

Jo-Jo und Kreisel

Versuchsanleitung

1 Was Sie zur Versuchsdurchführung wissen sollten

Fallrad: Bewegungsgleichungen von Translations- und Rotationsbewegung, Drehmoment, Drehimpuls, Trägheitsmoment, Steinerscher Satz, Energieerhaltungssatz, freier Fall, Trägheitskräfte.

Kreisel: Kreiselbewegungen; Figurenachse, momentane Drehachse, Drehimpulsachse; Trägheitsmoment J , Drehimpuls \vec{L} , Drehmoment \vec{M} und Analogie dieser Größen zu den entsprechenden Größen bei der Translationsbewegung; Kugelkreisel, symmetrischer Kreisel, unsymmetrischer Kreisel; kräftefreier und schwerer Kreisel; Präzessionsgleichung; Trägheitsmoment einer Kugel.

Aufgaben zur Vorbereitung

1. Leiten Sie die Bewegungsgleichung des Maxwellschen Fallrades aus dem Energieerhaltungssatz her:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} (E_{trans} + E_{rot} + E_{pot}) = 0. \quad (1)$$

2. Mit welcher Kraft zieht das abrollende Rad an der Aufhängevorrichtung? Vergleichen Sie diese Kraft mit der Gewichtskraft des Rades.
3. Wie groß ist diese Zugkraft beim aufwärts laufenden Rad?

2 Durchführung und Auswertung Fallrad

1. Messen Sie die Fallzeit als Funktion des Fallweges. Stoppen Sie dazu für 5 verschiedene Fallhöhen h_{max} die Fallzeit je 5 mal. Schätzen Sie die Messunsicherheit.

2. Wägen Sie das Rad und messen Sie es möglichst genau aus. Da die Messunsicherheit bei der Messung des Ringes den größten Einfluss hat (warum?), sind Dicke H , Außenradius R_a und Innenradius R_i des Ringes an 5 rundum verteilten Stellen zu messen.
3. Messen Sie mit der Schieblehre die Dicke des Aufhängefadens an 5 verschiedenen Stellen und schätzen Sie die Messunsicherheit.
4. Tragen Sie Ihre Messwerte in 3 Diagramme ein: h gegen t , h gegen t^2 und h/t^2 gegen t . Bestimmen Sie die Unsicherheit für h/t^2 und tragen Sie diese in das dritte Diagramm als Fehlerbalken an den Messpunkten ein. Bestimmen Sie aus diesem Diagramm g^* und seine Messunsicherheit.
5. Berechnen Sie das Trägheitsmoment J_S des Rades aus seiner Masse und seinen Abmessungen und geben Sie die absolute und relative Unsicherheit an.
6. Bestimmen Sie mit Hilfe von (6) den Abrollradius aus der gemessenen Beschleunigung g^* und dem oben berechneten Trägheitsmoment J_S . Wie genau lässt sich R mit dieser Methode bestimmen?
7. Überprüfen Sie, ob Sie alle Messungen durchgeführt und alle Größen bestimmt haben, die Sie zur Auswertung benötigen.
8. Bestimmen Sie die Unsicherheiten Ihrer Messergebnisse und diskutieren Sie alle Ihre Beobachtungen.

3 Durchführung und Auswertung Kreisel

Als Kreisel dient eine Metallkugel, in die in radialer Richtung eine Stange eingeschraubt ist. Auf der Stange befindet sich eine verschiebbare Zusatzmasse. Aufgrund seiner Form ist dieser Kreisel symmetrisch, wobei die Figurenachse durch die Achse der Stange gegeben ist.

Der Kreisel ist auf einem Luftpolster gelagert, das mit Pressluft in einer Hohlhalbkugel erzeugt wird. Aufgrund dieser Lagerung bleibt der Mittelpunkt O der Metallkugel bei allen Bewegungen raumfest. Man muß daher den Kugelmittelpunkt als Unterstützungspunkt des Kreisels ansehen.

Angetrieben wird der Kreisel durch tangentiales Anblasen der Kugel mit Preßluft. Durch unterschiedlich starkes Anblasen kann man in gewissen Grenzen die Eigenfrequenz ω des Kreisels verändern. Durch Änderung des Anblaswinkels kann während des Versuchs die jeweils gewählte Eigenfrequenz sehr gut konstant gehalten werden. Um die gewünschten Eigenfrequenzen einzustellen, empfiehlt es sich, die Stroboskopfrequenz vorzugeben und die Kreiselfrequenz danach einzurichten.

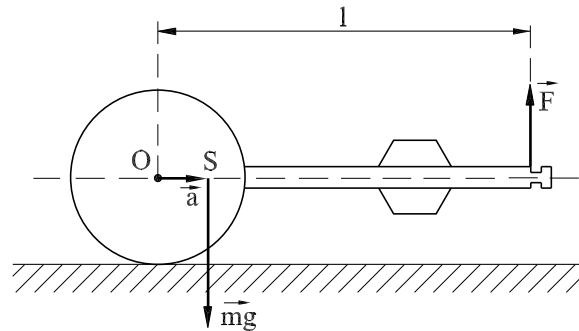


Abbildung 1: Bestimmung der Größe $a m g$

Die Zusatzmasse und die Stange haben zur Folge, dass der Schwerpunkt S nicht mit dem Unterstützungspunkt O zusammenfällt: es ist ein schwerer symmetrischer Kreisel. Das Drehmoment des Kreisels im Schwerfeld wird auf folgenden Weise bestimmt. Man hängt das Ende der Stange in einen Kraftmesser und misst die Kraft F , die erforderlich ist, um die Figurenachse waagrecht zu halten (Abb. 1). Nach dem Hebelgesetz gilt dann:

$$a m g = l F. \quad (2)$$

Hierbei ist l der Abstand vom Kugelmittelpunkt zum Angriffspunkt des Kraftmessers.

