

Septiembre
14 de ~~Agosto~~ de 2017
Hora de inicio: 3:30 p.m.
Experimento realizado por

- Juan Sebastián Parada Beltrán
- Daniel Felipe Forero Sánchez

Difracción de electrones

- Objetivo general: Relacionar el carácter ondulatorio de los electrones con la ecuación de de Broglie y con la ley de Bragg mediante la difracción de Debye-Scherrer

• Objetivos específicos:

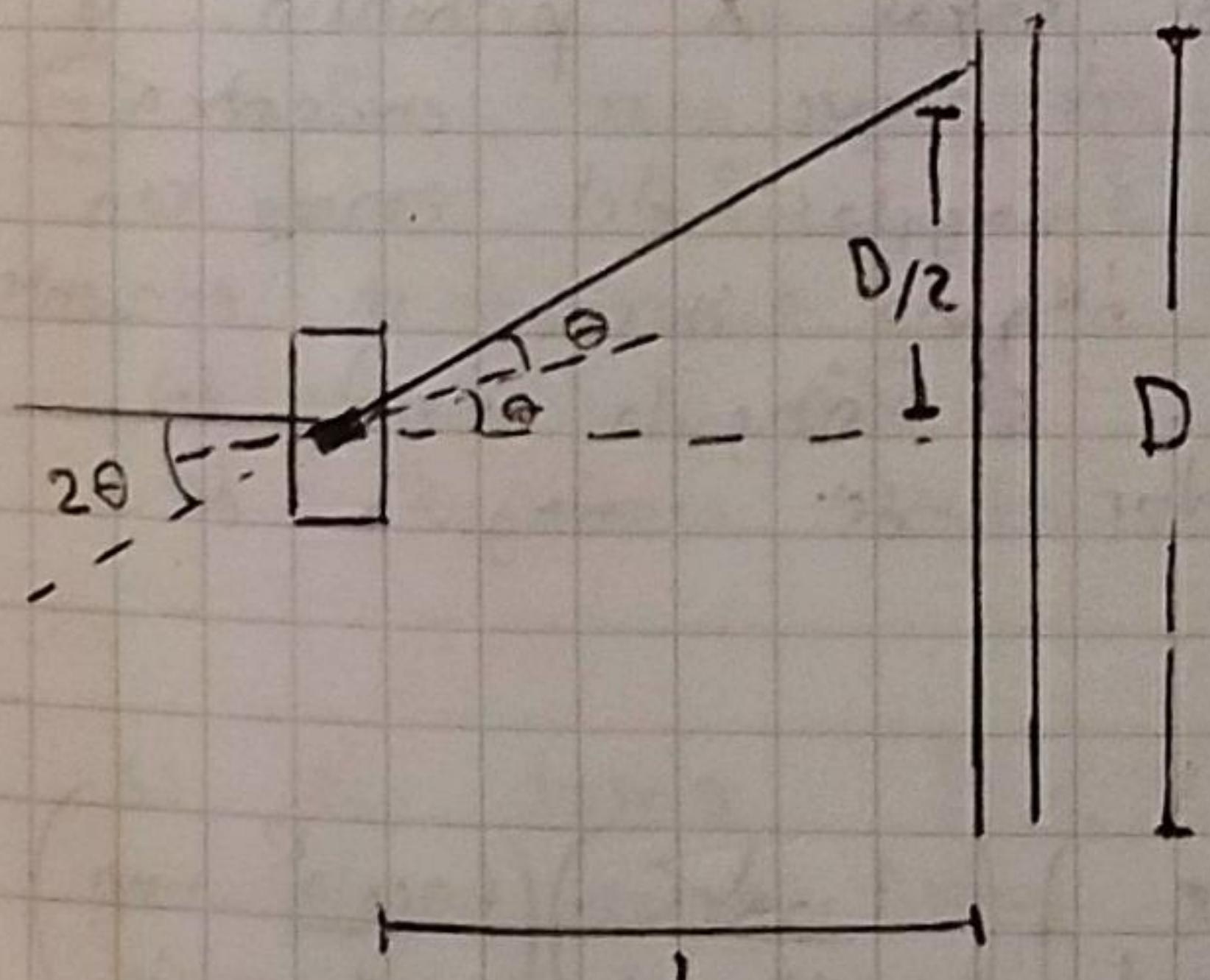
- Evidenciar la dualidad onda-partícula en electrones por medio de la difracción de Debye-Scherrer
- Verificar la ecuación de de Broglie concerniente a la longitud de onda de los electrones
- Hallar experimentalmente las distancias interplanares interplanares para el grafito

