

# VERSUCHSBERICHT ZU

## V7: $\gamma$ - $\gamma$ -WINKELKORRELATION

Gruppe Ma-A-06

Chris Lippe (c\_lipp02@wwu.de)

Jonathan Sigrist (j.sigrist@wwu.de)

Jannik Tim Zarnitz (j\_zarn02@wwu.de)

durchgeführt am 25.11.2019

Benjamin Hetz

7. Januar 2020

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>2</b>
2.1	Schalenmodell des Kerns . . . . .	2
2.2	Emission von $\gamma$ -Strahlung . . . . .	2
2.2.1	Auswahlregeln und Multipolstrahlung . . . . .	4
2.2.2	Winkelverteilung bei $\gamma$ - $\gamma$ -Kaskaden . . . . .	4
2.2.3	Wechselwirkung von Photonen mit Materie . . . . .	6
2.3	Positronium . . . . .	6
2.4	Szintillatoren . . . . .	7
2.5	Photomultiplier . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Versuchsanordnung und -durchführung</b>	<b>9</b>
3.1	Versuchsaufbau . . . . .	9
3.2	Elektronik . . . . .	12
3.3	Durchführung . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Datenanalyse</b>	<b>17</b>
4.1	Verzögerungsdauer . . . . .	17
4.2	Koinzidenzauflösungszeit . . . . .	18
4.3	Vernichtungsstrahlung . . . . .	18
4.4	Winkelkorrelation . . . . .	19
<b>5</b>	<b>Anhang</b>	<b>21</b>
5.1	Unsicherheiten . . . . .	21
5.2	Fit-Parameter . . . . .	22
	<b>Literatur</b>	<b>24</b>

# 1 Einleitung

Analog zum Schalenmodell für die Elektronen in der Atomhülle, lässt sich auch für den Atomkern ein solches definieren. Auch hier treten gegenüber dem Grundzustand angeregte Zustände auf, die durch verschiedene Quantenzahlen (Hauptquantenzahl, Kernspin, ...) gekennzeichnet sind. Nach  $\alpha$ - und  $\beta$ -Zerfällen liegen die Kerne oft in einem angeregten Zustand vor. Die „Abregung“ geschieht meist über die Aussendung von  $\gamma$ -Quanten, also hoch-energetischen Photonen.

Durch die Detektion der emittierten Photonen lassen sich Rückschlüsse auf die Charakteristiken der angeregten Zustände ziehen. Konkret wird ein angeregter Kern untersucht der über ein Zwischenniveau und unter Aussendung von zwei Photonen in den Grundzustand zerfällt. Die Winkelverteilung ist charakteristisch für die statische Verteilung der magnetischen Drehimpulsquantenzahlen.

Ziel dieses Versuchs ist es, ein besseres Verständnis von Kernniveaus und ihren Quantenzahlen zu bekommen, sowie den Zusammenhang zu den korrespondierenden Winkelverteilungen der emittierten Photonen einer Zerfallskaskade zu untersuchen.

## 2 Theorie

Im Folgenden sollen zunächst die theoretischen Grundlagen für die nachfolgenden experimentellen Untersuchungen erörtert werden. Die vorgestellte Theorie basiert auf der ausgehändigten Versuchsanleitung [1].

### 2.1 Schalenmodell des Kerns

Das Schalenmodell des Atomkerns ist sehr ähnlich zum Fermigasmodell. Wesentlicher Unterschied zum Fermigasmodell ist das abgeänderte Kernpotential. Anstelle eines Rechteckpotentials wird ein Woods-Saxon-Potential genutzt:

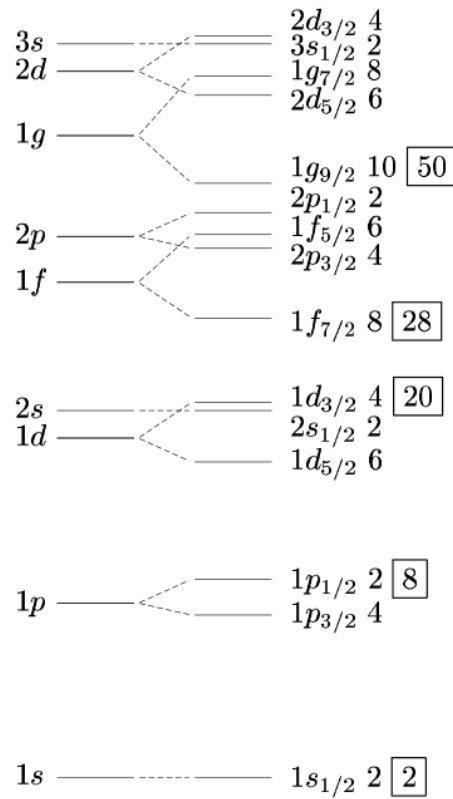
$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$

Dabei bezeichnet  $V_0$  die Potentialtiefe,  $a$  die Ausschmierung des Kernrandes,  $R$  den Kernradius und  $r$  den Abstand des Nukleons vom Kernmittelpunkt. Außerdem wird die Spin-Bahn-Kopplung der Nukleonen berücksichtigt, denn wie Elektronen im Atom besitzen auch Nukleonen im Kern einen Bahndrehimpuls und einen Spin. Insgesamt ergeben sich die in Abbildung 1 dargestellten Energieniveaus.

Dieses Schema der möglichen Zustände erinnert an die Energieniveaus eines Atoms, was den Namen „Schalenmodell“ erklärt. Außerdem sind in Kästchen die *magischen Zahlen* eingezeichnet. Wenn alle Zustände bis zu einer größeren Energielücke besetzt sind, erhält man eine Art „Schalenabschluss“, was die ungewöhnlich hohe Bindungsenergie der Kern bei den magischen Zahlen erklärt. Dieses Phänomen konnte mit früheren Modellen nicht ausreichend erklärt werden.

### 2.2 Emission von $\gamma$ -Strahlung

Nach  $\alpha$ - und  $\beta$ -Zerfällen liegen die Kerne oft in einem angeregten Zustand vor. Die „Abregung“ geschieht meist über die Aussendung von  $\gamma$ -Quanten, also hoch-energetischen



**Abbildung 1:** Energieniveaus des Schalenmodells. Die Spin-Bahn-Kopplung ist hier explizit berücksichtigt. [2]

Photonen. Im Gegensatz zu den elektromagnetischen Übergängen in der Atomhülle, wo fast nur Dipolstrahlung auftritt, sind bei den Übergängen im Kern höhere Multipole (Quadrupol, Oktupol, ...) nicht zu vernachlässigen.

