

VERSUCHSBERICHT ZU

W1 – STIRLING-MOTOR

Gruppe Mi 11

Alex Oster(a_oste16@uni-muenster.de)
Jonathan Sigrist(j_sigr01@uni-muenster.de)

durchgeführt am 09.05.2018
betreut von Torsten Stiehm

15. Mai 2018

Inhaltsverzeichnis

1	Kurzfassung	1
2	Methoden	1
2.1	Aufbau und Funktionsweise	2
2.2	Unsicherheiten	3
3	Durchführung und Datenanalyse	4
4	Diskussion	9
5	Schlussfolgerung	9
6	Anhang	11
6.1	Unsicherheitsrechnung	11
	Literatur	12

1 Kurzfassung

Dieser Bericht beschäftigt sich mit der Untersuchung des Stirling-Motors. Bei diesem handelt es sich um eine der ersten Wärmekraftmaschinen. In Abhängigkeit der Drehrichtung des Motors, lässt sich dieser flexibel als Kältemaschine oder auch Wärmepumpe verwenden. Wie auch bei vielen mechanischen Systemen spielt Reibung eine Rolle. Die dadurch verrichtete Reibungsarbeit wird bei dieser Untersuchung über die Erwärmung des Kühlwassers ermittelt. Dazu wird ein Milliliter destilliertes Wassers in das System gegeben und die Temperatur dessen für Kältemaschine und Wärmepumpe aufgezeichnet. Daraus werden Heiz- und Kühlleistung des Systems bestimmt. Neben den Leistungen lassen sich auch die Schmelzwärme des Wassers und die spezifische Wärme von Eis bestimmen. Ziel der Untersuchung ist eine Übereinstimmung dieser Schmelz- und spezifischen Wärme mit der Literatur, wie auch physikalisch sinnvolle Ergebnisse für die Reibungsarbeit, sowie der Heiz- und Kühlleistung.

Die Ergebnisse stimmen im Wesentlichen mit den Zielen dieser Untersuchung überein. Bei der Reibungsarbeit ergab sich $(3,0 \pm 0,5)$ J pro Umdrehung, bei $\varepsilon = 0,0233 \pm 0,0015$ und $\varepsilon = 0,19 \pm 0,05$. Diese Werte liegen alle in physikalisch sinnvollen Größenordnungen. Das Ergebnis für die spezifische Wärme von Eis liegt mit $(2,108 \pm 0,010)$ J/gK exakt auf dem Literaturwert. Somit ist das einzige Ergebnis dieser Untersuchung welches von der Erwartung abweicht die Schmelzwärme. Mit $(215,8 \pm 1,2)$ J/g weicht diese um ca. 35,4% von dem Literaturwert ab.

2 Methoden

Dieser Abschnitt befasst sich mit dem Aufbau des Versuches und den dabei auftretenden Unsicherheiten.

2.1 Aufbau und Funktionsweise

Der Versuchsaufbau besteht im Wesentlichen aus einem Stirling-Motor, ein mit dem Motor verbundenes Kühlwasserreservoir und einem Messgerät für die Rotation des Motors sowie der Temperatur des Wassers, welches sich in einem Reagenzglas an dem verschraubbaren Zylinderkopf des Stirling-Motors befindet. Das Messgerät ist an einen Computer geschlossen, sodass bei der Messung der Rotation zeitgleich ein FFT angewendet werden kann, um den Motor auf 3 Hz zu kalibrieren. Zur Messung der Temperatur des abfließenden Kühlwassers, bzw. der im Reservoir wird ein einfaches Digital-Thermometer verwendet.

Abb. 1 stellt die Funktionsweise des Stirling-Motors schematisch dar. Hierbei handelt es sich um einen Kreisprozess aus zwei isothermen und zwei isochoren Zustandsänderungen. Je nachdem in welche Richtung das Schwungrad (bzw. der Motor) dreht, wird der Stirling-Motor als Kältemaschine (entgegen des Uhrzeigersinn) oder als Wärmepumpe (im Uhrzeigersinn) benutzt.

