

VERSUCHSBERICHT ZU

M4 – STOSSGESETZE

Gruppe 10 Mi

Alex Oster (E-Mail: a_oste16@uni-muenster.de)
Jonathan Sigrist (E-Mail: j_sigr01@uni-muenster.de)

durchgeführt am 13.12.2017
betreut von
Semir VRANA

20. Dezember 2017

Inhaltsverzeichnis

1 Kurzfassung	2
2 Stoßprozess zweier Kugeln unterschiedlicher Masse	2
2.1 Methoden	2
2.1.1 Aufbau	2
2.1.2 Unsicherheiten	3
2.2 Messung	4
2.2.1 Aufnahme der Messwerte	4
2.2.2 Datenanalyse	4
2.3 Diskussion	5
2.4 Schlussfolgerung	6
3 Stoßprozesse auf einer Rutschbahn	7
4 Anhang	8

1 Kurzfassung

Bei dem ersten Versuch wird ein ballistischer zentraler Stoß zweier Metallkugeln betrachtet. Dazu werden zwei solcher Metallkugeln unterschiedlicher Masse an Pendeln aufgehängt. Der Stoßvorgang wird durch Auslenkung eines Pendels in Gang gesetzt und die Auslenkung der gestoßenen Kugel gemessen. Ziel dieses Versuches ist, dass die Messergebnisse mit den Stoßgesetzen übereinstimmen. Diese Übereinstimmung wird durch die Ergebnisse bestätigt.

2 Stoßprozess zweier Kugeln unterschiedlicher Masse

Dieser Versuch dient zur Betrachtung der Stoßgesetze. Dazu wird ein ballistischer zentraler Stoß mit Hilfe von zwei aufgehängten Massen untersucht. Es stellt sich die Frage, wie genau die Stoßgesetze mit den gemessenen Werten übereinstimmen. Das Ergebnis dieser Messung zeigt, dass die Theorie mit den ermittelten Werten übereinstimmt.

2.1 Methoden

2.1.1 Aufbau

Zum Messen verwenden wir den im Folgenden dargestellten Aufbau. Hierbei handelt es sich um zwei Pendel an denen Kugeln mit unterschiedlicher Masse angehängt sind. Die Schwerpunkte dieser Kugeln liegen auf einer Geraden, sodass ein ballistischer zentraler Stoß durch das Auslenken eines Pendels möglich ist. Für die Pendel wurden die Massen an Fäden gehängt, deren Enden jeweils auf gleicher Höhe befestigt wurden, so dass die Auslenkungen in einer Ebene stattfinden. Abbildung 1 stellt dies dar. Dabei ist der Punkt in Ruhelage, wo die beiden Kugeln sich berühren durch a_0 gekennzeichnet. Des weiteren sind die Positionen der von a_0 gegenüber liegenden Punkte a_1 und a_2 , welche um den Durchmesser der kleineren bzw. größeren Kugel, mit den Massen m_1 bzw. m_2 , von a_0 verschieden sind, gekennzeichnet. Dies wurde so gewählt, damit das Messen leichter fällt. Hierzu werden Schiebeblöcke verwendet (vgl. Abb. 4), welche sich auf einem Maß frei bewegen lassen. Damit sind a'_1 und a'_2 nach dem initialen Stoß leicht zu bestimmen. Die gestrichenen Variablen sollen hierbei die Auslenkung nach dem Stoß beschreiben. Zur Betrachtung im Schwerpunktsystem werden dann die Radien

