

Caracterización de circuitos RC

A. P. Vargas López, D. F. Ortiz Gutierrez, J. C. Prada Sierra

Dpto. de Física
Universidad Nacional de Colombia

28 de mayo de 2019

Resumen

Los capacitores son componentes eléctricos con diversas y variadas aplicaciones en distintos campos de las ciencias e ingenierías, son bases de la electrónica moderna y su estudio es fundamental para mostrar sus características más destacables. En este trabajo se explorarán los conceptos básicos referentes a capacitores como lo son: su disposición en serie y en paralelo a través de las reglas para obtener capacitancias equivalentes y su comportamientos al combinarse en un mismo circuito con resistencias. Durante el proceso se logró respaldar la formulación teórica de los objetos estudiados de forma experimental, mediante el uso de herramientas sencillas como voltímetros y amperímetros así como con instrumentos más precisos como el osciloscopio digital. El resultado más destacable obtenido con el osciloscopio muestra el comportamiento de carga y descarga de los circuitos RC.

1. Introducción

1.1. ¿Qué es un capacitor?

Un capacitor o condensador es un dispositivo que permite almacenar energía debido a que puede generar una diferencia de potencial entre dos placas conductoras paralelas que posee en su interior [2]. Al cargarlas en igual magnitud, pero cada una con signo opuesto, se genera un campo eléctrico y por ende una diferencia de potencial entre ellas. Dichas placas vienen separadas por un aislante o simplemente el vacío para evitar la transferencia de carga entre ellas.

A partir de esto se puede definir la Capacitancia (C) como la capacidad de un componente o circuito para recoger y almacenar energía en forma de carga eléctrica (Q). Su unidad de medida es el Faradio (F). La diferencia de potencial de un capacitor viene dada por [1]:

$$V = \frac{Q}{C} \quad (1)$$

1.2. Capacitores en serie y en paralelo

Al conectar un capacitor a una fuente o batería, este se cargará hasta que sus placas adquieran la misma diferencia de potencial entre ellas que el que genera la fuente. En el caso de un circuito sencillo con n capacitores en serie, la suma de sus respectivas diferencias de potencial será igual a la diferencia de potencial de la fuente. De esto se deduce que la capacitancia equivalente del circuito es:

$$C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n} \right)^{-1} \quad (2)$$

Esto porque la carga en cada uno de los n capacitores en serie será la misma, al igual que la carga considerada para el capacitor equivalente, es decir:

$$Q_{total} = Q_1 = Q_2 = \cdots = Q_n \quad (3)$$

Sin embargo, si los n capacitores están en paralelo, el voltaje será el mismo para la fuente y para cada capacitor; pero la carga total en el circuito será igual a la suma de las cargas almacenadas por cada capacitor. De esto se obtiene que para este caso la capacitancia equivalente del circuito es:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n \quad (4)$$

Para descargar el capacitor basta con apagar la fuente del circuito. En seguida, las cargas se empezarán a redistribuir buscando el equilibrio electrostático.

1.3. Carga y descarga del circuito RC

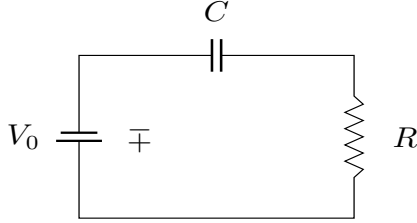


Figura 1: Circuito RC básico en proceso de carga

Ahora consideremos el proceso de carga de un circuito RC como el de la figura 1, por suma de diferencias de potencial en un camino cerrado sabemos que, para una fuente de voltaje V_0 , resistencia R y capacitancia C se tiene [2,3]:

$$IR + \frac{q}{C} - V_0 = 0$$

Puesto que $I = \frac{dq}{dt}$, entonces

$$\begin{aligned} RC \frac{dq}{dt} &= CV_0 - q \\ \int_0^{q(t)} \frac{dq}{q - CV_0} &= \int_0^t \frac{-dt}{RC} \\ \ln(q - CV_0)|_0^{q(t)} &= -\frac{t}{RC} \\ \ln\left(\frac{q(t) - CV_0}{-CV_0}\right) &= -\frac{t}{RC} \\ \frac{q(t) - CV_0}{-CV_0} &= e^{-\frac{t}{RC}} \\ q(t) &= CV_0 \left(-e^{-\frac{t}{RC}}\right) \end{aligned}$$