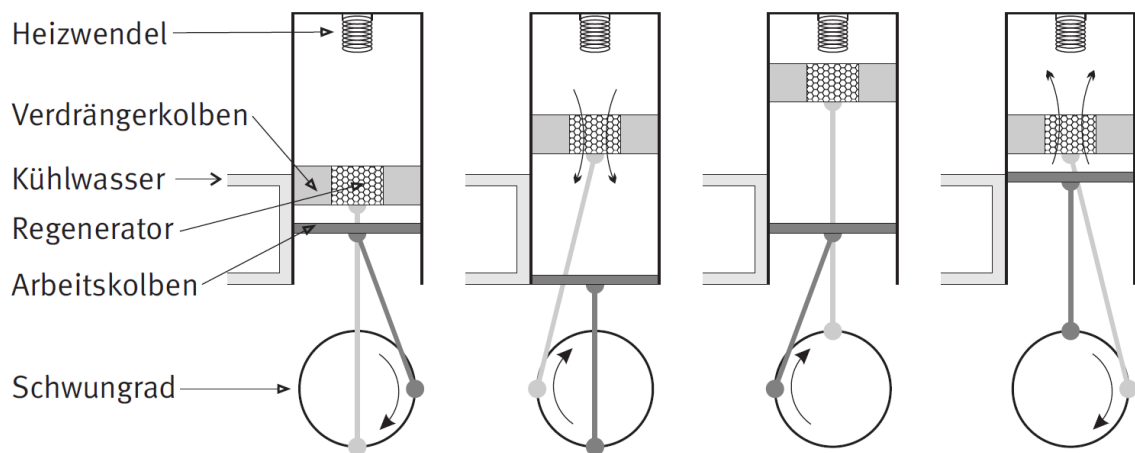


Abbildung 1: Darstellung der Takte des Stirling-Motors. Isotherme Expansion, isochore Abkühlung, isotherme Kompression und isochore Erwärmung (von links nach rechts).[1]

2.2 Unsicherheiten

Jegliche Unsicherheiten werden nach GUM bestimmt und berechnet¹. Für die Unsicherheitsrechnungen wurde die Python Bibliothek „uncertainties“ herangezogen, welche den Richtlinien des GUM folgt.

Für digitale Messungen wird eine Unsicherheit von $u(X) = \frac{\Delta X}{\sqrt{3}}$ angenommen, bei analogen eine von $u(X) = \frac{\Delta X}{\sqrt{6}}$.

Abtastrate Für die zeitliche Abtastrate des Messprogramms wurde eine Unsicherheit entsprechend der Abtastfrequenz mit $\Delta t = \frac{1}{f}$ gewählt. Die Messung erfolgt digital.

Position Bei der Positionsbestimmung wurde durch die Schrittweite der Daten eine Unsicherheit von $\Delta x = 0,1 \text{ mm}$ festgelegt. Die Messung ist digital.

Stoppuhr Die Unsicherheit setzt sich aus der analogen Reaktionszeit und der digitalen Stellengenauigkeit nach 6 zusammen. Die Zeit kann beim Messprozess gut abgeschätzt werden, da der Füllstand des Messzylinder linear zunimmt, also ist die Reaktionszeit auf $\Delta t_1 = 0,1 \text{ s}$ abgeschätzt. Die Stoppuhr kann zwei Nachkommastellen angeben, also ist $\Delta t_2 = 10 \text{ ms}$.

Messzylinder Das Volumen des Zylinders ist in 1 mL unterteilt. Es wird analog abgelesen. Also folgt $\Delta V = 1 \text{ mL}$.

Pipette Die Pipette, mit welcher die Probemenge bestimmt wurde, hatte auf 1 mL Einhundert Unterteilungen und wurde ebenfalls analog abgelesen. Dementsprechend folgt $\Delta V = 0,01 \text{ mL}$.

Thermometer Sowohl das Programm, als auch das manuelle Thermometer konnten auf eine Nachkommastelle genaue Angaben machen. Beide sind digital. Es ergibt sich die Unsicherheit $\Delta T = 0,1 \text{ °C}$.

In Diagrammen mit vielen Messpunkten wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht für jeden Punkt Unsicherheitsbalken gezeichnet.

