

Millikan*

Einführung

Bestimmung der Elementarladung

1909 gelang es Robert Andrews Millikan erstmals, durch die Beobachtung von geladenen Wassertröpfchen im elektrischen Feld eines Plattenkondensators Rückschlüsse auf die Elementarladung zu ziehen. In den folgenden Jahren verbesserte er seine Methoden stetig, wobei er u.a. Öl- statt Wassertröpfchen benutzte. Schließlich erhielt er 1923 “for his work on the elementary charge of electricity and on the photoelectric effect” den Nobelpreis für Physik.

Der Öltröpfchenversuch nach Millikan

Auf ein geladenes Öltröpfchen, das sich im elektrischen Feld eines Plattenkondensators (auf der Erde in Luft) bewegt, wirken folgende Kräfte:

$$\begin{aligned}\text{Gewichtskraft} \quad \vec{F}_G &= m\vec{g} = V\rho_{\text{Öl}}\vec{g} = \frac{4}{3}\pi r^3\rho_{\text{Öl}}\vec{g} \\ \text{Kraft im elektrischen Feld} \quad \vec{F}_{el} &= Q\vec{E} \quad \text{mit} \quad |\vec{E}| = \frac{U}{d} \\ \text{Auftrieb} \quad \vec{F}_A &= V\rho_L\vec{g} = \frac{4}{3}\pi r^3\rho_L\vec{g} \\ \text{Reibungskraft} \quad \vec{F}_R &= 6\pi\eta r\vec{v}.\end{aligned}$$

Dabei bezeichnen m , V , $\rho_{\text{Öl}}$, r und \vec{v} Masse, Volumen, Dichte, Radius und Geschwindigkeit des Öltröpfchens, welches in guter Näherung kugelförmig ist. ρ_L ist die Dichte der Luft und η ihre dynamische Viskosität. U und d sind Kondensatorspannung und Abstand der Kondensatorplatten.

Je nach Spannung sowie Ladung und Masse wird das Tröpfchen durch diese Kräfte entweder nach oben oder nach unten beschleunigt oder es bleibt in der Schwebe. Zur Vereinfachung sei das Tröpfchen o.B.d.A. negativ geladen. Nach gegebenenfalls einer sehr kurzen Beschleunigungsphase stellt sich eines der folgenden Kräftegleichgewichte ein:

*Diese Versuchsanleitung beruht auf der Bachelorarbeit von Kerstin Woltering.

1. Bei ausgeschaltetem elektrischen Feld: $|\vec{F}_G| = |\vec{F}_R| + |\vec{F}_A|$
2. Bei senkrecht nach unten orientiertem elektrischen Feld und Kraft im elektrischen Feld stärker als die um die Auftriebskraft verminderte Gewichtskraft:
 $|\vec{F}_G| + |\vec{F}_R| = |\vec{F}_{el}| + |\vec{F}_A|$
3. Bei senkrecht nach unten orientiertem elektrischen Feld und Kraft im elektrischen Feld genauso stark wie die um die Auftriebskraft verminderte Gewichtskraft:
 $|\vec{F}_G| = |\vec{F}_{el}| + |\vec{F}_A|$
4. Bei senkrecht nach unten orientiertem elektrischen Feld und Kraft im elektrischen Feld schwächer als die um die Auftriebskraft verminderte Gewichtskraft:
 $|\vec{F}_G| = |\vec{F}_{el}| + |\vec{F}_A| + |\vec{F}_R|$
5. Bei senkrecht nach oben orientiertem elektrischen Feld: $|\vec{F}_G| + |\vec{F}_{el}| = |\vec{F}_R| + |\vec{F}_A|$

Prinzipiell kann man aus zwei beliebigen dieser Gleichungen die beiden Unbekannten r und Q berechnen, indem man U und $|\vec{v}|$ misst. Um den Messfehler möglichst gering zu halten, darf das Öltröpfchen sich dabei allerdings weder zu schnell noch zu langsam bewegen. Bewegt es sich zu schnell, ist es aufgrund der Reaktionszeit schwierig, seine Geschwindigkeit durch Zeitstoppen genau zu bestimmen. Wenn das Tröpfchen sich zu langsam bewegt oder man es gar zur Ruhe bringen will, spielt der Effekt der Brownschen Molekularbewegung eine zunehmende Rolle. Diese manifestiert sich in einem zufälligen Hin- und Herwackeln, wodurch wiederum eine genaue Geschwindigkeitsmessung erschwert wird. Aus diesen Überlegungen folgt, dass die Kräftegleichgewichte 3, 4 und 5 ausgeschlossen werden sollten.

