

Laboratorio Intermedio

Difracción de electrones*

Juan Sebastián Parada
Universidad de Los Andes

Daniel Forero
Universidad de Los Andes
(Dated: 26 de octubre de 2017)

La difracción de electrones permitió inferir el comportamiento ondulatorio de los electrones y sentó las bases para el establecimiento de la teoría de la mecánica cuántica a comienzos del siglo XX. Por lo tanto, la difracción de electrones es de gran importancia y requiere un análisis detallado. En el presente informe se realiza un análisis experimental de la difracción de electrones. Para ello, se expone la teoría detrás del fenómeno, el método experimental y de adquisición de datos. Además, se realizan cálculos de las primeras dos distancias interplanares del grafito, obteniendo como resultado $d_1 = (189,1161 \pm 1,5674)\text{pm}$ y $d_2 = (110,4259 \pm 0,9101)\text{pm}$. Por otra parte, se encuentran las longitudes de onda de De Broglie y de Bragg, las cuales difieren por mediciones poco precisas en el voltaje de aceleración de los electrones y por la curvatura del tubo de vacío implementado en el montaje experimental. El máximo error porcentual calculado entre estas dos longitudes es de 15%. Por último, se estima la constante de Planck y se obtienen dos valores: $h = (7,4629 \pm 0,0619)\text{Js}$ y $h = (7,3806 \pm 0,0608)\text{Js}$. Los errores porcentuales respecto a los valores reportados en la literatura rondan el 10% y se atribuyen a mediciones poco precisas de los voltajes a partir de los cuales se aceleran los electrones.

I. INTRODUCCIÓN

Los electrones son partículas subatómicas con carga negativa que se agrupan en orbitales alrededor del núcleo. Como otras partículas, los electrones tienen masa y carga determinadas. Sin embargo, los electrones no se pueden considerar únicamente como partículas. A comienzos del siglo XX se realizaron múltiples experimentos que conllevaron a la conclusión de que las partículas también se comportan como ondas. Los experimentos que generaron la mayor evidencia a favor de este postulado se basaron en la difracción de electrones, que es el proceso mediante el cual se observan patrones de difracción generados por la interacción entre haces de electrones acelerados y muestras policristalinas.

La difracción de electrones confirmó el comportamiento ondulatorio de las partículas, ya que los patrones de difracción se obtienen únicamente mediante la interferencia constructiva y destructiva de ondas. Más aún, esta confirmación marca los inicios de la teoría de la mecánica cuántica y, por lo tanto, es de gran importancia entender los resultados que se obtuvieron con este experimento. En este texto se realiza un análisis de la difracción de electrones mediante una muestra policristalina de grafito y, a partir de un proceso experimental, se calcula la longitud de onda de un haz de electrones mediante las ecuaciones de De Broglie y de Bragg. Adicionalmente, se calculan las distancias reticulares para los cristales de grafito y se encuentra la constante de Planck experimentalmente.

Para empezar, en este texto se presenta una descripción breve de los conceptos teóricos relacionados con la

difracción de electrones. Posteriormente, se expone la metodología implementada durante el experimento y se presentan los resultados obtenidos durante la práctica. Finalmente se enumeran las conclusiones obtenidas a partir del experimento.

II. MARCO TEÓRICO

Con el fin de comprender en su totalidad los procesos experimentales realizados es necesario definir los conceptos teóricos relacionados con los fenómenos de difracción de electrones y la dualidad onda-partícula. Por lo tanto, a continuación se presentan brevemente las bases teóricas a partir de las que se llevó a cabo el análisis experimental.

A. Dualidad onda-partícula

En el siglo XX se descubrió que la física clásica sufría de serias limitaciones, ya que no podía explicar numerosos fenómenos microscópicos como la radiación de cuerpo negro, el efecto fotoeléctrico, la estabilidad del átomo y la espectroscopia atómica [5]. Esto llevó a que en 1900 Max Planck estableciera el concepto de un *quantum* de energía. Planck afirmó que el intercambio de energía entre una onda electromagnética de frecuencia ν y la materia ocurría solo en múltiplos enteros de $h\nu$, es decir, en cantidades cuantizadas. Esta idea reprodujo con precisión el fenómeno de radiación de cuerpo negro. Siguiendo las ideas de Planck, Einstein en 1905 postuló que la luz estaba compuesta por pequeños conjuntos discretos de energía denominados fotones y logró explicar acertadamente el efecto fotoeléctrico. En 1913, Bohr introdujo