• Marco teórico:

- Ejercicio 1:

- ① Demostrar que

$$\lambda_{\text{Bragg}} = \frac{2d}{n} \sin \left[\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{D}{2L} \right) \right]$$



Según la ley de Bragg

$$2d \sin(\theta) = n\lambda$$

Mediante la relación trigonométrica de tangente se relaciona el ángulo Θ con D y L

$$2\theta = \tan^{-1} \left(\frac{D}{2L} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{D}{zL} \right)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{D}{zL} \right)$$

Al reemplazar este valor en ①, entonces

$$2d \sin \left[\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{D}{zL} \right) \right] = n\lambda$$

$$\text{Finalmente, se despeja } \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2d}{n} \sin \left[\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{D}{2L} \right) \right]$$

- ② Como los cristales se encuentran orientados aleatoriamente en el material policristalino, se generan distintos ángulos θ de incidencia y reflexión que generarán un patrón de difracción. Más aún, estos patrones se distribuirán regularmente y generarán unos patrones de difracción con anillos concéntricos centrados alrededor del haz de electrones no difractados. El diámetro de estos anillos representa la longitud de onda de los electrones que inciden sobre el material policristalino.
- ③ Método de Debye Scherrer: método para estudiar la estructura de sustancias finamente cristalinas usando difracción de rayos X. Debye y Scherrer proponen el método en 1916. Un haz de rayos X monocromático, al incidir sobre una muestra policristalina y ser reseñada por los cristales que componen la muestra, genera un número de conos de difracción coaxiales. El eje de estos conos es la dirección del haz de rayos X primario y su vértice es el punto en el que se encuentra la muestra policristalina. Los ángulos del cono con respecto a la dirección del ángulo inicial se encuentran mediante la ley de Bragg. El ángulo axial del cono es cuatro veces el valor del ángulo de reflexión.

- Ejercicio 2:

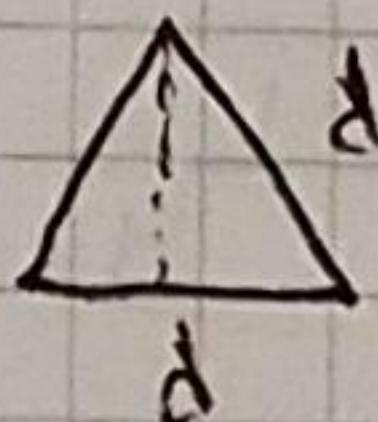
$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \text{El número de átomos en } 1\text{ cm}^3 &= \left(2.25 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \right) \left(\frac{1 \text{ mol}}{12 \text{ gr}} \right) \left(\frac{6.02 \times 10^{23} \text{ átomos}}{1 \text{ mol}} \right) \\ &= 1.128 \times 10^{23} \frac{\text{átomos}}{\text{cm}^3} \end{aligned}$$

$$\text{En } 1 \text{ m}^3 \Rightarrow \left(1.128 \times 10^{23} \frac{\text{átomos}}{\text{cm}^3} \right) \left(\frac{1 \times 10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} \right)$$

Ari, el número de = 1.128×10^{29} átomos
átomos en 1 m^3 m^3

El volumen de $V = \frac{1.128 \times 10^{29}}{1 \text{ atomo}} = 8.86 \times 10^{-30} \text{ m}^3$

área transversal \Rightarrow
de triángulo



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} d^2$$

Además, área transversal = $V = A \cdot d_{\text{planar}}$

$$A = \frac{V}{d_{\text{planar}}} = 2,64 \times 10^{-20} \text{ m}^2$$

$$\text{como } d^2 = \frac{4}{\sqrt{3}} A = \frac{4}{\sqrt{3}} (2,64 \times 10^{-20} \text{ m}^2)$$

$$d = 247,13 \times 10^{-12} \text{ m} = 247,13 \text{ pm}$$

Este valor es muy cercano al valor de la distancia reticular reportada de 213 pm

- ② • El campo magnético terrestre tiene un valor entre 25 y 65 μT . Este campo posiblemente curva la trayectoria de los electrones al aplicar una fuerza $F = e\vec{v} \times \vec{B}$, con $\vec{v} =$ velocidad de los electrones dada por el voltaje V