Statt der Emission von Photonen kann die Energie auch an ein Elektron in der Hülle des Atoms abgegeben werden, welches dadurch aus dem Atom herausgeschlagen wird (Konversionselektronen). Im Gegensatz zur  $\beta$ -Strahlung entstammen diese jedoch nicht dem Kern selbst und besitzen außerdem ein diskretes Energiespektrum. Bei sehr hohen Energien ist zudem die Bildung und Emission eines Elektron-Positron-Paares im Kern möglich (Paarkonversion).

### 2.2.1 Auswahlregeln und Multipolstrahlung

Bei elektromagnetischen Übergängen muss der Gesamtdrehimpuls erhalten bleiben. Besitzt das emittierte Photon den Drehimpuls  $l$  und die beteiligten Kernniveaus die Drehimpulse  $I_i$  und  $I_f$ , dann muss gelten:

$$|I_i - I_f| \leq l \leq I_i + I_f \quad (2.1)$$

Man unterscheidet nun zwischen elektrischer (El) und magnetischer (Ml)  $2^l$ -Strahlung (Bsp.  $l = 1 \Rightarrow$  Dipolstrahlung,  $l = 2 \Rightarrow$  Quadrupolstrahlung, ...). Mit steigendem  $l$  nimmt die Wahrscheinlichkeit für einen solchen Übergang exponentiell ab.

Es lässt sich nun zusätzlich die Paritätsquantenzahl  $P = \pm 1$  definieren, welche das Symmetrieverhalten einer Wellenfunktion unter einer Koordinatentransformation  $\vec{x} \rightarrow -\vec{x}$  beschreibt. Es gilt für die Parität von Anfangs- und Endzustand ( $P_i$  und  $P_f$ ):

$$\Delta P = P_i \cdot P_f = \begin{cases} (-1)^l & \text{für El-Strahlung} \\ (-1)^{l+1} & \text{für Ml-Strahlung} \end{cases} \quad (2.2)$$

### 2.2.2 Winkelverteilung bei $\gamma$ - $\gamma$ -Kaskaden

Ausgangspunkt zur Berechnung der theoretisch erwarteten Winkelverteilung ist die Überlegung, dass der Detektor im Vergleich zur Ausdehnung der Quelle sehr weit von dieser entfernt ist (Details im Versuchsaufbau). Das hier nur klassisch betrachtete elektromagnetische Feld kann daher näherungsweise als quellfrei angenommen werden. Die Maxwell-Gleichungen vereinfachen sich daher zu:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 0 & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Die Lösungen sind gegeben durch:

$$\begin{aligned} \vec{B}_l^m &= f_l(kr) \cdot \vec{L} \cdot Y_l^m(\Theta, \Phi) & ; & & \vec{E}_l^m &= i \frac{c}{k} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B}_l^m & \text{für } E\text{-Felder} \\ \vec{E}_l^m &= f_l(kr) \cdot \vec{L} \cdot Y_l^m(\Theta, \Phi) & ; & & \vec{B}_l^m &= -i \frac{c}{k} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E}_l^m & \text{für } M\text{-Felder} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Die Ausstrahlungscharakteristik ist durch den Poynting-Vektor  $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$  gegeben. Im Fernfeld gilt:

$$\epsilon_0 |\vec{E}|^2 = \frac{1}{\mu_0} |\vec{B}|^2 \quad (2.5)$$

Damit folgt für die Winkelverteilung insgesamt:

$$\begin{aligned} |\vec{S}| &\sim |\vec{E}|^2 \sim |\vec{L} \cdot Y_l^m|^2 & \text{für } E\text{-Felder} \\ |\vec{S}| &\sim |\vec{B}|^2 \sim |\vec{L} \cdot Y_l^m|^2 & \text{für } M\text{-Felder} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Das heißt, über die Kugelflächenfunktionen  $Y_l^m(\Theta, \Phi)$  lässt sich die Winkelverteilung berechnen. Für die hier untersuchten  $\gamma$ -Kaskade beim Zerfall von  $^{60}_{27}\text{Co}$  in  $^{60}_{28}\text{Ni}$  erwartet man:

$$W(\Theta) \sim 1 + \frac{1}{8} \cos^2(\Theta) + \frac{1}{24} \cos^4(\Theta) \quad (2.7)$$

Damit lässt sich auch die theoretisch erwartete Asymmetrie berechnen:

$$A_{\text{theo.}} = \frac{W(180^\circ) - W(90^\circ)}{W(90^\circ)} \quad (2.8)$$

Aus der gemessenen Koinzidenzrate bei den jeweiligen Winkeln lässt sich analog die experimentelle Asymmetrie berechnen und mit der theoretischen vergleichen:

$$A_{\text{exp.}} = \frac{C(180^\circ) - C(90^\circ)}{C(90^\circ)} \quad (2.9)$$

### 2.2.3 Wechselwirkung von Photonen mit Materie

Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Absorption von Photonen in Materie. Es gibt drei verschiedene Prozesse zur Absorption von Photonen, die für unterschiedliche Energiebereiche dominant sind:

**Photoeffekt:** dominant im eV- bis keV-Bereich

Die gesamte Energie des Photons wird auf ein Elektron in der Hülle der Atome des Absorbermaterials übertragen. Dieses Elektron verlässt das Atom und trägt die bei der Ionisation überbleibende Energie als kinetische Energie davon und kann dadurch weitere Atome ionisieren. Der Wirkungsquerschnitt ist proportional zu  $Z^5/E_\gamma^3$  ( $Z$ : Kernladungszahl des Absorbermaterials,  $E_\gamma$ : Energie der Photonen).

**Comptonstreuung:** dominant im MeV-Bereich

Das Photon wird an einem quasi freiem Elektron gestreut. Der Energieübertrag ist dabei vom Streuwinkel abhängig. Bei einem Winkel von  $0^\circ$  ist der Energieübertrag null, bei einem Winkel von  $180^\circ$  (Rückstreuung) ist er maximal.

**Paarproduktion:** dominant bei Energien über 10 MeV

Im elektrischen Feld eines Atomkerns kann die Energie des Photons dazu genutzt werden, um ein Elektron-Positron-Paar zu erzeugen. Dies kann aber offensichtlich nur dann passieren, wenn die Photonenergie die Summe der Ruhmassen von Elektron und Positron (1022 keV) übersteigt.

## 2.3 Positronium

Trifft ein bei einem  $\beta^+$ -Zerfall emittiertes Positron auf Materie, so gibt es zunächst durch Stöße mit den enthaltenen Elektronen Energie ab. Ist die Energie des Positrons so weit verringert, dass es thermalisiert ist, kann es entweder mit einem der Elektronen des Materials sofort annihilieren, oder Elektron und Positron gehen in einen gebundenen Zustand, dem Positronium über. Man unterscheidet dabei zwei Arten des Positroniums:



**Parapositronium:**

Die Spins von Elektron und Positron sind antiparallel ausgerichtet, es handelt sich also um einen Singulett-Zustand. Es zerfällt mit einer Lebensdauer von 125 ps meist in zwei 511 keV Photonen, die sich im 180°-Winkel zueinander ausbreiten. Dies ist der für den Versuch relevante Zustand.

