## Aprendizaje por Diferencias Temporales

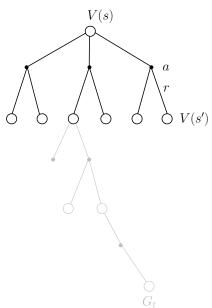
#### Fernando Lozano

Universidad de los Andes

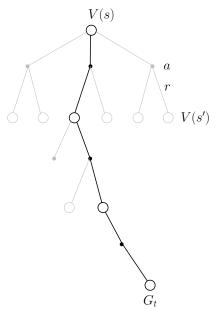
28 de febrero de 2023



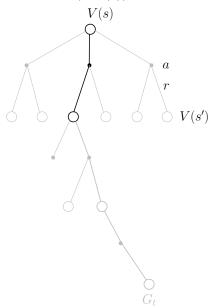
• Programación Dinámica.



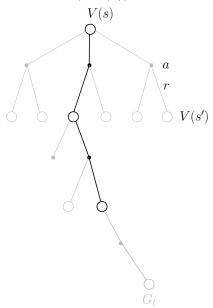
• Monte Carlo.



• Diferencias temporales (TD(0)).



• Diferencias temporales  $(TD(\lambda))$ .



$$V(S_t) \leftarrow V(S_t) + \alpha \left[ G_t - V(s_t) \right]$$

• Actualización de Montecarlo:

$$V(S_t) \leftarrow V(S_t) + \alpha \left[ G_t - V(s_t) \right]$$

▶ mover estimativo  $V(S_t)$  hacia  $G_t$ .

$$V(S_t) \leftarrow V(S_t) + \alpha \left[ G_t - V(s_t) \right]$$

- mover estimativo  $V(S_t)$  hacia  $G_t$ .
- $G_t$  es estimativo de  $v_{\pi}(s) = \mathbb{E}_{\pi} \{G_t \mid S_t = s\}$

$$V(S_t) \leftarrow V(S_t) + \alpha \left[ G_t - V(s_t) \right]$$

- mover estimativo  $V(S_t)$  hacia  $G_t$ .
- $G_t$  es estimativo de  $v_{\pi}(s) = \mathbb{E}_{\pi} \{ G_t \mid S_t = s \}$
- TD: no esperar hasta el final del episodio,

$$V(S_t) \leftarrow V(S_t) + \alpha \left[ \mathbf{G_t} - V(s_t) \right]$$

- mover estimativo  $V(S_t)$  hacia  $G_t$ .
- $G_t$  es estimativo de  $v_{\pi}(s) = \mathbb{E}_{\pi} \{ G_t \mid S_t = s \}$
- TD: no esperar hasta el final del episodio,

$$V(S_t) \leftarrow V(S_t) + \alpha \left[ R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t) \right]$$

• Actualización de Montecarlo:

$$V(S_t) \leftarrow V(S_t) + \alpha \left[ \mathbf{G_t} - V(s_t) \right]$$

- mover estimativo  $V(S_t)$  hacia  $G_t$ .
- $G_t$  es estimativo de  $v_{\pi}(s) = \mathbb{E}_{\pi} \{ G_t \mid S_t = s \}$
- TD: no esperar hasta el final del episodio,

$$V(S_t) \leftarrow V(S_t) + \alpha \left[ R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t) \right]$$

▶ mover estimativo  $V(S_t)$  hacia  $R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1})$ .

$$V(S_t) \leftarrow V(S_t) + \alpha \left[ \mathbf{G_t} - V(s_t) \right]$$

- ▶ mover estimativo  $V(S_t)$  hacia  $G_t$ .
- $G_t$  es estimativo de  $v_{\pi}(s) = \mathbb{E}_{\pi} \{ G_t \mid S_t = s \}$
- TD: no esperar hasta el final del episodio,

$$V(S_t) \leftarrow V(S_t) + \alpha \left[ R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t) \right]$$

- ▶ mover estimativo  $V(S_t)$  hacia  $R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1})$ .
- Estimativo basado en estimativo: bootstrapping

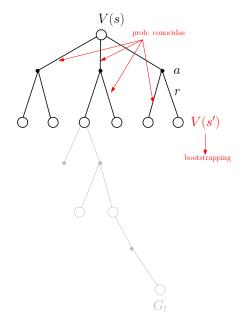
$$V(S_t) \leftarrow V(S_t) + \alpha \left[ \mathbf{G_t} - V(s_t) \right]$$

