Schwingkörper durch Putzen von störenden elektrischen Aufladungen befreit.

Das Gewicht des Schwingkörpers wurde mit einer Waage auf $m=7.1\,\mathrm{g}$ bestimmt. Der Luftdruck P_L befand sich während des Versuches bei $P_L=1008,7\,\mathrm{mbar}$. Und für die Querschnittsfläche wurde über den Durchmesser von 15,9 mm des Flaschenhalses eine Fläche von $A=\mathrm{mm}^2$ bestimmt. Das Volumen der Flasche war auf dieser angegeben: $V_{\mathrm{Flasche}}=5450\,\mathrm{cm}^3$ und das des Rohres entspricht obigem ΔV . V_0 ergibt sich aus der Summe der beiden Volumina.

2.3 Datenanalyse

Die Tabelle mit den aufgezeichneten Schwingungsdauern ist dem Laborbuch zu entnehmen. Da diese sich für verschiedene Größen des Schlitzes bei gleichem Gas jedoch nur

minimal voneinander unterscheiden und keine Proportionalität zu erkennen ist (vgl. Abb. 2), sind nur die Mittelewerte in Tabelle 1 aufgeführt. In dieser Tabelle sind zudem die

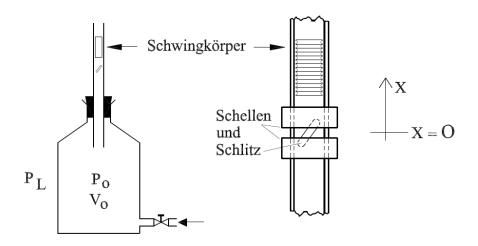


Abbildung 2: .[1]

aus Gleichung 2.2 berechneten Adiabatenexponenten κ für die jeweiligen Gase eingetragen. Da κ gerade dem Verhältnis von spezifischer isobaren und spezifischer isochoren Wärmekapazität c_p/c_V entspricht und diese in molarer Größe in direkter Verbindung mit dem Freiheitsgrad der Gase stehen folgt:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} = \frac{f+2}{f}. (2.3)$$

Hierbei entspricht f dem Freiheitsgrad des Gases. Aus Umformung lässt sich der Freiheitsgrad f in Abhängigkeit von κ bestimmen. Auch diese sind für die verschiedenen Gase in Tab. 1 verzeichnet.

2.4 Diskussion

Nun stellt sich die Frage, ob die Ziele der Untersuchung erreicht wurden. Dazu wird zunächst betrachtet, ob die ermittelten Freiheitsgrade sinngemäß sind. Für das einatomige Argon gehen nur die Freiheitsgrade der Translation, also drei ein. Berechnet wurden Bei Luft, welches im Wesentlichen aus den zweiatomigen Molekülen N_2 und O_2 besteht gehen auch zwei zusätzliche Freiheitsgrade der Rotation ein. Da hier jedoch auch bis

Tabelle 1: In dieser Tabelle sind die Mittelwerte für die Schwingungsdauern \bar{T} bei den verschiedenen verwendeten Gasen verzeichnet, sowie die zugehörigen Werte für die Adiabatenexponenten κ und den daraus folgenden Freiheitsgraden

	Luft	Argon	Kohlenstoffdioxid
_			
T			
κ			
f			

zu zwei weitere über Schwingung möglich wären, ist zu erwarten, dass der berechnete Wert zwischen fünf und sieben Freiheitsgrade besitzt. Dies ist Für das dreiatomige Kohlenstoffdioxid verläuft die Betrachtung ähnlich, hier sind jedoch mehr Freiheitsgrade über Schwingungen möglich. Zu erwarten wären hier für das (nicht) gestreckte CO_2 fünf bis dreizehn / sechs bis zwölf Freiheitsgrade. Mit Da die Ergebnisse in Abhängigkeit von κ berechnet wurden, ist eine mögliche Fehlerquelle ein falsch bestimmter Adiabatenexponent. Für die verschiedenen Gase finden sich folgende Literaturwerte: Verglichen mit den Berechneten, liegen Abweichungen von Dies zeigt, dass die Ziele der Untersuchung

3 Bestimmung von κ nach Clément-Desormes

3.1 Methoden

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit dem Aufbau und der Funktionsweise des Teilversuches zur Bestimmung von κ nach Clément-Desormes.

3.1.1 Aufbau

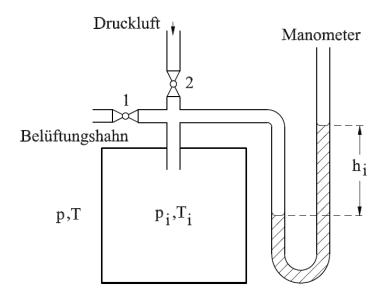


Abbildung 3: .[1]

Abbildung 3 stellt den Aufbau graphisch dar. Zu erkennen ist ein großes Glasgefäß, welches mit Luft gefüllt ist und der Temperatur T_i und dem Druck P_i unterliegt. Dieses Gefäß ist mit einem Manometer verbunden, welches an der rechten oberen Seite offen ist. Die beiden Ventile dienen zur Regulierung des Drucks in dem System. Bei geschlossenem Ventil 1 lässt sich Druckluft über Ventil 2 in das System einführen und umgekehrt kann der Druck gesenkt werden, wenn die Belüftungsbahn, an Ventil 1, geöffnet wird.