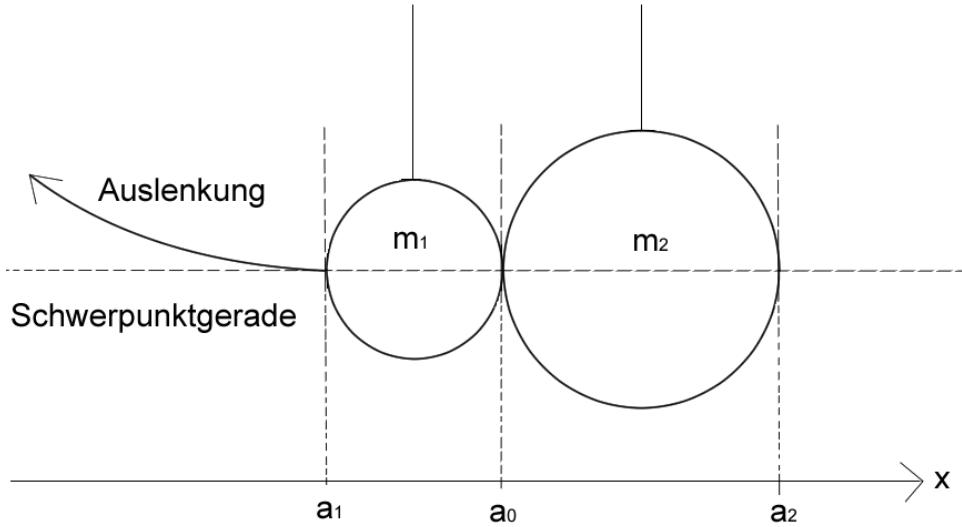


Abbildung 1: Skizzierung des Versuchsaufbaus

der Kugeln auf die Auslenkungen addiert bzw. subtrahiert (abhängig von der Seite).

Es werden bei dem Versuch die Auslenkungen a'_1 und a'_2 für fünf verschiedene Startauslenkungen von a_1 und a_2 jeweils fünf mal gemessen, wobei die fünf Messwerte für dieselben Auslenkungen gemittelt werden. Zudem werden die Pendellänge und Masse der Kugeln bei beiden Pendeln gemessen. Ersteres mit Hilfe eines Maßbands und letzteres über eine Waage. Über die Theorie des ballistischen zentralen Stoßes werden die Massen durch die anderen gemessenen Werte bestimmt und dann mit der gemessenen Masse verglichen. Dazu werden die Auslenkungen gegeneinander aufgetragen und das Verhältnis dabei bestimmt.

2.1.2 Unsicherheiten

Zur Berechnung der Unsicherheiten für die gemessenen und ermittelten Werte dient folgende Formel:

$$u(s) = \pm \sqrt{\sum_{k=0}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2}.$$

Für die von dem Maß(band) abgelesenen Werte werden Unsicherheiten über eine Dreiecksverteilung und für die von der Waage gemessenen Werte eine Rechteckverteilung verwendet.

2.2 Messung

2.2.1 Aufnahme der Messwerte

Für die Pendellängen wurden die Abstände zwischen den Schwerpunkten und den Befestigungshöhen gemessen. Um die Radien der kugelförmigen Massen zu bestimmen, wurde der Umfang dieser gemessen. Die Werte der Pendellängen, der Radien, der gewogenen Massen und Startpunkte sind in Tabelle 1 dargestellt. Die Unsicherheit für die Radien steht in direktem Zusammenhang mit der Unsicherheit bei den Umfängen, also der des Maßbandes.

Tabelle 1: Messwerte der Pendellänge, Masse und der Radien

	Pendel 1	Pendel 2
Pendellänge	$L_1 = (185,0 \pm 0,2) \text{ cm}$	$L_2 = (189,0 \pm 0,2) \text{ cm}$
Kugelmasse	$m_1 = (191,470 \pm 0,003) \text{ g}$	$m_2 = (510,210 \pm 0,003) \text{ g}$
Kugelradien	$r_1 = (1,830 \pm 0,003) \text{ cm}$	$r_2 = (2,550 \pm 0,003) \text{ cm}$

Wie in Abb. 1 eingezeichnet, beschreiben a_0 , a_1 und a_2 die Positionen zu Beginn der Messung. Im Laborbuch sind jedoch nur die Positionen über dem Maß nach der Auslenkung notiert, jedoch nicht die Auslenkungen selber. Zur Bestimmung dieser für beide Massen wird die Differenz zwischen den Startwerten und den gemittelten Messwerten gebildet. Die dadurch ermittelten Werte sind in Tabelle 2 zu finden. Dabei ergeben sich die Unsicherheiten durch die der Startwerte, beim differenzieren, sowie der bei dem Mitteln entstandenen kombinierten Unsicherheit, welche sich aus fünf mal der Unsicherheit des Maßes, sowie einer zusätzlichen Unsicherheit für das nach Augenmaß durchgeführte Schieben der Blöcke von 0,05 cm ergibt. Für die Auslenkungen in der Tabelle bezeichnen $a_{1/2}^*$ die Startauslenkungen und $a'_{1/2}$ die Auslenkungen nach dem Stoß. Relevant sind hierbei jedoch nur die Startauslenkung der stoßenden Kugel und die Auslenkung der gestoßenen Kugel.