**Orthopositronium:**

Dies ist der Triplet-Zustand des Positroniums, die Spins von Elektron und Positron sind parallel ausgerichtet. Es zerfällt mit einer Lebensdauer von 140 ns in mindestens drei Photonen.

## 2.4 Szintillatoren

Bei der Detektion von Gamma-Strahlung ist es zumeist notwendig, die Energie der Photonen soweit zu verringern, dass die Wellenlänge nachher im sichtbaren Bereich liegt. Diese Aufgabe erfüllen Szintillatoren. Treffen hoch-energetische Gamma-Quanten auf das Absorbermaterial des Szintillators, so geben sie über den Comptoneffekt Energie an das Material ab.

Man unterscheidet zwischen anorganischen Szintillatormaterialien, welche eine hohe Wechselwirkungsrate haben, aber auch eine große Ansprechzeit, und organischen (Plastik-)Szintillatoren, welche weniger mit einfallender Strahlung wechselwirken und dafür schneller ansprechen. Entsprechend eignen sich anorganische eher zur Detektion von Gamma-Strahlung und organische eher für massive Teilchen (Alpha-Teilchen, Spaltbruchstücke, ...).

In dieser Versuchsreihe werden anorganische Szintillatoren verwendet. Diese besitzen eine Kristallstruktur und können demnach durch das Bändermodell verstanden werden. Gibt ein eintreffendes Photon Energie an eines der Elektronen des Szintillatormaterials ab, so wird dieses in das Leitungsband angehoben, beim Driftprozess kann dieses Elektron dabei weitere Atome ionisieren.

Entscheidend ist nun, dass bei der Abregung eine geringere Bandlücke überwunden wird als bei der Anregung, sodass die ausgesandten Photonen keine erneute Anregung der Valenzelektronen bewirken können und der Szintillator somit für die Photonen transparent erscheint. Diese Übergänge mit niedriger Energiedifferenz können durch eine geeignete Dotierung erzeugt werden. Die überschüssige Energie wird dabei z.B. durch Gitterschwingungen (Phononen) abgegeben. Die Anzahl der erzeugten Photonen, welche im sichtbaren Wellenlängenbereich liegen, ist proportional zur Energie des einfallenden Gamma-Quants, wodurch diese mithilfe von nachgeschalteten Photomultipliern leicht bestimmt werden kann.

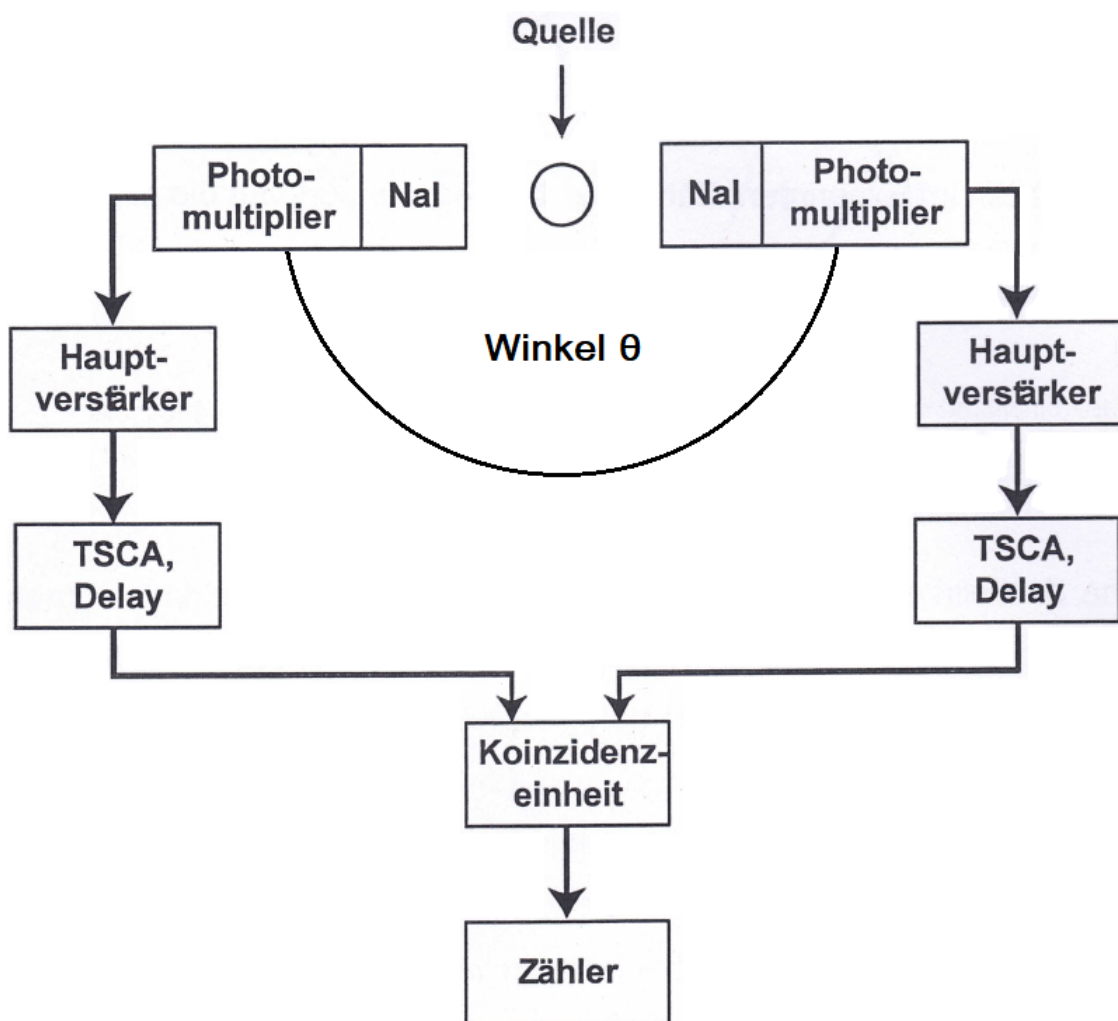
## 2.5 Photomultiplier

Photomultiplier eignen sich zur Detektion einzelner Photonen im sichtbaren Wellenlängenbereich. Damit sie auch ionisierende Strahlung detektieren können, ist ihnen ein Szintillator vorgeschaltet. Die Detektion von Photonen geschieht dabei über den Photoeffekt, bei dem ein eintreffendes Photon ein Elektron aus einer Dynode herauslöst. Da ein einzelnes Elektron nicht als ein ausreichend starker Strom gemessen werden kann, wird mittels einer Beschleunigungsspannung das Elektron auf eine weitere Dynode gelenkt, wo es neue Elektronen herauslösen kann. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis die Verstärkung groß genug ist, dass ein ausreichender Spannungspuls detektiert werden kann.