Puesto que $V = \frac{q}{C}$ en el capacitor, se tiene que:

$$V(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad (5)$$

Lo cual es el voltaje en el capacitor en función del tiempo

Una vez ha pasado un tiempo lo suficientemente largo, lo suficiente para considerar que el capacitor tiene una diferencia de potencial V_0 y quitamos la fuente del circuito en la figura 1 tendremos un circuito formado exclusivamente por resistencia y capacitor [2,3], lo cual generará la descarga del capacitor dada por:

$$\begin{aligned} \frac{dq}{dt} R + \frac{q}{C} &= 0 \\ \frac{dq}{dt} &= -\frac{q}{RC} \end{aligned}$$

$$\int_{CV_0}^{q(t)} \frac{dq}{q} = \int_0^t \frac{dt}{RC}$$

$$\ln\left(\frac{q(t)}{CV_0}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$\frac{q(t)}{C} = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$V(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (6)$$

1.4. El tiempo característico τ

El denominado Tiempo Característico del Circuito τ es importante para determinar que tan rápido se carga y descarga un capacitor en un circuito RC en comparación a otros con determinada resistencia R . Este se define como:

$$\tau = RC \quad (7)$$

Es decir que cuando ha pasado el tiempo τ en el circuito RC en descarga, el voltaje en el capacitor será:

$$V(\tau) = \frac{V_0}{e} \quad (8)$$

2. Dispositivo experimental y procedimiento

La práctica de laboratorio se encuentra separada en dos procedimientos cuya principal diferencia es el equipo utilizado y la precisión que este permite.

El primer procedimiento se busca medir el tiempo característico τ de un circuito RC en descarga mediante un multímetro y cronómetro, esto para calcular el valor de la resistencia utilizada en el circuito ya que se conocía el valor de la capacitancia. Así mismo se comprobó la capacitancia equivalente de un montaje en serie de capacitores.

El segundo procedimiento consistió en utilizar un osciloscopio para medir el tiempo τ de un circuito RC con tiempos de carga y descarga del orden de los microsegundos. Esto fue utilizado para calcular el valor de los capacitores utilizados a partir de distintas resistencias. Cada uno de los procedimientos es explicado en profundidad a continuación.

2.1. Procedimiento 1

2.1.1. Equipo y materiales

Equipo utilizado para la medición de τ en distintos circuitos RC y la capacitancia equivalente para capacitores en serie:

1. Capacitores (C_0, C_1, C_2).
2. Resistencias cuyo valor se desea encontrar.
3. Multímetro digital Manual YF-3503 AC/DC.
4. Cronómetro con función de vueltas.
5. Fuente AC/DC PEAK TECH.
6. Caja de capacitores EXTECH de valor modificable (C_3).
7. Cables de conexión.

Las capacitancias de los capacitores usados en el procedimiento son especificados en la siguiente tabla.

Valores de Capacitancias	
Capacitor	Capacitancia (nF)
C_0	1.1×10^8
C_1	544
C_2	Valor a encontrar
C_3 (Caja de Capacitores)	700

Tabla 1: Valores de capacitancias utilizadas en el procedimiento 1

2.1.2. Montaje y procedimiento para encontrar $\tau = RC$

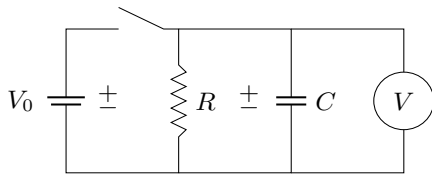


Figura 2: Circuito RC

El montaje experimental para la medición del tiempo τ es el mostrado en la figura 2, donde el capacitor utilizado es C_0 . Al comenzar el experimento se completó el circuito para cargar el capacitor con la diferencia de potencial configurada en la fuente, $V_0 = 15V$, la cual es mostrada en el multímetro que está dispuesto para medir voltaje. Una vez el capacitor está cargado se abre el circuito al mismo tiempo que se comienza a registrar el tiempo con el cronómetro, se observa la medición de voltaje del multímetro y a intervalos de $0.5V$ de descarga, es decir en $14.5V, 14V, 13.5V \dots$ se registra una vuelta en el cronómetro. Esto permitió obtener una curva de tiempo vs voltaje. Este procedimiento se llevó a cabo con dos resistencias

diferentes R_1 y R_2 , para las cuales se tomaron valores hasta alcanzar voltajes de $1V$ y $4.5V$ respectivamente.

