



Universidad CENFOTEC

Escuela de Fundamentos

Código del curso: MAT-04

Nombre del curso: Álgebra Lineal

Sección: FCV0
II Cuatrimestre

Periodo:

Docente facilitador: Steven Gabriel Sánchez Ramírez

1 Datos generales de la actividad

Tipo de actividad: Proyecto

Fecha de entrega: 20 Julio, 2025 11:55 PM Valor porcentual: 30 (Avance 1: 15)

Formato de entrega: (PDF)

Puntaje total: 36 pts

Individual:

Grupal: X

2 Instrucciones generales

1. Lea cuidadosamente las instrucciones de la actividad, en caso de tener alguna duda puede consultar con el docente.
2. Esta actividad se desarrolla de manera grupal y consta de dos entregables (Primero Fase 1 y 2, Segundo Fase 3), cualquier intento de plagio será sancionado de acuerdo con el reglamento académico vigente.
3. Al completar la actividad, debe subir la solución en la plataforma Moodle en el formato, tiempo y espacio indicado por el docente.

3 Objetivo del curso que se evaluará en la actividad de aprendizaje

Objetivo general	<i>Aplicar conceptos y técnicas del álgebra lineal para modelar y resolver problemas de manejo y representación de información utilizando métodos informáticos y cómputo numérico.</i>
Objetivos específicos o resultados de aprendizaje que se evalúan	<i>Relacionar conceptos del álgebra lineal con temas informáticos mediante la aplicación del cómputo numérico, la graficación por computadora, el modelaje de procesos, el análisis de grafos, la exploración de datos y la solución de problemas de optimización</i>

4 Descripción de la actividad

Contexto: El proyecto práctico programado permite al estudiante relacionar los resultados del álgebra lineal con modelos computacionales numéricos. Por medio de trabajo colaborativo, los estudiantes deben realizar revisiones bibliográficas, implementaciones algorítmicas numéricas en un lenguaje de programación, verificaciones del funcionamiento y un informe técnico del proyecto. Este proyecto en específico se relaciona con el modelamiento matemático de una neurona artificial simple, su entrenamiento e implementación

Fases del proyecto

Fase 1: Fundamentación teórica y matemática

Esta fase establece el marco teórico necesario para comprender los elementos matemáticos que sustentan el modelo de la neurona artificial, con énfasis en el álgebra lineal y las bases del aprendizaje supervisado.

Actividad

Consolidar los conceptos matemáticos y computacionales fundamentales que permiten el modelado y entrenamiento de una neurona artificial.

Contenidos y conceptos clave

1. **Vectores y espacios vectoriales:** definición de vectores $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$, operaciones vectoriales (suma, producto escalar) y su interpretación algebraica y geométrica.

2. Producto punto (producto escalar):

$$\mathbf{w}^\top \mathbf{x} = \sum_{i=1}^n w_i x_i$$

3. **Matrices y transformaciones lineales:** uso de matrices $A \in R^{m \times n}$ como operadores lineales entre espacios vectoriales de dimensión arbitraria.
4. **Sistemas de ecuaciones lineales:** resolución mediante métodos como sustitución, matriz inversa o regla de Cramer.
5. **Modelo del perceptrón:** el perceptrón es una neurona artificial básica que clasifica datos mediante un límite lineal. La salida se calcula como:

$$\varphi(z) = 1, z \geq 0 \text{ ó } \varphi(z) = 0, z < 0 \text{ donde}$$

$w \in R^n$ es el vector de pesos, $b \in R$ es el sesgo, y $\mathbf{x} \in R^n$ es el vector de entrada.

6. **Algoritmo de aprendizaje del perceptrón:** para una entrada \mathbf{x} con etiqueta $y \in \{0, 1\}$, se actualizan pesos y sesgo como:

$$\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} + \eta e \mathbf{x}, \quad b \leftarrow b + \eta e$$

donde $e = y - \hat{y}$ y $\eta > 0$ es la tasa de aprendizaje.

Fase 2: Aplicación práctica y resolución manual

Actividad: Ejecutar manualmente el proceso de cálculo de la salida, error y actualización de pesos y sesgo.

Actividades:

- Calcular $z = \mathbf{w}^\top \mathbf{x} + b$
- Evaluar la salida: $\hat{y} = \varphi(z)$
- Determinar el error: $e = y - \hat{y}$
- Aplicar la regla de actualización
- Resolver sistemas lineales si es necesario
- Repetir iteraciones hasta observar convergencia, si no hacer 4 iteraciones máximo

Fase 3: Implementación computacional

Actividad: Codificar el modelo y entrenamiento del perceptrón en un lenguaje de programación.

Tareas:

- Definir las estructuras para \mathbf{x} , \mathbf{w} , b
- Programar la función de activación
- Implementar el algoritmo de entrenamiento con múltiples iteraciones
- Registrar resultados y analizar la evolución de pesos
- Validar el modelo con nuevos datos

Temas de desarrollo

Grupo 1. Selección de clientes para campaña promocional

Identificar clientes receptivos a una campaña a partir de edad, frecuencia de compra y monto promedio.

Edad	Frecuencia	Monto promedio (USD)	Etiqueta (<i>y</i>)
25	1	5000	0
45	4	12000	1
35	2	8000	0
50	5	15000	1

Grupo 2. Aprobación de crédito bancario

Evaluar ingresos, edad e historial crediticio (0=bueno, 1=regular, 2=malo).

Ingresos	Edad	Historial	Etiqueta (<i>y</i>)
2000	30	0	1
1200	25	2	0
3500	40	1	1
1500	22	2	0

Grupo 3. Clasificación de frutas según madurez

Con base en peso, color (0=verde, 1=amarillo, 2=rojo) y nivel de azúcar.

Peso (g)	Color	Azúcar (°Brix)	Etiqueta (<i>y</i>)
150	0	6	0
200	1	10	1
170	1	8	0
210	2	12	1

Grupo 4. Evaluación del desempeño laboral

Indicadores: metas logradas, trabajo en equipo (1–5), puntualidad.

Metas (%)	Equipo	Puntualidad (%)	Etiqueta (<i>y</i>)
70	3	80	0
90	5	95	1
75	2	85	0
95	4	98	1

Grupo 5. Detección de riesgo en un paciente

A partir de presión arterial, colesterol e IMC.

Presión	Colesterol	IMC	Etiqueta (y)
120	180	24	0
140	230	30	1
130	210	27	0
150	250	33	1

Tasa de aprendizaje (η)

La tasa de aprendizaje $\eta \in R^+$ determina cuánto se ajustan los pesos y el sesgo en cada iteración del entrenamiento. Afecta la velocidad de convergencia del algoritmo del perceptrón.

Regla de actualización:

$$\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} + \eta \mathbf{e} \mathbf{x}, \quad b \leftarrow b + \eta e$$

Recomendaciones:

- Usar un valor pequeño (ej. $\eta = 0.1$) para evitar oscilaciones.
- Ajustar según la magnitud de las entradas.
- Probar con distintos valores para analizar su efecto.