

Absorption von β - und γ -Strahlung

Einführung

Radioaktive Elemente zerfallen unter Aussendung von Strahlung. Bei natürlich radioaktiven Elementen unterscheidet man drei Arten von Strahlung: α -Strahlung (Heliumkerne), β -Strahlung (Elektronen) und γ -Strahlung (Photonen hoher Energie). Diese verschiedenen Arten von Strahlung werden beim Durchgang durch Materie in unterschiedlicher Weise absorbiert. Die Absorption von β - und γ -Strahlung ist Gegenstand dieses Versuchs.

Beim radioaktiven Zerfall eines Elementes werden bestimmte, diskrete Energiebeträge frei. Demzufolge sollten die bei einem Zerfallsprozess entstehenden Strahlungen bestimmte Energien besitzen. Dies ist für α - und γ -Zerfall richtig. Die beim radioaktiven Zerfall entstehenden β -Teilchen besitzen jedoch ein kontinuierliches Energiespektrum, bis zu einer charakteristischen Maximalenergie. Die Ursache liegt in der Emission eines weiteren Teilchens, des Neutrinos. Das Neutrino besitzt die fehlende Energie als kinetische Energie. Wegen seiner äußerst geringen Wechselwirkung mit Materie ist es nur sehr schwer nachzuweisen. In den folgenden Abschnitten wird erläutert, welche Auswirkungen die unterschiedlichen Eigenschaften für die Absorption von γ - und β -Strahlung haben. Die Absorption von α -Strahlung wird bei diesem Versuch nicht experimentell untersucht und soll deshalb nicht beschrieben werden.

Absorption von γ -Strahlung

Die Absorption monoenergetischer γ -Strahlung lässt sich einfach beschreiben, da jedes Photon in einem Einzelprozess mit Materie wechselwirkt und dabei verschwindet oder aus der Strahlrichtung abgelenkt wird. Diese Absorption ist ein statistischer Vorgang. Trifft eine Anzahl N_γ der Photonen auf einen Absorber der Dicke dx , so ist die Änderung der Zahl der Photonen proportional der ursprünglich vorhandenen Anzahl N_γ und der Absorberdicke dx :

$$dN_\gamma = -\mu_\gamma N_\gamma dx \quad (1)$$

Der Proportionalitätsfaktor μ_γ heißt Absorptionskoeffizient und ist abhängig von der Energie der Photonen und dem Absorbermaterial. Manchmal wird die Abnahme der Teilchenzahl auch auf die Massenbelegung $\rho \cdot dx$ des Absorbers bezogen; dabei ist ρ die Dichte des Absorbermaterials. Der zugehörige Massenabsorptionskoeffizient ist $\mu_{\gamma,m} = \mu_\gamma / \rho$, und es gilt:

$$dN_\gamma = -\mu_{\gamma,m} N_\gamma \rho dx \quad (2)$$

Die Integration von (1) bzw. (2) ergibt eine exponentielle Abnahme der Teilchenzahl mit der Absorberdicke:

$$N_\gamma(x) = N_{\gamma,0} \cdot \exp(-\mu_\gamma x) = N_{\gamma,0} \cdot \exp(-\mu_{\gamma,m} \rho x) \quad (3)$$

$$\text{bzw. } a_\gamma(x) = a_{\gamma,0} \cdot \exp(-\mu_\gamma x) = a_{\gamma,0} \cdot \exp(-\mu_{\gamma,m} \rho x) \quad (4)$$

Dabei ist a_γ die gemessene Aktivität in Bq.

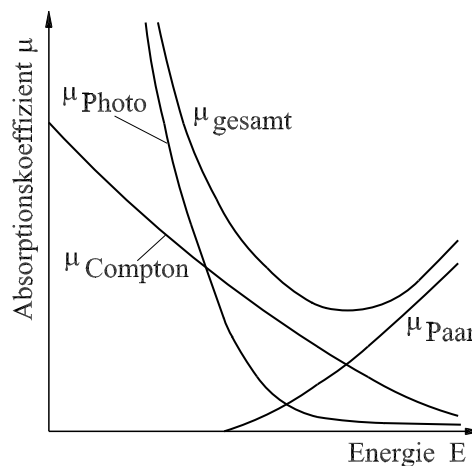


Abbildung 1: Energieabhängigkeit der Absorptionskoeffizienten von γ -Strahlung in Blei