Las incertidumbres en la medición durante este procedimiento fueron:

1. Multímetro midiendo voltaje: $\pm 0.05V$.
2. Cronómetro: $\pm 0.05s$.

Una vez se tienen las medidas de voltaje en función del tiempo en una gráfica, se encontró el valor $\frac{V_0}{e}$ en el eje de voltaje, se buscó el punto más cercano sobre la curva al cual corresponde dicho valor y dado que la coordenada temporal de dicho punto corresponde al valor de τ según la ecuación 8, se obtiene τ . Una vez se obtuvo τ se calculó el valor de cada una de las resistencias por medio de la ecuación 7.

2.1.3. Montaje de capacitores en serie

Se realizó el montaje de 3 capacitores en serie conectados a una fuente de $V_0 = 15V$ tal como se muestra en la figura 3, de estos tres capacitores se conocía el valor de dos de ellos tal como se indica en la tabla 1. Para encontrar la carga en uno de los capacitores con capacitancia conocida se mide la caída de potencial V_1 en C_1 y se despeja de la ecuación 1 la carga Q_1 . Se procede ahora a medir la diferencia de potencial V_{Total} para los tres capacitores con el fin de despejar la capacitancia equivalente C_{eq} del circuito con la ecuación 1; pues la carga total Q_{total} es igual a Q_1 por la ecuación 3. A partir de C_{eq} , C_1 y C_3 se reemplaza en la ecuación 2 y se despeja el valor de C_2 buscado.

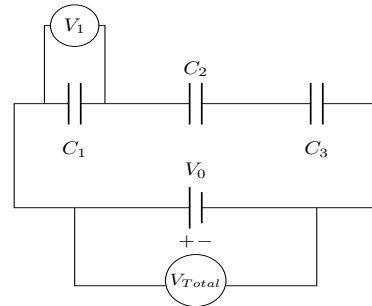


Figura 3: Capacitancias conectadas en serie

La incertidumbre de las medidas de voltaje para este procedimiento es de $\pm 0.005V$.

2.2. Procedimiento 2

2.2.1. Equipo y Materiales

El equipo utilizado para el segundo procedimiento es:

1. Fuente generadora de corriente OWON A6 1022.

2. Osciloscopio OWON Smart D55032EV.
3. 4 Resistencias (Tabla 2).
4. 2 capacitores de capacitancia desconocida.
5. Cables de conexión.
6. Cables coaxiales.

Valores de Resistencias	
Resistencia	R (Ω)
R_1	$4600 \pm 5 \%$
R_2	$2200 \pm 5 \%$
R_3	$1200 \pm 5 \%$
R_4	$2700 \pm 5 \%$

Tabla 2: Valores de resistencias utilizadas en el procedimiento 2

2.2.2. Montaje circuito RC - Fuente - Osciloscopio

El osciloscopio permite medir oscilaciones de corriente extremadamente cortas en el tiempo con gran precisión, este fue incluido en la medición del circuito RC tal como se muestra en la figura 4. El osciloscopio se utilizó para medir el voltaje en el capacitor pues los tiempos de carga y descarga del circuito son extremadamente cortos para las resistencias y capacitores utilizados. Así mismo, la fuente generadora de corriente se utilizó para producir una onda cuadrada con frecuencia 20 kHz la cual simula la conexión y desconexión del circuito como en el procedimiento 1. Esta fuente también se conectó directamente al osciloscopio para observar la relación entre la señal que entraba al circuito y la que se producía en el capacitor.

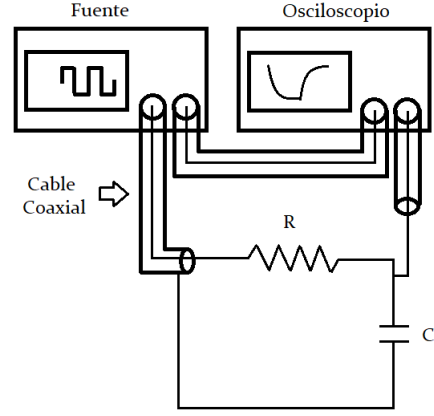


Figura 4: Circuito RC conectado a fuente generadora y osciloscopio

La fuente se configuró con una diferencia de potencial de pico a pico $V_0 = 10V$, así, al buscar el valor de τ en el osciloscopio se buscaba el punto el cual el voltaje en el capacitor tuviera un valor $V(\tau) = \frac{10V}{e} \approx 3.67V$ al momento de la descarga.