2.2.2 Datenanalyse

Ist m_1 die Masse der stoßenden Kugel, so gilt nach den Gesetzen der Impuls- und Energieerhaltung für den Stoß der folgende Zusammenhang zwischen den beiden Kugeln:

$$a'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot a_1^{*1}. \quad (1)$$

Aus der Gleichung folgt ein linearer Zusammenhang zwischen a'_2 und a_1^* mit dem Faktor $\frac{2m_1}{m_1 + m_2}$. Dieser wird im Folgenden als m_i bezeichnet, wohingegen m_{ii} durch den Faktor bei dem zweiten Fall, dass die große Kugel stößt,

¹Umgekehrt lassen sich die Indizes tauschen, um den Fall für m_2 abzudecken.

Tabelle 2: Auslenkungen nach Stoß

a_1^*	\bar{a}_1'	\bar{a}_2'
(17,14 ± 0,03) cm	(6,66 ± 0,06) cm	(8,82 ± 0,06) cm
(13,14 ± 0,03) cm	(5,60 ± 0,06) cm	(6,40 ± 0,06) cm
(11,14 ± 0,03) cm	(4,76 ± 0,06) cm	(5,62 ± 0,06) cm
(9,14 ± 0,03) cm	(3,78 ± 0,06) cm	(4,40 ± 0,06) cm
(5,14 ± 0,03) cm	(2,30 ± 0,06) cm	(2,32 ± 0,06) cm
a_2^*	\bar{a}_1'	\bar{a}_2'
(10,10 ± 0,03) cm	(14,62 ± 0,06) cm	(4,98 ± 0,06) cm
(8,10 ± 0,03) cm	(11,74 ± 0,06) cm	(4,14 ± 0,06) cm
(6,10 ± 0,03) cm	(9,04 ± 0,06) cm	(3,22 ± 0,06) cm
(4,10 ± 0,03) cm	(6,04 ± 0,06) cm	(2,32 ± 0,06) cm
(2,10 ± 0,03) cm	(3,36 ± 0,06) cm	(1,40 ± 0,06) cm

definiert wird. Aus den Messungen lassen sich also durch Auftragen von a'_2 gegen a_1^* m_i bzw. m_{ii} für den zweiten Fall ermitteln. Diese sind in den Abbildungen 2 und 3 dargestellt². Addieren von m_i und m_{ii} liefert:

$$m_i + m_{ii} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} + \frac{2m_2}{m_2 + m_1} = \frac{2(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2} = 2 \quad (2)$$

Demnach sollte das Addieren der Steigungen ebenfalls 2 ergeben. Für den ersten Fall ergab sich beim Auftragen der Werte eine Steigung von $0,538 \pm 0,007$ und zusammen mit der Steigung aus dem zweiten Fall von $1,411 \pm 0,009$ ergibt sich durch Addition ein Wert von $1,949 \pm 0,011 \approx 2$.

Division von m_i und m_{ii} hingegen liefert den Zusammenhang zwischen den Massen:

$$\frac{m_i}{m_{ii}} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_2 + m_1}{2m_2} = \frac{m_1}{m_2} \quad (3)$$

Aus den Steigungen der Graphen folgt durch einsetzen in Gleichung 3 ein Massenverhältnis von $0,381 \pm 0,006$ und bei dem dividieren der durch Wiegen gemessenen Massen, welche in Tab. 1 vorzufinden sind, ein Verhältnis von $0,375$ mit einer vernachlässigbar kleinen Unsicherheit.