* Llevado a cabo el 14 de septiembre de 2017

el modelo del átomo de hidrógeno, argumentando que los átomos podían ser encontrados solo en niveles discretos de energía y que su interacción con ondas electromagnéticas ocurría solo en cantidades discretas de $h\nu$. Por último, en 1923 Compton encontró mediante la dispersión de rayos X con electrones que los fotones de rayos X se comportaban como partículas con momento $h\nu/c$, donde ν es la frecuencia de los rayos X. Por lo tanto, los descubrimientos de Planck, Einstein, Bohr y Compton son las bases teóricas que permitieron explicar el comportamiento de las ondas como partículas a un nivel microscópico [5].

Sin embargo, no solo las ondas exhiben comportamiento corpuscular a un nivel microscópico. En 1923 de Broglie afirmó que las partículas también exhibían comportamiento de ondas, lo cual fue confirmado experimentalmente por Davisson y Germer en 1927. Ellos mostraron que los patrones de interferencia característicos de las ondas podían ser generados por partículas como electrones. Así, se establece el concepto de dualidad onda-partícula, que indica que la materia se comporta tanto como partícula como onda a un nivel microscópico. Estos dos comportamientos son mutuamente excluyentes en la física clásica, pero son válidos en el campo de la mecánica cuántica [5].

B. Difracción de electrones

La difracción de electrones permite estudiar una sustancia mediante el patrón de difracción generado por la interacción de una muestra de dicha sustancia con un haz de electrones. En 1927 Davisson y Germer confirmaron la naturaleza ondulatoria de los electrones mediante experimentos de difracción. Para ello, siguieron la configuración presentada en la figura 1. Los electrones se obtenían a partir de un filamento caliente y eran acelerados mediante electrodos que los dirigían a una muestra policristalina [3]. Un detector medía la cantidad de electrones dispersados a un ángulo θ .

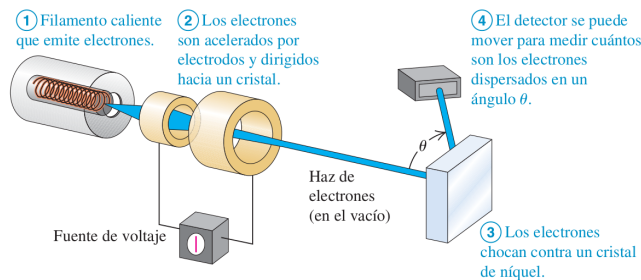


Figura 1. Método de difracción de electrones implementado por Davisson y Germer [3].

Con este experimento, Davisson y Germer encontraron que el haz de electrones incidente se difractaba, con lo que descubrieron una prueba experimental directa de

la hipótesis ondulatoria de De Broglie, según la cual las partículas también se comportan como ondas [3].

C. Método de Debye-Scherrer

El método de Debye-Scherrer es un método propuesto por Debye y Scherrer en 1916 que permite estudiar la estructura de sustancias cristalinas finas usando difracción de rayos X [1]. Para ello, un rayo paralelo de rayos X monocromáticos inciden en una muestra policristalina y son reflejados por los cristales que componen la muestra. Como resultado se generan conos de difracción coaxiales, es decir, con un eje común, como se observa en la figura 2. La dirección de los rayos X primarios es la misma dirección de los ejes axiales de los conos. Además, los vértices se ubican en la posición de la muestra policristalina y los ángulos axiales se determinan mediante la relación de Bragg. El ángulo axial de un cono de difracción es equivalente a cuatro veces el valor del ángulo de reflexión θ y la intensidad y posición de todos los conos de difracción se registran en una película fotográfica o por métodos de ionización [1].