### 3 Versuchsanordnung und -durchführung

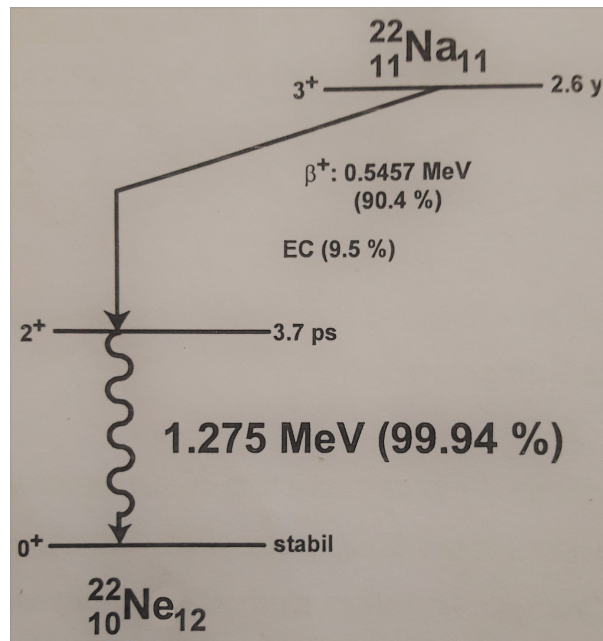
#### 3.1 Versuchsaufbau

Der Aufbau dieses Versuchs ist in Abbildung 2 schematisch dargestellt und besteht aus zwei NaJ-Detektoren, drei verschiedenen Strahlungsquellen, der signalverarbeitenden Elektronik sowie einem Computer.

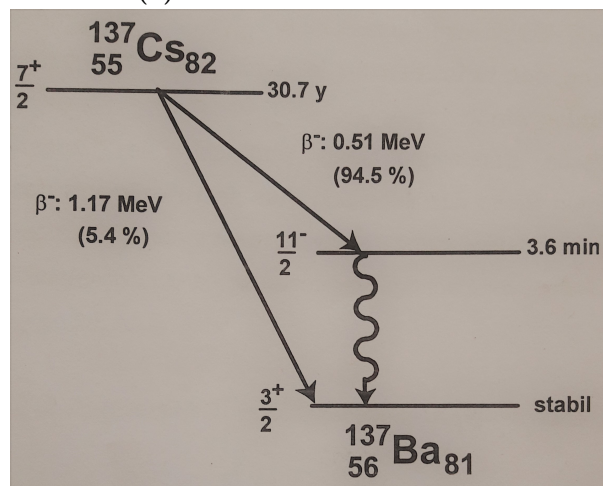


**Abbildung 2:** In dieser Abbildung ist der schematische Aufbau dieses Versuchs in Form eines Blockschaltbilds dargestellt. Die Abbildung wurde der Seite 15 der Versuchsanleitung[1] entnommen und anschließend bearbeitet.

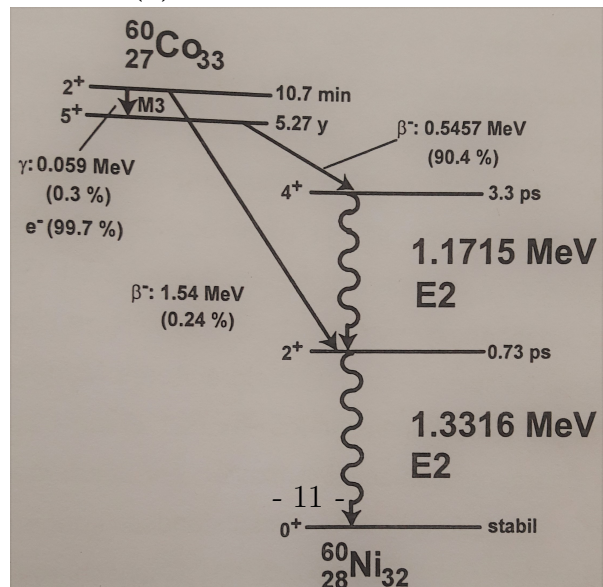
Bei den drei Strahlungsquellen handelt es sich um Natrium-22 ( $^{22}\text{Na}$ ), Caesium-137 ( $^{137}\text{Cs}$ ) und Cobalt-60 ( $^{60}\text{Co}$ ). Deren Zerfallsschemata sind in Abbildung 3 zu sehen.



(a) Zerfallsschema von  $^{22}\text{Na}$ .



(b) Zerfallsschema von  $^{137}\text{Cs}$ .



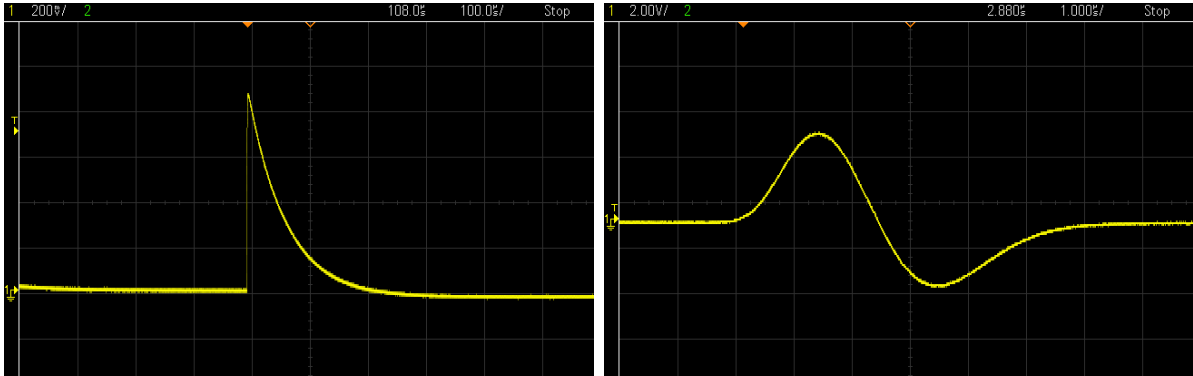
(c) Zerfallsschema von  $^{60}\text{Co}$ .