Este procedimiento de medir τ es realizado para los dos capacitores con cada una de las resistencias, así, para un mismo capacitor se obtuvieron 4 mediciones de τ . Con estas medidas se calculó la capacitancia por medio de la ecuación 7 y se obtuvo un promedio de los valores con cada resistencia.

Las incertidumbres en las mediciones del osciloscopio son especificadas en la sección de resultados pues para cada resistencia se utilizó una escala diferente de medición. Estas incertidumbres se encuentran en el rango de $\pm 10\mu s$ a $\pm 20\mu s$.

3. Resultados y análisis

3.1. Resultados procedimiento 1

3.1.1. Encontrar τ y valor de resistencias

Dada la capacitancia del condensador $C_0 = 110.000 \mu F$ y el voltaje $V_0 = 15.04V$ para una resistencia R_1 , a la cual se procede hallar su valor experimentalmente, se obtuvieron los siguientes resultados (Tabla 3):

Tiempo[s] $\pm 0.05s$	Voltaje[V] $\pm 0.005 V$	Tiempo[s] $\pm 0.05s$	Voltaje[V] $\pm 0.005 V$
0	15.04	183.4	7.5
8.0	14.5	202.5	7
16.0	14	223.8	6.5
25.0	13.5	246.7	6
34.1	13	272.0	5.5
44.4	12.5	300.3	5
54.8	12	331.6	4.5
66.1	11.5	367.1	4
78.0	11	409.1	3.5
90.6	10.5	458.0	3
103.6	10	518.3	2.5
117.9	9.5	594.5	2
132.7	9	700	1.5
148.1	8.5	862.3	1

Tabla 3: Voltaje en durante la descarga del capacitor para la resistencia R_1

Con los datos para el primer circuito R_1C en la tabla 1 se obtiene la figura 5:

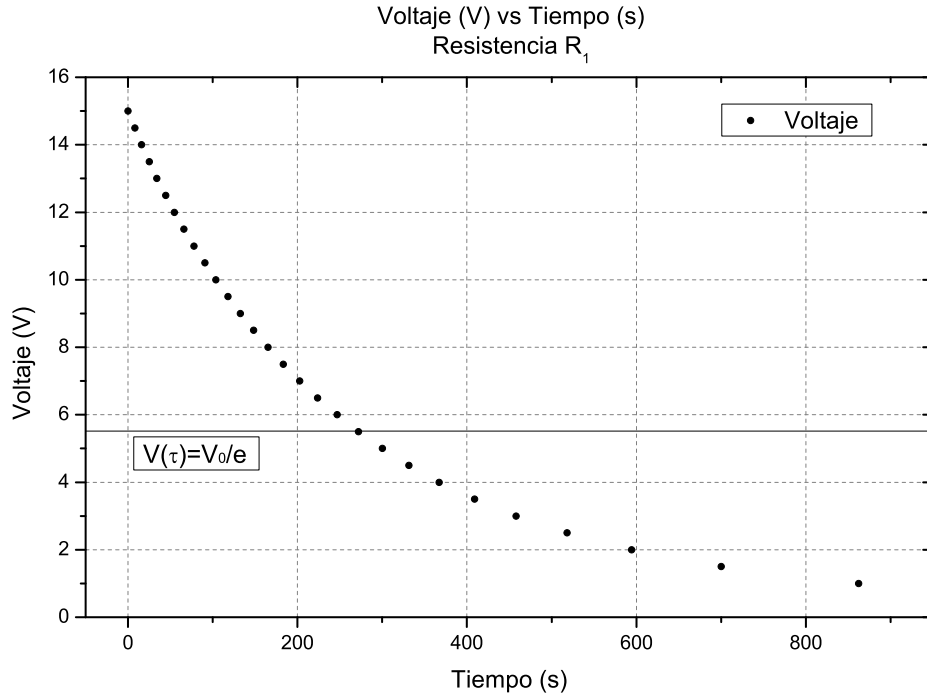


Figura 5: Caída de potencial para un circuito RC para la resistencia R_1

Al observar la gráfica anterior se puede notar un comportamiento exponencial en la caída de potencial para el circuito RC de la figura 2, tal y como se esperaba dada la ecuación 6, que predice un comportamiento exponencial para el proceso de descarga del condensador.

