

VERSUCHSBERICHT ZU

V9 – MÖSSBAUER-EFFEKT

Gruppe Ma-A-06

Chris Lippe (c_lipp02@wwu.de)

Jonathan Sigrist (j_sigrist@wwu.de)

Jannik Tim Zarnitz (l_wigg01@wwu.de)

durchgeführt am 21.10.2019

betreut von Lukas Leßmann

11. November 2019

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	2
2.1	Kernniveaus und Übergänge	2
2.1.1	Emission und Absorption von γ -Quanten	2
2.1.2	Natürliche Linienbreite und Rückstoßeffekte	3
2.1.3	Hyperfeinstruktur	4
2.2	Der Mößbauer-Effekt	5
2.2.1	Debye-Waller-Faktor	5
2.2.2	Messung der Hyperfeinstruktur und Isomerieverschiebung	6
2.3	Zerfallsschema von ^{57}Co	7
2.4	Geschwindigkeitskalibrierung	9
2.5	Aufgabe 1	10
2.5.1	Isomerieverschiebungen	10
2.5.2	Aufspaltungsenergien	12
2.6	Aufgabe 5	13

1 Einleitung

Jede Messung in der Physik hat als Ergebnis niemals einen exakten Wert, sondern es lässt sich immer nur ein Intervall angeben, innerhalb dessen der tatsächliche Wert mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit liegt. [gum] Ziel einer jeden Messung ist es also, das Unsicherheitsintervall so klein wie möglich zu halten. Der im Folgenden untersuchte Mößbauer-Effekt sorgt dafür, dass die Übergangsenergien zwischen verschiedenen Anregungsniveaus eines Atomkerns mit einer Unsicherheit gemessen werden können, die im Bereich der natürlichen Linienbreite liegt. Dies stellt eine extrem hohe Präzision dar.

Beispielsweise wird bei dem in diesem Versuch relevanten γ -Zerfall von angeregtem Eisen in den Grundzustand ein Photon mit der Energie 14,4 keV emittiert. Die natürliche Linienbreite beträgt $4,7 \cdot 10^{-9}$ eV. Dies bedeutet eine relative Genauigkeit der Messung von der Größenordnung 10^{-12} . [schatz]

Grundlegende Idee des Mößbauer-Effektes ist es, das Atom, welches das γ -Quant emittiert bzw. absorbiert, in ein Gitter einzubauen. Dadurch kann verhindert werden, dass sich die Linie der Übergangsenergie aufgrund des Rückstoßes zwischen Photon und Kern verschiebt bzw. verbreitert. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine rückstoßfreie Emission bzw. Absorption stattfindet, wird durch den sogenannten Debye-Waller-Faktor beschrieben.

Neben der reinen Beobachtung des Mößbauer-Effektes wird dieser außerdem dazu verwendet, die Isomerieverschiebung und Aufspaltung der Kernenergieniveaus verschiedener Proben zu bestimmen, sowie die Probe selbst zu identifizieren. Daraus kann dann z. B. das magnetische Moment der angeregten Zustände berechnet werden.

2 Theorie

Im Folgenden sollen zunächst die theoretischen Grundlagen für die nachfolgenden experimentellen Untersuchungen erörtert werden. Ausgehend von allgemeinen Grundlagen, wie Kernniveaus, γ -Zerfall und die Hyperfeinstruktur, wird dann der hier untersuchte Mößbauer-Effekt erklärt. Die vorgestellte Theorie basiert auf Schatz und Weidinger [schatz].

2.1 Kernniveaus und Übergänge

2.1.1 Emission und Absorption von γ -Quanten

Analog zum Schalenmodell für die Elektronen in der Atomhülle, lässt sich auch für den Atomkern ein solches definieren. Auch hier treten gegenüber dem Grundzustand angeregte Zustände auf, die durch verschiedene Quantenzahlen (Hauptquantenzahl, Kernspin, ...) gekennzeichnet sind.

