

VERSUCHSBERICHT ZU

O6 – OPTISCHE ABBILDUNGEN UND  
DIGITALE KAMERA

Gruppe Mi 11

Alex Oster(a\_oste16@uni-muenster.de)  
Jonathan Sigrist(j\_sigr01@uni-muenster.de)

durchgeführt am 04.07.2018  
betreut von Iris Niehues

12. Juli 2018

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Kurzfassung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Methoden</b>	<b>2</b>
2.1	Aufbau . . . . .	2
2.2	Kamera und Objektive . . . . .	2
2.3	Grundlegende Theorie . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
3.1	Aufnahmen mit dem Nikkor Objektiv . . . . .	6
3.2	Aufnahmen mit der Einzellinse . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Datenanalyse</b>	<b>6</b>
4.1	Schärfentiefe bei dem Nikkor Objektiv . . . . .	6
4.2	Auflösung bei dem Nikkor-Objektiv . . . . .	8
4.3	Auflösung bei der Einzellinse . . . . .	8
4.3.1	einfache Blenden . . . . .	8
4.3.2	Lochblende . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>8</b>
<b>6</b>	<b>Schlussfolgerung</b>	<b>8</b>
<b>7</b>	<b>Anhang</b>	<b>9</b>
7.1	Unsicherheiten . . . . .	9
7.2	Zusatz . . . . .	11
	<b>Literatur</b>	<b>12</b>

## 1 Kurzfassung

Dieser Bericht beschäftigt sich mit der Untersuchung optischer Abbildungen mit Hilfe einer digitalen Kamera.

## 2 Methoden

### 2.1 Aufbau



Abbildung 1: sample.[2]

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 1 dargestellt. Zu erkennen sind eine digitale Kamera und zwei Schirme, von denen einer verkippt liegt. Neben dem Objektiv auf der Kamera liegt ein weiteres mit einer Reihe an Blenden vor.

Auf beiden Schirmen sind Testabbildungen aufgedruckt. Diese sind im Anhang in Abb. 2 dargestellt.

### 2.2 Kamera und Objektive

Bei der Kamera, die verwendet werden soll, handelt es sich um eine Nikon D3200, auf der zunächst ein 50 mm Nikkor Objektiv aufliegt. Das zweite Objektiv hingegen besteht lediglich aus einer Einzellinse mit einer Brennweite von 60 mm auf welches verschiedene Blenden aufgeschraubt werden können. Diese besitzen einen Durchmesser von 15 mm, 7,5 mm-, 3,75 mm. Zudem gibt es eine Lochblende, deren Blendendurchmesser bestimmt werden soll.

## 2.3 Grundlegende Theorie

Zuerst soll die Schärfentiefe  $S$  an dem Nikkor Objektiv untersucht werden. Grundsätzlich kann nur die Fokusebene scharf auf die Bildebene abgebildet werden. Punkte außerhalb dieser Ebene erscheinen als Zerstreuungskreise. Solange diese klein genug sind, wird ein Objekt in dem Punkt noch als scharf wahrgenommen. In der Regel wird die Größe die dafür nicht überschritten werden darf als  $Z = D_B/1500$  festgelegt. Dabei entspricht  $D_B$  der Bilddiagonalen.

Die kleinste Entfernung, ab der das Bild als scharf angesehen werden kann, heißt Nahpunkt. Entsprechend heißt die größte Entfernung, bis zu der das Bild als scharf angesehen werden kann, Fernpunkt. Die Schärfentiefe  $S$  ist die Entfernung zwischen Nah- und Fernpunkt.

Blenden vor oder hinter der Linse beeinflussen die Größe der Zerstreuungskreise. Optische Auflösung wird durch die Eigenschaft eines Abbildungssystems, ein Objekt detailliert darzustellen, beschrieben. Bei einer großen Blende (kleine Blendenzahl  $k$ ) ergibt sich dadurch eine sehr kleine Schärfentiefe  $S$ , umgekehrt eine große für eine kleine Blende. Die Auflösung verändert sich wie auch die Schärfentiefe  $S$  durch den Durchmesser  $D$  der Blende.