**Abbildung 3:** Die Abbildung zeigt die Zerfallsschemata der drei Strahlungsquellen Natrium-22, Cäsium-137 und Kobalt-60. Die dabei festgestellten Halbwertszeiten sind in der Abbildung angegeben.

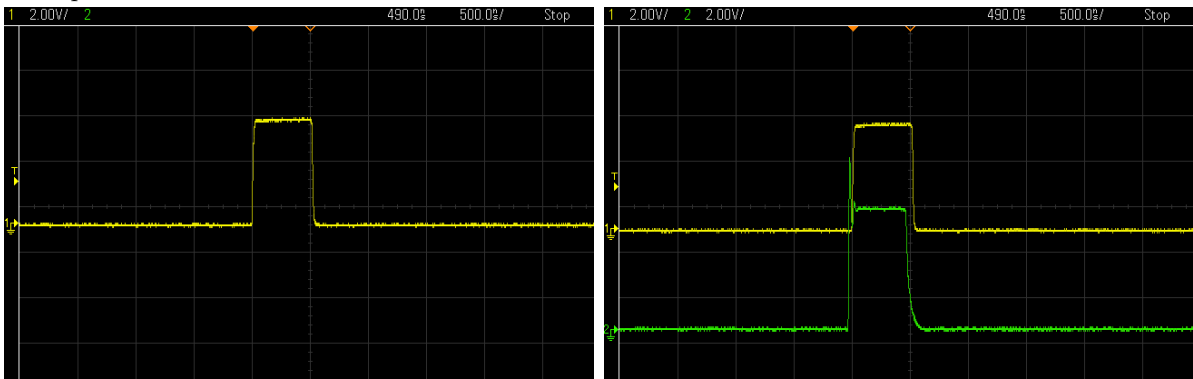
Die NaJ-Detektoren werden so um eine Strahlungsquelle platziert, dass sie auf diese gerichtet sind. Beide sind um die Position der Strahlungsquelle drehbar, sodass sich zwischen ihnen ein Winkel  $\theta$  einstellen lässt. Die NaJ-Detektoren setzen sich aus einem anorganischen Szintillationskristall (Natriumjodid) und einem mit dem Kristall optisch gekoppelten Photomultiplier zusammen. Letztere besitzen einen zur Signalformung in die Basis integrierten Emitterfolger und werden mit Hochspannung betrieben. Darüber hinaus sind die Photomultiplier jeweils an einen Hauptverstärker angeschlossen. Die Hauptverstärker sind wiederum jeweils mit einem TSCA (engl. *Timing Single Channel Analyzer*) verbunden. Beide TSCA sind an dieselbe Koinzidenzeinheit angeschlossen. Diese ist über einen ADC (engl. *analog-to-digital converter*) mit dem Computer verbunden, welcher über eine entsprechende Datenaufnahme-Software verfügt und somit den Zähler bildet.

## 3.2 Elektronik

Registriert ein NaJ-Detektor ein Photon, so entsteht am Photomultiplier der im Oszilloskopbild 4a dargestellte unipolare Puls.



(a) Oszilloskopbild des Signals aus dem Photomultiplier. (b) Oszilloskopbild des Signals nach dem Hauptverstärker.



(c) Oszilloskopbild des (Rechteck-)Signals nach dem TSCA. (d) Oszilloskopbild beider aus den TSCA stammenden (Rechteck-)Signale vor der Koinzidenzeinheit. Hierbei ist die Verzögerungszeit an einem der beiden TSCA so gewählt, dass sich beide (Rechteck-)Signale überlappen. Der beim grün markierten (Rechteck-)Signal erkennbare Einschwingvorgang ist darauf zurückzuführen, dass kein Abschlusswiderstand am Eingang des Oszilloskops angebracht wurde.

**Abbildung 4:** Die Abbildung zeigt die mit einem Oszilloskop aufgenommenen Bilder des Signals bzw. der Signale an vier verschiedenen Stellen im Blockschaltbild, welches in Abbildung 2 zu sehen ist.

Die Höhe der Amplitude dieses Pulses ist proportional zur im Szintillator deponierten Energie.

Der Hauptverstärker wandelt die unipolaren in bipolare Signale um, indem er sie differenziert. Das Oszilloskopbild 4b zeigt solch ein bipolares Signal nach dem Verlassen

des Hauptverstärkers. Überschreitet der positive Teil des bipolaren Pulses eine gewisse Schwelle, so wird der Puls gezählt, sobald er wieder Null erreicht. Dies entspricht immer dem Maximum des ursprünglichen, nicht-differenzierten Signals. Somit liefert der Nulldurchgang des bipolaren Signals die eindeutige Zeitinformation und der Zeitnullpunkt ist von der Höhe der Amplitude unabhängig.

Der TSCA registriert die vom Hauptverstärker ausgehenden bipolaren Pulse und gibt Rechteckpulse aus, was im Oszilloskopbild 4c zu sehen ist. Der TSCA besitzt eine untere und eine obere Schwelle, sodass Signale, deren Höhe oberhalb der unteren und unterhalb der oberen Schwelle liegt, zu einem Rechteckpuls am Ausgang des TSCA führen. Sobald es beim Signal am Eingang des TSCA zum Nulldurchgang kommt, beginnt der Rechteckpuls. Zusätzlich bietet der TSCA die Möglichkeit mit Hilfe eines eingebauten Verzögerungsglieds (Delay) ein Signal zu verzögern. Diese Verzögerungsglieder dienen dem künstlichen Ausgleich der Verzögerung von Signalen, welche zwar zeitlich gegeneinander verschoben, aber eigentlich koinzident sind. Die besagte Signalverzögerung kommt aufgrund der unterschiedlichen Kabellängen und der elektronischen Verarbeitungszeit in den verschiedenen Komponenten zustande.

Bei der Koinzidenzeinheit handelt es sich um eine „Fast-Coincidence-Unit“. Das vor der Koinzidenzeinheit aufgenommene Oszilloskopbild 4d zeigt zwei von den TSCA ausgehende (Rechteck-)Signale. Überlappen sich zwei solcher Rechteckpulse, was im Oszilloskopbild 4d der Fall ist, werden sie von der Koinzidenzeinheit als koinzident angesehen und es wird ein Signal an den Zähler weitergegeben. Bei einer Koinzidenzeinheit wird auf die Flanke der Rechteckpulse getriggert und die (Rechteck-)Signale werden so umgeformt, dass die ansteigenden Flanken zu Pulsen werden. Sobald sich diese Pulse überlappen, werden die aus den TSCA stammenden (Rechteck-)Signale als koinzident bewertet. Anzumerken ist, dass wenn die Verzögerungszeit zwischen den aus den TSCA stammenden Signalen variiert wird, sich durch die Signalumformung ein gaußartiger Zusammenhang zwischen Verzögerungszeit und Zählrate ergibt.