Die Absorption von γ -Strahlung erfolgt im Wesentlichen durch drei Absorptionsmechanismen:

- Photoeffekt (Absorption des Photons durch ein Atom unter Emission eines Elektrons aus den inneren Schalen der Atomhülle)
- Compton-Effekt (inelastische Streuung des Photons unter Frequenz- und Richtungsänderung an einem Elektron der äußeren Schalen)
- Paarbildung („Materialisation“ des Photons in ein Elektron und ein Positron, möglich erst bei Energien $E_\gamma > 2m_e c^2 \approx 1 \text{ MeV}$)

Den Absorptionskoeffizienten μ_γ kann man dementsprechend in die Anteile

$$\mu_\gamma = \mu_{\text{gesamt}} = \mu_{\text{photo}} + \mu_{\text{compton}} + \mu_{\text{paar}} \quad (5)$$

zerlegen. In Abb. 1 sind diese Anteile des Absorptionskoeffizienten als Funktion der Energie E der Photonen für Blei als Absorber dargestellt.

Absorption von β -Strahlung

Bei der Absorption von β -Strahlung (schnellen Elektronen¹) ist das exponentielle Absorptionsgesetz nicht gültig. Die Ursache ist, dass die β -Absorption nicht durch einen einzigen Elementarprozess erfolgt. Die Elektronen verlieren ihre Energie allmählich in vielen kleinen Stufen durch inelastische Zusammenstöße mit den Atomen des Absorbers, oder sie scheiden durch Streuung (Richtungsänderung) aus dem Strahl aus. Deswegen ist die Wahrscheinlichkeit für die Absorption, die von der jeweiligen Energie abhängt, vom zurückgelegten Weg abhängig. Die Elektronen können nicht beliebig lange Strecken im Absorber durchlaufen, da ihre Energie nach einer gewissen (mittleren) Strecke verbraucht ist (Reichweite).

Ein weiterer Grund für einen Energieverlust ist die Aussendung von Bremsstrahlung. Elektronen mit hoher kinetischer Energie erzeugen unter Energieverlust Photonen, wenn sie eine Richtungsänderung erfahren. Bei diesem Versuch hat die Bremsstrahlung nur einen sehr kleinen Anteil am Energieverlust. Das liegt an der geringen Energie der β -Strahlung und der niedrigen Kernladungszahl Z des verwendeten Absorbers.

Die beim radioaktiven Zerfall ausgesendeten Elektronen weisen eine kontinuierliche Energieverteilung auf, mit der Maximalenergie $E_{\beta,\text{max}}$. Eine Reichweitenverteilung für monoenergetische β -Strahlung, wie sie in Abb. 2 zu sehen ist, wird man daher bei einer direkten Messung nicht nachweisen können. Stattdessen erhält man eine Überlagerung einer Vielzahl solcher Verteilungen.

Man betrachtet häufig nur die maximale Reichweite der β -Strahlung, die von den Elektronen mit der Maximalenergie $E_{\beta,\text{max}}$ abhängt. Die Reichweite dieser Elektronen lässt sich mithilfe der empirischen Bleuler-Formel abschätzen:

$$R_{\beta,\text{max}} \approx \frac{5,71 \cdot E_{\beta,\text{max}} - 1,61}{\rho} \quad (6)$$

Hier ist die Maximalenergie $E_{\beta,\text{max}}$ in MeV und die Absorberdichte ρ in kg/m^3 einzusetzen, um die maximale Reichweite $R_{\beta,\text{max}}$ in m zu erhalten. Möchte man die Absorption etwas detaillierter betrachten – die Intensität nach einer bestimmten Absorberdicke – bedient man sich einer Näherung.

¹Wird von β -Strahlung gesprochen, so ist hier β^- -Strahlung (Elektronen) gemeint. β^+ -Strahlung (Positronen) soll bei diesem Versuch nicht erläutert werden.