Für jede gegebene Brennweite  $f$  und Blendenzahl  $k$  ergibt sich eine bestimmte Gegenstandsweite (bzw. Fokuserntfernung), bei der sämtliche Gegenstände von dieser Weite bis ins Unendliche scharf abgebildet werden (d.h. der Fernpunkt liegt im Unendlichen). Diese Weite heißt hyperfokale Entfernung und spielt für die Berechnung der Schärfentiefe eine wichtige Rolle. Die hyperfokale Entfernung berechnet sich aus

$$d_h = \frac{f^2}{k \cdot Z} + f = f \left( \frac{D}{Z} + 1 \right). \quad (2.1)$$

Der Nahpunkt errechnet sich für eine Gegenstandsweite  $g$  durch

$$d_n = \frac{g}{\frac{g-f}{d_h-f} + 1} \quad (2.2)$$

und für den Fernpunkt:

$$d_f = \begin{cases} \frac{g}{\frac{f-g}{d_h-f} + 1}, & \text{wenn } g < d_h \\ \infty, & \text{wenn } g \geq d_h. \end{cases} \quad (2.3)$$

Um die Schärfentiefe für das Nikkor Objektiv zu bestimmen, soll für acht verschiedene Blendenzahlen  $k$  jeweils ein Foto von den Schirmen aufgenommen werden. Die Blendenzahl  $k$  bestimmt sich durch das Verhältnis der Brennweite  $f$  zu dem Blendendurchmesser  $D$ :

$$k = \frac{f}{D}. \quad (2.4)$$

Aus diesen Bildern soll die Bestimmung der Schärfentiefe subjektiv erfolgen. Dies wird erreicht, indem man die Zentimeterskala auf dem verkippten Schirm betrachtet und dem Foto entnimmt in welchem Bereich diese scharf zu erkennen ist. Hierfür soll der Satz des Pythagoras angewandt werden. Dabei gilt:  $S^2 = d^2 - h^2$ , wobei  $S$  der Schärfentiefe,  $h$  der Höhe des scharfen Bereichs auf dem Foto und  $d$  der Bereich auf der Zenitometerskala, der scharf wahrgenommen wird, entsprechen. Aus den Gleichungen 2.2 und 2.3 soll zudem die theoretische Schärfentiefe bestimmt werden und mit der subjektiven verglichen werden.

Des weiteren sollen die Fotos mit dem Programm „ImageJ“ und einem von der Universität bereitgestellten Plugin, welches MTF-Kurven anhand schräger Kanten berechnet, analysiert werden. Dabei steht MTF für „Modulübertragungsfunktion“ und in Abhängigkeit der Raumfrequenz  $\nu$  bestimmt sich eine MTF-kurve durch:

$$\text{MTF}(\nu) = \frac{C(\nu)}{C(0)}, \quad C(\nu) = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\max} + V_{\min}}, \quad (2.5)$$

wobei  $V_{\max}$  gerade dem Grauwert einer großen weißen Fläche und  $V_{\min}$  dem Grauwert einer großen schwarzen Fläche entspricht.  $C(\nu)$  gibt das Kontrastverhältnis an; Bei  $\nu = 0$  ist dieses maximal. Als Qualitätsangabe eines Systems wird häufig der Wert angegeben, bei dem die MTF auf 50% abgefallen ist. Dies soll für die acht verschiedenen Blendenzahlen ermittelt und die erhaltenen Frequenzen gegen diese aufgetragen werden. Die Raumfrequenzen werden bei Digitalkameras in der Regel in lp/ph (Linienpaare pro Bildhöhe) angegeben, da so unterschiedliche Kamerasysteme und Objektive miteinander verglichen werden können, ohne auf die Vergrößerung zu achten.

Eine direkte Bestimmung der MTF ist, unter Verwendung eines Testcharts mit Linienpaaren definierten Abstandes und definierter Breite, möglich. Mittels eines Profilplots senkrecht zu den Linienpaaren lässt sich der MTF-Wert für die räumliche Frequenz der aufgedruckten Linienpaare bestimmen.