3.1.2 Funktionsweise

Entspricht der Druck im Inneren des Systems P_i gerade gleich dem äußeren Luftdruck P_L , wie es z. B. bei geöffnetem Ventil 2 der Fall ist, so befindet sich das Manometer in Ruhelage

mit einer Höhendifferenz von $h_i = 0$. Hierbei ist ebenso $T_i = T_L$, wobei es sich um die Temperatur der Außenluft T_L handelt. Ist jedoch $P_i > P_L$, so ist der Flüssigkeitsstand auf der rechten Seite höher als auf der linken. Dies führt zu $h_i > 0$. Damit auch hier ein adiabatischer Vorgang stattfinden kann, muss der Druck sich schnell genug ändern, dass kein Temperaturausgleich mit der Umgebung möglich ist. Dazu wird zunächst der Druck über Ventil 2 erhöht und nach dem Einstellen des Temperaturgleichgewichts in dem System das Ventil 1 mit einer vollständigen Umdrehung geöffnet und wieder geschlossen. Dies muss mit der richtigen Geschwindigkeit erfolgen, damit der Druck auf den Außendruck abfallen kann, die Temperatur sich in dem System jedoch nicht ändert.

Seien nun $(P_1, T_1), (P_2, T_2)$ und (P_3, T_3) die Wertepaare direkt nach dem Zuführen der Druckluft $(\to T_1 = T_L$ zunächst unverändert), direkt nach dem Temperaturausgleich und dem Drehen von Ventil 1 $(\to P_2 = P_L$ auf Außendruck abgefallen), sowie nach dem erneuten Ausgleich der Temperatur $(\to T_3 = T_L$ Aufnahme von Wärme aus der Umgebung bis die Temperatur gleich der Außentemperatur ist). Dann gilt für den Druck P_i in dem System:

$$P_i = P_L + \rho \cdot g \cdot h_i, \tag{3.1}$$

wobei ρ die Dichte der Luft ist. Aus dem konstanten Quotient p/T folgt für den isochoren Prozess damit und einigen weiteren Äquivalenzschritten der Adiabatenexponent κ :

$$\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_3},\tag{3.2}$$

dabei ist h_1 die Höhendifferenz, die sich nach dem ersten Temperaturausgleich und vor dem Öffnen von Ventil 1 einstellt und h_3 nach dem zweiten Temperaturausgleich.

3.2 Durchführung

Die Durchführung dieses Teilversuches bestand im Wesentlichen aus dem Notieren der Höhendifferenzen, die sich nach den Temperaturausgleichen nach dem Einführen von Druckluft über Ventil 2 bzw. nach dem kurzen Öffnen von Ventil 1 eingestellt haben. Da die richtige Drehgeschwindigkeit für die ersten Messungen nicht getroffen wurde, fand kein Ausgleich von Innen- mit Außendruck statt. Dies führte zu Ergebnissen, bei denen κ zwischen 2 und 3 lag. Aus Zeitgründen wurden statt fünf Messungen jeweils drei Messungen an zwei mal dem gleichen Aufbau durchgeführt. Dabei unterscheiden sich nur

die abgelesenen Werte für den Stand am Manometer für $h_i = 0$. Aus doppelten Abstand von dem Stand auf der rechten Seite dazu wurden dann h_1 und h_3 bestimmt.

3.3 Datenanalyse

Aus den sechs relevanten Messungen ließ sich κ über Gleichung 3.2 einfach bestimmen. Der über die Messungen gemittelte Wert entspricht: $\kappa =$. Wie in dem ersten Teilversuch lässt sich auch hier der Freiheitsgrad von Luft über das berechnete κ bestimmen. Über Gleichung 2.3 folgt hier: f =.

3.4 Diskussion

Auch hier stellt sich nun die Frage, ob die Ziele der Untersuchung erreicht wurden. Wird zunächst der Freiheitsgrad f = betrachtet, so stimmt dieser mit der Anzahl der Freiheitsgraden für zweiatomige Gase, von fünf bis sieben, überein. Drei für Translation, zwei für Rotation und zwei optionale Freiheitsgrade für Schwingung. Bei Luft handelt es sich zum größten Teil aus N_2 und O_2 , bei denen es sich um zweiatomige Gase handelt.

4 Schlussfolgerung

5 Anhang

5.1 Unsicherheiten

Jegliche Unsicherheiten werden nach GUM bestimmt und berechnet. Die Gleichungen dazu finden sich in 4 und 5. Für die Unsicherheitsrechnungen wurde die Python Bibliothek "uncertainties" herangezogen, welche den Richtlinien des GUM folgt.

Für digitale Messungen wird eine Unsicherheit von $u(X)=\frac{\Delta X}{\sqrt{3}}$ angenommen, bei analogen eine von $u(X)=\frac{\Delta X}{\sqrt{6}}.$

Abtastrate g

In Diagrammen mit vielen Messpunkten wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht für jeden Punkt Unsicherheitsbalken gezeichnet.

$$x = \sum_{i=1}^{N} x_i; \quad u(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} u(x_i)^2}$$

Abbildung 4: Formel für kombinierte Unsicherheiten des selben Typs nach GUM.

$$f = f(x_1, \dots, x_N); \quad u(f) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i)\right)^2}$$

Abbildung 5: Formel für sich fortpflanzende Unsicherheiten nach GUM.

Literatur

[1] WWU Münster. W2 - Adiabatenexponent von Gasen. URL: https://sso.uni-muenster.de/LearnWeb/learnweb2/course/view.php?id=28561§ion=27 (besucht am 29.05.2018).