Nach α - und β -Zerfällen liegen die Kerne oft in einem angeregten Zustand vor. Die „Abregung“ geschieht meist über die Aussendung von γ -Quanten, also hoch-energetischen Photonen. Im Gegensatz zu den elektromagnetischen Übergängen in der Atomhülle, wo fast nur Dipolstrahlung auftritt, sind bei den Übergängen im Kern höhere Multipole (Quadrupol, Oktupol, ...) nicht zu vernachlässigen.

Statt der Emission von Photonen kann die Energie auch an ein Elektron in der Hülle des Atoms abgegeben werden, welches dadurch aus dem Atom herausgeschlagen wird (Konversionselektronen). Im Gegensatz zur β -Strahlung entstammen diese jedoch nicht dem Kern selbst und besitzen außerdem ein diskretes Energiespektrum. Bei sehr hohen Energien ist zudem die Bildung und Emission eines Elektron-Positron-Paares im Kern möglich (Paarkonversion).

Umgekehrt kann ein Atomkern, wenn ein Photon mit genau der zu einem Übergang zwischen zwei Kernniveaus passenden Energie auf diesen trifft, unter Absorption des Photons wiederum in einen angeregten Zustand übergehen. Unter der Annahme, dass

die Energieniveaus des Atomkerns diskret sind, würde man zunächst vermuten, dass ein Photon, welches von einem Atomkern emittiert wurde, ohne Probleme von einem anderen Atomkern des gleichen Typs absorbiert werden kann. Dabei treten jedoch einige Hindernisse auf, welche im folgenden Abschnitt diskutiert werden sollen.

2.1.2 Natürliche Linienbreite und Rückstoßeffekte

Verschiedene Faktoren sorgen dafür, dass die Linie eines Kernniveaus im Energiespektrum verbreitert wird. Als erstes ist die natürliche Linienbreite zu nennen, die aus der quantenmechanisch begründeten Unschärfe resultiert. Die Halbwertsbreite der hier betrachteten 14,4 keV-Linie von ^{57}Fe mit einer Lebensdauer von $\tau_N = 1,41 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ berechnet sich zu $\Gamma = \hbar/\tau_N = 4,7 \cdot 10^{-9} \text{ eV}$. Diese vorgegebene Breite ist prinzipieller Natur und durch keinerlei Verfahren beeinflussbar.

Man betrachte nun einen frei beweglichen Atomkern, z. B. in einem idealen Gas. Er besitze den Impuls $\vec{p} = M\vec{v}$ (nach klassischer Vorstellung) und sei in einem angeregten Zustand der Energie E_a . Unter Aussendung eines Photons mit der Energie $\hbar\omega$ und dem Impuls $\hbar\vec{k}$ gehe der Kern in den Grundzustand mit der Energie $E_g = E_a - \hbar\omega_0$ über. Man erhält:

$$\hbar\omega = \left(E_a + \frac{\vec{p}^2}{2M} \right) - \left(E_g + \frac{(\vec{p} - \hbar\vec{k})^2}{2M} \right) = \hbar\omega_0 + \hbar(\vec{k} \cdot \vec{v}) - \frac{\hbar^2 k^2}{2M} \quad (2.1)$$

Die Energie des Photons ist also einerseits um einen konstanten Rückstoßterm $\frac{\hbar^2 k^2}{2M}$ zu geringeren Energien verschoben. Dieser Term ist typischerweise von der Größenordnung 10^{-3} eV . Die Geschwindigkeiten der Atome in einem idealen Gas sind statistisch um $v = 0$ verteilt. Der Doppler-Effekt-Term $\hbar(\vec{k} \cdot \vec{v})$ sorgt dementsprechend für eine Verbreiterung der Linie des Übergangs in der Größenordnung 10^{-2} eV .

Wird ein Photon hingegen absorbiert, kehren sich die Vorzeichen der oben genannten Terme um, d. h. die Linie ist zu höheren Energien hin verschoben. Die Stärke dieser Rückstoßeffekte übersteigt die der natürlichen Linienverbreiterung um mehrere Größenordnungen.