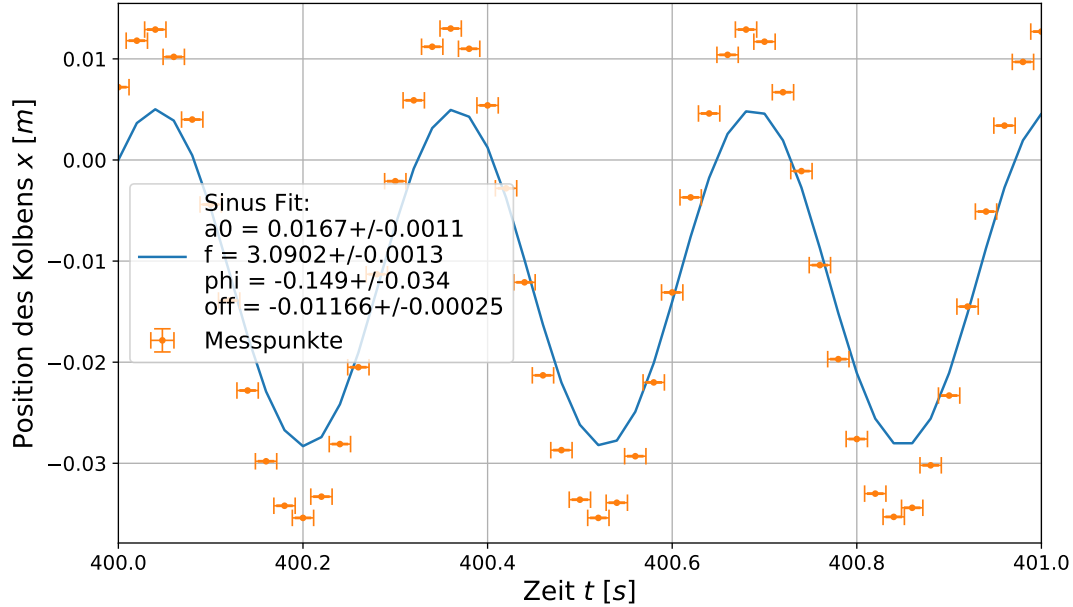


Abbildung 2: Sinus-Fit zur Rotation des Motors. Der Parameter f ist die gefittete Frequenz.

3 Durchführung und Datenanalyse

Damit der Motor mit einer Frequenz von ≈ 3 Hz arbeiten konnte, wurde seine Rotation aufgenommen und das Zeitbild am Computer fourier-transformiert, sodass eine passende Frequenz über Geschwindigkeitsänderung des Motors festgelegt werden konnte. Diese Messung ist in Abb. 2 mit einem Sinus-Fit dargestellt. Aus der FFT folgte eine Frequenz von ca. 3,1 Hz, welche durch den Fit bestätigt wurde. Für die weiteren Berechnungen wird die gefittete Frequenz verwendet.

Zur Bestimmung der Reibungsarbeit wurde zunächst der Zylinderkopf des Stirling-Motors abgenommen und die Temperatur $T_{\text{Abfluss},0} = (24,50 \pm 0,03)^\circ\text{C}$ des Kühlwassers an diesem gemessen. Dann wurde der Motor als Wärmepumpe in Betrieb genommen.

Ab dem Punkt, an dem die Temperatur des Kühlwassers sich nicht mehr änderte, bei $T_{\text{Abfluss}} = (25,00 \pm 0,03)^\circ\text{C}$, wurde der Volumendurchfluss an dem Kühlwasserreservoir gemessen. Daraus ergab sich eine Zeit $t_{MZ} = (11,470 \pm 0,003)\text{s}$ für $V_{MZ} =$

¹Die Gleichungen dazu finden sich im Anhang unter 6, 7.

$(50,0 \pm 0,2)$ mL (MZ steht für Messzylinder). Der Massendurchfluss ergibt sich aus:

$$\dot{M} = \rho \frac{V_{\text{MB}}}{t_{\text{MB}}}. \quad (3.1)$$

Dabei ist ρ die Dichte des Wassers.