Es lässt sich zeigen, dass für bestimmte Schichtdicken, ein exponentieller Abfall verwendbar ist, wie wir ihn schon für die γ -Strahlung kennengelernt haben. Analog zur γ -Strahlung gibt es einen vom Material abhängigen Absorptionskoeffizienten μ_β und den Massenabsorptionskoeffizienten $\mu_{\beta,m}$, so dass gilt:

$$a_\beta(x) = a_{\beta,0} \cdot \exp(-\mu_\beta x) \quad (7)$$

$$= a_{\beta,0} \cdot \exp(-\mu_{\beta,m} \rho x) \quad (8)$$

Abhängig von der Maximalenergie der β -Strahlung wurden empirische Formeln vorgeschlagen, mit welchen sich der Massenabsorptionskoeffizient μ_m berechnen lässt. Für ^{90}Sr wird in „Grundkurs Strahlenschutz“² die Formel

$$\mu_{\beta,m} = \frac{15}{E_{\beta,\max}^{1,5}} \quad (9)$$

mit $E_{\beta,\max}$ in MeV und $\mu_{\beta,m}$ in cm^2/g angegeben. Es ist zu beachten, dass ^{90}Sr mit $E_{\beta,\max} = 0,55 \text{ MeV}$ in ^{90}Y zerfällt, welches mit $E_{\beta,\max} = 2,28 \text{ MeV}$ in das stabile Isotop ^{90}Zr übergeht³.

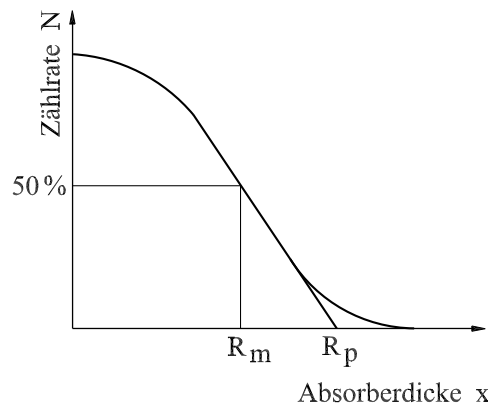


Abbildung 2: Reichweitenverteilung monoenergetischer β -Strahlen in Aluminium

Nachweis der Strahlung

Zum Nachweis von α -, β - und γ -Strahlung benutzt man meist ein Geiger-Müller-Zählrohr. Dabei wird die ionisierende Wirkung der radioaktiven Strahlung ausgenutzt. Das Zählrohr besteht aus einem geerdeten Metallrohr und

²Klaus Grupen, Grundkurs Strahlenschutz, Springer Berlin Heidelberg, 2008.

³Nur eine der beiden Energien ist für den Versuch relevant. Warum?

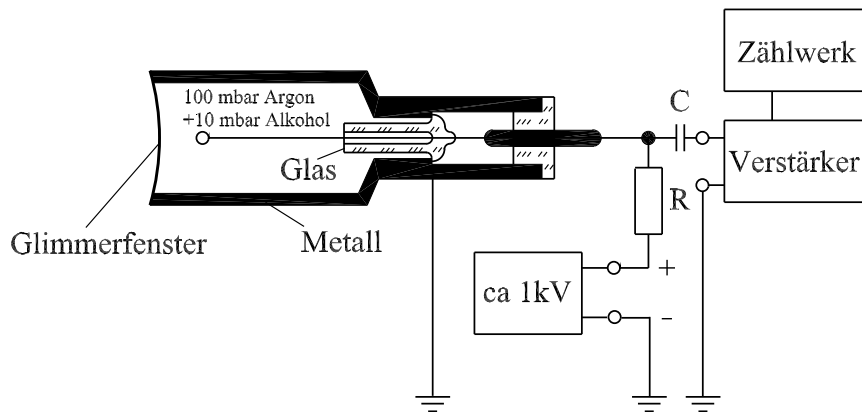


Abbildung 3: Schematischer Aufbau eines Geiger-Müller-Zählrohres mit Schaltung für die Registrierung der Ereignisse.

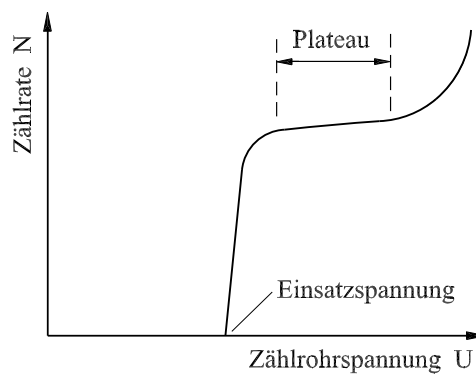


Abbildung 4: Zählrohrkennlinie mit Einsatzspannung U_S und Plateaubereich.

einem dagegen isolierten und axial gelagerten dünnen Draht. An den Draht ist, über einen hochohmigen Widerstand R , eine positive Spannung angelegt. Das Zählrohr ist luftdicht abgeschlossen und mit Argon und Alkoholdampf gefüllt. Abb. 3 zeigt die schematische Darstellung eines solchen Zählrohres.