Der Zähler besitzt die Aufgabe, die von der Koinzidenzeinheit registrierten Koinzidenzen zu zählen.



### 3.3 Durchführung

Um sicherzustellen, dass wahrhaftig koinzidente Signale zeitgleich an der Koinzidenzeinheit ankommen, wird bei der Versuchsdurchführung zunächst die Verzögerungsdauer bzw. -zeit (Delay) mit Hilfe der  $^{22}\text{Na}$ -Quelle experimentell bestimmt. Dazu wird die Tatsache ausgenutzt, dass bei der Annihilation der von Natrium-22 ausgestrahlten Positronen mit den Elektronen der Aluminiumhülle der Quelle zwei koinzidente Photonen unter einem Winkel von  $180^\circ$  ausgesendet werden. Dementsprechend wird der Winkel zwischen den NaJ-Detektoren auf  $\theta = 180^\circ$  eingestellt. Dadurch können die NaJ-Detektoren koinzidente Signale aus der Elektron-Positron-Vernichtung in Form von Photonen messen. Damit die Koinzidenzeinheit diese auch als koinzidente Ereignisse erkennt, wird eines der beiden Verzögerungsglieder am TSCA schrittweise verstellt. Bei jeder der dadurch entstehenden Verzögerungen in der entsprechenden Signalleitung wird 30 Sekunden lang die Anzahl der Koinzidenzen gemessen. Auf diese Weise wird eine Reihe von Verzögerungszeiten durchgetestet. Die Verzögerungszeit, welche die höchste Zählrate liefert, wird im weiteren Verlauf des Experiments verwendet. Es ist zu erwähnen, dass zufällige Koinzidenzen, also Einzelprozesse, welche zufällig gleichzeitig ablaufen, aber nicht miteinander korreliert sind, gegenüber den tatsächlichen Koinzidenzen unterdrückt sind.

Nun wird die  $^{22}\text{Na}$ -Quelle aus der Versuchsanordnung herausgenommen und gegen die  $^{137}\text{Cs}$ -Quelle ausgetauscht, um die Koinzidenzauflösungszeit  $2\tau$  zu ermitteln. Dazu wird für jeden einzelnen NaJ-Detektor zwei Minuten lang die Zählrate gemessen. Anschließend werden die Koinzidenzen 30 Minuten lang bei einem Winkel von  $\theta = 120^\circ$  gemessen. Caesium-137 wird als Quelle verwendet, weil der im Zuge des  $\beta^-$ -Zerfalls entstehende angeregte Kernzustand von Barium-137 beim  $\gamma$ -Zerfall ein Photon emittiert. Dies ist anhand des Zerfallsschemas von  $^{137}\text{Cs}$  in Abbildung 3 nachzuvollziehen.

Die  $^{137}\text{Cs}$ -Quelle wird aus der Versuchsanordnung herausgenommen und wieder gegen die  $^{22}\text{Na}$ -Quelle ausgetauscht, sodass die Winkelkorrelation der Vernichtungsstrahlung untersucht werden kann. Zunächst wird für jeden einzelnen NaJ-Detektor zwei Minuten lang die Zählrate gemessen. Anschließend werden bei  $\theta = 90^\circ$  und  $\theta = 120^\circ$  jeweils 10 Minuten lang die Koinzidenzen gemessen. Hierbei handelt es sich um zufällige Koinzidenzen. Nun wird der Winkel  $\theta$  von  $170^\circ$  bis  $190^\circ$  in  $2^\circ$ -Schritten variiert, wobei jeweils drei Minuten lang die Koinzidenzen gemessen werden.

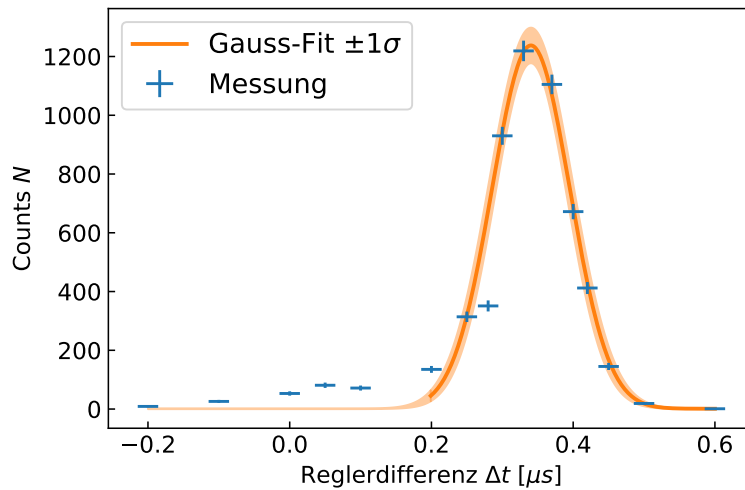
Zuletzt wird die  $^{22}\text{Na}$ -Quelle wieder aus der Versuchsanordnung herausgenommen und die  $^{60}\text{Co}$ -Quelle eingesetzt, um die Winkelkorrelation der  $\gamma$ - $\gamma$ -Kaskade von Cobalt-60 zu untersuchen. Dazu wird für jeden einzelnen NaJ-Detektor zwei Minuten lang die Zählrate gemessen. Anschließend wird bei  $\theta = 90^\circ$  und  $\theta = 180^\circ$  jeweils 30 Minuten lang die Anzahl der Koinzidenzen registriert. Zur Bestimmung der zufälligen Koinzidenzen wird eines der Verzögerungsglieder bis zum Anschlag herausgedreht, sodass die Messung von tatsächlichen Koinzidenzen vermieden wird.

## 4 Datenanalyse

Dieser Abschnitt umfasst die Auswertung der aufgenommenen Daten.

### 4.1 Verzögerungsdauer

Um möglichst viele Koinzidenzen zu messen, wird die Zählrate nach der Koinzidenzeinheit gegen die eingestellte Verzögerung aufgezeichnet. Hierzu wird  $^{22}\text{Na}$  verwendet, um durch den Zerfall des Parapositroniums zwei  $\gamma$ -Quanten im Winkel von  $180^\circ$  zu gewährleisten. Die Überlagerungswahrscheinlichkeit ist durch eine Gauß-Kurve abgeschätzt und in Abb. 5 dargestellt. Da Werte mit Verzögerungsdauern kleiner als  $0,2\,\mu\text{s}$  eine statistisch



**Abbildung 5:** Zusammenhang von der eingestellten Verzögerung zwischen beiden Signalen und der Zählrate. Die Daten wurden mit einer Gauß-Kurve  $A \cdot \exp\left\{-\frac{(\Delta t - \Delta t_0)^2}{2\sigma_{\Delta t}^2}\right\} + y_0$  angepasst. Alle konkreten Fit-Parameter finden sich in Abschnitt 5.2.

relevante Abweichung von Null haben, wurden diese nicht in die Anpassung der Gauß-Kurve eingebunden. Die Position des Peaks liegt bei  $\Delta t_0 = 340(5)\,\text{ns}$ . In allen folgenden Messungen ist die Signalverzögerung fest auf  $333\,\text{ns}$  eingestellt. Diese Einstellung ist mit der Peakposition kompatibel und liefert eine Signaleffizienz von  $\epsilon = 0,992(11)$  im Bezug

zum Peakmaximum. Die Breite  $\sigma_{\Delta t} = 54,8(29)$  ns der Kurve ist eine grobe Abschätzung für die Zeitauflösung.

