

VERSUCHSBERICHT ZU

V7: γ - γ -WINKELKORRELATION

Gruppe Ma-A-06

Chris Lippe (c_lipp02@wwu.de)

Jonathan Sigrist (j_sigrist@wwu.de)

Jannik Tim Zarnitz (j_zarn02@wwu.de)

durchgeführt am 25.11.2019

Benjamin Hetz

14. Dezember 2019

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	2
2.1	Schalenmodell des Kerns	2
2.2	Emission von γ -Strahlung	2
2.2.1	Auswahlregeln und Multipolstrahlung	4
2.2.2	Winkelverteilung bei γ - γ -Kaskaden	4
2.2.3	Wechselwirkung von Photonen mit Materie	5
2.3	Positronium	6
2.4	Szintillatoren	7
2.5	Photomultiplier	8
3	Versuchsaufbau und -durchföhrung	9
4	Datenanalyse	12
4.1	Diodenkennlinie	12
4.2	Bauteile der Hochfrequenztechnik	12
5	Diskussion & Schlussfolgerung	13
5.1	Unsicherheiten	14
	Literatur	16

1 Einleitung

Analog zum Schalenmodell für die Elektronen in der Atomhülle, lässt sich auch für den Atomkern ein solches definieren. Auch hier treten gegenüber dem Grundzustand angeregte Zustände auf, die durch verschiedene Quantenzahlen (Hauptquantenzahl, Kernspin, ...) gekennzeichnet sind. Nach α - und β -Zerfällen liegen die Kerne oft in einem angeregten Zustand vor. Die „Abregung“ geschieht meist über die Aussendung von γ -Quanten, also hoch-energetischen Photonen.

Durch die Detektion der emittierten Photonen lassen sich Rückschlüsse auf die Charakteristiken der angeregten Zustände ziehen. Konkret wird ein angeregter Kern untersucht der über ein Zwischenniveau und unter Aussendung von zwei Photonen in den Grundzustand zerfällt. Die Winkelverteilung ist charakteristisch für die statische Verteilung der magnetischen Drehimpulsquantenzahlen.

Ziel dieses Versuchs ist es, ein besseres Verständnis von Kernniveaus und ihren Quantenzahlen zu bekommen, sowie den Zusammenhang zu den korrespondierenden Winkelverteilungen der emittierten Photonen einer Zerfallskaskade zu untersuchen.

2 Theorie

Im Folgenden sollen zunächst die theoretischen Grundlagen für die nachfolgenden experimentellen Untersuchungen erörtert werden. Die vorgestellte Theorie basiert auf der ausgehändigten Versuchsanleitung [1].

2.1 Schalenmodell des Kerns

Das Schalenmodell des Atomkerns ist sehr ähnlich zum Fermigasmodell. Wesentlicher Unterschied zum Fermigasmodell ist das abgeänderte Kernpotential. Anstelle eines Rechteckpotentials wird ein Woods-Saxon-Potential genutzt:

$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$

Dabei bezeichnet V_0 die Potentialtiefe, a die Ausschmierung des Kernrandes, R den Kernradius und r den Abstand des Nukleons vom Kernmittelpunkt. Außerdem wird die Spin-Bahn-Kopplung der Nukleonen berücksichtigt, denn wie Elektronen im Atom besitzen auch Nukleonen im Kern einen Bahndrehimpuls und einen Spin. Insgesamt ergeben sich die in Abbildung 1 dargestellten Energieniveaus.

Dieses Schema der möglichen Zustände erinnert an die Energieniveaus eines Atoms, was den Namen „Schalenmodell“ erklärt. Außerdem sind in Kästchen die *magischen Zahlen* eingezeichnet. Wenn alle Zustände bis zu einer größeren Energielücke besetzt sind, erhält man eine Art „Schalenabschluss“, was die ungewöhnlich hohe Bindungsenergie der Kern bei den magischen Zahlen erklärt. Dieses Phänomen konnte mit früheren Modellen nicht ausreichend erklärt werden.