Die radioaktive Strahlung ionisiert das Argon im Zählrohr und erzeugt dadurch Ionen und freie Elektronen, welche durch das elektrische Feld in Richtung Anode, bzw. Kathode beschleunigt werden. Zum Draht hin wird das elektrische Feld zunehmend stärker. Die freien Elektronen erhalten dadurch schneller die kinetische Energie, die notwendig ist, um ein neutrales Gasatom zu ionisieren. Es kommt zu einer Kettenreaktion und eine Lawine aus Ladungsträgern entsteht. Auch die Ionen tragen zur Entstehung der Lawine bei, wenn sie beim Aufprall auf die Zählrohrwand Elektronen herauslösen. Der entstehende Strom I fließt über den Widerstand R und erzeugt

einen Spannungsabfall $U_R = I R$, der vom Messgerät registriert und als Ereignis gezählt wird. Es können keine weiteren Teilchen registriert werden, bevor die Lawine gestoppt ist. Man spricht von der Totzeit, die typischerweise in der Größenordnung 10^{-4} s liegt. Die Lawine stoppt, weil die Spannung im Zählrohr ($U = U_0 - U_R$) sinkt und außerdem der Alkoholdampf die Argonionen umlädt, ohne dabei Elektronen auszusenden.

Das Zählrohr ist für die verschiedenen Strahlungsarten unterschiedlich empfindlich. Über ein dünnwandiges Glimmerfenster gelangt die Strahlung in das Zählrohr. Die exakte Dicke des Fensters bestimmt die Empfindlichkeit für α - und β -Strahlung, da diese eine geringe Reichweite besitzen. Für α -Strahlung sind deshalb extrem dünne Fenster notwendig. Dringt α - und β -Strahlung in das Zählrohr ein, wird diese mit sehr großer Wahrscheinlichkeit nachgewiesen. γ -Strahlung besitzt eine geringere Wechselwirkung, weshalb nicht jedes Photon nachgewiesen werden kann.

Jedes Zählrohr besitzt eine Kennlinie, wie sie in Abb. 4 gezeigt wird. Diese bestimmt man bei konstanter Bestrahlung des Zählrohres. Dazu wird die Zählrate N in Abhängigkeit von der Betriebsspannung U_0 gemessen. Bis zu einem Schwellwert U_S tritt keine Verstärkung der Stoßionisation durch die radioaktive Strahlung auf und der Spannungsabfall ist zu gering, um ihn zu messen. Oberhalb von U_S kommt es zu einem steilen Anstieg der Zählrate, bis ein Plateau erreicht ist. Für das Geiger-Müller-Zählrohr wird eine Arbeitsspannung gewählt, die innerhalb dieses Plateaubereichs liegt. Bei einer weiteren Erhöhung der Spannung kommt es zu einer selbstständigen Gasentladung, die zu einer Zerstörung des Zählrohres führen kann.

Das Geiger-Müller-Zählrohr reagiert auch auf diverse Arten von Untergrundstrahlung. Die gemessene Zählrate N setzt sich deshalb immer aus der Zählrate des Präparates N_P und der Untergrundzählrate N_U zusammen:

$$N = N_P + N_U \quad (10)$$

Poisson-Verteilung

Der radioaktive Zerfall ist ein statistischer Prozess, der Schwankungen unterliegt. Die Unsicherheit eines Zählexperimentes lässt sich mithilfe der Poisson-Verteilung beschreiben. Bei der Poisson-Verteilung handelt es sich um einen Grenzfall der Binomialverteilung, für eine große Versuchszahl n und eine geringe Erfolgswahrscheinlichkeit p ($n \rightarrow \infty$ und $p \rightarrow 0$ wobei gleichzeitig $\bar{k} = np$ konstant gehalten wird). Praktisch ist dieser Grenzfall erfüllt für etwa $p \leq 0,05$ und $n \geq 100$, entsprechend einem Erwartungswert $\mu = \bar{k} = np \approx 5$ oder kleiner.