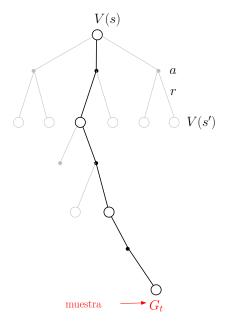
- ▶ mover estimativo  $V(S_t)$  hacia  $G_t$ .
- $G_t$  es estimativo de  $v_{\pi}(s) = \mathbb{E}_{\pi} \{ G_t \mid S_t = s \}$
- TD: no esperar hasta el final del episodio,

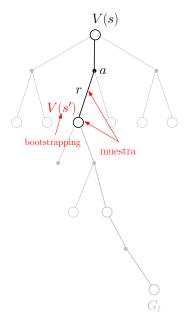
$$V(S_t) \leftarrow V(S_t) + \alpha \left[ R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t) \right]$$

- ▶ mover estimativo  $V(S_t)$  hacia  $R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1})$ .
- Estimativo basado en estimativo: bootstrapping

$$v_{\pi}(s) = \mathbb{E}_{\pi} \{ G_t \mid S_t = s \}$$
  
=  $\mathbb{E}_{\pi} \{ R_{t+1} + \gamma v_{\pi}(S_{t+1}) \mid S_t = s \}$ 







**Require:** Política  $\pi$ , tamaño de paso  $\alpha \in (0,1]$ 

Require: Política  $\pi$ , tamaño de paso  $\alpha \in (0, 1]$ Incialice  $V(s) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ V(s_{\text{terminal}}) = 0$ 

Require: Política 
$$\pi$$
, tamaño de paso  $\alpha \in (0, 1]$   
Incialice  $V(s) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ V(s_{\text{terminal}}) = 0$   
repeat

 $\triangleright$ para cada episodio

Require: Política 
$$\pi$$
, tamaño de paso  $\alpha \in (0,1]$   
Incialice  $V(s) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ V(s_{\text{terminal}}) = 0$   
repeat  $\triangleright p$   
Inicialice  $S$ 

⊳ para cada episodio

```
Require: Política \pi, tamaño de paso \alpha \in (0,1]

Incialice V(s) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ V(s_{\text{terminal}}) = 0

repeat \Rightarrow para cada episodio

Inicialice S

repeat \Rightarrow para cada paso del episodio
```

```
Require: Política \pi, tamaño de paso \alpha \in (0,1]

Incialice V(s) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ V(s_{\text{terminal}}) = 0

repeat \triangleright para cada episodio

Inicialice S

repeat \triangleright para cada paso del episodio

A \leftarrow acción dada por \pi en S
```

```
Require: Política \pi, tamaño de paso \alpha \in (0,1]

Incialice V(s) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ V(s_{\text{terminal}}) = 0

repeat \triangleright para cada episodio

Inicialice S

repeat \triangleright para cada paso del episodio

A \leftarrow acción dada por \pi en S

Tome acción A, observe R, y nuevo estado S'
```

```
 \begin{array}{lll} \textbf{Require:} & \text{Política } \pi, \text{ tamaño de paso } \alpha \in (0,1] \\ & \text{Incialice } V(s) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ V(s_{\text{terminal}}) = 0 \\ & \textbf{repeat} & \rhd \text{ para cada episodio } \\ & \text{Inicialice } S \\ & \textbf{repeat} & \rhd \text{ para cada paso del episodio } \\ & A \leftarrow \text{ acción dada por } \pi \text{ en } S \\ & \text{ Tome acción } A, \text{ observe } R, \text{ y nuevo estado } S' \\ & V(S) \leftarrow V(S) + \alpha \left[ R + \gamma V(S') - V(S) \right] \\ \end{array}
```

```
Require: Política \pi, tamaño de paso \alpha \in (0,1]
Incialice V(s) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ V(s_{\text{terminal}}) = 0
repeat \triangleright para cada episodio
Inicialice S
repeat \triangleright para cada paso del episodio
A \leftarrow acción dada por \pi en S
Tome acción A, observe R, y nuevo estado S'
V(S) \leftarrow V(S) + \alpha \left[R + \gamma V(S') - V(S)\right]
S \leftarrow S'
```

```
Require: Política \pi, tamaño de paso \alpha \in (0,1]
  Incialize V(s) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ V(s_{\text{terminal}}) = 0
  repeat
                                                                  ▶ para cada episodio
       Inicialize S

    para cada paso del episodio

       repeat
           A \leftarrow acción dada por \pi en S
           Tome acción A, observe R, y nuevo estado S'
           V(S) \leftarrow V(S) + \alpha \left[ R + \gamma V(S') - V(S) \right]
           S \leftarrow S'
       until S es terminal
```

```
Require: Política \pi, tamaño de paso \alpha \in (0,1]
  Incialize V(s) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ V(s_{\text{terminal}}) = 0
  repeat
                                                                  ▶ para cada episodio
       Inicialize S

    para cada paso del episodio

       repeat
           A \leftarrow acción dada por \pi en S
           Tome acción A, observe R, y nuevo estado S'
           V(S) \leftarrow V(S) + \alpha \left[ R + \gamma V(S') - V(S) \right]
           S \leftarrow S'
       until S es terminal
   until \infty
```

