Let $j_1, \ldots, j_8 \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$. If

$$\begin{aligned} j_1 + j_2 + 2j_3 - j_4 - j_6 - 2j_8 &= 0, \\ -j_1 + j_2 + j_4 + 2j_5 - j_6 - 2j_7 &= 0, \end{aligned}$$

show that there exist $i_1, \ldots, i_{12} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ such that

$$\begin{aligned} j_1 &= i_1 + i_5 + i_6 + 2i_9 \\ j_2 &= i_2 + i_6 + i_7 + 2i_{10} \\ j_3 &= i_3 + i_8 + i_{11} + i_{12} \\ j_4 &= i_1 + i_7 + i_8 + 2i_{12} \\ j_5 &= i_4 + i_5 + i_9 + i_{11} \\ j_6 &= i_2 + i_5 + i_8 + 2i_{11} \\ j_7 &= i_4 + i_7 + i_{10} + i_{12} \\ j_8 &= i_3 + i_6 + i_9 + i_{10} \end{aligned}$$