2.1.3 Hyperfeinstruktur

Die Hyperfeinstruktur beschreibt den Einfluss von elektrischen und magnetischen Feldern auf die Kernniveaus. Als erstes ist das magnetische Kerndipolmoment zu nennen, welches zu einer Aufspaltung der Niveaus führt. Sei I der Kernspin und M die zugehörige magnetische Quantenzahl (Komponente in z -Richtung), dann ist die Energieverschiebung des Niveaus $E_{\text{magn.}}$ gegeben durch:

$$E_{\text{magn.}} = -g(I)\mu_N B_z M \quad (2.2)$$

Dabei ist $g(I)$ der Landé-Faktor, $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} \approx 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ m}^2\text{A}$ das Kernmagneton und B_z die z -Komponente des Magnetfeldes. Die Niveaus spalten also äquidistant auf. Das magnetische Moment eines Niveaus ist gegeben durch:

$$\mu = g(I)\mu_N I \quad (2.3)$$

Als nächstes wird das elektrische Kernquadrupolmoment Q betrachtet. Es gibt die Abweichung der Ladungsverteilung im Kern von einer Kugelform an, dementsprechend ist es für den Fall einer kugelsymmetrischen Ladungsverteilung null. Für Niveaus mit Kernspin $I < 1$ ist es außerdem auch immer null.

Auch das elektrische Kernquadrupolmoment sorgt für eine Aufspaltung der Niveaus analog zum magnetischen Dipolmoment, hängt jedoch nur vom Betrag der magnetischen Quantenzahl M ab. Die Energieverschiebung eines Niveaus, das der Quadrupolwechselwirkung unterliegt, berechnet sich zu:

$$E_Q(M) = \frac{eQV_{zz}}{4I(2I-1)} (3M^2 - I(I+1)) \quad (2.4)$$

Hierbei ist V_{zz} der elektrische Feldgradient in z -Richtung.

Neben der Quadrupolwechselwirkung gibt es auch noch eine Monopolwechselwirkung, welche einen Einfluss auf die Kernniveaus hat. Diese führt später auf die sogenannte Isomerieverschiebung. Ist $\langle r^2 \rangle$ der Erwartungswert des quadratischen Kernradius und

$|\psi(0)|^2$ die Elektronendichte am Kernort, ergibt sich die Energieverschiebung:

$$E_C = \frac{Ze^2}{6\epsilon_0} |\psi(0)|^2 \langle r^2 \rangle \quad (2.5)$$

2.2 Der Mößbauer-Effekt

Die im letzten Abschnitt diskutierten Effekte der Hyperfeinstruktur waren lange Zeit aufgrund ihrer geringen Größenordnung gegenüber dem Rückstoßeffekt nicht messbar. Rudolf Mößbauer beobachtete den nach ihm benannten Effekt, durch den Kerne Photonen rückstoßfrei emittieren und absorbieren können.

Dazu baut man den jeweiligen Kern in ein Kristallgitter ein. Innerhalb dessen kann ein Kern höchstens zu Schwingungen angeregt werden. Diese Schwingungen liegen quantisiert in Form von Phononen vor. Werden bei der Emission bzw. Absorption eines Photons keine Phononen erzeugt oder vernichtet, so wird der Impuls an den gesamten Kristall übertragen. Aufgrund der großen Masse des Kristalls wird dabei kaum Energie übertragen. Die Wahrscheinlichkeit für eine solche rückstoßfreie Emission bzw. Absorption wird durch den sogenannten Debye-Waller-Faktor angegeben.

2.2.1 Debye-Waller-Faktor

Der Debye-Waller-Faktor f gibt das Verhältnis der unverschobenen und unverbreiterten γ -Emissionen/Absorptionen zu allen γ -Emissionen/Absorptionen an. Er lässt sich innerhalb einfacher Modelle wie dem Einstein- oder dem Debye-Modell gut berechnen. Im Debye-Modell erhält man:

$$f = \exp \left[-\frac{\hbar^2 k^2}{2M} \cdot \frac{3}{2k_B \Theta_D} \left(1 + \frac{2\pi^2}{3} \cdot \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^2 \right) \right] \quad (2.6)$$

Er wird demnach bei kleineren Temperaturen T größer. Da eine Kühlung sehr langwierig und energieaufwändig ist, wird hier davon abgesehen. Die anderen auftauchenden Größen, wie der Impuls des γ -Quants $\hbar k$, die Masse des Emitter-/Absorberatoms M , die Boltzmann-Konstante k_B und die Debye-Temperatur Θ_D , sind allesamt vom Material

bzw. Niveau abhängig oder aber universelle Konstanten. Daher ist es für den Versuch notwendig, ein geeignetes Material mit einem geeigneten Niveau zu finden. Die 14,4 keV-Linie von ^{57}Fe bietet entsprechende Eigenschaften.