Das Verteilungsgesetz der Wahrscheinlichkeiten $\psi_n(k)$ lautet

$$\psi_n(k) = \frac{\bar{k}^k \cdot e^{-\bar{k}}}{k!} \quad (11)$$

und wird als Poisson-Verteilung bezeichnet. Der Erwartungswert μ ist gleich

$$\mu = \bar{k} = n p \quad (12)$$

und die Varianz beträgt

$$\sigma^2 = n p = \bar{k}. \quad (13)$$

Bei einer Poisson-Verteilung sind Erwartungswert und Varianz gleich. Daher ist eine Poisson-Verteilung vollständig durch die Angabe des Erwartungswertes charakterisiert. Die Abbildung 5 zeigt einige Poisson-Verteilungen für kleine Erwartungswerte. Wie man sieht, sind diese Verteilungen asymmetrisch, wobei diese Asymmetrie mit wachsendem Erwartungswert abnimmt.

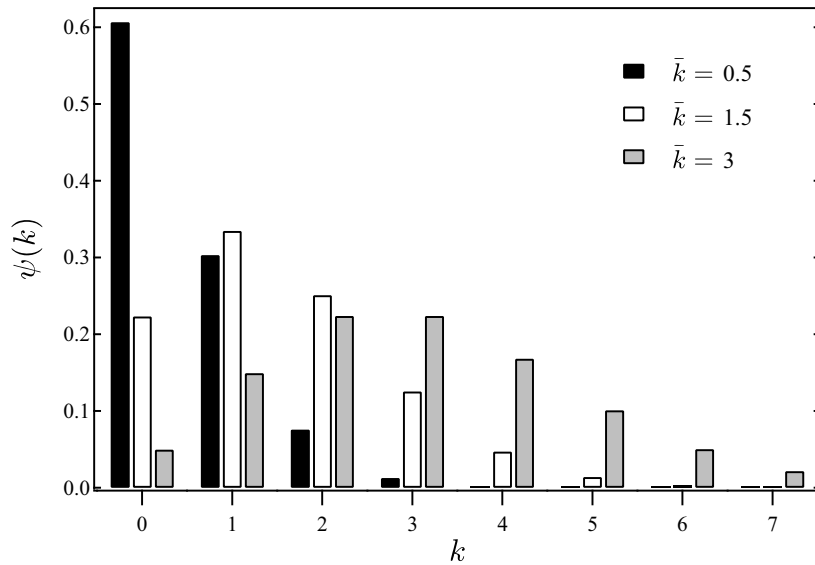


Abbildung 5: Poisson-Verteilungen für kleine Erwartungswerte

Um die Verbindung von der wahrscheinlichkeitstheoretischen Formulierung der Poisson-Verteilung zu den Zählergebnissen beim radioaktiven Zerfall herzustellen, betrachten wir Folgendes: Wir nutzen eine langlebige radioaktive Substanz, deren Aktivität sich im Verlauf der Messung nicht messbar ändert. Es wird n -mal die Zahl der zerfallenen Kerne N_i pro festem Zeitintervall ΔT gemessen. Aus dieser Messreihe wird der Mittelwert \bar{N} bestimmt, der dem Erwartungswert der theoretischen Verteilung entspricht. Dann erstellt man eine Häufigkeitsverteilung der Messergebnisse. Dazu werden auf der Abszisse die Zählergebnisse N_i aufgetragen. Als Ordinatenwert zu jedem Zählergebnis wird die Häufigkeit $H(N_i)$ aufgetragen, mit der dieses Ereignis aufgetreten ist.

In einem zweiten Schritt wird die relative Häufigkeit $h(N_i, \Delta N) = H/n$ bestimmt und als Abszisse aufgetragen. Die Verteilung der relativen Häu-

figkeiten approximiert die Wahrscheinlichkeitsverteilung. Für den Grenzfall $n \rightarrow \infty$ geht die Verteilung der relativen Häufigkeiten in die Wahrscheinlichkeitsverteilung über. Aus Gl. 11 folgt deshalb

$$\psi(N) = \frac{\bar{N}^N \cdot e^{-\bar{N}}}{N!}. \quad (14)$$

In diesem Grenzfall ist $\psi(N)$ die Wahrscheinlichkeit, mit der ein bestimmtes Zählergebnis N_i auftritt. Die Varianz der Verteilung ist gleich dem Mittelwert: $\sigma^2 = \bar{N}$. Also ist die mittlere Streuung der Einzelmessungen gleich

$$\sigma = \sqrt{\bar{N}}. \quad (15)$$

Diese Gleichung heißt auch \sqrt{N} -Gesetz. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 68 % (einfache Standardabweichung) liegt der gesuchte Wert in dem Intervall $N \pm \sqrt{N}$.