2.2 Emission von γ -Strahlung

Nach α - und β -Zerfällen liegen die Kerne oft in einem angeregten Zustand vor. Die „Abregung“ geschieht meist über die Aussendung von γ -Quanten, also hoch-energetischen

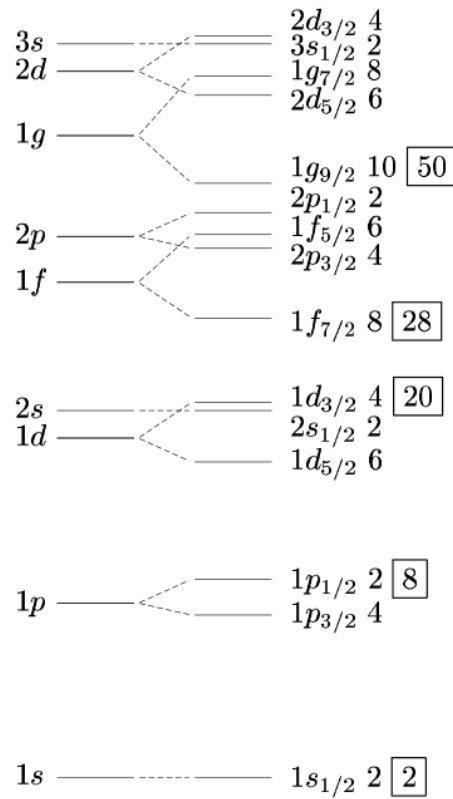


Abbildung 1: Energieniveaus des Schalenmodells. Die Spin-Bahn-Kopplung ist hier explizit berücksichtigt. [2]

Photonen. Im Gegensatz zu den elektromagnetischen Übergängen in der Atomhülle, wo fast nur Dipolstrahlung auftritt, sind bei den Übergängen im Kern höhere Multipole (Quadrupol, Oktupol, ...) nicht zu vernachlässigen.

Statt der Emission von Photonen kann die Energie auch an ein Elektron in der Hülle des Atoms abgegeben werden, welches dadurch aus dem Atom herausgeschlagen wird (Konversionselektronen). Im Gegensatz zur β -Strahlung entstammen diese jedoch nicht dem Kern selbst und besitzen außerdem ein diskretes Energiespektrum. Bei sehr hohen Energien ist zudem die Bildung und Emission eines Elektron-Positron-Paares im Kern möglich (Paarkonversion).

2.2.1 Auswahlregeln und Multipolstrahlung

Bei elektromagnetischen Übergängen muss der Gesamtdrehimpuls erhalten bleiben. Besitzt das emittierte Photon den Drehimpuls l und die beteiligten Kernniveaus die Drehimpulse I_i und I_f , dann muss gelten:

$$|I_i - I_f| \leq l \leq I_i + I_f \quad (2.1)$$

Man unterscheidet nun zwischen elektrischer (El) und magnetischer (Ml) 2^l -Strahlung (Bsp. $l = 1 \Rightarrow$ Dipolstrahlung, $l = 2 \Rightarrow$ Quadrupolstrahlung, ...). Mit steigendem l nimmt die Wahrscheinlichkeit für einen solchen Übergang exponentiell ab.

Es lässt sich nun zusätzlich die Paritätsquantenzahl $P = \pm 1$ definieren, welche das Symmetrieverhalten einer Wellenfunktion unter einer Koordinatentransformation $\vec{x} \rightarrow -\vec{x}$ beschreibt. Es gilt für die Parität von Anfangs- und Endzustand (P_i und P_f):

$$\Delta P = P_i \cdot P_f = \begin{cases} (-1)^l & \text{für El-Strahlung} \\ (-1)^{l+1} & \text{für Ml-Strahlung} \end{cases} \quad (2.2)$$