2.2.2 Messung der Hyperfeinstruktur und Isomerieverschiebung

Um einen kleinen Energiebereich um die 14,4 keV-Linie von ^{57}Fe herum detektieren zu können, wird die Quelle relativ zum Absorber hin und her bewegt (näheres im Versuchsaufbau). Aufgrund des Dopplereffektes verschiebt sich die Energie des emittierten Photons einer sich mit der Geschwindigkeit v bewegenden Quelle E_D gegenüber einer ruhenden Quelle E_0 in guter Näherung um:

$$E_D = E_0 \left(1 + \frac{v}{c} \right) \quad (2.7)$$

Damit ist die Angabe einer Geschwindigkeit äquivalent zu einer Energieverschiebung.

Gleichung 2.5 beschreibt die Verschiebung der Übergangslinie in Abhängigkeit von der Ausdehnung des Kerns. Setzt man die Energien der bewegten Quelle und des ruhenden Absorbers gleich und stellt nach der Geschwindigkeit um, erhält man im Resonanzfall:

$$v_{\text{res}} = \frac{Ze^2c}{6\epsilon_0\hbar\omega_0} \left(|\psi_A(0)|^2 - |\psi_Q(0)|^2 \right) \left(\langle r_a^2 \rangle - \langle r_g^2 \rangle \right) \quad (2.8)$$

Dabei kennzeichnen die Indices Q und A Quelle und Absorber, sowie a und g den angeregten bzw. Grundzustand. Man nennt die Größe v_{res} Isomerieverschiebung. Diese lässt sich auch durch die relative Kerndeformation $\Delta R/R$ des angeregten Niveaus gegenüber dem Grundzustand ausdrücken:

$$v_{\text{res}} = \frac{S'(Z)Ze^2cR^2}{5\epsilon_0\hbar\omega_0} \left(|\psi_A(0)|^2 - |\psi_Q(0)|^2 \right) \frac{\Delta R}{R} \quad (2.9)$$

Hierbei ist $S'(Z)$ ein relativistischer Korrekturfaktor.

Auch die Aufspaltung von Linien durch die oben diskutierten Effekte lässt sich detektieren. Für ^{57}Fe spaltet das angeregte $I = \frac{3}{2}$ -Niveau aufgrund der elektrischen Quadrupolwechselwirkung in zwei Unterniveaus mit $M = \pm\frac{3}{2}$ und $M = \pm\frac{1}{2}$ auf. Für den Abstand der

beiden Linien im Geschwindigkeitsspektrum gilt:

$$\Delta v = \frac{eQV_{zz}c}{2\hbar\omega_0} \quad (2.10)$$

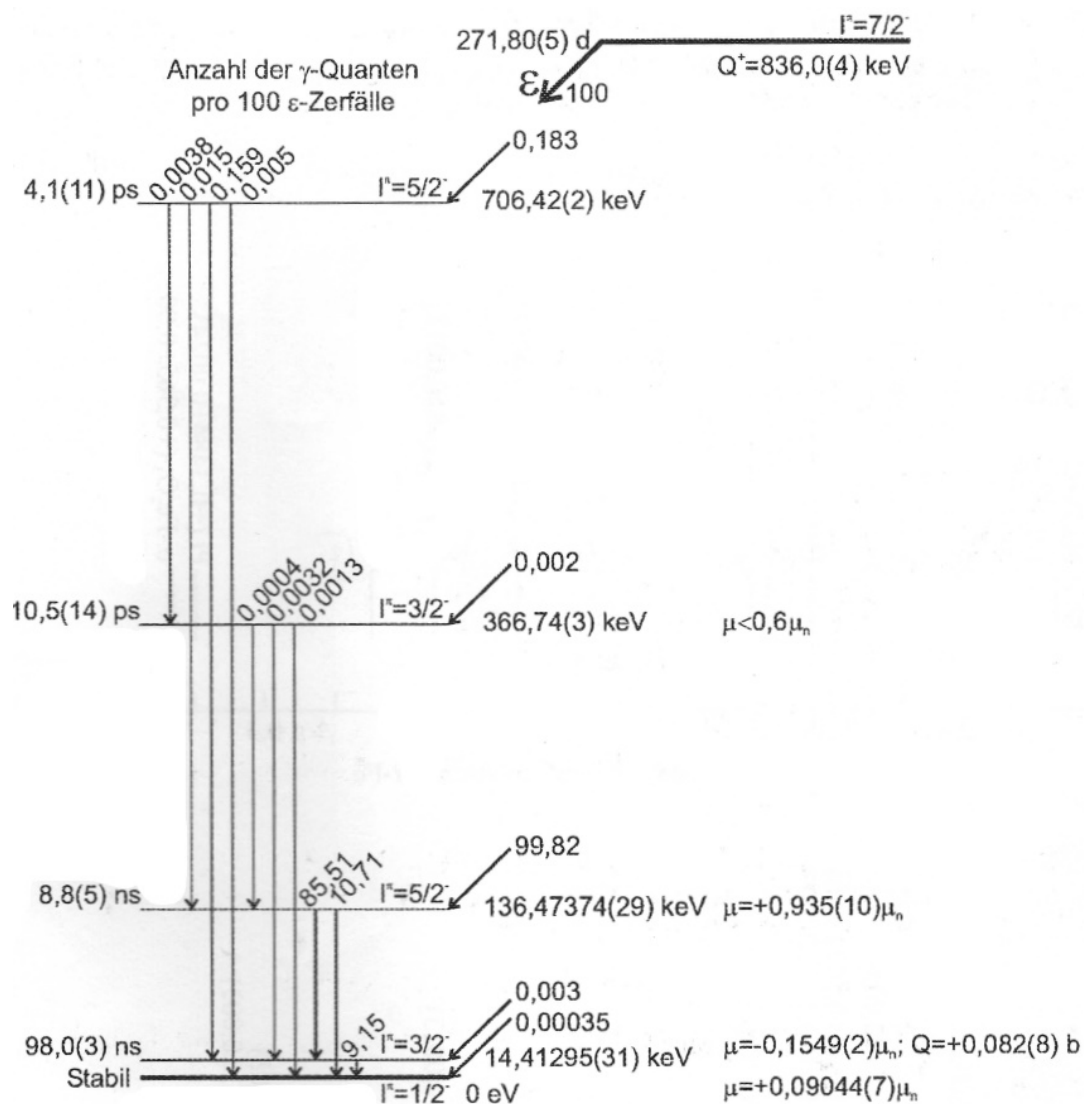
Zuletzt detektiert man Resonanzen im Geschwindigkeitsspektrum aufgrund der magnetischen Dipolaufspaltung bei:

$$v_{\text{res}} = -\frac{c}{\hbar\omega_0} \left(\frac{\mu_a}{I_a} M_a - \frac{\mu_g}{I_g} M_g \right) \quad (2.11)$$

2.3 Zerfallsschema von ^{57}Co

Man erhält eine ausreichende Menge von ^{57}Fe im 14,4 keV-Niveau durch den Zerfall von ^{57}Co . Letzteres geht in 99,82 % der Fälle durch Elektroneneinfang (electron capture) in das angeregte 136,5 keV-Niveau von ^{57}Fe über. Wiederum zerfällt dieses Niveau in 85,51 % der Fälle in das gewünschte 14,4 keV-Niveau von ^{57}Fe . Das ausführliche Zerfallsschema ist in Abbildung 1 zu sehen.

