

Stirling-Motor

Einführung

Nach der Dampfmaschine ist der Stirlingmotor die zweitälteste Wärmekraftmaschine. Eine Wärmekraftmaschine wandelt Wärme (bzw. Temperaturunterschiede) in mechanische Energie um. Wird der Stirlingmotor von außen (mechanisch) angetrieben, arbeitet er als Wärmepumpe, und kann – je nachdem, ob der heiße oder der kalte Bereich genutzt wird – zur Kühlung oder Heizung verwendet werden.

Temperatur und Wärmemenge

In der Thermodynamik werden zwei neue physikalische Größen eingeführt: Die Temperatur T und die Wärmemenge Q . Es ist wichtig diese beiden Größen zu unterscheiden, denn 20 kg siedendes Wasser enthalten zehnmal soviel Wärme wie 2 kg siedendes Wasser, während die Temperaturen der beiden Wassermengen gleich hoch sind.

Temperatur

Für den täglichen Gebrauch benutzt man im allgemeinen die Celsius-Skala. Man hat vereinbart, die Temperaturen von Eiswasser bzw. siedendem Wasser (jeweils bei Normaldruck $p_n = 1013,25 \text{ hPa}$) 0°C bzw. 100°C zu nennen. Den Abstand der beiden Fixpunkte auf einem Thermometer zerlegt man geometrisch in 100 gleichlange Teilstücke und nennt den Abstand von Stück zu Stück ein “Grad”.

In der Physik ist es üblich, eine neue Temperaturskala einzuführen, die beim absoluten Nullpunkt mit dem Wert $T = 0 \text{ Kelvin}$ beginnt. In Bezug auf die Kelvinskala gefriert Wasser bei $T = 273,15 \text{ K}$ und siedet bei $T = 373,15 \text{ K}$.

Wärmemenge und spezifische Wärme

Seit rund 150 Jahren weiß man, dass Wärme eine Energieform ist, die aus anderen Energieformen hervorgehen und in andere Energieformen verwandelt werden kann. Führt man einer Substanz Wärme zu, erhöht sich in der

Regel die Temperatur. Man nutzt diesen Umstand, um die historische Wärmeeinheit “Kalorie” (cal) zu definieren:

“Um ein Gramm Wasser von $14,5^{\circ}\text{C}$ auf $15,5^{\circ}\text{C}$ zu erwärmen, wird eine Kalorie benötigt.”

In SI Einheiten entspricht eine Kalorie 4,185 Joule, also $1\text{ cal} = 4,185\text{ J}$. Ein Körper, dem man eine Wärmemenge ΔQ zuführt, erwärmt sich proportional dazu um einen Wert ΔT :

$$\Delta Q = C_W \cdot \Delta T \quad (1)$$

Dabei ist C_W die Wärmekapazität des Körpers¹. Im Allgemeinen ist C_W zur Masse m des Körpers proportional, so dass

$$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T. \quad (2)$$

Der Proportionalitätsfaktor c wird spezifische Wärme(kapazität) genannt. Aus der Definition der Kalorie ergibt sich für Wasser die spezifische Wärme $c_{\text{H}_2\text{O}} = \text{eine Kalorie pro Gramm und Grad}$ ($1\text{ cal/g}\cdot\text{Grad} = 4,185\text{ Jg}^{-1}\text{K}^{-1}$).

Zustandsgrößen und ideale Gasgleichung

Ein thermodynamisches System wird durch die so genannten Zustandsgrößen charakterisiert. In unserem Fall interessieren in erster Linie die Größen Druck p , Volumen V und Temperatur T . Weitere Zustandsgrößen sind zum Beispiel Teilchenzahl N , Entropie S , innere Energie U usw.

Zustandsgrößen lassen sich in extensive und intensive Zustandsgrößen differenzieren. Extensive Zustandsgrößen sind nicht-lokal und proportional zur Größe des Systems. Beispiele für extensive Zustandgrößen sind Volumen V , Teilchenzahl N und innere Energie U . Intensive Zustandsgrößen sind lokale Größen, können also ortsabhängig sein, und unabhängig von der Größe des Systems. Beispiele hierfür sind Druck p und Temperatur T .