2.2.2 Winkelverteilung bei γ - γ -Kaskaden

Ausgangspunkt zur Berechnung der theoretisch erwarteten Winkelverteilung ist die Überlegung, dass der Detektor im Vergleich zur Ausdehnung der Quelle sehr weit von dieser entfernt ist (Details im Versuchsaufbau). Das hier nur klassisch betrachtete elektromagnetische Feld kann daher näherungsweise als quellfrei angenommen werden. Die Maxwell-Gleichungen vereinfachen sich daher zu:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 0 & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Die Lösungen sind gegeben durch:

$$\begin{aligned} \vec{B}_l^m &= f_l(kr) \cdot \vec{L} \cdot Y_l^m(\Theta, \Phi) & ; & & \vec{E}_l^m &= i \frac{c}{k} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B}_l^m & \text{für } E\text{-Felder} \\ \vec{E}_l^m &= f_l(kr) \cdot \vec{L} \cdot Y_l^m(\Theta, \Phi) & ; & & \vec{B}_l^m &= -i \frac{c}{k} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{E}_l^m & \text{für } M\text{-Felder} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Die Ausstrahlungscharakteristik ist durch den Poynting-Vektor $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$ gegeben. Im Fernfeld gilt:

$$\epsilon_0 |\vec{E}|^2 = \frac{1}{\mu_0} |\vec{B}|^2 \quad (2.5)$$

Damit folgt für die Winkelverteilung insgesamt:

$$\begin{aligned} |\vec{S}| &\sim |\vec{E}|^2 \sim |\vec{L} \cdot Y_l^m|^2 & \text{für } E\text{-Felder} \\ |\vec{S}| &\sim |\vec{B}|^2 \sim |\vec{L} \cdot Y_l^m|^2 & \text{für } M\text{-Felder} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Das heißt, über die Kugelflächenfunktionen $Y_l^m(\Theta, \Phi)$ lässt sich die Winkelverteilung berechnen. Für die hier untersuchten γ -Kaskade beim Zerfall von $^{60}_{27}\text{Co}$ in $^{60}_{28}\text{Ni}$ erwartet man:

$$W(\Theta) \sim 1 + \frac{1}{8} \cos^2(\Theta) + \frac{1}{24} \cos^4(\Theta) \quad (2.7)$$

Damit lässt sich auch die theoretisch erwartete Asymmetrie berechnen:

$$A_{\text{theo.}} = \frac{W(180^\circ) - W(90^\circ)}{W(90^\circ)} \quad (2.8)$$

Aus der gemessenen Koinzidenzrate bei den jeweiligen Winkeln lässt sich analog die experimentelle Asymmetrie berechnen und mit der theoretischen vergleichen:

$$A_{\text{exp.}} = \frac{C(180^\circ) - C(90^\circ)}{C(90^\circ)} \quad (2.9)$$

2.2.3 Wechselwirkung von Photonen mit Materie

Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Absorption von Photonen in Materie. Es gibt drei verschiedene Prozesse zur Absorption von Photonen, die für unterschiedliche Energiebereiche dominant sind:

Photoeffekt: dominant im eV- bis keV-Bereich

Die gesamte Energie des Photons wird auf ein Elektron in der Hülle der Atome des Absorbermaterials übertragen. Dieses Elektron verlässt das Atom und trägt die bei der Ionisation überbleibende Energie als kinetische Energie davon und kann dadurch weitere Atome ionisieren. Der Wirkungsquerschnitt ist proportional zu Z^5/E_γ^3 (Z : Kernladungszahl des Absorbermaterials, E_γ : Energie der Photonen).

Comptonstreuung: dominant im MeV-Bereich

Das Photon wird an einem quasi freiem Elektron gestreut. Der Energieübertrag ist dabei vom Streuwinkel abhängig. Bei einem Winkel von 0° ist der Energieübertrag null, bei einem Winkel von 180° (Rückstreuung) ist er maximal.

Paarproduktion: dominant bei Energien über 10 MeV

Im elektrischen Feld eines Atomkerns kann die Energie des Photons dazu genutzt werden, um ein Elektron-Positron-Paar zu erzeugen. Dies kann aber offensichtlich nur dann passieren, wenn die Photonenergie die Summe der Ruhemassen von Elektron und Positron (1022 keV) übersteigt.