Neben den zu detektierenden 14,4 keV-Quanten, gibt es also noch sehr viel weitere γ -Strahlung. Außerdem ist der Anteil der Konversionselektronen mit 8,58 % beim Übergang vom 14,4 keV-Niveau in den Grundzustand nicht zu vernachlässigen. Weiterhin entstehen Röntgenstrahlung und freie Elektronen bei der Wechselwirkung von γ -Strahlung mit der Atomhülle. Im Versuchsaufbau muss daher darauf geachtet werden, dass nur der relevante Teil der entstehenden Strahlung detektiert wird.

Abbildung 1: Zerfallsschema von ^{57}Co [wwu]

2.4 Geschwindigkeitskalibrierung

Die Geschwindigkeit des Motors wird durch eine Kalibrierungsmessung mit einem Michelson-Interferometer durchgeführt. Die Elektronik der Photodiode nimmt die Maxima der Interferenz auf und addiert diese für jeden Kanal auf. Dabei schaltet die Elektronik des Motors in gleichmäßigen Schritten durch die Kanäle und setzt den Zähler rechtzeitig zurück. Da die Zeit pro Kanal konstant ist, wird angenommen, dass die Anzahl an Pulsen der Diode proportional zur mittleren Geschwindigkeit des Motors ist. Für einen Laser der Wellenlänge $\lambda = (635 \pm 5) \text{ nm}$ und der Motorfrequenz $\nu = 24 \text{ Hz}$ ergibt sich

$$v_k = N_k \nu \frac{\lambda}{2} \frac{K}{T} \quad (2.12)$$

mit v_k der Motorgeschwindigkeit bei Kanal k , N_k der Interferenzmaxima bei Kanal k , $K = 256$ der Anzahl an Kanälen und $T = 20000$ der Anzahl an Zyklen. Im hier verwendeten Motor wird der Kanal zudem gerade bei maximaler Geschwindigkeit zurückgesetzt. Um die Messwerte besser zu analysieren, wird ein Bandpassfilter um 24 Hz gelegt. Nun kann man die Funktion

$$N_k = A \left| \sin \left(\frac{2\pi}{K} (k - k_0) \right) \right| \quad (2.13)$$

gegen die Kanalnummer k angleichen und in Gl. 2.12 einsetzen.

Um die Statistik zu verbessern, ist die Kalibrierung stets über $T = 20000$ Zyklen gemessen worden. Die Motorauslenkung wird durch eine Sinuskurve modelliert, wodurch jede Geschwindigkeit in einer Periode doppelt durchfahren wird. Zur Einfachheit werden die Messungen deswegen um Kanal 256 gespiegelt und aufeinander gelegt.

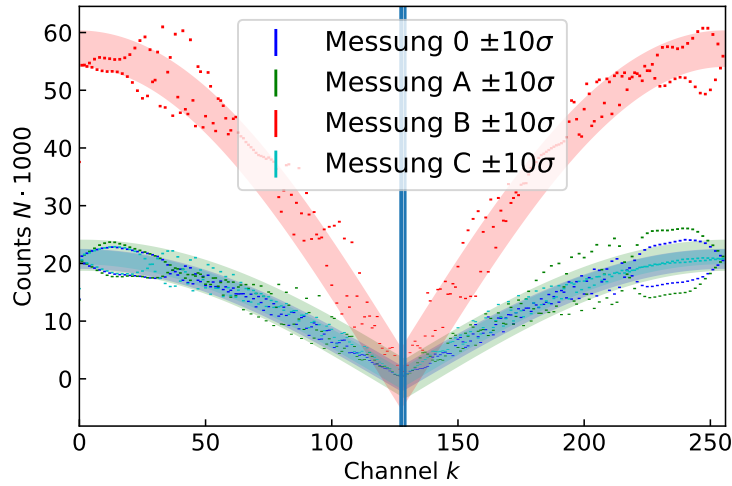


Abbildung 2: Anpassung der Kalibriermessung anhand der gefilterten Messdaten. Eingezeichnet sind die ungefilterten Messwerte und die Fitfunktionen.