Allgemein gilt für das System:

$$\dot{W} = \dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 + \dot{W}_R, \quad (3.2)$$

wobei \dot{W}_R der gesuchten Reibungsarbeit entspricht. Aufgrund des linearen Verhaltens:

$$\dot{W}_R = \dot{Q}_R = c\dot{M}(T_{\text{Reservoir}} - T_{\text{Abfluss}}), \quad (3.3)$$

lässt sich die zeitliche Änderung als Reibungsänderung pro Zeit darstellen. Die oben genannten Größen $\dot{Q}_{1/2}$ entsprechen der von dem System aufgenommenen bzw. abgegebenen Wärme und c entspricht der spezifischen Wärme des Wassers. Über die Gleichungen

$$\dot{Q}_1 = c\dot{M}(T_{\text{Reservoir}} - T_{\text{Abfluss}}) \quad (3.4)$$

und

$$-\dot{Q}_2 = c\rho V_{\text{Probe}} dT \quad (3.5)$$

sind alle Größe der Systemgleichung beschrieben. Für c und ρ werden die Literaturwerte des NIST[2] herangezogen. V_{Wasser} beschreibt das Volumens der Probe in dem Zylinderkopf, welche für die Berechnung der Reibungsarbeit jedoch wegfällt. Einsetzen der Messwerte liefert eine Reibungsleistung von $(9,1 \pm 1,5)$ J/s bzw. $(3,0 \pm 0,5)$ J pro Umdrehung.

Nun zu der Verwendung des Motors als Kältemaschine. Dazu wurde der Zylinderkopf wieder verschraubt und 1 mL destilliertes Wasser in das daran befestigte Reagenzglas gefüllt. Abbildung 3 zeigt den aufgenommen Verlauf der Temperatur des Wassers mit einer Abtastrate von 10 Hz.

Auffällig daran ist der schlagartige Anstieg bzw. Sprung von ca. -8°C auf ungefähr 0°C und der darauf folgende konstante Bereich, bis die Temperatur wieder anfängt zu sinken. Der Sprung wird in Abbildung 4 deutlicher dargestellt. Nachdem eine Temperatur von ca. $-26,7^\circ\text{C}$ erreicht wurde, wurde zudem eine Messung der Tempe-

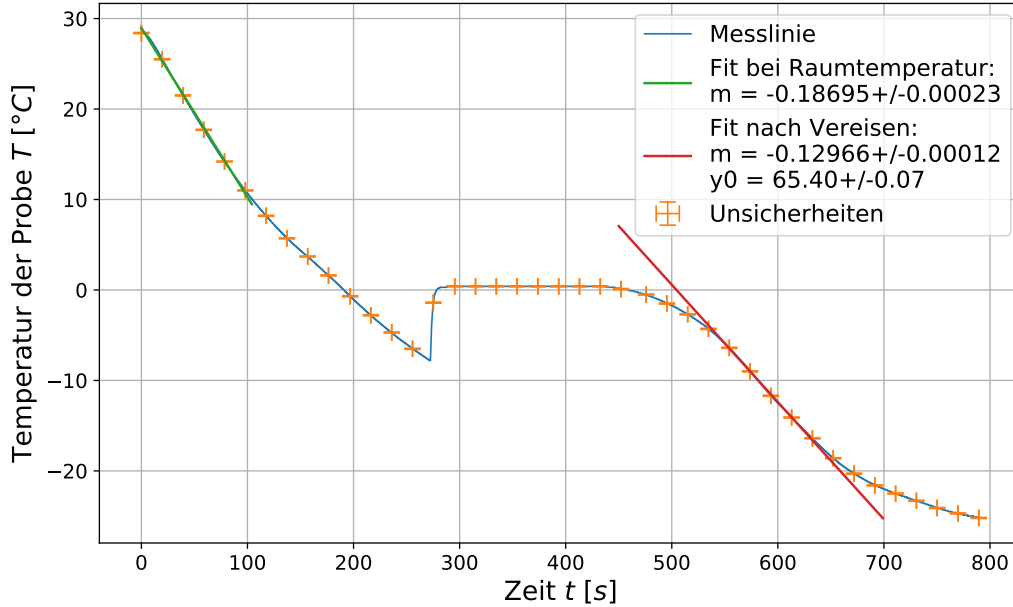


Abbildung 3: Temperatur-Verlauf des Wassers bei der Kältemaschine.