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{me}}$$

Si se toma $B = 65 \mu\text{T}$, $|F| = 1,95 \times 10^{-16} \text{ N}$, que es una fuerza muy baja y contribuye en una magnitud despreciable en el experimento

- El vario se aproxima a un medio con una baja densidad de particular = baja presión (menor que la atmosférica). Como se trabaja con una presión de 10^{-6} hPa , la aproximación es muy buena y no se espera que la condición del tubo de difracción de "no vario" afecte el experimento

- como la velocidad $v = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}} \propto \sqrt{v}$ ($5,93 \times 10^8$)

entonces cambios de tan solo algunos voltios afectarán drásticamente la velocidad de los electrones.

- Curvatura \rightarrow aumentaría L .

Si L se aumenta en 1 cm, la longitud de onda de Bragg cambia:

$$\lambda_{\text{Bragg}} \propto \sin^{-1} \left(\frac{1}{L} \right)$$

si $L = 13,5 \text{ cm} \Rightarrow \lambda_{\text{Bragg}} \approx 0,0738$

$L = 14,5 \text{ cm} \Rightarrow \lambda_{\text{Bragg}} \approx 0,0733$

Así, la curvatura de algunos cm puede cambiar la longitud de onda en algunas décimas de micrometros e inclusive centésimas de micrónmetros.

- ③ Para minimizar los efectos de las variables mencionadas se debe tener en cuenta que el tubo de difracción no se cambiará instantáneamente, por lo que solo se pueden controlar factores externos. Así, se deben minimizar la cantidad de objetos que pueden generar campos electromagnéticos, como calcular o computadoras. En otras palabras, el sitio en el que se realizan las mediciones debe estar los más aislado posible.

- Método de Debye - Scherrer: métodos que permiten estudiar la estructura de sustancias cristalinas usando difracción de rayos X. Este método fue propuesto por Debye y Scherrer en 1916 y consiste en que un haz de rayos X monocromáticos inciden sobre una muestra polícrystalina y es reflejado por los cristales de la muestra en distintas direcciones generando el patrón de difracción en anillos que se espera observar en

d) experimento

- Ley de Bragg: método para analizar el fenómeno de rayos X sobre planos cristalinos paralelos. \Rightarrow fenómeno de difracción. Los rayos X se reflejan de forma especular sobre átomos en una red cristalina & interfieren constructivamente si se cumple

$$n\lambda = 2d \sin \theta,$$

donde n es un número entero, λ es la longitud de onda de los rayos X, d es la separación entre los planos cristalinos y θ es el ángulo de incidencia = ángulo de reflexión.

- Ecuación de "de Broglie": En 1923 de Broglie postuló que no solo la radiación exhibía comportamiento corpuscular, sino que las partículas también exhibían comportamiento de onda. Según de Broglie, para un particula con momento \vec{p} se asigna una onda monocromática que se propaga en la dirección de \vec{p} y cuya longitud de onda viene dada por

$$\lambda_{\text{de Broglie}} = h/|\vec{p}|,$$

donde h es la constante de Planck = $6,626 \times 10^{-34} \frac{\text{J}}{\text{s}}$