Messung 0 ist eine Geschwindigkeitsmessung ohne Probe. Die anderen Messungen beziehen sich auf die Proben A, B und C. Man erkennt, dass k_0 für alle Kalibriermessungen ähnlich ist und sehr nahe an $k_0 = 128$ liegt. Das ist dadurch zu erklären, dass der Motor gerade bei maximaler Geschwindigkeit den Kanal zurücksetzt ($k = 0$) und dementsprechend eine viertel Periode später stillsteht. Des Weiteren liegen die Geschwindigkeiten von Messung 0, A und C nahe beieinander während Messung B eine deutlich größere Amplitude aufweist. Dies könnte daran liegen, dass die Probe B eine geringere Masse hat.

2.5 Aufgabe 1

2.5.1 Isomerieverschiebungen

Zunächst wird Probe A eingesetzt. TODO:jannik

Um die Isomerieverschiebung zu erhalten, wird das Spektrum der durch den Absorber transmittierten Strahlung aufgenommen. Hierzu wird ein Proportionalitätszählrohr verwendet. Das Signal wird mit einem Diskriminator auf den zu untersuchenden Bereich um

14,4 keV beschränkt und über einen Analog-Digital-Wandler auf den Computer gebracht. Das gemessene Spektrum ist in Abb. 3 zu sehen.

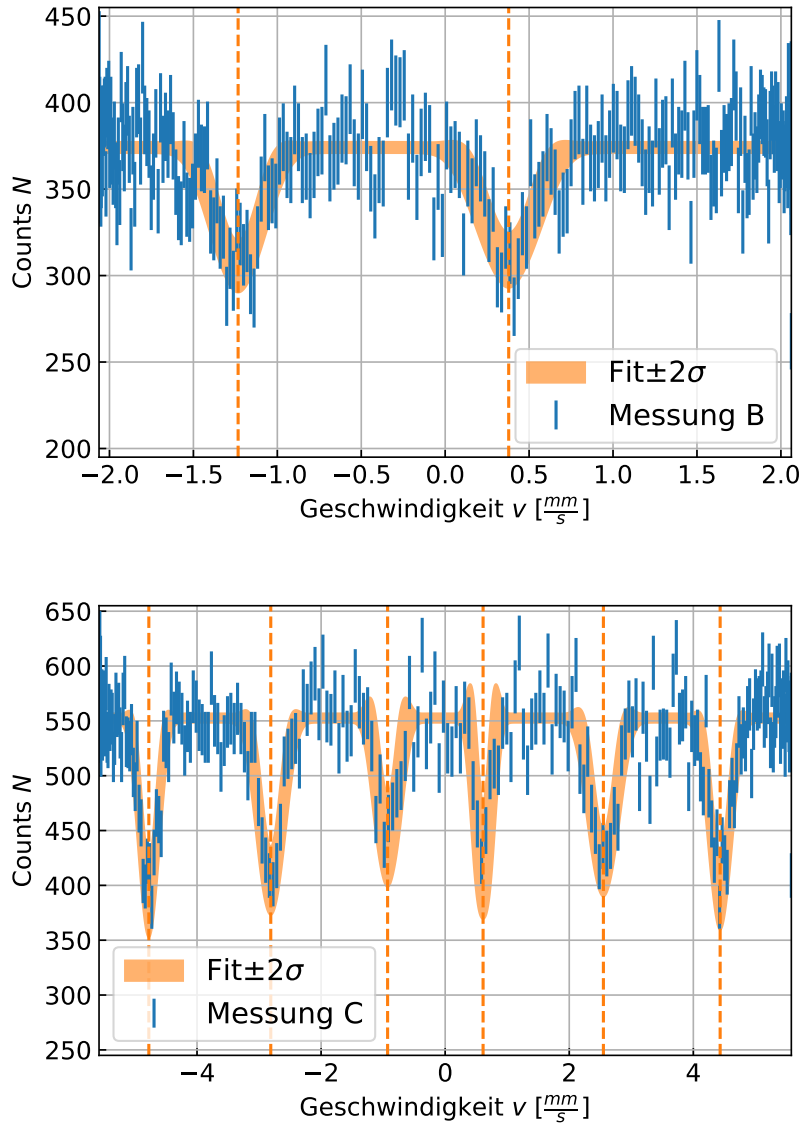


Abbildung 3: Isomeriemessungen für Probe B und C. Es sind jeweils ein Gaußfit mit mehreren Peaks und die Peakpositionen eingezeichnet.