$$\delta_t = R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t)$$

$$\delta_t = R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t)$$

• Error en estimativo de  $V(S_t)$  disponible en t+1.

$$\delta_t = R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t)$$

- Error en estimativo de  $V(S_t)$  disponible en t+1.
- En términos del error de Montecarlo:

$$\delta_t = R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t)$$

- Error en estimativo de  $V(S_t)$  disponible en t+1.
- En términos del error de Montecarlo:

$$G_t - V(S_t) = R_{t+1} + \gamma G_{t+1} - V(S_t)$$

$$\delta_t = R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t)$$

- Error en estimativo de  $V(S_t)$  disponible en t+1.
- En términos del error de Montecarlo:

$$G_t - V(S_t) = R_{t+1} + \gamma G_{t+1} - V(S_t) + \gamma V(S_{t+1}) - \gamma V(S_{t+1})$$

$$\delta_t = R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t)$$

- Error en estimativo de  $V(S_t)$  disponible en t+1.
- En términos del error de Montecarlo:

$$G_t - V(S_t) = R_{t+1} + \gamma G_{t+1} - V(S_t) + \gamma V(S_{t+1}) - \gamma V(S_{t+1})$$
$$= \delta_t + \gamma (G_{t+1} - V(S_{t+1}))$$

$$\delta_t = R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t)$$

- Error en estimativo de  $V(S_t)$  disponible en t+1.
- En términos del error de Montecarlo:

$$\begin{split} G_t - V(S_t) &= R_{t+1} + \gamma G_{t+1} - V(S_t) + \gamma V(S_{t+1}) - \gamma V(S_{t+1}) \\ &= \delta_t + \gamma (G_{t+1} - V(S_{t+1})) \\ &= \delta_t + \gamma \delta_{t+1} + \gamma^2 (G_{t+2} - V(S_{t+2})) \end{split}$$

$$\delta_t = R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t)$$

- Error en estimativo de  $V(S_t)$  disponible en t+1.
- En términos del error de Montecarlo:

$$\begin{split} G_t - V(S_t) &= R_{t+1} + \gamma G_{t+1} - V(S_t) + \gamma V(S_{t+1}) - \gamma V(S_{t+1}) \\ &= \delta_t + \gamma (G_{t+1} - V(S_{t+1})) \\ &= \delta_t + \gamma \delta_{t+1} + \gamma^2 (G_{t+2} - V(S_{t+2})) \\ &= \delta_t + \gamma \delta_{t+1} + \gamma^2 \delta_{t+2} + \dots + \gamma^{T-t-1} \delta_{T-1} + \gamma^{T-t} (G_T - V(S_T)) \end{split}$$

$$\delta_t = R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t)$$

- Error en estimativo de  $V(S_t)$  disponible en t+1.
- En términos del error de Montecarlo:

$$\begin{split} G_t - V(S_t) &= R_{t+1} + \gamma G_{t+1} - V(S_t) + \gamma V(S_{t+1}) - \gamma V(S_{t+1}) \\ &= \delta_t + \gamma (G_{t+1} - V(S_{t+1})) \\ &= \delta_t + \gamma \delta_{t+1} + \gamma^2 (G_{t+2} - V(S_{t+2})) \\ &= \delta_t + \gamma \delta_{t+1} + \gamma^2 \delta_{t+2} + \dots + \gamma^{T-t-1} \delta_{T-1} + \gamma^{T-t} (G_T - V(S_T)) \\ &= \delta_t + \gamma \delta_{t+1} + \gamma^2 \delta_{t+2} + \dots + \gamma^{T-t-1} \delta_{T-1} + \gamma^{T-t} (0 - 0) \end{split}$$