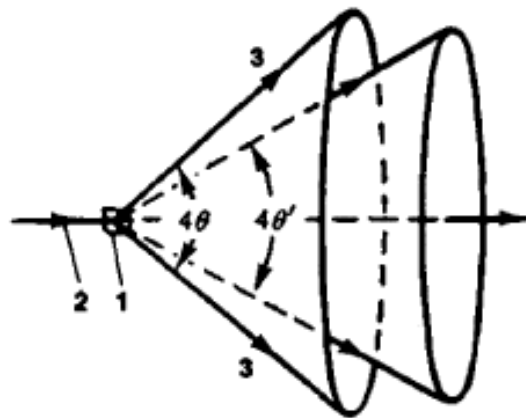


Figura 2. Formación de los conos de difracción. 1 representa la muestra policristalina, el número 2 indica un conjunto de rayos X monocromáticos que inciden en el cristal y el número 3 representa los rayos difractados en forma de cono. Además, 4θ y $4\theta'$ representan los ángulos axiales de los conos de difracción [1].

La medición de los ángulos axiales de los conos permite determinar la distancia interplanar en el material policristalino mediante la ley de Bragg. Más aún, esta información junto con mediciones de intensidades de rayos X en cada cono de difracción es suficiente para determinar completamente la estructura de la red cristalina [1].

D. Ley de Bragg

En 1912 Bragg propuso un método para analizar el fenómeno de difracción de rayos X sobre planos cristali-

nos paralelos [4]. En la figura 3 se observa la difracción de los rayos X en los planos de átomos analizada por Bragg. Los rayos X se reflejan de forma especular sobre cada uno de los átomos y podrán interferir constructivamente si la distancia ABC es un múltiplo entero de su longitud de onda $n\lambda$. Como la distancia AB es equivalente a $d \sin(\theta)$, con d igual al espacio entre los planos y θ igual al ángulo para el que se mide la mayor intensidad desde el plano A, y como las distancias AB y BC son las mismas entonces:

$$n\lambda = 2d \sin \theta, \quad (1)$$

donde λ es la longitud de onda de los rayos X n es un número entero positivo mayor que cero [4]. La ecuación 1 es la ecuación de Bragg y permite encontrar las posiciones atómicas en los cristales. Para que la ecuación de Bragg sea válida, se debe cumplir que $\lambda \leq 2d$.

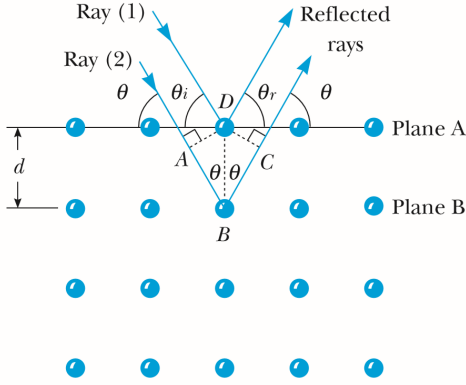


Figura 3. Difracción de Bragg de rayos X desde planos sucesivos de átomos [4].

E. Ecuación de De Broglie

De Broglie postuló en 1924 que una partícula libre con masa en reposo m , que se mueve a rapidez v no relativista, debería tener una longitud de onda λ relacionada con el momento $p = mv$ en la misma forma que un fotón: $\lambda = h/p$ [3]. Así, la longitud de onda para una partícula según De Broglie es

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad (2)$$

donde h es la constante de Planck, equivalente a $6,63 \times 10^{-34}$ Js. La hipótesis de De Broglie fue de tanta importancia que en los años posteriores a 1924 fue desarrollada por Heisenberg, Schrödinger, Dirac, Born y muchos otros para formar la teoría de la mecánica cuántica [3].

La cantidad de energía cinética de un electrón acelerado por una diferencia de potencial V es equivalente al

producto entre la carga del electrón e y el potencial V . Así, se cumple

$$eV = \frac{p^2}{2m_e}, \quad (3)$$

donde m_e es la masa del electrón. Al despejar el momento de esta expresión se obtiene

$$p = \sqrt{2m_e eV}. \quad (4)$$

Si se introduce el momento hallado en la ecuación 2 se obtiene la longitud de onda de De Broglie del electrón:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eV}}. \quad (5)$$

F. Material policristalino

Los materiales policristalinos son materiales formados por muchos monocristales pequeños pegados entre sí en sus límites de grano [3]. Los cristales presentan orientaciones aleatorias, lo que es de gran utilidad en los experimentos de difracción. Debido a orientaciones aleatorias se forman máximos y mínimos de intensidad en torno a la dirección del haz incidente en forma de anillos. En el caso del grafito, los cristales son de forma hexagonal, es decir, resultan de la unión de seis átomos de carbono. Los átomos de un plano superficial del cristal generan la difracción observada y se puede determinar la distancia entre distintos átomos de un plano superficial mediante uso de técnicas de difracción de rayos X [3]. Cada fila de átomos funciona como una rejilla de difracción reflejante, con lo que se puede encontrar la distancia interatómica mediante la ley de Bragg (ecuación 1).