Im Falle eines idealen Gases sind die Zustandsgrößen p , V , T und N über die ideale Gasgleichung

$$pV = Nk_B T \quad (3)$$

miteinander verknüpft, wobei die Boltzmann Konstante $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}\text{ J/K}$ beträgt. Mit der allgemeinen Gaskonstanten $R = 8,315\text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ lässt sich die Gleichung auch schreiben als

$$pV = nRT, \quad (4)$$

wenn n die Stoffmenge in Mol darstellt. Die Avogadro-Konstante N_A verknüpft Teilchenzahl und Stoffmenge:

$$n = \frac{N}{N_A} \quad \text{mit} \quad N_A = 6.022 \cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}. \quad (5)$$

¹Im Allgemeinen ist C_W temperaturabhängig.

Zustandsgleichung

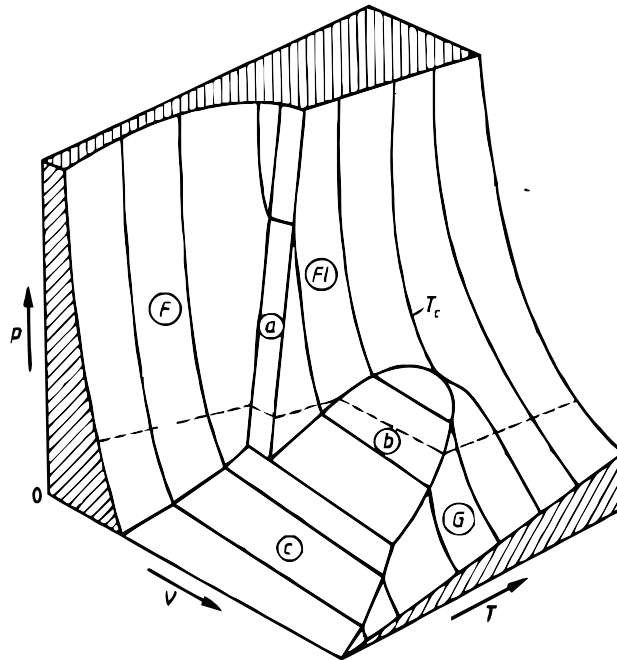


Abbildung 1: Zustandsfläche eines einfachen Stoffes (Entnommen aus Wegener, *Physik für Hochschulanfänger*)

Das Gleichgewichtsverhalten jeder einfachen Substanz lässt sich sowohl in der gasförmigen als auch in der flüssigen und festen Phase durch ihre Zustandsgleichung $p = p(V, T)$ charakterisieren. Es ist möglich, den Inhalt der Gleichung dreidimensional zu veranschaulichen, indem man über der (V, T) -Ebene die zugehörigen p -Werte aufträgt. Man erhält dann die sog. Zustandsfläche. Abbildung 1 zeigt einen Ausschnitt (schematisch). Die durchgezogenen Kurven auf der Fläche sind Isothermen, unter ihnen die zur kritischen Temperatur T_C gehörige. Es ist angedeutet, wo die Substanz als Festkörper F , Flüssigkeit Fl und Gas G vorliegt. In den Zweiphasengebieten a , b bzw. c sind F/Fl , Fl/G bzw. F/G koexistent. Die gestrichelte Kurve stellt eine Isobare (Kurve konstanten Drucks) dar. Fährt man auf dieser Kurve in Richtung steigender Temperatur entlang, durchläuft man den Festkörper F , den Schmelzprozess $F \rightarrow Fl$, die Flüssigkeit Fl , den Verdampfungsvorgang $Fl \rightarrow G$ bis zur Gasphase G .

