

VERSUCHSBERICHT ZU

M1 – DREHPENDEL NACH POHL

Gruppe 10 Mi

Alex Oster (E-Mail: a_oste16@uni-muenster.de)
Jonathan Sigrist (E-Mail: j_sigr01@uni-muenster.de)

durchgeführt am 15.11.2017
betreut von
Johann Preuß

28. November 2017

Inhaltsverzeichnis

1	Kurzfassung	2
2	Pohl'sches Rad	2
3	Messunsicherheiten der folgenden Versuche	3
4	Versuch zu freien Schwingungen	3
5	Versuch zu gedämpften Schwingungen	4
6	Versuch zu erzwungenen Schwingungen	5
7	Versuch zu nichtlinearen Schwingungen	6

1 Kurzfassung

In diesem Bericht beschäftigen wir uns mit der Betrachtung verschiedener Typen von Schwingungen. Um diese genauer zu untersuchen verwenden wir das „Drehpendel nach Pohl“. Dieser Aufbau ermöglicht es uns freie, gedämpfte und erzwungene Schwingungen zu erzeugen. Auch das Einbringen einer Nichtlinearität ist hierbei möglich.

Zu jedem dieser Schwingungstypen führen wir mit Hilfe des Pendels Versuche durch. Anhand der Messergebnisse bestimmen wir dann die Eigenfrequenzen für die harmonischen Schwingungen bei unterschiedlichen Dämpfungen sowie die Resonanzfrequenzen und Phasenbeziehungen für erzwungene Schwingungen und wie diese sich mit Einführung einer Nichtlinearität verändern.

Zunächst gehen wir jedoch noch auf die Funktionsweise des Drehpendels, sowie die bei der Messung entstehenden Unsicherheiten ein.

2 Pohl'sches Rad

Das Drehpendel nach Pohl oder auch Pohl'sches Rad ist wie in Abbildung 1 zu sehen aufgebaut. Die zu sehende Scheibe ist mit einer Spiralfeder verbunden und erfährt bei Auslenkung die Rückstellkraft dieser, was zur Schwingung der Scheibe führt. Dabei lässt sich die Auslenkung an dem Maß außerhalb der Scheibe mit Hilfe des Pfeils, welcher an dieser angebracht ist, ablesen. Zusätzlich ist an der Scheibe ein Faden angebracht, welcher mit einem Messgerät verbunden ist, um die Auslenkung zu bestimmen. Ein Computer, welcher an das Messgerät geschlossen ist, wertet die gemessenen Auslenkungen aus und trägt diese gegen die Zeit auf.

Die verschiedenen Schwingungstypen lassen sich mit dem Drehpendel wie folgt darstellen:

Freie Schwingungen: Diese lassen sich ohne äußeren Einfluss durch einfaches Auslenken des Pendels simulieren.

Gedämpfte Schwingungen: Durch Inbetriebnahme der Wirbelstrombremse, welche an dem unteren Teil der Scheibe angebracht ist, können gedämpfte Schwingungen erzeugt werden (vgl. Abb. 1). Die Stärke der Dämpfung lässt sich dabei durch Ändern der anliegenden Stromstärke anpassen.

Erzwungene Schwingungen Über einen Motor, welcher über einen Exzenter an den Aufbau verbunden ist, kann das Schwingen des Pendels erzwungen werden.

Nichtlineare Schwingungen Nichtlinearitäten treten bei der Schwingung auf, wenn man an die Scheibe des Drehpendels ein Gewicht anhängt.

