

# Demostración de la existencia de subgrupo más pequeño que contiene al elemento de un grupo

Diego Felipe Cabrejo Suárez

## Tarea

Probar que por cada  $a \in G$  se puede dar un  $H$  subgrupo de  $G$  tal que  $|H| < |G|$  y  $a \in H$

## Demostración

Dado  $G$  grupo y  $a \in G$ , los subgrupos  $H_n$  de  $G$  serán de la forma

$$H = \{a, a^2, a^3, \dots\}$$

elevando  $a$ , se llega a un punto donde  $a^x = a$  y el conjunto procede a repetirse. Este proceso es el mismo para cada generador en  $G$ , y cada generador en  $G$  dará como resultado un  $H_n$  subgrupo distinto tal que  $|H| < |G|$ . Juntando todos los  $H_n$  subgrupos, se recupera el grupo  $G$  original. Por ende, cada uno de los  $a \in G$  se encuentra en el menos uno de los  $H_n$  subgrupos.