Bestimmt werden soll das Trägheitsmoment des Kreisels zum einen aus seinen Abmessungen und seiner Masse und zum anderen aus der Analyse der Präzessionsbewegung. Dazu sind folgende Messungen durchzuführen. (Bei allen Manipulationen am rotierenden Kreisel ist derselbe durch Umschließen mit einer Hand vor Umherfliegen zu schützen!)

1. Bestimmen Sie das Trägheitsmoment J des Kreisels. Dieses setzt sich additiv aus dem Trägheitsmoment der Kugel, der Stange und der Zusatzmasse zusammen. Die Stange und die Zusatzmasse zusammen besitzen bezüglich der Figurenachse ein Trägheitsmoment von $J_1 = 15 \text{ g cm}^2$. Das Trägheitsmoment J_2 der Kugel lässt sich aus dem Kugelradius r_k (Schieblehre) und der Kugelmasse m_k (Waage) bestimmen.
2. Bestimmen Sie die Größe $a m g$, das ist das Drehmoment des Kreisels im Schwerfeld für $\vartheta = 90^\circ$, durch Messung von l und F entsprechend Abb. 3. überprüfen Sie zuerst die Kalibrierung der Kraftmesser. Führen Sie die Messung von l und F je 5 mal durch und bestimmen Sie Mittelwert und Messunsicherheit.
3. Blasen Sie den Kreisel mit Pressluft an und bestimmen Sie für 5 verschiedene Eigenfrequenzen ω die zugehörige Präzessionszeit $T_p = 2\pi/\Omega$.

- (a) Zur Messung von ω wird der Kreisel mit einem Stroboskop, d.h. einer Lampe, die Lichtblitze mit wohldefinierter Frequenz erzeugt, beleuchtet. (Machen Sie sich bewusst, welche Messgröße von den vorliegenden Stroboskopen abgelesen wird.) Stimmen Licht- und Kreiselfrequenz überein, so steht der Kreisel im Licht der Stroboskoplampe scheinbar still.

Um sicher zu sein, dass Licht- und Kreiselfrequenz tatsächlich übereinstimmen und keine rationalen Vielfachen vorliegen, beginnt man mit hohen Blitzfrequenzen. Mit Hilfe einer Markierung auf der Kreiselkugel (weißer Punkt) kann man einfache und versetzte stehende Bilder unterscheiden. Diejenige Blitzfrequenz, bei der zum ersten Mal ein einfaches stehendes Bild erscheint, ist gleich der Kreiseigenfrequenz: zwischen zwei Blitzen liegt genau eine Kreiselumdrehung. Bei Halbierung dieser Frequenz muss dann ebenfalls ein einfaches stehendes Bild erscheinen: zwischen zwei Blitzen liegen dann zwei Kreiselumdrehungen. Während der Messung der Präzessionszeit T_p ist die Kreiseigenfrequenz konstant zu halten.

- (b) Die Präzessionszeit T_p wird mit einer Stoppuhr bestimmt. Zur Steigerung der Genauigkeit misst man die Zeit, die der Kreisel für mehrere Präzessionsumläufe braucht. Zu dem gleichen Zweck wählt man den Winkel genügend groß ($\vartheta \approx 45^\circ$).
4. Wiederholen Sie die Messungen 2. und 3. für insgesamt 3 verschiedenen Stellungen der Zusatzmasse auf der Drehachse.
 5. Tragen Sie zunächst, für alle 3 Stellungen der Zusatzmasse gesondert, die Präzessionszeit T_p gegen die Frequenz des Kreisels ω auf. Bestimmen Sie graphisch für alle drei Geraden die Anstiege $\Delta T_p / \Delta \omega$.
 6. Tragen Sie in einem weiteren Diagramm die verschiedenen Werte des Produktes $I F$ gegen $\Delta \omega / \Delta T_p$, die Kehrwerte der oben ermittelten Anstiege, auf. Man erhält eine Gerade mit der Steigung $2\pi J$. Aus der Steigung kann man das Trägheitsmoment J bestimmen.
Der auf diese Weise aus Messungen der Kreiselbewegung gewonnene Wert für J wird mit dem verglichen, den man aus Masse und Abmessungen des Kreisels erhält. Beide Werte sollten innerhalb der Vertrauensbereiche übereinstimmen. Diskutieren Sie ggf. die Ursachen für mögliche Abweichungen.
 7. Überprüfen Sie, ob Sie alle Messungen durchgeführt und alle Größen bestimmt haben, die Sie zur Auswertung benötigen.
 8. Bestimmen Sie die Unsicherheiten Ihrer Messergebnisse und diskutieren Sie alle Ihre Beobachtungen.