G. Relación entre longitud de onda de Bragg y longitud de onda de De Broglie

De la figura 2 podemos concluir que la ecuación de Bragg (ecuación 1) puede escribirse como

$$\lambda_B = 2 \frac{d}{n} \sin \left[\frac{1}{2} \arctan \left(\frac{D}{2L} \right) \right]. \quad (6)$$

Al igualar las longitudes de onda de Bragg y de De Broglie, es decir, al relacionar las ecuaciones 6 y 5 se puede encontrar que

$$h = \sqrt{2m_e eV} \frac{2d}{n} \sin \left[\frac{1}{2} \arctan \left(\frac{D}{2L} \right) \right]. \quad (7)$$

Al considerar valores de ángulos de reflexión bajos es posible aproximar $\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$, con θ equivalente a $\frac{1}{2} \arctan \left(\frac{D}{2L} \right)$ y obtener así la siguiente expresión para la constante de Planck:

$$h = d \sqrt{2eVm_e} \frac{D}{2L} = \frac{dM\sqrt{2em_e}}{2L}. \quad (8)$$

III. MONTAJE EXPERIMENTAL

En el presente experimento se tomaron dos configuraciones del montaje experimental. En la primera configuración, que tiene como objetivo la amplificación de la muestra, se realizan las conexiones como se muestran en la figura 4. En dicha configuración, la posición X está a un potencial $V_X = 0$, por lo cual los electrones no son enfocados a la muestra policristalina. Debido a lo anterior, los electrones que inciden en la muestra no son paralelos y, por ende, no se cumple la condición de difracción de Bragg, de forma que en vez de ver el patrón de difracción en la pantalla, se ve la muestra ampliada.

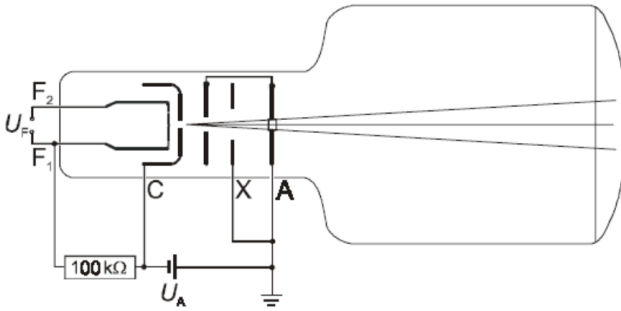


Figura 4. Conexiones para la configuración que amplifica la muestra. Las convenciones son C : cátodo, A : ánodo, X : electrodo de enfoque, $U_A = V$: potencial de aceleración y $F_{1,2}$: electrodos con $U_F = 6,3V$ para desprender los electrones termiónicamente del cátodo.

Para la segunda configuración (figura 5) se conecta el electrodo de enfoque al potencial $-V$, de manera que los electrones son enfocados y, por ende, producen un patrón de difracción de forma circular en la pantalla. El diámetro de cada círculo es $D = D_i$ donde i corresponde al índice de cada círculo, comenzando de adentro hacia afuera.

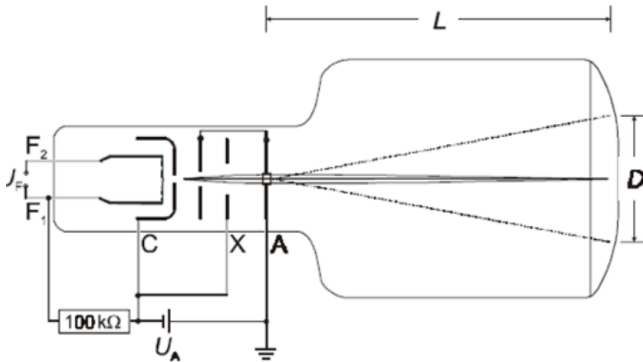


Figura 5. Conexiones para la configuración 2 correspondiente a la difracción de electrones. $L = 13,5cm$ según el fabricante del tubo.