$$\delta_t = R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t)$$

- Error en estimativo de  $V(S_t)$  disponible en t+1.
- En términos del error de Montecarlo:

$$\begin{split} G_t - V(S_t) &= R_{t+1} + \gamma G_{t+1} - V(S_t) + \gamma V(S_{t+1}) - \gamma V(S_{t+1}) \\ &= \delta_t + \gamma (G_{t+1} - V(S_{t+1})) \\ &= \delta_t + \gamma \delta_{t+1} + \gamma^2 (G_{t+2} - V(S_{t+2})) \\ &= \delta_t + \gamma \delta_{t+1} + \gamma^2 \delta_{t+2} + \dots + \gamma^{T-t-1} \delta_{T-1} + \gamma^{T-t} (G_T - V(S_T)) \\ &= \delta_t + \gamma \delta_{t+1} + \gamma^2 \delta_{t+2} + \dots + \gamma^{T-t-1} \delta_{T-1} + \gamma^{T-t} (0 - 0) \\ &= \sum_{k=t}^{T-1} \gamma^{k-t} \delta_k \end{split}$$

$$\delta_t = R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t)$$

- Error en estimativo de  $V(S_t)$  disponible en t+1.
- En términos del error de Montecarlo:

$$\begin{split} G_t - V(S_t) &= R_{t+1} + \gamma G_{t+1} - V(S_t) + \gamma V(S_{t+1}) - \gamma V(S_{t+1}) \\ &= \delta_t + \gamma (G_{t+1} - V(S_{t+1})) \\ &= \delta_t + \gamma \delta_{t+1} + \gamma^2 (G_{t+2} - V(S_{t+2})) \\ &= \delta_t + \gamma \delta_{t+1} + \gamma^2 \delta_{t+2} + \dots + \gamma^{T-t-1} \delta_{T-1} + \gamma^{T-t} (G_T - V(S_T)) \\ &= \delta_t + \gamma \delta_{t+1} + \gamma^2 \delta_{t+2} + \dots + \gamma^{T-t-1} \delta_{T-1} + \gamma^{T-t} (0 - 0) \\ &= \sum_{k=t}^{T-1} \gamma^{k-t} \delta_k \end{split}$$

 $(si\ V\ no\ cambia\ durante\ el\ episodio)$ 

	$Elapsed\ Time$	Predicted	Predicted
State	(minutes)	Time to Go	$Total\ Time$
leaving office, friday at 6	0	30	30
reach car, raining	5	35	40
exiting highway	20	15	35
2ndary road, behind truck	30	10	40
entering home street	40	3	43
arrive home	43	0	43

State	$Elapsed\ Time\ (minutes)$	Predicted Time to Go	$\begin{array}{c} Predicted \\ Total \ Time \end{array}$
leaving office, friday at 6	0	30	30
reach car, raining	5	35	40
exiting highway	20	15	35
2ndary road, behind truck	30	10	40
entering home street	40	3	43
arrive home	43	0	43

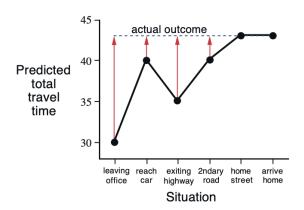
• Recompensa: Tiempo gastado en trayecto.

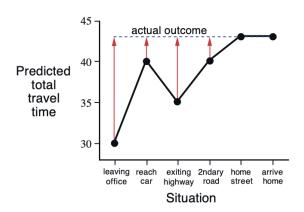
State	$Elapsed\ Time\ (minutes)$	Predicted Time to Go	$\begin{array}{c} Predicted \\ Total \ Time \end{array}$
leaving office, friday at 6	0	30	30
reach car, raining	5	35	40
exiting highway	20	15	35
2ndary road, behind truck	30	10	40
entering home street	40	3	43
arrive home	43	0	43

- Recompensa: Tiempo gastado en trayecto.
- Retorno  $G_t$ : Tiempo real faltante desde estado  $S_t$ .

