

Twierdzenie
 Dla każdego języka bezkontekstowego istnieje generująca go gramatyka w postaci normalnej Chomsky'ego, to znaczy gramatyka zawierająca tylko produkcje postaci:

- $A \rightarrow BC$, gdzie A, B, C to zmienne
- $A \rightarrow a$, gdzie $a \in T$ - symbol terminalny
- $S \rightarrow \lambda$

1. Dana jest gramatyka bezkontekstowa z produkcjami:
 $S \rightarrow ASA|aB$
 $A \rightarrow B|S$
 $B \rightarrow b|\lambda$
 Przeprowadź pierwszy krok algorytmu sprowadzania do postaci normalnej Chomsky'ego (usunięcie λ -produkcji).

0) po prawej stronie produkcji nie może być zmiennej pusty

$S_0 \rightarrow S$
 $S \rightarrow ASA|aB$
 $A \rightarrow B|S$
 $B \rightarrow b|\lambda$

Usuwamy $B \rightarrow \lambda$
 Usuwamy $A \rightarrow \lambda$

1) usunięcie λ -produkcji

2)

$V' = \{B, S, A, S_0\}$
 $V'' = \{S_0, S, B, A\}$
 Błędy zmiennych które byłyby redundantne.

3) usuwanie produkcji jednostronnych

$S_0 \rightarrow ASA|aB|a|SA|S|AS$
 $S \rightarrow ASA|aB|a|SA|S|AS$
 $A \rightarrow B|S$
 $B \rightarrow b$

Usuwamy $S_0 \rightarrow S$
 Usuwamy $A \rightarrow B$

Usuwamy $S \rightarrow S$
 $S_0 \rightarrow S$

4)

$S_0 \rightarrow ASA|aB|a|SA|S|AS|CaB|AX$
 $S \rightarrow ASA|aB|a|SA|S|AS|CaB|AX$
 $A \rightarrow B|S|CaB|AX$
 $B \rightarrow b$

$Ca \rightarrow a$ $X \rightarrow SA$

$G_{CNF} = (\{S_0, S, A, B, C, X\}, \{a, b\}, P, S_0)$

Powstałe „nieprawidłowe” produkcje po prawej stronie mają co najmniej 3 zmienne

$$X \rightarrow X_1 X_2 \dots X_n \quad n \geq 3$$

$$\begin{aligned} X &\rightarrow X_1 Y_1 \\ Y_1 &\rightarrow X_2 Y_2 \\ Y_2 &\rightarrow X_3 Y_3 \\ &\vdots \\ Y_{n-2} &\rightarrow X_{n-1} X_n \end{aligned}$$

2. Dana jest gramatyka G_1 . Wyznacz zmienne zbędne. Skonstruuj gramatykę równoważną, niezawierającą zmiennych zbędnych. $G_1 = (\{S, A, B, C, D, E, F, G\}, \{a, b\}, P, S)$, gdzie P :

$S \rightarrow aA|BD$
 $A \rightarrow aA|aAB|aD$
 $B \rightarrow aB|aC|BF$
 $C \rightarrow Bb|aAC|E$
 $D \rightarrow bD|bC|b$
 $E \rightarrow aB|bC$
 $F \rightarrow aF|aG|a$
 $G \rightarrow a|b$

$$V' = \{ \underset{3)}{S}, \underset{2)}{A}, \underbrace{\underset{1)}{D}, F, G} \}$$

$$V'' = \{S, A, D\}$$

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow aA \\
 A &\rightarrow aA|aD \\
 D &\rightarrow bD|b
 \end{aligned}$$

I V' - zbiór zmiennych z których można wygenerować $w \in T^*$

II ze zmiennych ze zb. V' wygenerujemy tylko te, które są odpowiednie ze zm. proc. V''

5. Podaj gramatyki bezkontekstowe w postaci normalnej Chomsky'ego generujące następujące języki:
 (a) $L = \{c^n b^m a^n \mid n, m \geq 0\}$
 (b) palindromów nad alfabetem $\{a, b, c\}$

a) 1:
$$\begin{aligned} S &\rightarrow cS^1a \mid \bar{B}^2 \\ B &\rightarrow b\bar{B}^3 \mid \lambda^4 \end{aligned}$$

$$S \xRightarrow{1} cS^1a \xRightarrow{1} ccS^1aa \xRightarrow{1} cccS^1aaa \xRightarrow{2} cccB^3aaa \xRightarrow{4} cccaaa$$

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow S \\ S &\rightarrow cS^1a \mid \bar{B} \\ B &\rightarrow b\bar{B} \mid \lambda \end{aligned}$$

 Usuwamy $B \rightarrow \lambda$
 Usuwamy $S \rightarrow \lambda$

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow S \mid \lambda \\ S &\rightarrow cS^1a \mid B \mid \lambda \\ B &\rightarrow bB \mid \lambda \end{aligned}$$

 X - Produkcja $S_0 \rightarrow \lambda$
 V - część od V

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow S \mid \lambda \\ S &\rightarrow cS^1a \mid B \mid ca \\ B &\rightarrow bB \mid b \end{aligned}$$

 ? zmienne zbędne?

2) zm. zbędne

$$\begin{aligned} V' &= \{S_0, S, B\} \\ V'' &= \{S_0, S, B\} \end{aligned}$$

brak zmiennych zbędnych

3) przekształcenia jednostkowe

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow \lambda \mid cS^1a \mid b\bar{B} \mid b \mid cSc \mid cca \mid cbB \mid cX \\ S &\rightarrow cS^1a \mid B \mid ca \mid b\bar{B} \mid b \mid cSc \mid cca \mid cbB \mid cX \\ B &\rightarrow b\bar{B} \mid b \mid cB \end{aligned}$$

Usuwamy $S \rightarrow B$
 $S_0 \rightarrow S$

4)
$$\begin{aligned} C_b &\rightarrow b \\ C_c &\rightarrow c \\ C_a &\rightarrow a \end{aligned}$$

$$X \rightarrow Sc$$