Aus den verbleibenden Fällen 1 und 2 kann man den Radius und die Ladung eines Öltröpfchens bestimmen:

$$r = 3 \sqrt{\frac{\eta v_{\downarrow}}{2(\rho_{\text{Öl}} - \rho_L)g}} \quad (1)$$

$$Q = \frac{18\pi d}{U} \sqrt{\frac{\eta^3 v_{\downarrow}}{2(\rho_{\text{Öl}} - \rho_L)g}} (v_{\downarrow} + v_{\uparrow}) \quad (2)$$

Korrektur

Wenn man es allerdings mit Tröpfchen von der Größenordnung der mittleren freien Weglänge der Luftmoleküle zu tun hat, müssen die vorstehenden Ergebnisse modifiziert werden. Das Stokessche Gesetz

$$\vec{F}_R = 6\pi \eta r \vec{v} \quad (3)$$

ist dann nicht mehr gültig, da es ein *homogenes* Umgebungsfluid voraussetzt. Durch eine empirische radiusabhängige Korrektur der dynamischen Viskosität der Luft kann es aber angepasst werden:

$$\eta_{\text{kor}} = \frac{\eta}{1 + \frac{A\lambda}{r}} \quad (4)$$

mit der makroskopischen dynamischen Viskosität von Luft η , der mittleren freien Weglänge in Luft λ , dem Tröpfchenradius r und einer empirischen Konstante A . Diese Korrektur führte schon Millikan selbst auf Vorschlag von Cunningham durch, wobei er $A = 0,863$ fand. Die mittlere freie Weglänge kann aus der Viskosität mittels $\lambda = 3\eta/\bar{c}\rho_L$ mit $\bar{c} = \sqrt{8p/\pi\rho_L}$ berechnet werden (wobei p der Luftdruck ist).

In exakter Rechnung müsste man die Cunningham-Korrektur iterativ numerisch durchführen, da r von η abhängt. Jedoch führt dies zu keiner deutlichen Verbesserung des Ergebnisses, da die Korrektur selbst schon klein ist.

Aufgaben zur Vorbereitung

Diese Aufgaben sollten vor dem Versuch schriftlich bearbeitet werden. Die Antworten sind als Teil des Protokolls abzugeben.

1. Skizzieren sie die Kräftegleichgewichte.
2. Leiten Sie aus den Kräftegleichgewichten die Formeln für r und Q her.
3. Schätzen Sie die Dauer der Beschleunigungsphasen nach den Richtungswechseln eines Öltröpfchens mit dem Radius $r = 0,727\,\mu\text{m}$, indem Sie in beiden Fällen die Gleichung für das Kräftegleichgewicht nach der Geschwindigkeit auflösen und die Beschleunigung abschätzen. Muss die Beschleunigungsphase bei der Zeitmessung berücksichtigt werden?
4. Warum ist es wichtig, die Kondensatorplatten waagerecht auszurichten?
5. Warum sind Öltröpfchen besser geeignet als Wassertröpfchen, wenn man bedenkt, dass die Masse der untersuchten Objekte als konstant angesehen wird?
6. Bewegen sich gering geladene Tröpfchen im elektrischen Feld schneller oder langsamer als stark geladene? Wie ist (qualitativ) dementsprechend die Spannung zu wählen, wenn man gering bzw. stark geladene Öltröpfchen bei etwa gleicher Geschwindigkeit beobachten will?

7. Welcher Nachteil ergibt sich für die Auswertung, wenn man die fünf Zeitmessungen mit einer Additionsstoppuhr aufsummiert und durch fünf teilt, anstatt alle fünf Werte zu protokollieren und dann zu mitteln?
8. Wie hängen die Viskosität η und die mittlere freie Weglänge λ qualitativ von der Temperatur ab?