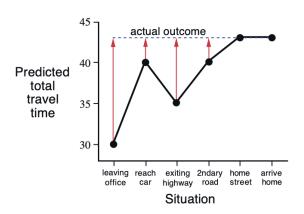
State	$Elapsed\ Time\ (minutes)$	Predicted Time to Go	$\begin{array}{c} Predicted \\ Total \ Time \end{array}$
leaving office, friday at 6	0	30	30
reach car, raining	5	35	40
exiting highway	20	15	35
2ndary road, behind truck	30	10	40
entering home street	40	3	43
arrive home	43	0	43

- Recompensa: Tiempo gastado en trayecto.
- Retorno  $G_t$ : Tiempo real faltante desde estado  $S_t$ .



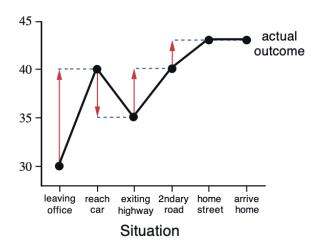


• Actualización de  $\alpha$ -Montecarlo:  $G_t - V(S_t)$  ( $\alpha = 1$ )

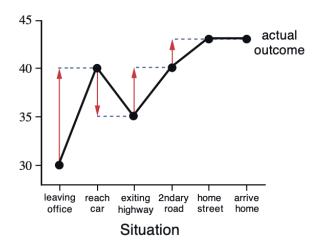


- Actualización de  $\alpha$ -Montecarlo:  $G_t V(S_t)$  ( $\alpha = 1$ )
- Qué cambia si  $\alpha = \frac{1}{2}$ ?

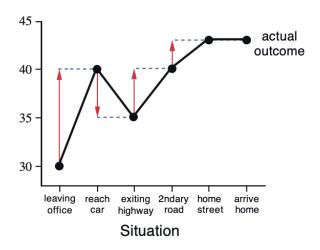




• Actualización de TD(0):  $R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) - V(S_t)$  ( $\alpha = 1$ )



- Actualización de TD(0):  $R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) V(S_t)$   $(\alpha = 1)$
- Error proporcional al cambio en el tiempo de la predicción:  $\delta_t$ .



- Actualización de TD(0):  $R_{t+1} + \gamma V(S_{t+1}) V(S_t)$   $(\alpha = 1)$
- $\bullet$ Error proporcional al cambio en el tiempo de la predicción:  $\delta_t.$
- Qué sucede si cambia parcialmente la ruta?

10 / 26

• No requiere conocimiento del MDP.

- No requiere conocimiento del MDP.
- No espera hasta el final del episodio para actualizar.

- No requiere conocimiento del MDP.
- No espera hasta el final del episodio para actualizar.
- Aplicable en tareas no episódicas o con episodios muy largos.

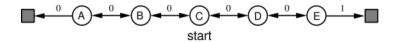
- No requiere conocimiento del MDP.
- No espera hasta el final del episodio para actualizar.
- Aplicable en tareas no episódicas o con episodios muy largos.
- Implementación incremental/en línea.

- No requiere conocimiento del MDP.
- No espera hasta el final del episodio para actualizar.
- Aplicable en tareas no episódicas o con episodios muy largos.
- Implementación incremental/en línea.
- Convergencia (asimptótica) para cualquier política en el caso tabular.

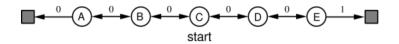
- No requiere conocimiento del MDP.
- No espera hasta el final del episodio para actualizar.
- Aplicable en tareas no episódicas o con episodios muy largos.
- Implementación incremental/en línea.
- Convergencia (asimptótica) para cualquier política en el caso tabular.
- En la práctica convergencia más rápida que MC.



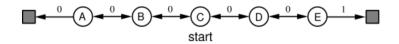




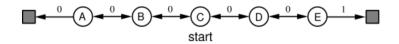
• Markov Reward Process (no hay acciones).



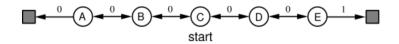
- Markov Reward Process (no hay acciones).
- Comenzando en 0, se mueve a la izquierda o derecha con probabilidad  $\frac{1}{2}$ .