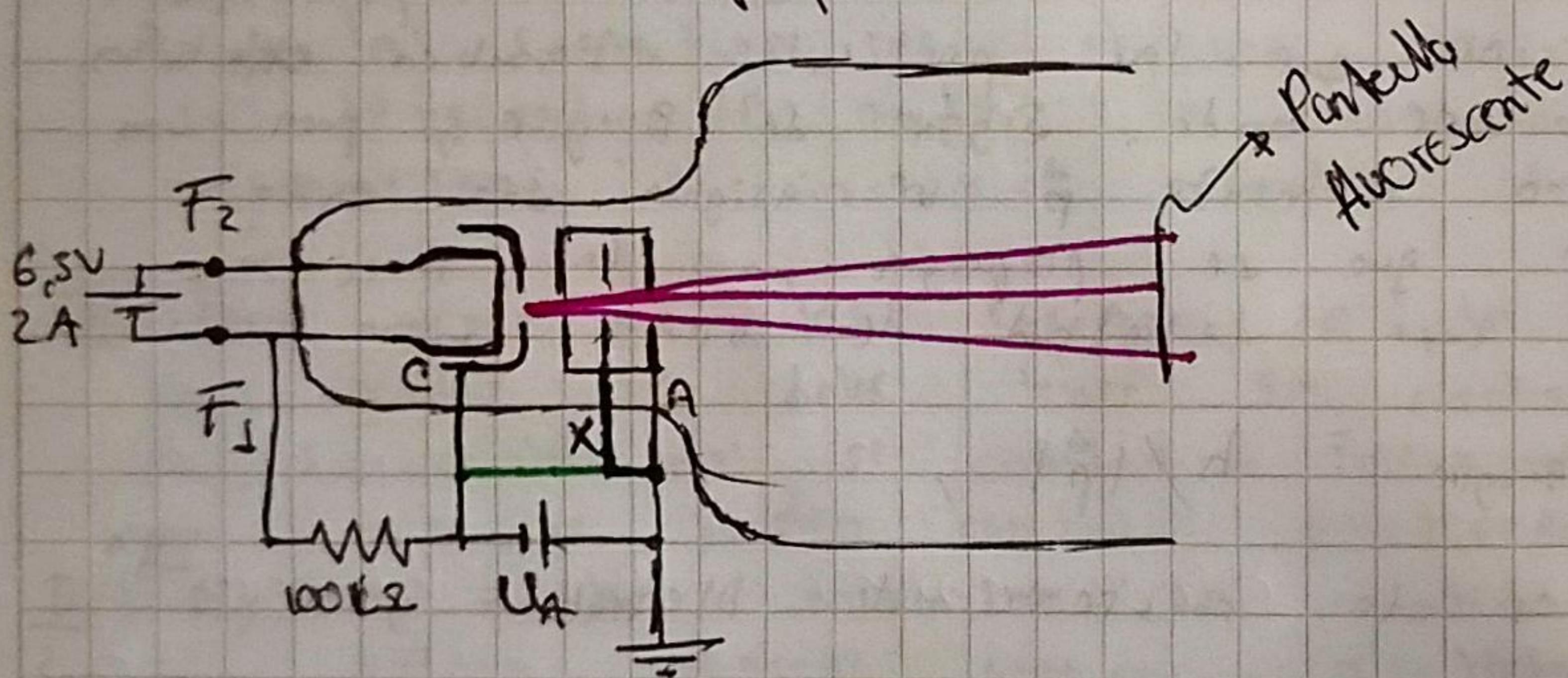
- Material polícrystalino: materiales que están compuestos por un agregado de un gran número de cristales o granos en los que la estructura es regular, pero los cristales o granos están organizados de forma aleatoria

Montaje experimental

- Equipo:
- + Tubo de difracción de e^-
 - + Fuente de alto voltaje (10 KV)
 - + 6 cables
 - + Soporte para tubo
 - + Calibrador

Configuración # 1

C: catodo X: electrodo de enfoque A: ánodo



Montaje de amplificación de la muestra

Configuración # 2

Cambia la conexión X-A por X-C.

Como se muestra con color **verde** en la imagen arriba.