Für das zweite Objektiv, die Einzellinse, soll ebenfalls eine MTF pro Blende ausgewertet

werden. Zudem soll auch eine alternative Methode zur Bestimmung der Auflösung betrachtet werden: Siemenssterne. Auf Abb. 2 sind zwei solcher Siemenssterne zu erkennen. Bei diesem speziellen Testmuster handelt es sich um einen Kreis mit abwechselnd weißen und schwarzen Sektoren. In Richtung Mittelpunkt verringert sich der Abstand zwischen den Sektoren. Die räumliche Frequenz der Linien nimmt also von außen nach innen zu. Ab einem bestimmten Abstand kann der Stern nicht mehr aufgelöst werden und wird nur noch als graue Fläche wahrgenommen. Der Durchmesser  $d_A$  dieser grauen Fläche ist ebenfalls ein Maß für das Auflösungsvermögen. Die Auflösung in Linienpaaren ergibt sich aus

$$l = \frac{\pi d_A}{n}, \quad (2.6)$$

wobei  $n$  die Anzahl der Sektoren darstellt. Für diesen Versuch sind es 36. Zur Auswertung legt man zwei Linien durch den Mittelpunkt des Sterns und lässt sich die Grauwerte der Pixel unter den Linien ausgeben. Eine Linie verläuft dabei durch zwei weiße Sektoren, die andere Linie durch zwei schwarze Sektoren.

Die Ergebnisse beider Methoden sollen für das zweite Objektiv miteinander verglichen werden.

Da das zweite Objektiv keine automatisch gewählte Belichtungszeit besitzt, soll zudem noch aufgetragen werden, wie sich die Belichtungszeit bei verschiedenen Blenden ändern muss, damit die Belichtung gleich bleibt. Für die Lochblende, bei der keine Größenangabe vorliegt, soll die Größe aus der Belichtungszeit bestimmt werden.

### 3 Durchführung

Der Versuch wurde nach der Beschreibung in Abschnitt 2.3 durchgeführt. Dazu wurde die Kamera zunächst auf Werkeinstellungen zurückgesetzt. Details wie die den Fotos zugehörigen Blendzahlen  $k$  sind den Dateieigenschaften der einzelnen Bilder zu entnehmen.

Während der Aufnahme einiger Fotos wurde auf dem Kameradisplay „Rauschreduzierung“ angezeigt.

### 3.1 Aufnahmen mit dem Nikkor Objektiv

Für die Blendzahlen  $k = 1,8$  und  $2,8$ ,  $4$ ,  $5,6$ ,  $8$ ,  $11$ ,  $16$ , sowie  $22$  wurden je ein Foto von dem Testbild aufgenommen. Bei der Aufnahme dieser Fotos war die Kamera auf „Zeitautomatik“ eingestellt, sodass die Belichtungszeit automatisch angepasst wurde. Damit beide Schirme auf den Fotos sichtbar wurden, wurde mit Hilfe der Liveview-funktion gearbeitet. Der Abstand der Kamera zu dem vertikalen Schirm betrug hierbei  $g = (102,00 \pm 0,40)$  cm.

### 3.2 Aufnahmen mit der Einzellinse

Hier wurden Fotos zunächst ohne Blende und dann für alle Blenden von beiden Schirmen aufgenommen und zusätzlich jeweils ein größeres Bild der Linienmuster aufgenommen. Durch Drehen des Objektivs, ließ sich der Fokus anpassen. Bei diesem Objektiv war keine Zeitautomatik möglich, weswegen die Belichtungszeit für die verschiedenen Blenden manuell eingestellt werden musste. Damit die Belichtung für alle Blenden gleich blieb, wurde die Belichtungszeit immer mit Hilfe von Histogrammen eingestellt. Diese Histogramme zeigten die Belichtung. Ihre Darstellung war eine der verschiedenen Kamerafunktionen. Neben der Belichtung der Kamera wurde für dieses Objektiv zusätzlich eine externe Lampe auf den Schirm gerichtet, damit dieser heller und somit die Kontraste besser zu erkennen waren. Für diesen Versuchsteil war der Abstand zwischen den Schirmen und der Kamera  $g = (46,50 \pm 0,40)$  cm.