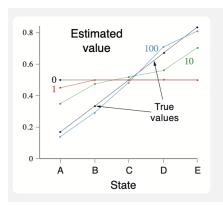
- Markov Reward Process (no hay acciones).
- Comenzando en 0, se mueve a la izquierda o derecha con probabilidad  $\frac{1}{2}$ .
- Recompensa 1 en el estado terminal de la derecha, 0 en otro caso.

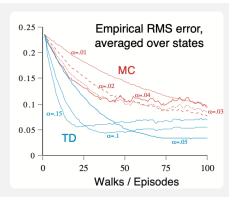


- Markov Reward Process (no hay acciones).
- Comenzando en 0, se mueve a la izquierda o derecha con probabilidad  $\frac{1}{2}$ .
- Recompensa 1 en el estado terminal de la derecha, 0 en otro caso.
- $v_{\pi}(s)$  es igual a



- Markov Reward Process (no hay acciones).
- Comenzando en 0, se mueve a la izquierda o derecha con probabilidad  $\frac{1}{2}$ .
- Recompensa 1 en el estado terminal de la derecha, 0 en otro caso.
- $v_{\pi}(s)$  es igual a la probabilidad de terminar a la derecha.





• Iteración de política generalizada (GPI).

- Iteración de política generalizada (GPI).
- Función de valor de acción  $q_{\pi}(s,a)$  (en lugar de  $v_{\pi}(s)$ ).

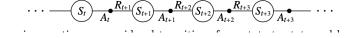
- Iteración de política generalizada (GPI).
- Función de valor de acción  $q_{\pi}(s,a)$  (en lugar de  $v_{\pi}(s)$ ).
- TD para predicción.

- Iteración de política generalizada (GPI).
- Función de valor de acción  $q_{\pi}(s,a)$  (en lugar de  $v_{\pi}(s)$ ).
- TD para predicción.
- Exploración/explotación:

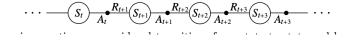
- Iteración de política generalizada (GPI).
- Función de valor de acción  $q_{\pi}(s,a)$  (en lugar de  $v_{\pi}(s)$ ).
- TD para predicción.
- Exploración/explotación: on-policy/off policy.

• Para aprender  $v_{\pi}$  TD(0) usa transiciones de estado a estado.

- Para aprender  $v_{\pi}$  TD(0) usa transiciones de estado a estado.
- Para aprender  $q_{\pi}$  TD(0) usa transiciones entre pares (s, a)



- Para aprender  $v_{\pi}$  TD(0) usa transiciones de estado a estado.
- Para aprender  $q_{\pi}$  TD(0) usa transiciones entre pares (s, a)



$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha \left[ R_{t+1} + \gamma Q(S_{t+1}, A_{t+1}) - Q(S_t, A_t) \right]$$
  
con  $Q(S_{t+1}, A_{t+1}) = 0$  para  $S_{t+1}$  terminal.

Require: Tamaño de paso  $\alpha \in (0,1], \, \epsilon > 0$ 

**Require:** Tamaño de paso  $\alpha \in (0, 1], \epsilon > 0$ Incialice  $Q(s, a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}}, .) = 0$ 

Require: Tamaño de paso  $\alpha \in (0,1], \ \epsilon > 0$ Incialice  $Q(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ \text{con} \ Q(s_{\text{terminal}},.) = 0$ repeat  $\triangleright$  para cada episodio

Require: Tamaño de paso  $\alpha \in (0,1], \epsilon > 0$ Incialice  $Q(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ \text{con} \ Q(s_{\text{terminal}},.) = 0$ repeat  $\triangleright$  para cada episodio Inicialice S

Require: Tamaño de paso  $\alpha \in (0, 1], \epsilon > 0$ Incialice  $Q(s, a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}}, .) = 0$ repeat  $\triangleright$  para cada episodio

Inicialize S

Escoja A de  $\mathcal{A}(S)$ , de acuerdo a Q ( $\epsilon$  – greedy)