2.3 Diskussion

Betrachtet man zunächst den linearen Fit für die beiden Messungen, so fällt auf, dass der Y-Achsenabschnitt bei beiden um ungefähr 0,4 von 0 abweicht, was gemäß Gleichung 1 nicht sein sollte. Eine Erklärung dafür wäre, dass bei

²Der Fit wurde von dem Programm SciDavis berechnet, dazu wurden die Unsicherheiten der Auslenkung und die Methode der kleinsten Quadrate herangezogen

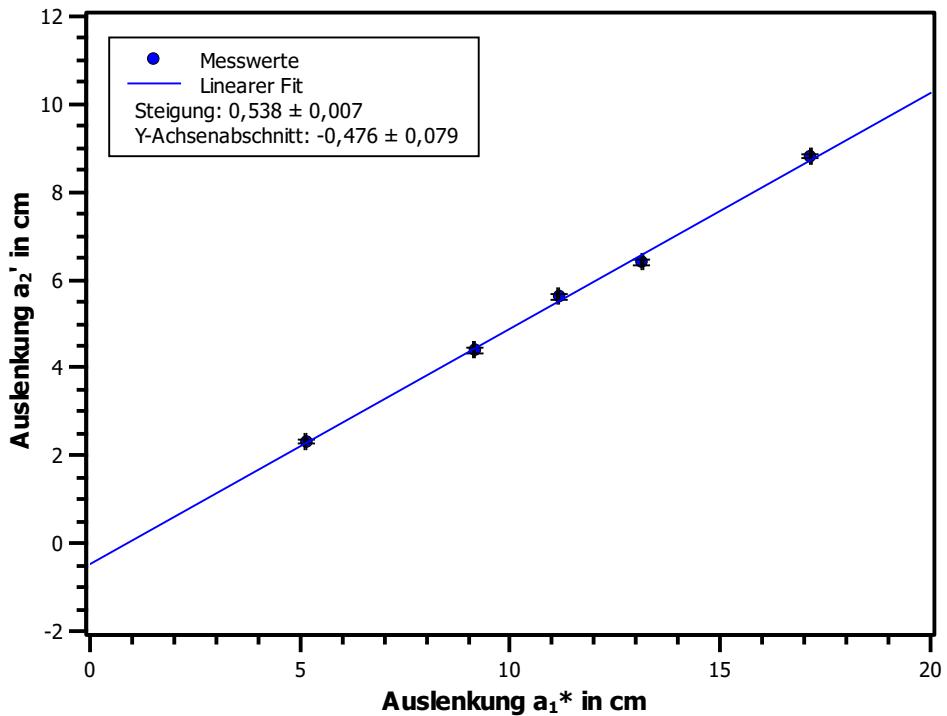


Abbildung 2: Auslenkung nach Stoß von m_1 auf m_2

dieser Messung einige der Startauslenkungen zu groß gewählt wurden und sich der Stoß somit nicht exakt durch die Gleichung 1 beschreiben lässt, da es sich hierbei nicht um einen ballistischen und zentralen Stoß gehandelt haben könnte. Ebenso kann realistisch gesehen kein vollständig elastischer Stoß vorgelegen haben, da Reibung auch eine Rolle spielt und geringfügige Verformung der Metallkugeln zwar vernachlässigbar sind, jedoch auch Einfluss haben könnten. Für das durch die Steigungen bestimmte Massenverhältnis ergab sich lediglich eine Abweichung von 1,6% und bei der Addition nur eine Abweichung von 2,55% von 2 aus Gleichung 2 . Beide Abweichungen sind nahe genug an den zu erwartenden Werten, um die Stoßgesetze mit dieser Messung zu unterstützen.

2.4 Schlussfolgerung

Im Großen und Ganzen wurde das Ziel dieses Versuches, zu zeigen, dass die Ergebnisse mit der Theorie übereinstimmen. Eine Wiederholung des Versuches könnte zumindest zu besseren Y-Achsenabschnitten für die linearen Fits führen. Hierzu sollten weniger starke Auslenkungen gewählt werden und die Messung der Auslenkung, insofern möglich, digitalisiert werden, da das Messen nach Augenmaß mit den Schiebeblöcken als ungenau angenommen werden kann.