## 4 Datenanalyse

In diesem Abschnitt werden die Fotos ausgewertet. Die Betrachtung der Unsicherheiten erfolgt im Anhang.

### 4.1 Schärfentiefe bei dem Nikkor Objektiv

Zur Bestimmung der theoretischen Schärfentiefe  $S$  musste zunächst die hyperfokale Entfernung bestimmt werden. Bis auf  $Z$  bzw. die darin enthaltene Bilddiagonalengröße  $D_B$  sind alle nötigen Variablen gegeben. Die Größe  $D_B$  wurde mit Hilfe der Linien pro



Millimeter auf den Testbildern den Fotos entnommen. Dazu wurde das Bildbearbeitungsprogramm „Gimp“[1] verwendet. Auf den Fotos entsprach  $(1,0 \pm 0,2)$  mm gerade 16 Pixeln. Alle Fotos besaßen die gleichen Maße von 6016 x 4000 Pixeln. Daraus folgt eine Diagonale von  $D_B = (451,53 \pm 0,02)$  mm. Die Werte für die theoretische Schärfentiefe  $S$  ergibt sich durch

$$S = |d_f - d_n| = g \cdot (d_h - f) \cdot \left( \frac{1}{d_h - g} - \frac{1}{d_h + g - 2f} \right), \quad (4.1)$$

welche aus Einsetzen der Gleichungen 2.3 und 2.2 folgen. Diese sind in Tab. 1 aufgelistet.

Die subjektiv empfundenen Schärfentiefen sind in Tab. 2 aufgefasst. Diese ergeben sich wie in Abschnitt 2.3 beschrieben aus  $S_{\text{sub}}^2 = d^2 - h^2$ . Dabei wurde  $h$  aus der Pixelhöhe des scharfen Bereichs an der Zentimeterskala aus den Fotos entnommen und  $d$  dem Abstand auf der Skala selber. Auch diese Größen sind in Tab. 2. Da für die letzten beiden Blendzahlen  $k$  die ganze Skala scharf zu erkennen war, wurde die subjektive Schärfentiefe  $S_{\text{sub}}$  dort nur in einer Mindestgröße tabulliert.

$k$	$d_h$	$S$
1,8	$(5113,94 \pm 50,20)$ mm	$(31,55 \pm 105,76)$ mm
2,8	$(3466,11 \pm 50,13)$ mm	$(84,27 \pm 105,61)$ mm
4	$(2576,27 \pm 50,09)$ mm	$(116,04 \pm 105,52)$ mm
5,6	$(1983,05 \pm 50,07)$ mm	$(180,15 \pm 105,47)$ mm
8	$(1538,14 \pm 50,05)$ mm	$(267,33 \pm 105,43)$ mm
11	$(1255,01 \pm 50,03)$ mm	$(427,37 \pm 105,40)$ mm
16	$(1019,07 \pm 50,02)$ mm	$\infty$ da $g > d_h$
22	$(877,50 \pm 50,02)$ mm	$\infty$ da $g > d_h$

**Tabelle 1:** sample.

$k$	$h$	$d$	$S_{\text{sub}}$
1,8	$(27,19 \pm 2,50) \text{ mm}$	$(65,0 \pm 7,1) \text{ mm}$	$(59,04 \pm 7,90) \text{ mm}$
2,8	$(36,44 \pm 2,50) \text{ mm}$	$(90,0 \pm 7,1) \text{ mm}$	$(82,29 \pm 7,84) \text{ mm}$
4	$(42,50 \pm 2,50) \text{ mm}$	$(105,0 \pm 7,1) \text{ mm}$	$(96,01 \pm 7,84) \text{ mm}$
5,6	$(54,06 \pm 2,50) \text{ mm}$	$(135,0 \pm 7,1) \text{ mm}$	$(123,70 \pm 7,83) \text{ mm}$
8	$(69,94 \pm 2,50) \text{ mm}$	$(175,0 \pm 7,1) \text{ mm}$	$(160,42 \pm 7,82) \text{ mm}$
11	$(103,06 \pm 2,50) \text{ mm}$	$(245,0 \pm 7,1) \text{ mm}$	$(222,27 \pm 7,91) \text{ mm}$
16	$\geq (117,88 \pm 2,50) \text{ mm}$	$\geq (270,0 \pm 7,1) \text{ mm}$	$\geq (242,91 \pm 7,98) \text{ mm}$
22	$\geq (117,88 \pm 2,50) \text{ mm}$	$\geq (270,0 \pm 7,1) \text{ mm}$	$\geq (242,91 \pm 7,98) \text{ mm}$

Tabelle 2: sample.