Además de esto, para la toma de datos se utilizó una cámara de 16MP a una distancia constante de la pantalla. Para evitar la saturación del sensor, se modificó la sensibilidad ISO de fotografía a fotografía, tomando un mínimo de 100 en las últimas.

IV. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Con la configuración de la figura 4, se obtuvieron las imágenes presentadas en la figura 6.

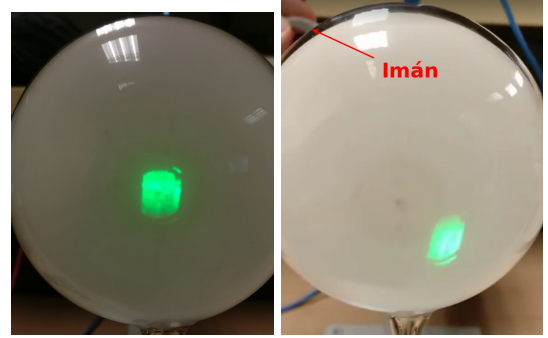


Figura 6. Amplificación de la muestra en la configuración 1. Izquierda: Sin campo magnético. Derecha: con campo magnético.

Al aplicar un campo magnético externo, el carácter corpuscular de los electrones es evidenciado en la desviación del rayo, de forma que es posible ver distintas regiones de la muestra. El rayo de electrones puede ser atraído o repelido de acuerdo a la polaridad del imán, es decir, la dirección del campo magnético.

Posteriormente, se realizan experimentos con la configuración 2. Se tomaron 15 fotografías que corresponden a voltajes V en el rango de $2kV$ a $5kV$. En la figura 7 se puede observar la fotografía tomada a un voltaje equivalente a $5kV$.

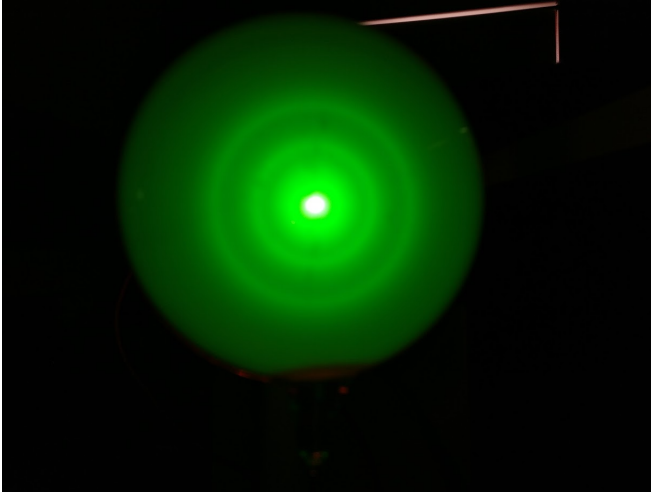


Figura 7. Fotografía tomada para $V = 5kV$.

De la imagen 7 se extrae el canal verde mediante un cuaderno de Python, ya que la luz que se observa es de este color, y se obtiene la imagen de la figura 8.

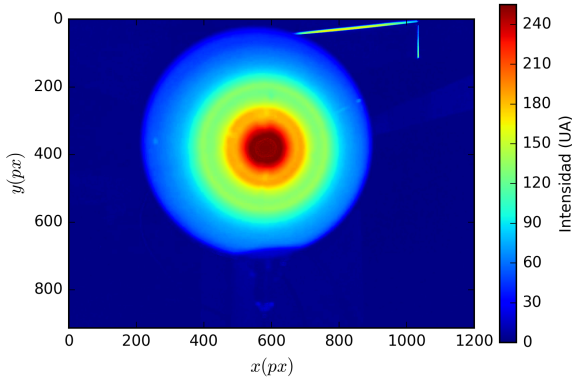


Figura 8. Canal verde de la fotografía tomada para $V = 5kV$.

Mediante el canal verde de cada fotografía se tomó un *slice* diametral en Python, de forma que se obtienen gráficos como el mostrado en la figura 9.