Por otro lado, se sabe teóricamente que el Tiempo Característico del circuito ocurre cuando $\tau = t = RC$. Para este momento se tendrá que el valor del potencial estará dado por la ecuación 8 y puesto que $V_0 = 15.04 \pm 0.05 V$ se tiene que

$$V(\tau) = 5.532 \pm 0.002 V$$

así, si ubicamos el tiempo τ donde el potencial vale

$V(\tau)$ sobre la figura 5 encontramos que:

$$\tau = 265 \pm 2.5 s$$

esto es, transcurridos 265 segundos tras haber desconectado la fuente del circuito, la diferencia de potencial en el capacitor será de 5.532 V.

Por lo tanto, de la ecuación 7 conseguimos que el valor de la primera resistencia es de:

$$R_1 = 2400 \pm 23 \Omega$$

Ahora, para la resistencia R_2 tomando el mismo capacitor C_0 y un voltaje inicial $V_0 = 15.1$ se obtienen los datos de la tabla 4:

Tiempo[s] $\pm 0.05s$	Voltaje[V] $\pm 0.005 V$	Tiempo[s] $\pm 0.05s$	Voltaje[V] $\pm 0.005 V$
0	15.01	474.0	9
24.5	14.5	527.0	8.5
52.0	14	644.9	8
81.0	13.5	709.5	7.5
144.8	13	781.6	7
179.2	12.5	859.7	6.5
215.1	12	891.7	6
253.0	11.5	921.7	5.5
292.0	11	1017.7	5
334.9	10.5	1127.8	4.5
378.0	10	1127.8	4
425.5	9.5		

Tabla 4: Caída de potencial para un circuito RC con la resistencia R_2

A partir de estos datos obtenemos la figura 6:

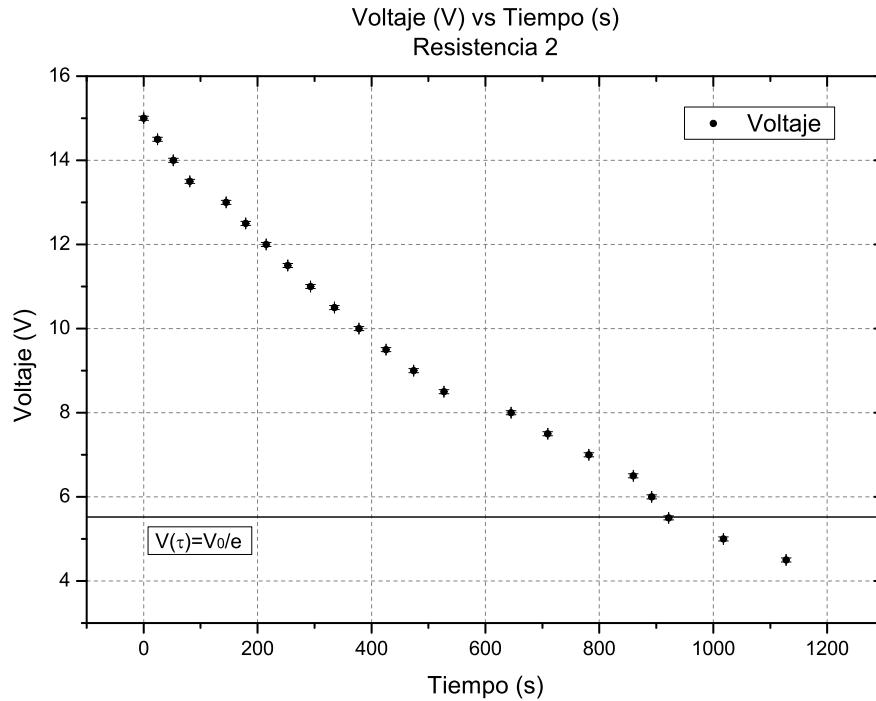


Figura 6: Caída de potencial para un circuito RC con la resistencia R_2

De igual manera al observar la gráfica anterior, se puede notar un comportamiento exponencial de la caída de potencial para el circuito RC de la figura 2, como se esperaba dada la ecuación 6.