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0,1], \epsilon > 0

Incialice Q(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}},.) = 0

repeat \Rightarrow para cada episodio

Inicialice S

Escoja A de \mathcal{A}(S), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)

repeat \Rightarrow para cada paso del episodio
```

```
 \begin{array}{lll} \textbf{Require:} & \text{Tama\~no} \text{ de paso } \alpha \in (0,1], \ \epsilon > 0 \\ & \text{Incialice } Q(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}},.) = 0 \\ & \textbf{repeat} & \rhd \text{ para cada episodio} \\ & \text{Inicialice } S \\ & \text{Escoja } A \text{ de } \mathcal{A}(S), \text{ de acuerdo a } Q \ (\epsilon - \text{greedy}) \\ & \textbf{repeat} & \rhd \text{ para cada paso del episodio} \\ & \text{Tome acci\'on } A, \text{ observe } R, S'. \end{array}
```

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0,1], \epsilon > 0

Incialice Q(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}},.) = 0

repeat \triangleright para cada episodio

Inicialice S

Escoja A de \mathcal{A}(S), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)

repeat \triangleright para cada paso del episodio

Tome acción A, observe R, S'.

Escoja A' de \mathcal{A}(S'), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)
```

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0,1], \epsilon > 0

Incialice Q(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}},.) = 0

repeat \triangleright para cada episodio

Inicialice S

Escoja A de \mathcal{A}(S), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)

repeat \triangleright para cada paso del episodio

Tome acción A, observe R, S'.

Escoja A' de \mathcal{A}(S'), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)

Q(S,A) \leftarrow Q(S,A) + \alpha \left[R + \gamma Q(S',A') - Q(S,A)\right]
```

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0,1], \epsilon > 0

Incialice Q(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, con Q(s_{\text{terminal}},.) = 0

repeat \triangleright para cada episodio

Inicialice S

Escoja A de \mathcal{A}(S), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)

repeat \triangleright para cada paso del episodio

Tome acción A, observe R, S'.

Escoja A' de \mathcal{A}(S'), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)

Q(S,A) \leftarrow Q(S,A) + \alpha \left[R + \gamma Q(S',A') - Q(S,A)\right]
```

 $S \leftarrow S', A \leftarrow A'$ 

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0,1], \epsilon > 0
  Incialize Q(s, a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}}, .) = 0
                                                                     ▶ para cada episodio
  repeat
       Inicialice S
       Escoja A de \mathcal{A}(S), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)
                                                         > para cada paso del episodio
       repeat
            Tome acción A, observe R, S'.
            Escoja A' de \mathcal{A}(S'), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)
            Q(S, A) \leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma Q(S', A') - Q(S, A) \right]
            S \leftarrow S', A \leftarrow A'
       until S es terminal
```

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0,1], \epsilon > 0
  Incialize Q(s, a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}}, .) = 0
                                                                     ▶ para cada episodio
  repeat
       Inicialice S
       Escoja A de \mathcal{A}(S), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)
                                                         > para cada paso del episodio
       repeat
            Tome acción A, observe R, S'.
            Escoja A' de \mathcal{A}(S'), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)
            Q(S, A) \leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma Q(S', A') - Q(S, A) \right]
            S \leftarrow S', A \leftarrow A'
       until S es terminal
   until \infty
```

• En lugar de usar estimativo de Q en el siguiente par estado-acción, usa el mejor valor de Q en ese estado.

• En lugar de usar estimativo de Q en el siguiente par estado-acción, usa el mejor valor de Q en ese estado.

$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha \left[ R_{t+1} + \gamma \max_{a} Q(S_{t+1}, a) - Q(S_t, A_t) \right]$$

• En lugar de usar estimativo de Q en el siguiente par estado-acción, usa el mejor valor de Q en ese estado.

$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha \left[ \underbrace{R_{t+1} + \gamma \max_{a} Q(S_{t+1}, a)}_{q} - Q(S_t, A_t) \right]$$

• Q aproxima directamente  $q_*$ , independientemente de la política que se sigue.

• En lugar de usar estimativo de Q en el siguiente par estado-acción, usa el mejor valor de Q en ese estado.

$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha \left[ R_{t+1} + \gamma \max_{a} Q(S_{t+1}, a) - Q(S_t, A_t) \right]$$

- Q aproxima directamente  $q_*$ , independientemente de la política que se sigue.
- Política determina pares estado-acción visitados y actualizados.