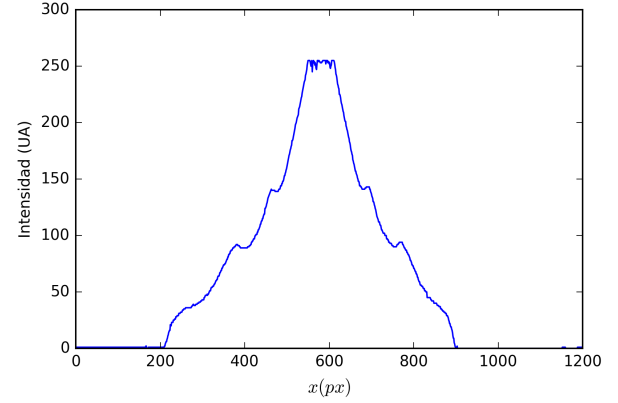


Figura 9. *Slice* diametral de la fotografía tomada para $V = 5kV$.

Sobre estos *slice* o espectros, se calculó la distancia entre máximos locales en píxeles. La calibración de píxeles a centímetros se realizó con base en el diámetro de la pantalla. El resultado es $x_{cm} = 0,0124x_{px}$.

En el cuadro I se muestran los resultados de las mediciones de $D_{1,2}$ para los distintos V trabajados. El ancho de los anillos en la pantalla puede verse como una incertidumbre inherente al fenómeno y, en especial, puede relacionarse al principio de incertidumbre. Las incertidumbres reportadas en el cuadro I corresponden a los anchos de los anillos. Es entonces evidente que los anchos disminuyen con el aumento en el potencial aplicado, es decir, con el aumento en el momento de los electrones.

Además, el acercamiento computacional implementando funciones de Python puede permitir reducir la incertidumbre en las mediciones al tomar los máximos locales. Cabe resaltar que en la práctica, los anchos de los anillos pueden reducirse a través de filtrado, no obstante se puede llegar a incurrir en errores producto de esta manipulación, ya que éste no deberá ser menor a $h/2\delta p$. Sin embargo es posible desarrollar un filtro apropiado que facilite y automatice la medición de distancias.

$V(\pm 0,05kV)$	$D_1(cm)$	$D_2(cm)$
2.0	3.8796 ± 0.0015	6.0913 ± 0.0015
2.2	3.7808 ± 0.0014	6.3384 ± 0.0014
2.4	3.7808 ± 0.0014	6.1654 ± 0.0014
2.6	3.6202 ± 0.0014	6.0048 ± 0.0014
2.8	3.2371 ± 0.0013	5.7700 ± 0.0013
3.0	3.3360 ± 0.0013	5.5723 ± 0.0013
3.2	3.0271 ± 0.0013	5.3623 ± 0.0013
3.4	2.8788 ± 0.0012	5.1770 ± 0.0012
3.6	2.9283 ± 0.0012	5.0040 ± 0.0012
3.8	2.7429 ± 0.0012	4.9422 ± 0.0012
4.0	2.7429 ± 0.0012	4.7569 ± 0.0012
4.2	2.6194 ± 0.0012	4.6951 ± 0.0012
4.4	2.5452 ± 0.0012	4.5345 ± 0.0012
4.6	2.5205 ± 0.0011	4.4727 ± 0.0011
4.8	2.5082 ± 0.0011	4.4233 ± 0.0011
5.0	2.4587 ± 0.0011	4.3244 ± 0.0011

Cuadro I. Resultados de las mediciones de $D_{1,2}$.

$V(\pm 0,05kV)$	$\lambda_{dB}(pm)$	$\lambda_{1,B}(pm)$	$\lambda_{2,B}(pm)$	%err ₁	%err ₂
2.0	27.4	30.4	27.2	9.7	0.7
2.2	26.1	29.6	28.3	11.7	7.6
2.4	25.0	29.6	27.6	15.5	9.1
2.6	24.1	28.4	26.9	15.2	10.5
2.8	23.2	25.4	25.8	8.8	10.3
3.0	22.4	26.2	25.0	14.4	10.4
3.2	21.7	23.8	24.1	8.8	9.9
3.4	21.0	22.6	23.3	7.0	9.6
3.6	20.4	23.0	22.5	11.1	9.2
3.8	19.9	21.6	22.2	7.7	10.5
4.0	19.4	21.6	21.4	10.0	9.5
4.2	18.9	20.6	21.2	8.1	10.5
4.4	18.5	20.0	20.4	7.6	9.6
4.6	18.1	19.8	20.2	8.8	10.3
4.8	17.7	19.7	20.0	10.2	11.3
5.0	17.3	19.3	19.5	10.3	9.4

Cuadro II. Cálculos de las longitudes de onda de los electrones para los distintos valores del potencial. $\lambda_{i,B}$ es la longitud de onda de Bragg y λ_{dB} la de de Broglie.