Análogamente que para la primera resistencia, se halla el valor para el cual la diferencia de potencial decae en un factor de $\frac{1}{e}$ de su valor inicial, esto es, por la ecuación 6:

$$V(\tau) = 5.521 \pm 0.002 V$$

así, de manera gráfica si ubicamos el tiempo τ donde el potencial vale $V(\tau)$ entonces se consigue que:

$$\tau = 860 \pm 2.5 s$$

Por lo tanto, de la ecuación 7 conseguimos que el

valor de la segunda resistencia es de:

$$R_2 = 7810 \pm 23 \Omega$$

3.1.2. Capacitores en serie

Siguiendo los pasos mostrados la sección 2.1.3 obtenemos que la diferencia de potencial en C_1 es:

$$V_1 = 5.49 \pm 0.005 V$$

Por lo tanto su carga Q_1 es:

$$Q_1 = 2.98 \pm \mu C$$

Conociendo $Q_{total} = Q_1$ por la ecuación 3 y dado que al medir el voltaje en ambos extremos

de los capacitores en serie se obtiene $V_{total} = 14.38 \pm 0.005 V$, entonces por la ecuación 1:

$$C_{eq} = 207.2 \pm 0.16 nF$$

Ahora teniendo C_{eq} , C_1 , C_3 encontramos que:

$$C_2 = 641.2 \pm 0.9 nF$$

3.2. Tiempo característico y osciloscopio

Según el procedimiento explicado en la sección 2.2.2, se consiguieron los siguientes resultados para el capacitor 1.

	$\tau [\mu]$	$C_1 [nF]$	$\Delta C_1 \%$
R_1	2620 ± 10	570 ± 28	4.9 %
R_2	1250 ± 10	570 ± 28	4.9 %
R_3	680 ± 5	560 ± 28	5 %
R_4	1520 ± 5	560 ± 28	5 %

Tabla 5: valor de τ medido, C_1 calculado y ΔC_1 para 4 resistencias

A partir de estos concluimos que

$$C_1 = 565 \pm 56 nF$$

Ahora, para el capacitor 2 se obtiene:

	$\tau [\mu]$	$C_1 [nF]$	$\Delta C_2 \%$
R_1	3360 ± 10	730 ± 28	4.9 %
R_2	1540 ± 10	700 ± 28	5 %
R_3	860 ± 5	720 ± 28	5 %
R_4	1920 ± 5	710 ± 28	4.9 %

Tabla 6: valor de τ medido, C_1 calculado y ΔC_2 para 4 resistencias

Así

$$C_2 = 715 \pm 56 nF$$

Referencias

- [1]Griffiths, D. J. & College, R.. (1999). Electrostatics. En Introduction to Electrodynamics(103). USA: Prentice Hall.
- [2]Frank, M.. (febrero 19, 2019). ¿Qué es un capacitor? y sus tipos. mayo 24, 2019, de Ingeniería Mecafenix Sitio web: <https://www.ingmecafenix.com/electronica/el-capacitor/>
- [3]UMA. CARGA Y DESCARGA DE UN CONDENSADOR. mayo 24, 2019, de Universidad de Málaga Departamento de Física Aplicada II Sitio web: http://webpersonal.uma.es/jmpeula/carga_y_descarga.html
- [4]ESCUELA DE INGENIERIA AERONAUTICA Y DEL ESPACIO.. CARGA Y DESCARGA DE UN CONDENSADOR.. Recuperado de: <http://plasmalab.aero.upm.es/practicafisica/LabFisicaII-Files/Informes/Guiones/CargaDescarga.pdf>

4. Conclusiones

4.1. Procedimiento 1

Se logró establecer por medio de un simple montaje , figura 2, el comportamiento del decaimiento de un potencial en un capacitor para dos resistencias de diferente valor. El comportamiento observado es de caracter exponencial tal como muestran las figuras 5 y 6, coincidiendo con lo predicho en la ecuación 6.

Fue posible hallar el Tiempo Característico para el cual el valor de la diferencial de potencial había decaído un factor de $\frac{1}{e}$ de su valor inicial V_0 , a través de las mediciones efectuadas. Esto permitió encontrar tanto valores de resistencias como de capacitores que eran desconocidas en un principio, mostrando la versatilidad de este concepto y el motivo de su definición.

La existencia de una relación entre las capacitancias y su disposición en un circuito, como lo son los capacitores en serie, permitieron encontrar valores de capacitancia desconocidos y muestra su validez teórica y experimental.

4.2. Procedimiento 2

A partir del uso del osciloscopio fue posible medir tiempo de carga y descarga de circuitos RC, los cuales por medios mas convencionales como el mostrado en el procedimiento 1 serian imposibles de obtener correctamente. Esto permitio medir capacitancias con valores mucho menores, mostrando así el poder de esta herramienta.