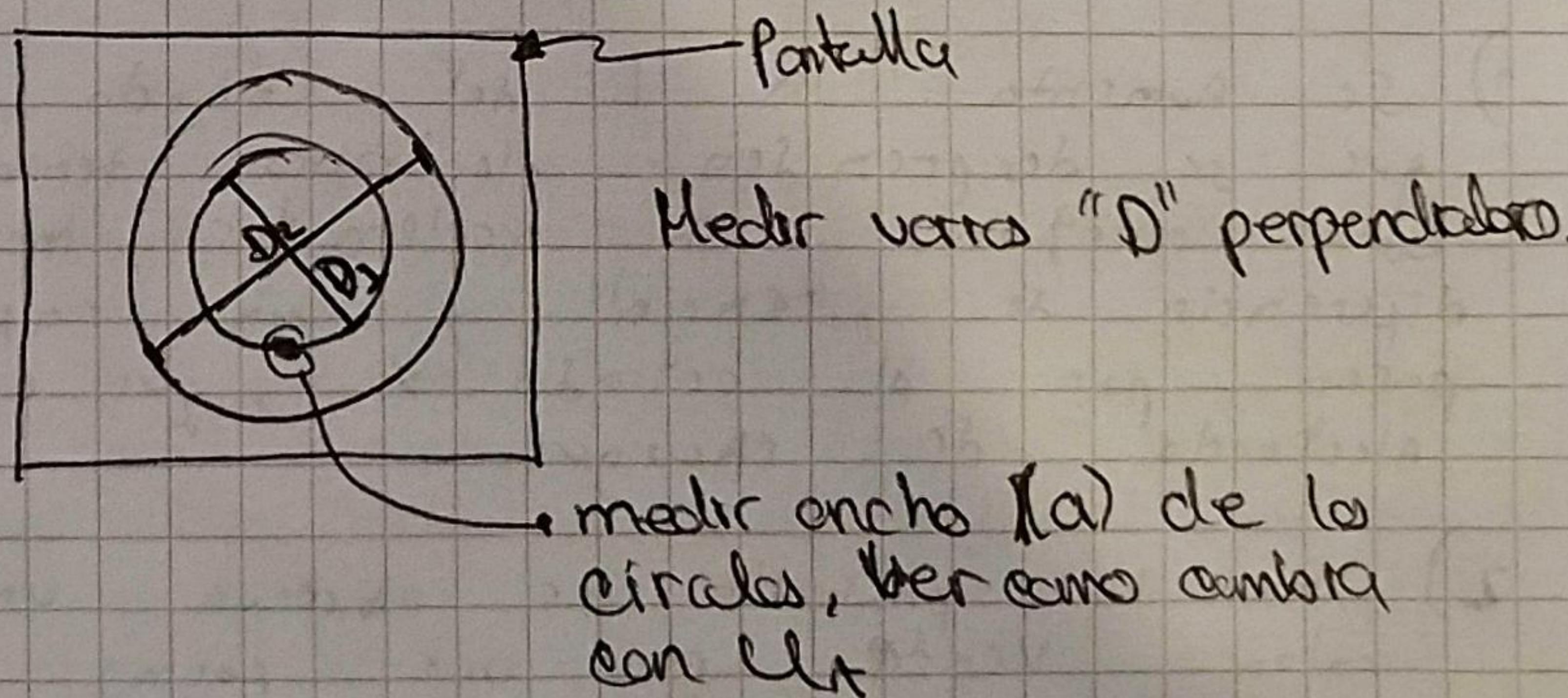
METODOLOGÍA

Configuración #1

1. El catodo es calentado de forma que se desprenden electrones termoeléctricamente. Estos electrones se enfocan al atravesar el ~~metálico~~ ~~atómico~~ electodo X. El voltaje $U_A \approx 10^3 V$ acelerará los electrones a través de la muestra.
2. Observar la pantalla. Con un imán, mover lazo para ver distintas partes de la muestra.

Configuración #2

- Aumentar voltaje lentamente hasta $U_A = 3 KV$
- Medir U_A ; D



- Comparar λ_{dB} vs. λ_{Bragg}
 - Ver cambios en patrón de difracción inducidos por B ~~en el~~ del mán.
-

- Asumir que desaparece distancias interplanares.

- Graficar $D_i (U^{-1/2})$

↳ regresión lineal (exige $b=0$)