## 4.2 Koinzidenzauflösungszeit

Eine genauere Bestimmung der Auflösungszeit  $2\theta$  von zwei aufeinander folgenden Signalen ist mit

$$N_Z = N_1 \cdot N_2 \cdot 2\tau \Leftrightarrow 2\tau = \frac{N_Z}{N_1 N_2} = 83,3(12) \text{ ns} \quad (4.1)$$

möglich. Dabei sind  $N_1 = 5201(7)$  1/s,  $N_2 = 5869(7)$  1/s die Zählraten beider Detektoren vor und  $N_Z = 2,54(4)$  1/s die Zählrate nach der Koinzidenzeinheit. Die Quelle hatte im Jahr 1962 eine Aktivität von 3,7 MBq und somit werden bei der Messung ca. 0,4 % aller Zerfälle gemessen. Das errechnete Ergebnis liegt in der Größenordnung der Abschätzung.

Die Koinzidenzeinheit sieht zwei Signale mit einer absoluten Verzögerung von  $\tau$  als Koinzidenz an. Somit kann ein Signal relativ zum anderen um maximal  $2\tau$  verschoben werden, ohne aus diesem Interval zu fallen.

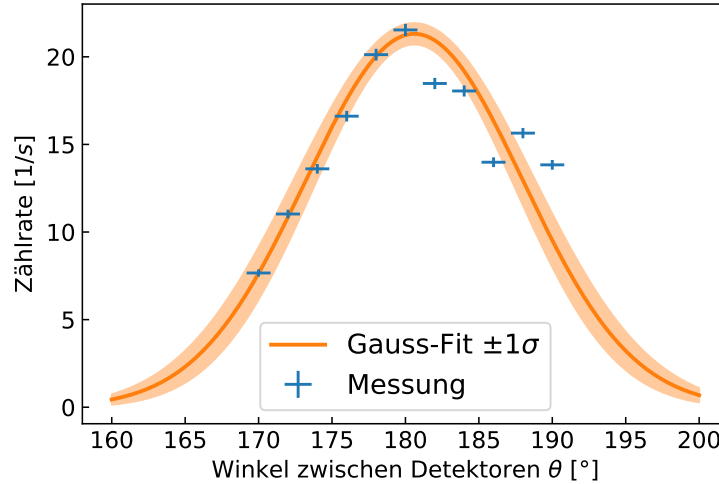
Bei dieser Messung wurde  $^{137}\text{CS}$  verwendet, damit ausschließlich einzelne und somit zufällige Koinzidenzen auftreten können.

Durch verschiedene Reflexions- und Streueffekte treten unter bestimmten Winkeln erhöhte Zählraten auf. Zum einen werden Photonen bevorzugt bei  $\theta = 180^\circ$  zurückgestrahlt. Zusätzlich werden Photonen durch den Comptoneffekt in der Bleiabschirmung abgelenkt und können bei kleineren Winkeln  $\theta$  leicht in den anderen Detektor treffen. Bei  $\theta = 120^\circ$  sind beide Effekte klein und es werden größtenteils die ursprünglichen zufälligen Koinzidenzen der Quelle gemessen. Für eine genauere Analyse ist eine tiefere Betrachtung der auftretenden Effekte und der genauen Geometrie des Versuchs erforderlich.

## 4.3 Vernichtungsstrahlung

Die  $^{22}\text{Na}$ -Quelle führt hauptsächlich zur Bildung von Parapositronium, welches dann unter einem Winkel von  $180^\circ$  in zwei  $\gamma$ -Quanten zerfällt. In Abb. 6 ist die Zählrate der

Koinzidenzen gegen den Winkel  $\theta$  dargestellt. Theoretisch wird ein scharfer Peak bei genau  $180^\circ$  erwartet.



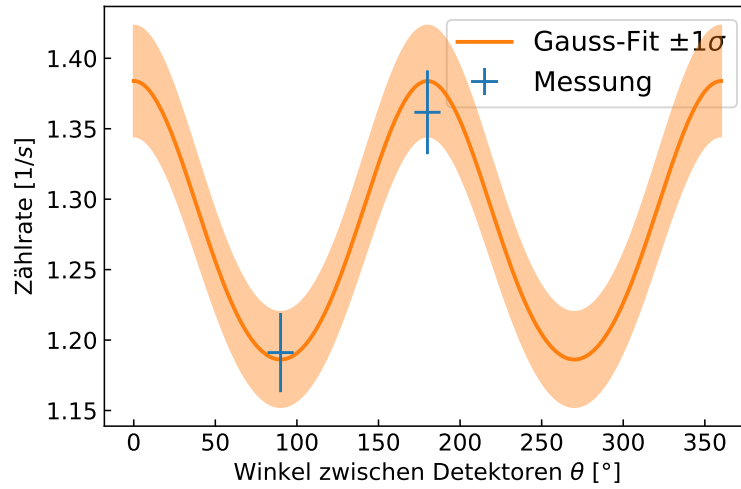
**Abbildung 6:** Winkelspezifische Zählrate der  $^{22}\text{Na}$ -Quelle. An die Daten wurde eine Gauß-Kurve mit  $A \cdot \exp\left\{-\frac{(\theta-\theta_0)^2}{2\sigma_{\theta_0}^2}\right\} + y_0$  angepasst. Der Peak bei  $\theta_0 = 180,6(5)^\circ$  weist durch die ausgedehnte Detektorgeometrie eine Breite von  $\sigma_{\theta_0} = 7,4(6)^\circ$  auf.