Die Isomerieverschiebung ergibt sich aus dem Mittelwert der Peakpositionen zu $v_{\text{iso,B}} = (-0,428 \pm 0,014) \text{ mm/s}$ und $v_{\text{iso,C}} = (-0,154 \pm 0,013) \text{ mm/s}$. Vergleicht man diese Werte mit

den angegebenen Isomerieverschiebungen aus TODO:primaerQuellenangabe, so ergeben sich die in Tab. 1 angegebenen drei Absorber.

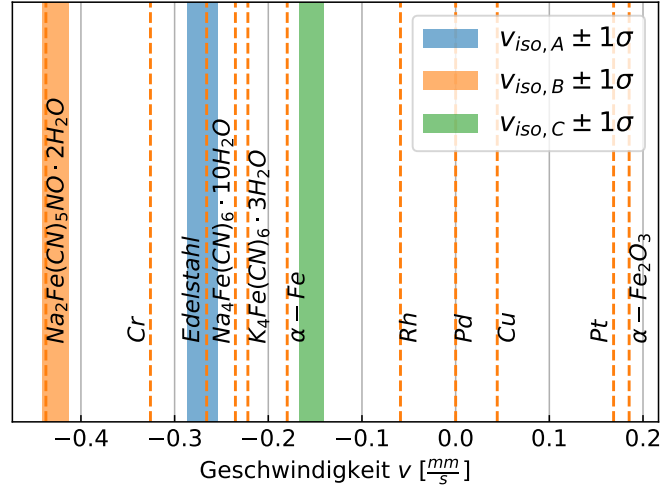


Abbildung 4

Tabelle 1: Absorber und ihre Isomerieverschiebungen.

	v_{iso} gemessen	v_{iso} gegeben	Materialname
A	$(-0,270 \pm 0,016) \text{ mm/s}$	$(-0,2658 \pm 0,0032) \text{ mm/s}$	Edelstahl
B	$(-0,428 \pm 0,014) \text{ mm/s}$	$(-0,4374 \pm 0,0018) \text{ mm/s}$	$\text{N}_2\text{Fe}(\text{CN})_5\text{NO} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
C	$(-0,154 \pm 0,013) \text{ mm/s}$	$(-0,1798 \pm 0,0018) \text{ mm/s}$	$\alpha\text{-Fe}$

2.5.2 Aufspaltungsenergien

Die Aufspaltungsenergien lassen sich aus Abb. 3 ablesen. Sie ist definiert als Differenz zur Isomerieverschiebung. Für Messung B ist eine gleichmäßige Aufspaltung nach oben und unten zu erkennen. Für Messung C ergeben sich sechs Peaks und somit sechs Energien, welche in Tab. 2 angegeben sind.

Tabelle 2: Aufspaltungsenergien der Absorber B und C. Symmetrie.

Energieaufspaltung	
v_B	$(-1,612 \pm 0,028) \text{ mm/s}$
$v_{C,1}$	$(-4,623 \pm 0,021) \text{ mm/s}$
$v_{C,2}$	$(-2,658 \pm 0,028) \text{ mm/s}$
$v_{C,3}$	$(-0,774 \pm 0,034) \text{ mm/s}$
$v_{C,4}$	$(0,765 \pm 0,035) \text{ mm/s}$
$v_{C,5}$	$(2,704 \pm 0,030) \text{ mm/s}$
$v_{C,6}$	$(4,586 \pm 0,022) \text{ mm/s}$

2.6 Aufgabe 5

Eq. ?? TODO:formelverweis wird nach

$$|\Psi(0)_A|^2 = \frac{5v_{\text{iso}}E_\gamma\varepsilon_0}{S'(Z=26)ce^2ZR_{Z=26}^2} \frac{1}{\frac{\Delta R}{R}} + |\Psi(0)_Q|^2 \quad (2.14)$$

umgestellt. Das $\frac{\Delta R}{R}$ ist aus ??TODO bekannt.