ratur des abfließenden Kühlwassers $T_{\text{Abfluss}} = (26,60 \pm 0,03)^\circ\text{C}$ und der im Reservoir $T_{\text{Reservoir}} = (25,30 \pm 0,03)^\circ\text{C}$ durchgeführt. Die Schmelzwärme Q_G bei dem Gefriervorgang des Wassers lässt sich über

$$Q_G = Q_2(t_2 - t_1) + Q \quad (3.6)$$

mit

$$Q = c\rho V_{\text{Probe}}(T_2 - T_1) \quad (3.7)$$

bestimmen. Dabei sind $t_{1/2}$ die Zeiten am Anfang und Ende des Gefrierprozesses und $T_{1/2}$ die Temperaturen kurz vor und direkt nach dem Sprung. Es ist zu beachten, dass t_2 durch Extrapolation des Graphen einige Zeit nach dem erneuten abfallen der Temperatur ermittelt wurde. Das inhomogene Abkühlen der Probe, welches durch die Kühlung von Außen auftritt, soll somit umgangen werden.

Q_2 folgt aus Gl. 3.5. Einsetzen führt zu einer Schmelzwärme $Q_G = (215,8 \pm 1,2) \text{ J/g}$

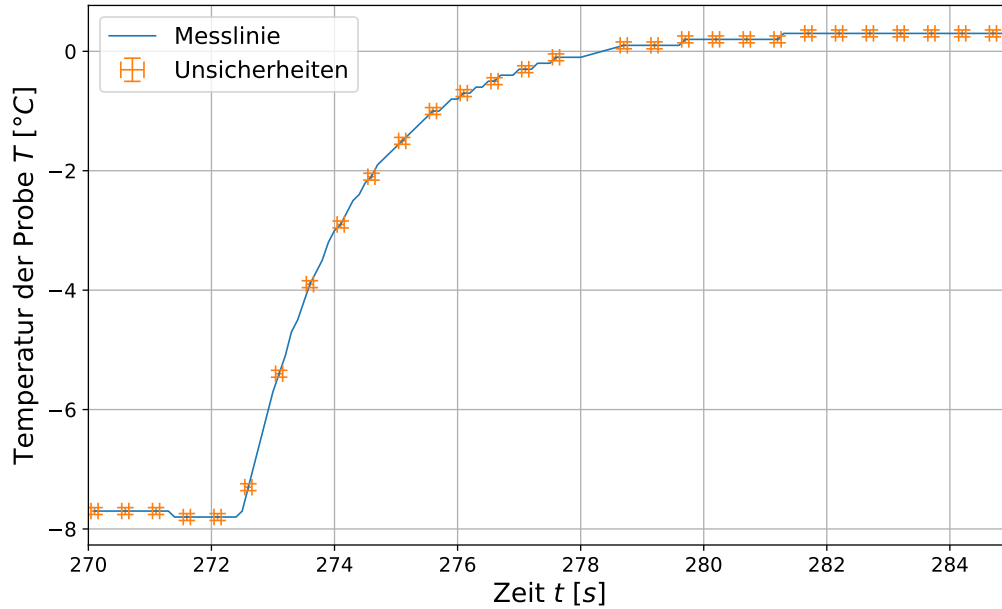


Abbildung 4: Genauere Darstellung des Sprungs in der Temperaturkurve der Kältemaschine.

Für die Kühlleistung ε dient folgender Zusammenhang:

$$\varepsilon = \frac{|Q_2|}{|W|} \quad (3.8)$$

Dabei sind Q_2 und W den Gleichungen 3.5 und 3.2 zu entnehmen. Aus dieser Messung folgt $\varepsilon = 0,0233 \pm 0,0015$ für die Kühlleistung.