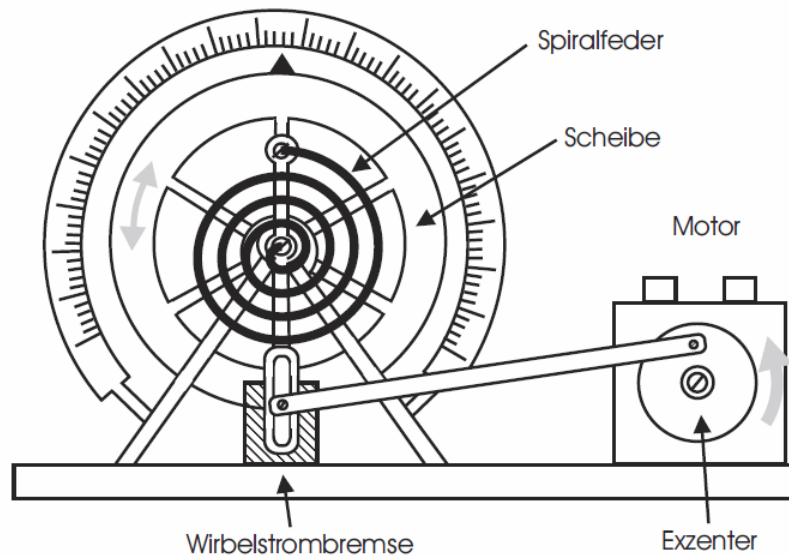


Abbildung 1: Drehpendel nach Pohl

3 Messunsicherheiten der folgenden Versuche

4 Versuch zu freien Schwingungen

Bei dem ersten Versuch befassen wir uns mit freien Schwingungen, welche wir mit dem Drehpendel nach Pol imitieren. Für diese Schwingung bestimmen wir anhand unserer Messungen die Eigenfrequenz bzw. die des Pendels.

Methoden

Zur Bestimmung der Eigenfrequenz betrachten wir zunächst harmonische Schwingungen. Für einen Drehschwinger mit Trägheitsmoment der Kreisscheibe J , rücktreibendem Drehmoment $-D\varphi$ (wobei D Federkonstante) und bremsendem Drehmoment $-r\dot{\varphi}$, welches proportional zur Winkelgeschwindigkeit ω ist, lautet die Bewegungsgleichung der harmonischen Schwingung:

$$J\ddot{\varphi} + r\dot{\varphi} + D\varphi = 0 \quad (1)$$

$$\text{und in der Normalform: } \ddot{\varphi} + 2\rho\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0 \quad (2)$$

$$\text{wobei: } \omega_0^2 = \frac{D}{J} \text{ und } 2\rho = \frac{r}{J} \quad (3)$$

Da wir bei der freien Schwingung jedoch keine Dämpfung vorliegen haben, ist $2\rho = 0$ und ω_0 somit unsere Eigenfrequenz.

Wir bestimmen die Eigenfrequenz des Pendel in diesem Versuch einmal über die Messung, die der Computer durchführt und einmal indem wir die Zeit, welche das Pendel für zehn Schwingungen braucht, mit einer Stoppuhr messen.

Messung

Nach 20 Messungen mit jeweils zehn Schwingungen mit der Stoppuhr erhalten wir eine Frequenz ω von $0(1)\text{s}^{-1}$. Die Computermessung hingegen ergibt $\omega = 0(1)\text{s}^{-1}$

Schlussfolgerung

- - -

5 Versuch zu gedämpften Schwingungen

In diesem Versuch betrachten wir gedämpfte Schwingungen, welche ebenfalls harmonisch sind. Zum Dämpfen des Pendels verwenden wir die Wirbelstrombremse, wie oben beschrieben.

Methoden

Betrachten wir nun erneut Gl. (2), wobei dieses mal $2\rho \neq 0$ ist, so erhalten wir mit dem Ansatz $\varphi(t) = C \cdot e^{\omega t}$ die Lösung:

$$\omega_{1,2} = -\rho \pm \sqrt{\rho^2 - \omega_0^2} \quad (4)$$

An dieser Stelle müssen wir differenzieren, in welchem Verhältnis ρ und ω_0 stehen. Die beiden Fälle, bei denen reelle Werte aus dem Wurzelausdruck entstehen, den sogenannten Kriechfall (bei $\rho > \omega_0$) bzw. aperiodischen Grenzfall (bei $\rho = \omega_0$), werden wir im Folgenden nicht genauer betrachten.

Für den Fall, dass $\rho < \omega_0$ ist, erhalten wir eine mit $e^{\rho t}$ gedämpfte Kosinusschwingung mit der Frequenz $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \rho^2}$, da wir nur den Realteil unserer Lösung betrachten. Wir bestimmen die Dämpfung ρ , indem wir für ω_0 die Eigenfrequenz aus dem ersten Versuch nehmen. Die aus dem Lösungsansatz verwendete Amplitude entnehmen wir unserer Messung bei $t = 0$.