2.3 Positronium

Trifft ein bei einem β^+ -Zerfall emittiertes Positron auf Materie, so gibt es zunächst durch Stöße mit den enthaltenen Elektronen Energie ab. Ist die Energie des Positrons so weit verringert, dass es thermalisiert ist, kann es entweder mit einem der Elektronen des Materials sofort annihilieren, oder Elektron und Positron gehen in einen gebundenen Zustand, dem Positronium über. Man unterscheidet dabei zwei Arten des Positroniums:

Parapositronium:

Die Spins von Elektron und Positron sind antiparallel ausgerichtet, es handelt sich also um einen Singulett-Zustand. Es zerfällt mit einer Lebensdauer von 125 ps meist in zwei 511 keV Photonen, die sich im 180°-Winkel zueinander ausbreiten. Dies ist der für den Versuch relevante Zustand.

Orthopositronium:

Dies ist der Triplet-Zustand des Positroniums, die Spins von Elektron und Positron sind parallel ausgerichtet. Es zerfällt mit einer Lebensdauer von 140 ns in mindestens drei Photonen.

2.4 Szintillatoren

Bei der Detektion von Gamma-Strahlung ist es zumeist notwendig, die Energie der Photonen soweit zu verringern, dass die Wellenlänge nachher im sichtbaren Bereich liegt. Diese Aufgabe erfüllen Szintillatoren. Treffen hoch-energetische Gamma-Quanten auf das Absorbermaterial des Szintillators, so geben sie über den Comptoneffekt Energie an das Material ab.

Man unterscheidet zwischen anorganischen Szintillatormaterialien, welche eine hohe Wechselwirkungsrate haben, aber auch eine große Ansprechzeit, und organischen (Plastik-)Szintillatoren, welche weniger mit einfallender Strahlung wechselwirken und dafür schneller ansprechen. Entsprechend eignen sich anorganische eher zur Detektion von Gamma-Strahlung und organische eher für massive Teilchen (Alpha-Teilchen, Spaltbruchstücke, ...).

In dieser Versuchsreihe werden anorganische Szintillatoren verwendet. Diese besitzen eine Kristallstruktur und können demnach durch das Bändermodell verstanden werden. Gibt ein eintreffendes Photon Energie an eines der Elektronen des Szintillatormaterials ab, so wird dieses in das Leitungsband angehoben, beim Driftprozess kann dieses Elektron dabei weitere Atome ionisieren.

Entscheidend ist nun, dass bei der Abregung eine geringere Bandlücke überwunden wird als bei der Anregung, sodass die ausgesandten Photonen keine erneute Anregung der Valenzelektronen bewirken können und der Szintillator somit für die Photonen transparent erscheint. Diese Übergänge mit niedriger Energiedifferenz können durch eine geeignete Dotierung erzeugt werden. Die überschüssige Energie wird dabei z.B. durch Gitterschwingungen (Phononen) abgegeben. Die Anzahl der erzeugten Photonen, welche im sichtbaren Wellenlängenbereich liegen, ist proportional zur Energie des einfallenden Gamma-Quants, wodurch diese mithilfe von nachgeschalteten Photomultipliern leicht bestimmt werden kann.

2.5 Photomultiplier

Photomultiplier eignen sich zur Detektion einzelner Photonen im sichtbaren Wellenlängenbereich. Damit sie auch ionisierende Strahlung detektieren können, ist ihnen ein Szintillator vorgeschaltet. Die Detektion von Photonen geschieht dabei über den Photoeffekt, bei dem ein eintreffendes Photon ein Elektron aus einer Dynode herauslöst. Da ein einzelnes Elektron nicht als ein ausreichend starker Strom gemessen werden kann, wird mittels einer Beschleunigungsspannung das Elektron auf eine weitere Dynode gelenkt, wo es neue Elektronen herauslösen kann. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis die Verstärkung groß genug ist, dass ein ausreichender Spannungspuls detektiert werden kann.