Analog zur Kältemaschine verlief die Untersuchung der Wärmepumpe. Die Temperaturkurve des Wassers bei diesem Vorgang ist in Abb. 5 aufgetragen. Diese verzeichnet einen der Kältemaschine ähnlichen Verlauf. Hier tritt jedoch kein Sprung auf, die Temperatur bleibt dennoch bei ungefähr 0°C für einige Zeit konstant, bevor sie wieder ansteigt. Auch hier wurde erneut eine Messung der Temperatur des abfließenden Kühlwassers $T_{\text{Abfluss}} = (25,50 \pm 0,03)^\circ\text{C}$ und der im Reservoir $T_{\text{Reservoir}} = (25,50 \pm 0,03)^\circ\text{C}$ durchgeführt. Dies geschah bei der Temperatur des Wassers von ca. $T_{\text{Probe}} = 40,4^\circ\text{C}$. Die Berechnung der Heizleistung aus dieser Kurve verlief analog zu der bei der Kältemaschine vgl. Gl. 3.8. Dür diese ergibt sich $\varepsilon = 0,19 \pm 0,05$. Für eine erneute Bestimmung der

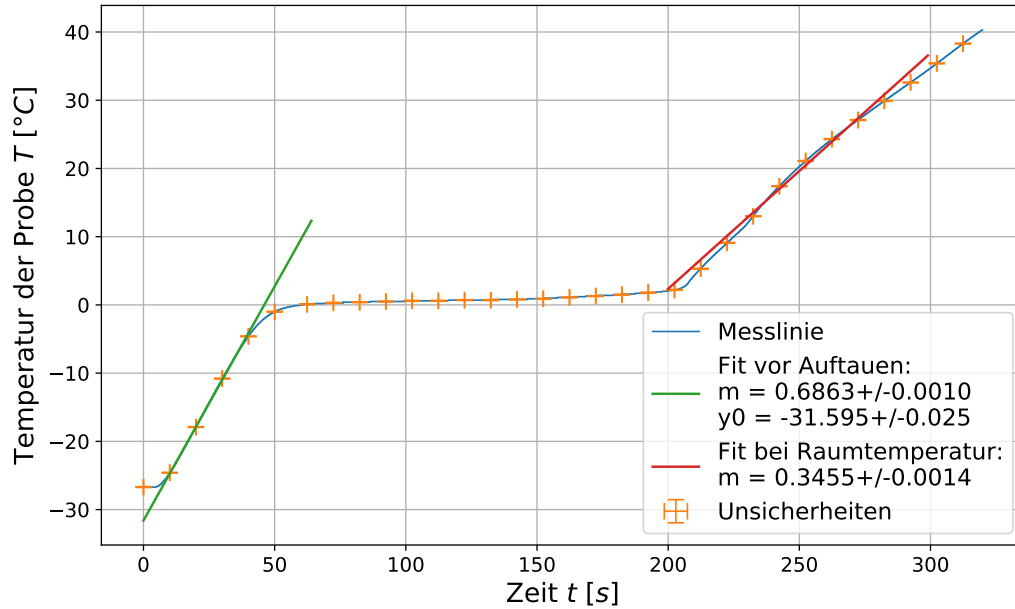


Abbildung 5: Temperatur-Verlauf des Wassers bei der Wärmepumpe.

Schmelzwärme, dieses mal jedoch bei dem Schmelzprozess, dient folgende Formel:

$$Q_S = -Q_2(t_2 - t_1). \quad (3.9)$$

Auch hier ist Q_2 wieder der Gl. 3.5 zu entnehmen und die Zeiten wurden ggf. extrapoliert. Dies führt zu einem Ergebnis der Schmelzwärme von ebenfalls $Q_S = (215,8 \pm 1,2) \text{ J/g}$. Letztlich sollte für diese Messung noch die spezifische Wärme von Eis bestimmt werden. Diese ergibt sich aus:

$$\dot{Q} = c_{\text{Eis}} m_{\text{Probe}} dT \quad (3.10)$$

$$\Leftrightarrow c_{\text{Eis}} = \frac{\dot{Q}}{m_{\text{Probe}} dT} \quad (3.11)$$

mit

$$m_{\text{Probe}} = \rho V_{\text{Probe}}. \quad (3.12)$$

Über Gl. 3.7 ergibt sich hierfür: $c_{\text{Eis}} = (2,108 \pm 0,010) \text{ J/gK}$.