Las discrepancias entre los valores reportados en II no son demasiado grandes y los errores promedio están alrededor de 10 %. Como las mediciones realizadas de los diámetros se llevaron a cabo computacionalmente, no se espera que estas variables afecten significativamente el resultado. El error se atribuye principalmente a la curvatura del tubo de vacío implementado, ya que la longitud del tubo aumenta con mayores curvaturas, generando variaciones del orden de milímetros en las longitudes de onda calculadas con la ecuación de Bragg (ecuación 6). Además, el valor de la longitud de onda calculado con la ley de De Broglie puede no ser preciso ya que el instrumento de medición de voltaje permitía lecturas de voltaje de mínimo 0.1 kV, es decir, no se podían medir voltajes menores a 100 V.

En este caso también perturbamos el rayo de electrones con el imán y se obtuvo una deformación del patrón de

difracción, el cual asume una forma elíptica. Esto es una evidencia del carácter corpuscular de los electrones, los cuales parecen ser afectados en mayor medida hacia el eje perpendicular al imán y se deforman de acuerdo a la Fuerza de Lorentz.

La literatura [2] reporta los siguientes valores para las distancias interplanares:

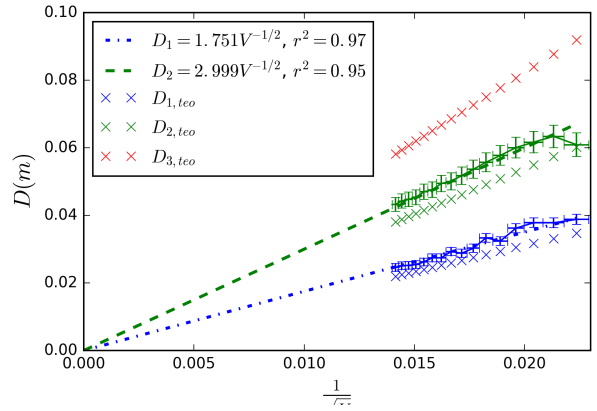
$$d_1 = 213pm, \quad (9)$$

$$d_2 = 123pm, \quad (10)$$

$$d_3 = 80,5pm. \quad (11)$$

Con estos valores, y las longitudes de onda λ_{dB} calculadas, se pueden encontrar los diámetros esperados de los círculos en la pantalla.

En la figura 10 se muestran los diámetros de los círculos de los patrones de interferencia en función del voltaje de aceleración. Según la ley de Bragg, las pendientes de estas rectas deben ser $M_1^{teo} = 1,5546m\sqrt{V}$ y $M_2^{teo} = 2,6922m\sqrt{V}$. La regresión lineal realizada se muestra en el gráfico y como resultado se obtienen pendientes $M_1 = 1,7510 \pm 0,0145m\sqrt{V}$ y $M_2 = 2,9987 \pm 0,0247m\sqrt{V}$.

Figura 10. Diámetro de los círculos en función del voltaje de aceleración V .

En la figura 10 también se muestran los diámetros D_i esperados para $i = 1, 2, 3$. A parir de las mediciones se infiere que los diámetros son en ambos casos levemente mayores a lo esperado, pero muestran una tendencia consistente, lo que lleva a pensar que se trata de un error sistemático y constante a lo largo del experimento.

Se supone luego que $\lambda_{dB} = \lambda_B$, y se calculan las distancias interplanares mediante la siguiente relación:

$$d_i = \frac{2hnL}{M_i\sqrt{2em_e}}, \quad n = 1. \quad (12)$$

Lo anterior significa que se toman siempre reflexiones de primer orden. Se obtienen los resultados reportados en el cuadro III.

i	$d_i(pm)$	$d_i^{teo}(pm)$	%err
1	189.1161 ± 1.5674	213.0	11.21
2	110.4259 ± 0.9101	123.0	10.22

Cuadro III. Resultados obtenidos de los cálculos para las distancias interplanares.