Phasenübergänge und latente Wärme

Wenn ein Stoff seine Phase von fest nach flüssig oder von flüssig nach gasförmig ändert, ist mit dieser Phasenänderung eine Aufnahme von Wärme

verbunden. Die Wärmemenge, die erforderlich ist, um eine Substanz von der festen in die flüssige Phase zu verwandeln, heißt Schmelzwärme Q_S , die Wärmemenge, die erforderlich ist, um eine Substanz von der flüssigen in die gasförmige Phase zu verwandeln, heißt Verdampfungswärme Q_V . Die Verdampfungs-, bzw. Schmelzwärme (auch latente Wärme genannt) wird wieder frei, wenn ein Stoff sich vom gasförmigen in den flüssigen oder vom flüssigen in den festen Zustand umwandelt. Natürlich hängt die mit einem Phasenübergang verbundene Wärme Q von der Gesamtmasse m des Stoffes ab:

$$Q_V = mq_V \quad \text{bzw.} \quad Q_S = mq_S. \quad (6)$$

Arbeit, innere Energie und 1. Hauptsatz

Thermodynamik konzentriert sich auf Zustandsgrößen, d.h. Eigenschaften eines Systems, die vollständig von der Umgebung bestimmt sind. Die Zustandsgrößen sind nicht von der "Geschichte" des Systems abhängig. Arbeit und Wärme sind keine Zustandsgrößen, Energie jedoch schon: Man kann zum Beispiel einem System Energie in Form von Wärme zuführen, indem man das System mit einem Wärmebad in Kontakt bringt. Dann kann man dem System die Energie wieder entziehen, indem man das System Arbeit verrichten lässt. Ein Gas kann sich z.B. ausdehnen und dabei den Kolben einer Wärmekraftmaschine bewegen. Bewegt man sich auf einer geschlossenen Kurve in einem (p, V) -Diagramm, führt einem System Wärme zu und entzieht ihm Arbeit, enthält das System nach jedem Umlauf dieselbe Energiemenge. Daher ist Energie eine Zustandsgröße, Wärme und Arbeit hingegen nicht.

Die innere Energie U entspricht beispielsweise in einem idealen Gas der kinetischen Energie der Gasatome. Betrachtet man nun Wärme als Energieform, so muss analog zur Energieerhaltung der klassischen Mechanik ein Erhaltungssatz formuliert werden, der erste Hauptsatz der Thermodynamik:

$$Q = \Delta U - W. \quad (7)$$

Die dem System netto zugeführte Wärme Q ist die Differenz der Änderung seiner inneren Energie und der vom System verrichteten Arbeit W . Dabei gilt folgende Vorzeichenkonvention beim Austausch von Energie zwischen System und Umgebung: Dem System zugeführte Energien werden stets positiv gerechnet, vom System verrichtete Arbeit oder abgegebene Wärme wird negativ gerechnet.

Um die Arbeit zu berechnen, die ein Gas bei einer Expansion verrichtet, muss berücksichtigt werden, dass Druck und Volumen durch die Zustandsgleichung $p = p(V, T)$ verknüpft sind. Der Betrag der von einem Gas verrichteten Arbeit W ist gleich der Fläche unter der jeweiligen $p - V$ -Kurve

zwischen Anfangs- und Endvolumen

$$W = - \int p dV. \quad (8)$$

Expandiert beispielsweise ein Gas um das Volumen $\Delta V = V_2 - V_1$ und bewegt dabei einen Kolben mit Fläche A um den Weg $\Delta x = x_2 - x_1$, übt also eine Kraft F auf die Umgebung aus, so lässt sich die von dem Gas verrichtete Arbeit als

$$W = - \int_{x_1}^{x_2} F dx = - \int_{x_1}^{x_2} p A dx = - \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad (9)$$

schreiben. Damit ist zum Beispiel die von einem idealen Gas bei einer isothermen Expansion von V_1 auf V_2 verrichtete Arbeit

$$W_{\text{isotherm}} = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV. \quad (10)$$

Wärmekraftmaschinen und Kältemaschinen

Eine Wärmekraftmaschine ist eine Maschine, die thermische Energie in nutzbare Arbeit umwandelt. Der Wirkungsgrad η einer Wärmekraftmaschine ist definiert als das Verhältnis der von der Maschine geleisteten Arbeit $|W|$ zur zugeführten Wärme $|Q|$.

$$\eta = \frac{|W|}{|Q|}. \quad (11)$$

Es gibt keine Maschine, deren einzige Wirkung darin besteht, eine gegebene Wärmemenge vollständig in Arbeit umzuwandeln. Anders ausgedrückt: Es gibt keine Maschine mit 100% Wirkungsgrad.