4 Diskussion

Nun stellt sich die Frage, ob die Ziele der Untersuchung erreicht wurden. Dazu wird zunächst betrachtet, ob die Werte für Reibungsarbeit und Heiz- bzw. Kühlleistung physikalisch sinnvoll sind. Der ermittelte Wert für die Reibungsarbeit entspricht $(3,0 \pm 0,5)$ J pro Umdrehung, welcher in einer denkbaren Größenordnung liegt. Für Heiz- und Kühlleistung ergaben sich $\varepsilon = 0,0233 \pm 0,0015$ und $\varepsilon = 0,19 \pm 0,05$. Auch bei diesen handelt es sich um Werte in physikalisch sinnvoller Größenordnung.

Der Sprung bei dem Verlauf der Temperatur und der darauffolgende konstante Bereich bei der Kältemaschine lassen sich über die Schmelzwärme erklären. Diese Wärme wird benötigt um von dem festen Zustand in den flüssigen zu wechseln. Umgekehrt wird diese Wärme freigelassen, wenn der Wechsel von flüssig nach fest stattfindet. Dies geschieht nicht direkt bei 0°C , sondern erst nachdem sich Kristalle in der Flüssigkeit gebildet haben, welche sich schlagartig vermehren und zu dem Gefrieren der Flüssigkeit führen. Bis zur kompletten Kristallisierung bleibt die Temperatur bei ungefähr 0°C und fällt danach wieder ab. Bei der Wärmepumpe hingegen muss die erforderliche Schmelzwärme dem Eis hinzu geführt werden, weswegen auch hier der Temperaturverlauf für einige Zeit konstant bleibt. Dass die ermittelten Werte für die Schmelzwärme aus beiden Messungen exakt übereinstimmen, $Q_G = Q_S = (215,8 \pm 1,2)$ J/g, ist zwar für eine Messung hervorragend, jedoch weichen diese Ergebnisse um ca. 35,4% von dem Literaturwert[3] ab. Diese Abweichung ist zu groß, als das hier von einer genauen Übereinstimmung berichtet werden kann. Bei der spezifischen Wärme von Eis hingegen wurde ein Wert von $c_{\text{Eis}} = (2,108 \pm 0,010)$ J/gK bestimmt. Dieser Wert liegt exakt auf dem Literaturwert[3] von $2,108$ J/gK, weswegen zumindest an dieser Stelle eine genaue Übereinstimmung vorliegt.

5 Schlussfolgerung

Die Ziele dieser Untersuchung des Stirling-Motors wurden weitgehend erreicht. Bei den Ergebnissen handelt es sich um physikalisch sinnvolle: die Reibungskraft entspricht $(3,0 \pm 0,5)$ J pro Umdrehung, die Kühlleistung $\varepsilon = 0,0233 \pm 0,0015$ und die Heizleistung $\varepsilon = 0,19 \pm 0,05$. Zudem liegt der ermittelte Wert für die spezifische Wärme von Eis exakt auf dem Literaturwert. Abgesehen von der Schmelzwärme, welche ca. 35,4% von dem Literatur abweicht, ist die Untersuchung erfolgreich. Eine Wiederholung des ganzen Versuches ist demnach nicht nötig, eine erneute Betrachtung der Schmelzwärme könnte sich jedoch als sinnvoll erweisen.

6 Anhang

6.1 Unsicherheitsrechnung

$$x = \sum_{i=1}^N x_i; \quad u(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u(x_i)^2}$$

Abbildung 6: Formel für kombinierte Unsicherheiten des selben Typs nach GUM.

$$f = f(x_1, \dots, x_N); \quad u(f) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2}$$

Abbildung 7: Formel für sich fortpflanzende Unsicherheiten nach GUM.

Literatur

- [1] WWU Münster. *W1 - Stirling Motor*. URL: <https://sso.uni-muenster.de/LearnWeb/learnweb2/course/view.php?id=28561§ion=26> (besucht am 13.05.2018).
- [2] NIST. *Water*. URL: <https://webbook.nist.gov/cgi/inchi?ID=C7732185&Type=JANAFL&Plot=on> (besucht am 15.05.2018).
- [3] The Engineering Toolbox. *Water - Thermophysical Properties*. URL: https://www.engineeringtoolbox.com/water-thermal-properties-d_162.html (besucht am 15.05.2018).