## 4.2 Auflösung bei dem Nikkor-Objektiv

## 4.3 Auflösung bei der Einzellinse

### 4.3.1 einfache Blenden

### 4.3.2 Lochblende

## 5 Diskussion

## 6 Schlussfolgerung

## 7 Anhang

### 7.1 Unsicherheiten

Jegliche Unsicherheiten werden nach GUM bestimmt und berechnet. Die Gleichungen dazu finden sich in Gl. 7.1 und Gl. 7.2. Für die Unsicherheitsrechnungen wurde die Python Bibliothek „uncertainties“ herangezogen, welche den Richtlinien des GUM folgt. Alle konkreten Unsicherheitsformeln stehen weiter unten. Für Unsicherheiten in graphischen Fits wurden die  $y$ -Unsicherheiten beachtet und die Methode der kleinsten Quadrate angewandt. Dafür steht in der Bibliothek die Methode „`scipy.optimize.curve_fit()`“ zur Verfügung.

Für digitale Messungen wird eine Unsicherheit von  $u(X) = \frac{\Delta X}{2\sqrt{3}}$  angenommen, bei analogen eine von  $u(X) = \frac{\Delta X}{2\sqrt{6}}$ .

$$x = \sum_{i=1}^N x_i; \quad u(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u(x_i)^2} \quad (7.1)$$

Formel für kombinierte Unsicherheiten des selben Typs nach GUM.

$$f = f(x_1, \dots, x_N); \quad u(f) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2} \quad (7.2)$$

Formel für sich fortpflanzende Unsicherheiten nach GUM.

#### Weitere Unsicherheiten:

**Millimeter pro 16 Pixel** Für die Millimeter pro 16 Pixel wurde eine Unsicherheit von  $u(\text{Skalierung}) = 0,2 \text{ mm}$  gewählt.

**Schräge Skala  $d$**  Für die Unsicherheit bei dem Ablesen der Skala auf dem schrägen Schirm wurde eine größere Unsicherheit von  $u(d) = 5 \text{ mm}$  gewählt, da der genaue

Punkt des Übergangs zwischen scharf und unscharf nicht eindeutig zu bestimmen war.

**Höhe des scharfen Bereichs  $h$**  Analog zu der schrägen Skala wird hier eine große Unsicherheit angenommen, hier  $u(h) = 2,5 \text{ mm}$ .

**Subjektive Schärfentiefe  $S_{\text{sub}}$**  Diese Unsicherheit folgt aus letzteren und Gl. 7.1. Sie wird durch

$$S_{\text{sub}} = \sqrt{d^2 - h^2} \quad (7.3)$$

$$\rightarrow u(S_{\text{sub}}) = \sqrt{\left(\frac{d \cdot u(d)}{\sqrt{d^2 - h^2}}\right)^2 + \left(\frac{-h \cdot u(h)}{\sqrt{d^2 - h^2}}\right)^2} \quad (7.4)$$

**hyperfokale Entfernung  $d_h$**  Da Brennweite  $f$  und Blendenzahl  $k$  hierbei als absolut angesehen werden, trägt nur die Unsicherheit der Bilddiagonalen  $D_B$  zu der Unsicherheit der hyperfokalen Entfernung bei:

$$d_h = \frac{f^2}{k \cdot Z} + f = \frac{1500 \cdot f^2}{k \cdot D_B} + f \quad (7.5)$$

$$\rightarrow u(d_h) = \frac{1500 \cdot f^2}{k \cdot D_B^2} \cdot u(D_B) \quad (7.6)$$

**Gegenstandsweite  $g$**  Diese Größe wurde mit einem Maßband gemessen. Da, wegen des Objektivs, nicht genau von der Linse bis zu dem Schirm gemessen werden konnte, wurde hier eine größere Unsicherheit als bei einer Dreiecksverteilung von  $u(g) = 10 \text{ mm}$  angenommen.