↳ tomar m , calcular d_i

asumiendo $\lambda_{dB} = \lambda_{Bragg}$

- Calcular h con

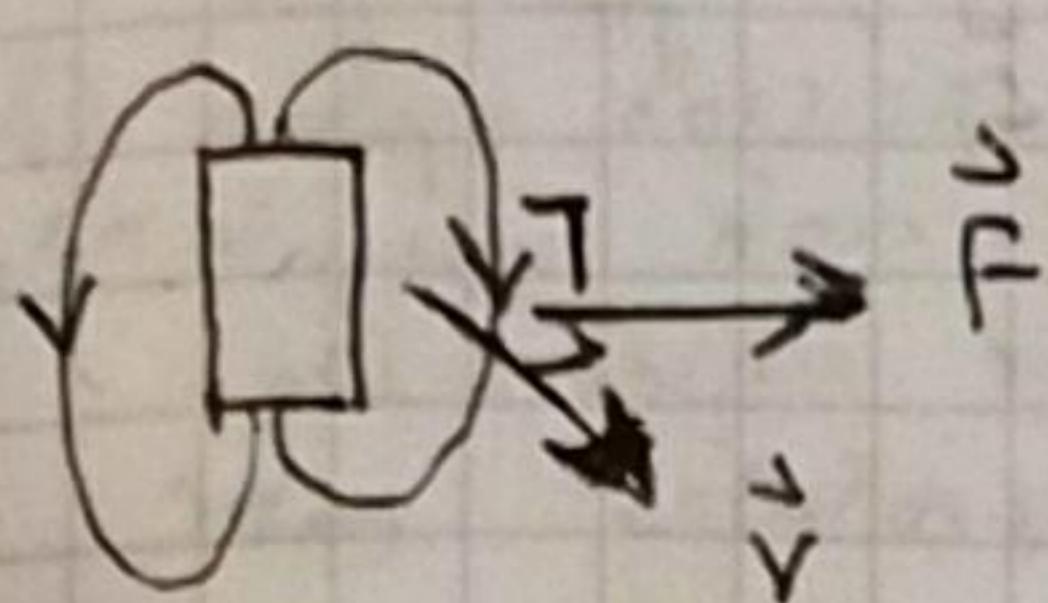
$$h = \sqrt{2m_e e V} \frac{2d}{n} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{2} \operatorname{arctan}\left(\frac{D}{2L}\right)\right)$$

→ Desarrollo del experimento = Actividad 1

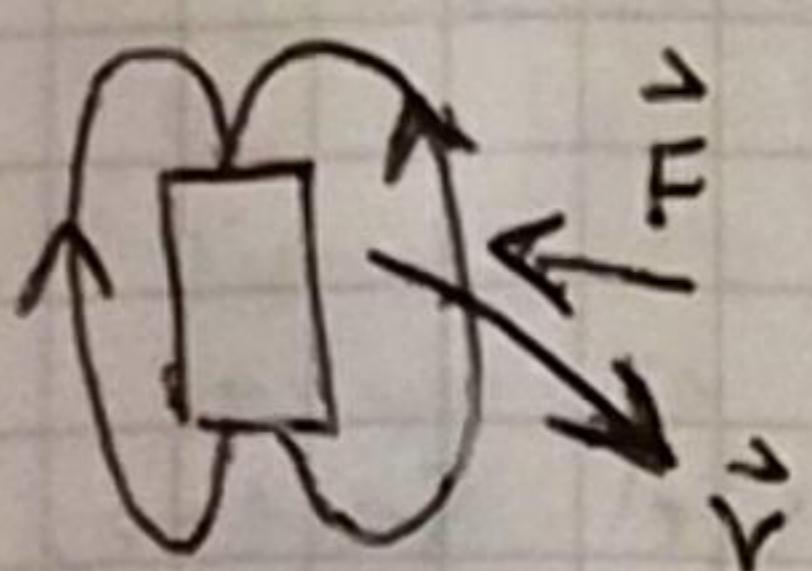
1) Se aumenta la T del cátodo, razón por la que se desprenden electrones térmicamente. Estos electrones son acelerados mediante una diferencia de potencial para pasar por el electrodo X , que es un electrodo de apoyo.

2) En la pantalla se observa una región de color verde con una forma aproximadamente circular. Al aplicar un campo magnético externo con un imán se cambia la posición de esta región verde dependiendo del sentido de la pantalla. Si el imán se ubica en la dirección contraria, la región verde se

desvía en la dirección contraria a la anterior.



Este fenómeno puede ser explicado por la fuerza de Lorentz, dada por:

$$\vec{F} = -e(\vec{v} \times \vec{B})$$


Por lo tanto, la fuerza resultante desvía a los electrones en una dirección perpendicular tanto a \vec{v} como a \vec{B} . \vec{v} es el vector velocidad de los electrones.