Hier und in den folgenden Versuchen betrachten wir nur noch die von dem Computer aufgenommenen Messergebnisse. Wir messen hier die Zeit, bis das Pendel komplett aufhört zu schwingen und führen die Messung für verschiedene Dämpfungen durch. Um die Stärke der Dämpfung einzustellen verwenden wir verschiedene Eingabestromstärken für die Wirbelstrombremse.

Messung

- - -

Schlussfolgerung

- - -

6 Versuch zu erzwungenen Schwingungen

Nun betrachten wir erzwungene Schwingungen, welche wir mit Hilfe eines Motors an unserem Pendel erzeugen.

Methoden

Erneut betrachten wir Gl. (2), jetzt steht auf der anderen Seite jedoch nicht null sondern:

$$\ddot{\varphi} + 2\rho\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = \mu\cos(\omega t) \quad (5)$$

$$\text{wobei } \mu = \frac{M_0}{J} \quad (6)$$

M_0 ist hierbei die Amplitude der äußeren Anregung und J wie zuvor das Trägheitsmoment der Kreisscheibe. Die angeregte Schwingung hat zudem die Frequenz ω . Es bildet sich eine Überlagerung des harmonischen Teils mit der angeregten Schwingung. Da der harmonische Teil jedoch abfällt, schwingt das System nach dem Abfallen bzw. nach dem sogenannten Einschwingvorgang genau so wie die Anregung. Eine mögliche Lösung von Gl. (5) setzt sich wie folgt zusammen:

$$\varphi = \varphi_0 \cos(\omega t - \alpha) \quad (7)$$

$$\text{mit } \varphi_0 = \frac{\mu}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\rho^2\omega^2}} \quad (8)$$

$$\text{und der Phase } \tan \alpha = \frac{-2\rho\omega}{\omega^2 - \omega_0^2} \quad (9)$$

Die erzwungene Schwingung ist somit eine mit der Frequenz ω schwingende Kosinusfunktion. Die Phase von φ hängt der Phase der Anregung um α hinterher (vgl. Gl. (5) und Gl. (7)) und die Amplitude φ_0 von φ ist zeitlich konstant und hängt von der Dämpfung ρ des Systems ab.

Im Resonanzfall ist die Amplitude maximal. Betrachten wir hierzu Gl. (8), so erhalten wir, dass die Resonanzfrequenz bei $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\rho^2}$ liegt.

Um die Frequenz der Anregung zu bestimmen, erstellen wir eine Kalibrierkurve, messen also die Umlaufdauer T der Anregung, für verschiedene Spannungen an dem Motor, mit einer Stoppuhr. Die Spannungen messen wir

an dem Ausgang des Motors mit einem Multimeter. Zusätzlich bestimmen wir die Resonanzfrequenz für drei verschiedene Dämpfungen, die ungleich null sind [um die Resonanzkatastrophe zu vermeiden (dass die Amplitude φ_0 gegen unendlich geht)].

Zuletzt betrachten wir die Phasenverschiebung α zwischen Anregung und Pendel für verschiedene Dämpfungen und Frequenzen. Dies übertragen wir zusätzlich auf das Fadenpendel.

Messung

- - -

Schlussfolgerung

- - -

7 Versuch zu nichtlinearen Schwingungen

Der letzte Versuch behandelt nichtlineare Schwingungen. Auch diese stellen wir mit Hilfe des Drehpendels dar. Dazu bringen wir ein Gewicht an der Scheibe des Pendels an.

Methoden

Die Resonanzfrequenzen nichtlinearer Schwingungen lassen sich nicht, wie bei den vorherigen Schwingungstypen berechnen, da diese sich auch bei gleichen Anfangsbedingungen nicht gleich verhalten.

Wir können die Resonanzfrequenz jedoch annähernd messen, indem wir die Auslenkung des Pendels mit Anregung messen und dabei die Frequenz der erzwungenen Schwingung langsam ändern. Hier fangen wir bei niedrigen Frequenzen an, erhöhen diese und nahe der Maximalfrequenz verringern wir sie wieder, bis wir bei unserem Ausgangspunkt angelangt sind.

Messung

- - -

Schlussfolgerung

- - -

Literatur

Abb. 1 Das hier verwendete Bild stammt aus „Drehpendel_Pohl_Einführung.pdf“