Wie in der Grafik zu sehen, wird eine gaußförmige Verteilung mit  $\theta_0 = 180,6(5)^\circ$  und  $\sigma_{\theta_0} = 7,4(6)^\circ$  an die Daten angelegt. Daraus ist abzuleiten, dass die Detektorgeometrie einen hohen Einfluss auf die Unsicherheit der betrachteten Winkelmessung hat. Im Folgenden ist die Unsicherheit einer Winkelmessung durch  $\sigma_{\theta_0}$  gegeben. Das  $\theta_0$  leicht von  $180^\circ$  verschoben ist, kann an einer Schiefelage der Quelle während der Messung liegen. Da  $\theta_0$  allerdings immer noch ausreichend nahe am theoretischen Wert liegt, wurde hier keine weitere Korrektur berechnet.

#### 4.4 Winkelkorrelation

Nachdem aus den vorherigen Messungen Korrekturen und Unsicherheiten des Messapparates bestimmt worden sind, soll nun die Winkelkorrelation der  $^{60}\text{Co}$ -Probe ermittelt werden. Dazu wird zunächst die zufällige Koinzidenzrate zum einen mit der obigen  $2\tau$  Methode bestimmt und zum anderen direkt gemessen. Die errechnete Koinzidenzrate aus

den Einzelraten der Detektoren ergibt  $N_Z = 0,004\,77(8) \text{ 1/s}$ , während die gemessene etwa um den Faktor 10 größer ist. Da allerdings insgesamt nur 9 Ereignisse registriert worden sind, können damit keine statistischen Aussagen gemacht werden. Sie sind im Verhältnis zur gemessenen Zählrate echter Koinzidenzen verschwindend gering und wirken sich dadurch nicht auf das Ergebnis aus. In Abb. 7 sind die Messwerte für  $\theta = 90^\circ, 180^\circ$ , sowie die theoretische Winkelkorrelation eingezeichnet.



**Abbildung 7:** Theoretischer Kurvenverlauf und gemessene Einzelwerte. Die theoretische Kurve ist proportional zu  $1 + \frac{1}{8} \cos^2 \theta + \frac{1}{24} \cos^4 \theta$ .

Vergleicht man die theoretische mit der experimentellen Asymmetrie

$$A_{\text{theo}} = \frac{W(180^\circ) - W(90^\circ)}{W(90^\circ)} = 0,167$$

$$A_{\text{exp}} = \frac{C(180^\circ) - C(90^\circ)}{C(90^\circ)} = 0,143(34),$$

wobei die theoretische Winkelkorrelation  $W(\theta)$  aus (2.7) stammt und  $C(\theta)$  die gemessene Zählrate angibt. Die gemessene stimmt mit der theoretischen Asymmetrie für die  $\gamma$ - $\gamma$ -Kaskade überein. Allerdings ist die Unsicherheit der ermittelten Asymmetrie groß und liegt bei über 20%. Um die Unsicherheit zu verringern, müssen mehr Messpunkte aufgenommen, die Winkelauflösung verbessert und im Allgemeinen längere Messzeiten eingeplant werden.

## 5 Anhang

### 5.1 Unsicherheiten

Jegliche Unsicherheiten werden nach GUM bestimmt und berechnet. Die Gleichungen dazu finden sich in Abb. 8 und Abb. 9. Für die Unsicherheitsrechnungen wurde die Python Bibliothek `uncertainties` herangezogen, welche den Richtlinien des GUM folgt.

Für die Unsicherheiten der Parameter in Annäherungskurven wurden die  $y$ -Unsicherheiten der anzunähernden Werte beachtet und die Methode der kleinsten Quadrate angewandt. Dafür steht in der Bibliothek die Methode `scipy.optimize.curve_fit()` zur Verfügung.

Zur Erstellung von Anpassungskurven wird das Python-Paket `scipy.odr` verwendet, welches unter anderem die Methoden `scipy.odr.Model()`, `scipy.odr.RealData()` und `scipy.odr.ODR()` zur Verfügung stellt. Dabei wird auf die sogenannte orthogonale lineare Regression (engl. *Orthogonal Distance Regression* (Abkürzung: ODR)) zurückgegriffen, welche auf der Methode der kleinsten Quadrate basiert und einen modifizierten Levenberg-Marquardt-Algorithmus darstellt. Für die Parameter von Anpassungskurven und deren Unsicherheiten werden die  $x$ - und  $y$ -Unsicherheiten der anzunähernden Werte berücksichtigt und entsprechend gewichtet. Bei digitalen Messungen wird eine Rechteckverteilung mit  $\sigma_X = \frac{\Delta X}{2\sqrt{3}}$  und bei analogem Ablesen eine Dreieckverteilung mit  $\sigma_X = \frac{\Delta X}{2\sqrt{6}}$  angenommen. Die konkreten Werte der jeweiligen Fehlerintervalle  $\Delta X$  werden in den entsprechenden Abschnitten angemerkt.

Die jeweiligen  $\Delta X$  sind im konkreten Abschnitt zu finden.

$$x = \sum_{i=1}^N x_i; \quad \sigma_x = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_{x_i}^2}$$

**Abbildung 8:** Formel für kombinierte Unsicherheiten des selben Typs nach GUM.

$$f = f(x_1, \dots, x_N); \quad \sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2}$$

**Abbildung 9:** Formel für sich fortpflanzende Unsicherheiten nach GUM.

## 5.2 Fit-Parameter

$$\begin{aligned} A &= 1237(61) \\ \Delta t_0 &= 340(5) \text{ ns} \\ \sigma_{\Delta t_0} &= 54,8(29) \text{ ns} \\ y_0 &= 1,0(14) \end{aligned}$$

**Abbildung 10:** Fit-Parameter für die Funktion  $C(\Delta t) = A \cdot \exp\left\{-\frac{(\Delta t - \Delta t_0)^2}{2\sigma_{\Delta t_0}^2}\right\} + y_0$  Verzögerungsdauer.

$$\begin{aligned} A &= 21,3(6) \text{ 1/s} \\ \theta_0 &= 180,6(5)^\circ \\ \sigma_{\theta_0} &= 7,4(6)^\circ \end{aligned}$$

**Abbildung 11:** Fit-Parameter für die Funktion  $C(\theta) = A \cdot \exp\left\{-\frac{(\theta - \theta_0)^2}{2\sigma_{\theta_0}^2}\right\}$  der Vernichtungsstrahlung.



$$A = 1,186(34)^{1/s}$$

**Abbildung 12:** Fit-Parameter für die Funktion  $W(\theta) = A \cdot \left(1 + \frac{1}{8} \cos^2 \theta + \frac{1}{24} \cos^4 \theta\right)$  der theoretischen Winkelkorrelation.

## Literatur

- [1] Autor unbekannt. „ $\gamma$ - $\gamma$ -Winkelkorrelation“. Versuchsanleitung, ausgehändigt an der WWU Münster.
- [2] *Nuclear shells and magic numbers in a harmonic oscillator with orbit-orbit and spin-orbit terms*. URL: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Shells.png>.