3 Versuchsaufbau und -durchführung

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Aufbau

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue dui dolore te feugait nulla facilisi. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed diam nonummy nibh euismod tincidunt ut laoreet dolore magna aliquam erat volutpat.

Ut wisi enim ad minim veniam, quis nostrud exerci tation ullamcorper suscipit lobortis nisl ut aliquip ex ea commodo consequat. Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue dui dolore te feugait nulla facilisi.

Durchführung

Consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus.

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue dui dolore te feugait nulla facilisi. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur adipiscing elit, sed diam nonumy nibh euismod tincidunt ut laoreet dolore magna aliquam erat volutpat.

Ut wisi enim ad minim veniam, quis nostrud exerci tation ullamcorper suscipit lobortis nisl ut aliquip ex ea commodo consequat. Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at

vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue dui dolore te feugait nulla facilisi.

4 Datenanalyse

Dieser Abschnitt umfasst die Auswertung der aufgenommenen Daten.

4.1 Diodenkennlinie

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

$$U_k(L) = aW_k \left(B \cdot 10^{\frac{L}{10 \text{ dBm}}} \right), \quad (4.1)$$

Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue duis dolore te feugait nulla facilisi. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed diam nonummy nibh euismod tincidunt ut laoreet dolore magna aliquam erat volutpat.

4.2 Bauteile der Hochfrequenztechnik

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata

sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue duis dolore te feugait nulla facilisi. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed diam nonummy nibh euismod tincidunt ut laoreet dolore magna aliquam erat volutpat.

Tabelle 1: Energieaufspaltungen aller sechs Peaks von Absorber C.

	v_{res}	Δv_{iso}	ΔE_{iso}
Peak 1	123	123	123
Peak 2	123	123	123
Peak 3	123	123	123
Peak 4	123	123	123
Peak 5	123	123	123
Peak 6	123	123	123

5 Diskussion & Schlussfolgerung

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita

kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Duis autem vel eum iriure dolor in hendrerit in vulputate velit esse molestie consequat, vel illum dolore eu feugiat nulla facilisis at vero eros et accumsan et iusto odio dignissim qui blandit praesent luptatum zzril delenit augue dui dolore te feugait nulla facilisi. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur adipiscing elit, sed diam nonumy nibh euismod tincidunt ut laoreet dolore magna aliquam erat volutpat.

5.1 Unsicherheiten

Jegliche Unsicherheiten werden nach GUM bestimmt und berechnet. Die Gleichungen dazu finden sich in Abb. 2 und Abb. 3. Für die Unsicherheitsrechnungen wurde die Python Bibliothek `uncertainties` herangezogen, welche den Richtlinien des GUM folgt. Für die Unsicherheiten der Parameter in Annäherungskurven wurden die y -Unsicherheiten der anzunähernden Werte beachtet und die Methode der kleinsten Quadrate angewandt. Dafür steht in der Bibliothek die Methode `scipy.optimize.curve_fit()` zur Verfügung.

Für digitale Messungen wird eine rechteckige Verteilung mit $\sigma_X = \frac{\Delta X}{2\sqrt{3}}$ und für analoges Ablesen wird eine Dreiecksverteilung mit $\sigma_X = \frac{\Delta X}{2\sqrt{6}}$ angenommen. Die jeweiligen ΔX sind im konkreten Abschnitt zu finden.

$$x = \sum_{i=1}^N x_i; \quad \sigma_x = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_{x_i}^2}$$

Abbildung 2: Formel für kombinierte Unsicherheiten des selben Typs nach GUM.

$$f = f(x_1, \dots, x_N); \quad \sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \sigma_{x_i} \right)^2}$$

Abbildung 3: Formel für sich fortpflanzende Unsicherheiten nach GUM.

Literatur

- [1] Autor unbekannt. „ γ - γ -Winkelkorrelation“. Versuchsanleitung, ausgehändigt an der WWU Münster.
- [2] *Nuclear shells and magic numbers in a harmonic oscillator with orbit-orbit and spin-orbit terms*. URL: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Shells.png>.