Parcial 1 Relatividad General 22-09-2017
(P. Bargueño)

Nombre, apellidos y código

1. **(15/100)** Consideren el espacio–tiempo de Minkowski con métrica
$$ds^2 = -dt^2 + dx_i dx^i \tag{1}$$
($i = 1, 2, 3$; $c = 1$). Si definimos la cuadrivelocidad u^μ como $u^\mu \equiv \frac{dx^\mu}{d\tau}$, donde τ es el tiempo propio, demuestren que $u^\mu u_\mu = -1$. Discutan qué propiedad tensorial relevante están utilizando.

2. **(15/100)**. Demuestren que el vector $\sqrt{3}\mathbf{e_t} + \sqrt{2}\mathbf{e_x}$ es de tipo tiempo respecto de la métrica de Minkowski bidimensional. Construyan una métrica (también en dos dimensiones) de tal forma que el mismo vector sea de tipo nulo.

3. **(40/100)**. Consideren el siguiente espacio–tiempo
$$ds^2 = -(\beta x)^2 dt^2 + dx_i dx^i \tag{2}$$
($i = 1, 2, 3$; $c = 1$), donde β es una constante. Calculen el escalar de curvatura, $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$. ¿Hay algún(os) vector(es) de killing que puedan observar inmediatamente sin calcular?. Dicho espacio–tiempo, ¿es solución de las Ecuaciones de Einstein en el vacío?.

4. **(15/100)**. Consideren coordenadas polares. Calculen la derivada covariante de $\vec{V} = r^2 \cos\theta e_r - \sin\theta e_\theta$.

5. **(15/100)**. Sean $S^{\mu\nu}$ y $A^{\mu\nu}$ tensores simétrico y antisimétrico, respectivamente. Demuestren que $S^{\mu\nu} A_{\mu\nu} = 0$.