Adicionalmente, para calcular la distancia D_3 del patrón de difracción para una distancia interplanar $d_3 = 80,5\text{pm}$ se puede implementar la ecuación 6. Reemplazando D por D_3 y d por d_3 se obtiene

$$D_3 = 2L \tan \left[2 \sin^{-1} \left(\frac{\lambda_{dB}}{2d_3} \right) \right], \quad (13)$$

$$D_3 = 0,0734m. \quad (14)$$

Por lo tanto, el diámetro del círculo correspondiente a una distancia interplanar de 80.5 pm es de 7.34 cm. Como el diámetro del tubo de vacío era menor, no se pudo observar el tercer patrón de interferencia en forma de anillo.

Ahora, podemos tomar la expresión 8, de manera que, tomando las distancias d_i^{teo} acá reportadas, y las pendientes M_i calculadas se obtienen los valores para la constante de Planck mostrados en el cuadro IV.

$h_1(\times 10^{-34} Js)$	$h_1(\times 10^{-34} Js)$	%err ₁	%err ₂
7.4629 ± 0.0619	7.3806 ± 0.0608	12.63	11.39

Cuadro IV. Valores obtenidos para la constante de Planck con base en las pendientes medidas en la figura 10.

Las constantes de Planck obtenidas no son precisas ya que el valor teórico ($h = 6,63 \times 10^{-34}\text{Js}$) no está en el rango de la incertidumbre calculada. Los errores en las constantes se atribuye a mediciones poco precisas del voltaje, ya que la menor medida del instrumento de medición era de 0.1 kV. Por lo tanto, el valor de la pendiente de la recta obtenida con la regresión lineal puede no ser preciso.

V. CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos se puede concluir lo siguiente:

- Se logra evidenciar, por medio del experimento, el carácter ondulatorio y corpuscular de los electrones. El carácter ondulatorio de los electrones se confirmó mediante los patrones de difracción, que son generados por la interferencia constructiva y destructiva de ondas. El carácter corpuscular es inferido por la desviación de los haces de electrones al aplicar un campo magnético externo. Esta desviación indica que los electrones se comportan como partículas que sufren la fuerza de Lorentz proporcional al producto entre la velocidad del electrón y la magnitud del campo magnético. Con esto, la dualidad onda-partícula es confirmada.
- Se prueba un acercamiento computacional a la toma de datos. Dicho método puede ser mejorado y automatizado dado un mayor tiempo para el análisis. Cabe resaltar que el filtrado de las imágenes puede ser contraproducente si llegase a interferir con incertidumbres intrínsecas como el principio de Heisenberg.
- Durante el experimento solo se observaron dos patrones de difracción, es decir, solo se observaron dos anillos concéntricos en la pantalla al final del tubo de vacío. Esto se debe a que las distancias interplanares del grafito mayores o iguales al valor teórico de $d_3 = 80,5\text{pm}$ generan anillos con un diámetro mayor a 7.34 cm. Este diámetro está por encima del diámetro de la pantalla ubicada al final del tubo de vacío, razón por la cual solo se observaron dos anillos correspondientes a las distancias reticulares d_1 y d_2 del grafito.
- La constante de Planck no se calcula con precisión y se obtiene un error porcentual de aproximadamente 10 %. El error se atribuye a mediciones poco precisas de voltaje, lo que genera pendientes incorrectas en una regresión lineal obtenida a partir de pares de datos de voltaje y diámetro del patrón de interferencia.
- Las longitudes de onda calculadas a partir de la ecuación de De Broglie y a partir de la ecuación de Bragg difieren por las mediciones poco precisas de voltaje y, posiblemente, por la curvatura del tubo de difracción. Estas diferencias generan un error porcentual máximo de 15 % entre las longitudes.

[1] Debye-scherrer method. *The Great Soviet Encyclopedia, 3rd Edition. (1970-1979)*. Tomado de <http://encyclopedia2.thefreedictionary.com/Debye-Scherrer+Method>. Recuperado: 2017-09-13.

[2] Electron Diffraction. <http://www.fen.bilkent.edu.tr/~kocabas/wp-content/uploads/2015/02/electrondiffraction.pdf>. Recuperado: 2017-09-20.

[3] Francis Weston Sears, A Lewis Ford, and Roger A Freed-

man. *Física universitaria: con física moderna*, volume 2. Pearson educación, 2005.

[4] Raymond A Serway, Clement J Moses, and Curt A Moyer. *Modern physics*. Cengage Learning, 2004.

[5] Nouredine Zettili. *Quantum mechanics: concepts and applications*, 2003.