**theoretische Schärfentiefe** Diese Unsicherheit setzt sich aus denen der Gegenstandsweite  $g$  und der hyperfokalen Entfernung  $d_h$  zusammen, welche aus den Gleichungen

für Nahpunkt  $d_n$  und Fernpunkt  $d_f$  stammen.

$$S = d_f - d_n = g \cdot (d_h - f) \cdot \left( \frac{1}{d_h - g} - \frac{1}{d_h + g - 2f} \right) \quad (7.7)$$

$$\frac{dS}{dd_h} = \frac{g}{d_h - g} - \frac{(d_h - f) \cdot g}{(d_h - g)^2} + \frac{g}{d_h + g - 2f} + \frac{(d_h - f) \cdot g}{(d_h + g - 2f)^2} \quad (7.8)$$

$$\frac{dS}{dg} = \frac{(d_h - f)}{d_h - g} + \frac{(d_h - f) \cdot g}{(d_h - g)^2} - \frac{(d_h - f)}{d_h + g - 2f} + \frac{(d_h - f) \cdot g}{(d_h + g - 2f)^2} \quad (7.9)$$

$$\rightarrow u(S) = \sqrt{\left( \frac{dS}{dd_h} \cdot u(d_h) \right)^2 + \left( \frac{dS}{dg} \cdot u(g) \right)^2} \quad (7.10)$$

## 7.2 Zusatz

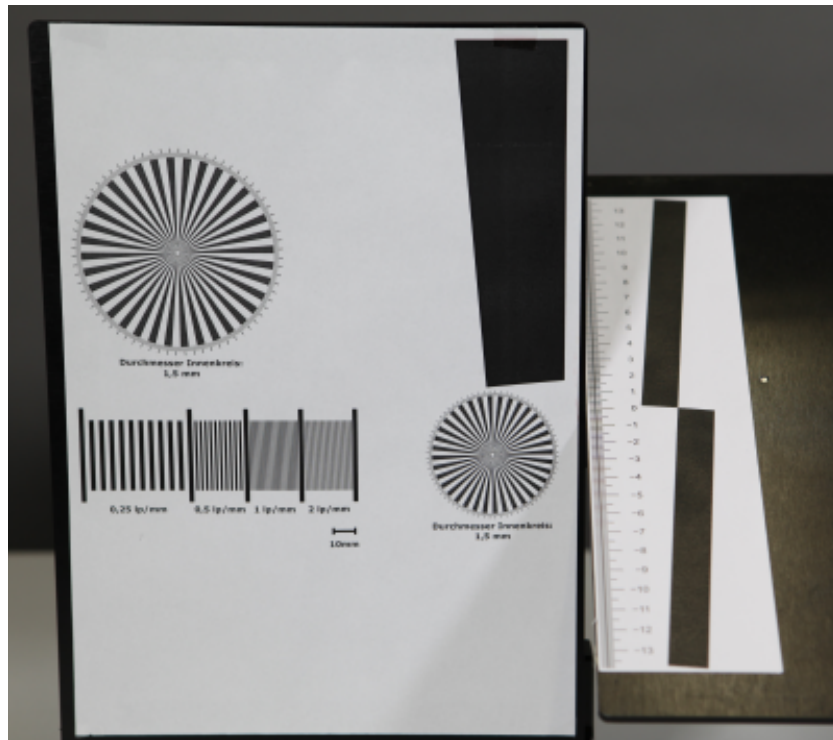


Abbildung 2: sample.[2]

## Literatur

- [1] Gimp. *GNU IMAGE MANIPULATION PROGRAM*. URL: <https://www.gimp.org/> (besucht am 11.07.2018).
- [2] WWU Münster. *O6 - Optische Abbildungen und digitale Kamera*. URL: <https://sso.uni-muenster.de/LearnWeb/learnweb2/course/view.php?id=28561&section=24> (besucht am 09.07.2018).