Die Arbeitsweise von Kältemaschinen bzw. Wärmepumpen ist umgekehrt zu der von Wärmekraftmaschinen. Es wird Arbeit aufgewandt, um Wärme von einem kälteren Reservoir in ein wärmeres zu übertragen. Für Kältemaschinen definiert man die Leistungszahl ϵ als Quotient aus dem kälteren Reservoir entnommener Wärmemenge Q und aufgewandter Arbeit W

$$\epsilon = \frac{|Q|}{|W|}. \quad (12)$$

ϵ kann bei mehr als 100% liegen.

Stirling-Kreisprozess²

Im Allgemeinen arbeiten Wärmekraftmaschinen zyklisch und lassen sich in einem (p, V) -Diagramm als Kreisprozess darstellen. Abbildung 2 zeigt den

²Teile dieses Abschnitts beruhen auf der Bachelorarbeit von Micha Stüper.

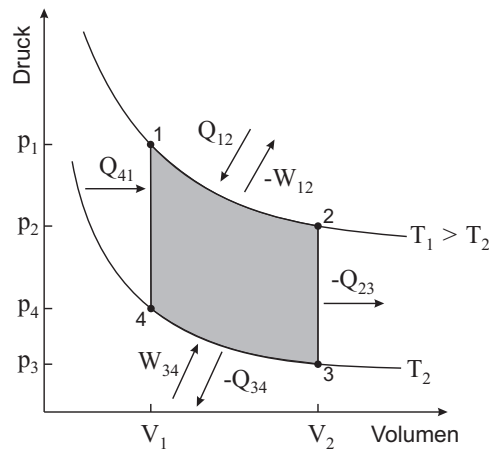


Abbildung 2: Stirling-Kreisprozess im (p, V) -Diagramm.

sogenannten Stirling-Kreisprozess, der sich aus zwei isothermen und zwei isochoren Zustandsänderungen zusammensetzt. Der Zyklus beginnt bei 1 mit einer isothermen Expansion ($1 \rightarrow 2$). Dem System wird Wärme Q_{12} zugeführt, das Gas expandiert und somit wird vom System Arbeit $-W_{12}$ verrichtet. Wegen $\Delta T = 0$ ändert sich die innere Energie des Systems dabei nicht, und $Q_{12} = -W_{12}$. Bei der isochoren Zustandsänderung ($2 \rightarrow 3$) ist das Volumen konstant und es wird keine Arbeit verrichtet. Das Gas wird kälter ($T_1 > T_2$), das System gibt also Wärme ab. Bei der isothermen Kompression ($3 \rightarrow 4$) wird unter Wärmeabgabe $-Q_{34}$ das Volumen verkleinert, hierzu muss Arbeit W_{34} an dem System geleistet werden. Analog zu ($2 \rightarrow 3$) wird das System im letzten Schritt ($4 \rightarrow 1$) bei konstantem Volumen erwärmt Q_{41} , Arbeit wird keine verrichtet. Die netto vom System verrichtete Arbeit entspricht der vom Kreisdiagramm eingeschlossenen Fläche.

Soll das System den Kreisprozess in umgekehrter Richtung durchlaufen, so muss von außen Arbeit am System verrichtet werden, die Maschine muss also angetrieben werden. Die Maschine kann dann unter Aufwendung von Arbeit Wärme entgegen der natürlichen Richtung vom kälteren in das wärmere Reservoir transportieren. Je nachdem welches Reservoir genutzt wird, kann man die Wärmepumpe bzw. Kältemaschine zum Kühlen oder Heizen benutzen.