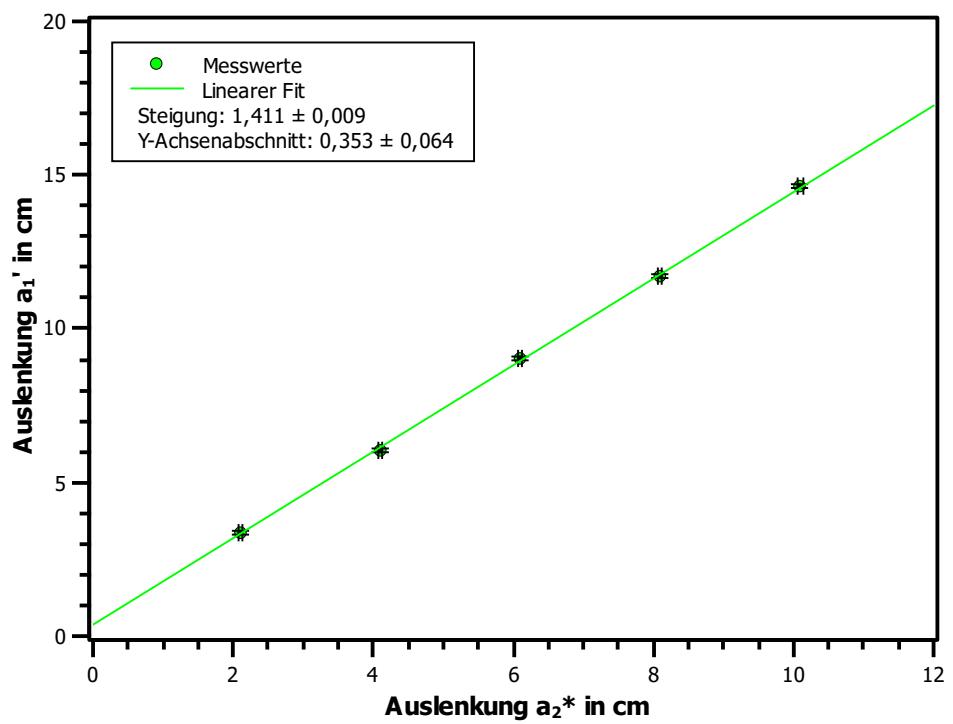


Abbildung 3: Auslenkung nach Stoß von m_2 auf m_1

3 Stoßprozesse auf einer Rutschbahn

4 Anhang

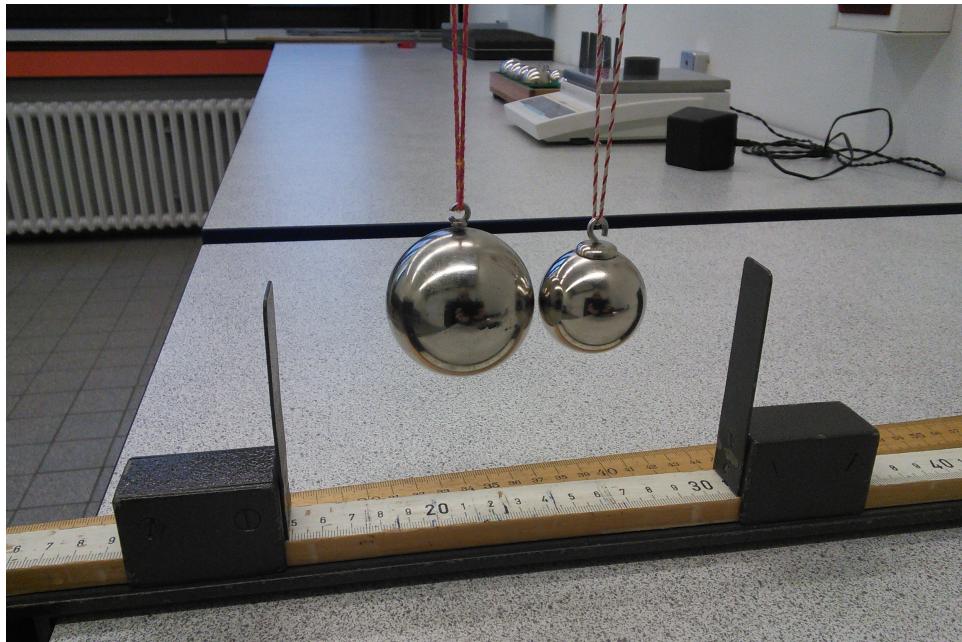


Abbildung 4: Versuchsaufbau^[1]

Literatur

[1] Abb. 4 stammt aus der Vorbereitung zu M4, welche im Learnweb zu finden ist.