3) Microscopio electrónico de transmisión =

microscopio que utiliza un haz de electrones para visualizar un objeto. Debido a que los electrones tienen una longitud de onda mucho menor que la de la luz visible, pueden mostrar estructuras mucho más pequeñas. Este microscopio consta de:

- Cañón de electrones = emite electrones que chocan o atraviesan al objeto de interés
- Lentes magnéticas para enfocar los electrones mediante campos magnéticos
- Sistema de vacío
- Placa fotográfica o panel fluorescente para registrar la imagen aumentada
- Sistema de registro.

Ej) microscopio electrónico de transmisión emite un haz de electrones dirigido hacia el objeto que se desea aumentar. Una parte de los electrones rebota o son absorbidos y otros atraviesan la muestra generando una imagen amplificada de su estructura. Por lo tanto, el funcionamiento de este microscopio es similar al funcionamiento del montaje experimental.

4) No se observara patrón de difracción, que los electrones no incidir horizontalmente sobre la muestra polícristalina y, por tanto, no se cumple esta condición para obtener un patrón de difracción para la ley de Bragg, que requiere que las fases de los electrones sean paralelas si.

• Actividad 2:

1) Los datos tomados se encuentran en digital en el computador de Daniel Fornes en el cuaderno de python "dif-dec.py".

$$\text{Incertidumbres: } \cdot (U \pm 0.05) \text{ kV}$$

La mitad de la menor medida que puede tomar el instrumento

Distancia, medida en Python por medio de los máximos entre valores de intensidad en los pixeles.

$$(D \pm 0.006) \text{ cm}$$

ya que
1 pixel = 0,017 cm

3) Las discrepancias entre λ_{Bragg} y Braggie

pueden ser causadas por mediciones para revisar la menor medida curvatura de la pantalla en el auto de modo que sea de 0.1 kV. Así mismo, la medición de Braggie es incorrecta. Aunque se fijan los micrometros.

2) Al variar los anillos de voltaje, los diámetros del patrón aumenta. A mayor voltaje, la intensidad del patrón reduce su intensidad, por lo que la medida

del diámetro de los anillos es menor precisa. Esto afectará los resultados de Bragg.

- 4) La dualidad onda-partícula se observa ya que el patrón de difracción obtenido es característico de las ondas, pero los electrones se comportan como partículas ya que siguen la fuerza de Lorentz al someterlos a un campo magnético externo. Por lo tanto, los anillos del patrón de difracción parecen más elipses alargadas de acuerdo a la orientación de los imanes.

5) El valor encontrado de $d_3 = 71 \text{ pm}$

El diámetro de los círculos con este valor habría sido, según la ley de Bragg

$$D_3 = 2L \tan \left[2 \text{ sm}^{-1} \left(\frac{\lambda_{\text{Bragg}}}{2d_3} \right) \right]$$

Nota = La solución de λ_{Bragg} , $\lambda_{\text{Angström}}$, D_3

se encuentra en el computador de Juan Parada en la carpeta /Documentos / IIN - difraccion-electrones, y en el archivo "diff-calculos.py"

→ Actividad 3.

1-2) La regresión lineal redonda se encuentra en el archivo "diff-calculos.py"

El valor obtenido de la pendiente es equivalente al valor de B dado por la ecuación resultante cuando $\lambda_{\text{Angström}} = \lambda_{\text{Bragg}}$

$$\frac{2B}{\pi} \sin \left[\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{D}{2L} \right) \right] = \frac{B}{\sqrt{2eVmc}}$$

$$d = \frac{h}{2\sqrt{2eVmc}} \left(\frac{1}{\sin \left[\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{D}{2L} \right) \right]} \right) \quad \textcircled{+}$$

$$D = 2L \tan \left[2 \sin^{-1} \left(\frac{h}{2d\sqrt{2eVmc}} \right) \right]$$

$$D = \frac{2L}{d} \frac{h}{\sqrt{2eVmc}} \Rightarrow m = \frac{2Lh}{d\sqrt{2eVmc}}$$

Utilizando
aproximación
deángulos pequeños
se puede calcular
más fácilmente

c) A partir de $\textcircled{+}$

$$h = \frac{2d}{n} \sqrt{2mcV} \sin \left[\frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{D}{2L} \right) \right]$$

Con esta expresión se encuentra h en python
en el archivo "difc-calculos.py"

Alejandra Valencia