Stirlingmotor im Praktikum

Der Stirling-Prozess wird technisch als Kolbenmaschine, wie sie in Abbildung 3 skizziert ist, umgesetzt. In unserem Versuch ist der Stirlingmotor ein Heißluftmotor, das verwendete Gas ist also Luft. Durch die Heizwendel wird das obere Wärmebad auf die Temperatur T_1 gebracht, während der untere Teil des Zylinders umgeben vom Kühlwasser das Wärmebad mit Temperatur

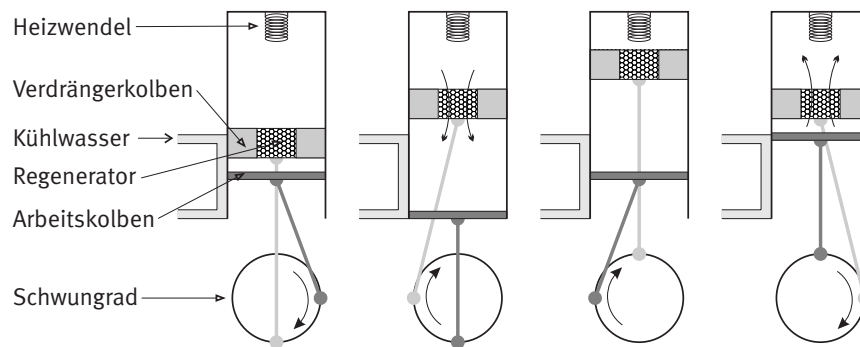


Abbildung 3: Die Takte des Stirlingmotors. Isotherme Expansion, isochore Abkühlung, isotherme Kompression und isochore Erwärmung (von links nach rechts).

T_2 darstellt. Zwischen den beiden Wärmebädern sind zwei Kolben, genannt Verdränger- und Arbeitskolben, angebracht. Der Arbeitskolben dient dazu, das Gas zu komprimieren bzw. zu expandieren, während der Verdrängerkolben das Gas abwechselnd mit den beiden Reservoirs in Kontakt bringt. D.h. lediglich der Arbeitskolben ändert das Volumen. Im Verdrängerkolben befindet sich Kupferwolle, der sogenannte Regenerator, der als Zwischenspeicher für Wärme fungiert. Er führt die in Schritt $(2 \rightarrow 3)$ abgegebene Wärme dem System in Schritt $(4 \rightarrow 1)$ wieder zu und steigert so den Wirkungsgrad.

Beide Kolben sind über Pleuelstangen um 90° versetzt an einem Schwungrad befestigt. Die in der Abbildung dargestellten Takte des Stirlingmotors lassen sich nun folgendermaßen mit dem diskutierten Kreisprozess identifizieren:

Isotherme Expansion $(1 \rightarrow 2)$ Die Luft dehnt sich unter Aufnahme der Wärmemenge Q_{12} isotherm bei T_1 aus und drückt den Arbeitskolben nach unten. Es wird also die mechanische Arbeit $-W_{12}$ an das Schwungrad abgegeben.

Isochore Abkühlung $(2 \rightarrow 3)$ Während sich der Arm des Arbeitskolbens um den unteren Tiefpunkt des Schwungrades dreht, bewegt sich der Kolben kaum³ und es wird keine Arbeit geleistet. Das Schwungrad schiebt den Verdrängerkolben nach oben. Er befördert somit die heiße Luft von oben in das kältere Wärmebad und die Luft gibt die Wärmemenge $-Q_{23}$ an den Regenerator ab.

Isotherme Kompression $(3 \rightarrow 4)$ Durch das Schwungrad wird jetzt der Arbeitskolben wieder nach oben getrieben und verdichtet die Luft isotherm bei T_2 . Dabei wird die Wärmemenge $-Q_{34}$ an das Kühlwasser

³Im Idealfall würde sich der Arbeitskolben während der beiden isochoren Zustandsänderungen gar nicht bewegen.

abgegeben. Währenddessen bewegt sich der Verdrängerkolben kaum, da sich der Arm des Kolbens am Hochpunkt des Schwungrades befindet.

Isochore Erwärmung ($4 \rightarrow 1$) Nun befindet sich der Arm des Arbeitskolbens auf dem Hochpunkt des Schwungrades, bewegt sich also kaum und es wird keine Arbeit verrichtet. Der Verdrängerkolben läuft wieder nach unten. Dadurch wird die kalte Luft nach oben transportiert und nimmt die Wärmemenge Q_{41} vom Regenerator auf.