**Require:** Tamaño de paso  $\alpha \in (0,1], \epsilon > 0$ 

**Require:** Tamaño de paso  $\alpha \in (0, 1], \epsilon > 0$ Incialice  $Q(s, a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}}, .) = 0$ 

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0, 1], \epsilon > 0
Incialice Q(s, a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}}, .) = 0
repeat \triangleright para cada episodio
```

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0,1], \epsilon > 0
Incialice Q(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}},.) = 0
repeat \triangleright para cada episodio
Inicialice S
```

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0, 1], \epsilon > 0

Incialice Q(s, a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}}, .) = 0

repeat \triangleright para cada episodio

Inicialice S

repeat \triangleright para cada paso del episodio
```

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0,1], \epsilon > 0

Incialice Q(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ \text{con} \ Q(s_{\text{terminal}},.) = 0

repeat \triangleright para cada episodio

Inicialice S

repeat \triangleright para cada paso del episodio

Escoja A de \mathcal{A}(S), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)
```

```
 \begin{array}{lll} \textbf{Require:} & \text{Tama\~no} \text{ de paso } \alpha \in (0,1], \ \epsilon > 0 \\ & \text{Incialice } Q(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}},.) = 0 \\ & \textbf{repeat} & \rhd \text{ para cada episodio} \\ & \text{Inicialice } S \\ & \textbf{repeat} & \rhd \text{ para cada paso del episodio} \\ & \text{Escoja } A \text{ de } \mathcal{A}(S), \text{ de acuerdo a } Q \ (\epsilon - \text{greedy}) \\ & \text{Tome acci\'on } A, \text{ observe } R, S'. \end{array}
```

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0,1], \epsilon > 0

Incialice Q(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}},.) = 0

repeat \Rightarrow para cada episodio

Inicialice S

repeat \Rightarrow para cada paso del episodio

Escoja A de \mathcal{A}(S), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)

Tome acción A, observe R, S'.

Q(S,A) \leftarrow Q(S,A) + \alpha [R + \gamma \max_a Q(S',a) - Q(S,A)]
```

```
 \begin{array}{lll} \textbf{Require:} & \operatorname{Tama\~no} \ \operatorname{de} \ \operatorname{paso} \ \alpha \in (0,1], \ \epsilon > 0 \\ & \operatorname{Incialice} \ Q(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ \operatorname{con} \ Q(s_{\operatorname{terminal}},.) = 0 \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \operatorname{para} \ \operatorname{cada} \ \operatorname{episodio} \\ & \operatorname{Inicialice} \ S \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \operatorname{para} \ \operatorname{cada} \ \operatorname{paso} \ \operatorname{del} \ \operatorname{episodio} \\ & \operatorname{Escoja} \ A \ \operatorname{de} \ \mathcal{A}(S), \ \operatorname{de} \ \operatorname{acuerdo} \ \operatorname{a} \ Q \ (\epsilon - \operatorname{greedy}) \\ & \operatorname{Tome} \ \operatorname{acci\'on} \ A, \ \operatorname{observe} \ R, \ S'. \\ & Q(S,A) \leftarrow Q(S,A) + \alpha \left[R + \gamma \operatorname{m\'ax}_a Q(S',a) - Q(S,A) \right] \\ & S \leftarrow S' \\ \end{array}
```

```
 \begin{array}{lll} \textbf{Require:} & \text{Tama\~no} \text{ de paso } \alpha \in (0,1], \ \epsilon > 0 \\ & \text{Incialice } Q(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ \text{con } Q(s_{\text{terminal}},.) = 0 \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \text{para cada episodio} \\ & \text{Inicialice } S \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \text{para cada paso del episodio} \\ & \text{Escoja } A \ \text{de } \mathcal{A}(S), \ \text{de acuerdo a } Q \ (\epsilon - \text{greedy}) \\ & \text{Tome acci\'on } A, \ \text{observe } R, \ S'. \\ & Q(S,A) \leftarrow Q(S,A) + \alpha \left[R + \gamma \max_a Q(S',a) - Q(S,A)\right] \\ & S \leftarrow S' \\ & \textbf{until } S \ \text{es terminal} \\ \end{array}
```

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0,1], \epsilon > 0
  Incialize Q(s, a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q(s_{\text{terminal}}, .) = 0
  repeat
                                                                     ▶ para cada episodio
       Inicialize S

    para cada paso del episodio

       repeat
            Escoja A de \mathcal{A}(S), de acuerdo a Q (\epsilon – greedy)
            Tome acción A, observe R, S'.
            Q(S, A) \leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma \max_{a} Q(S', a) - Q(S, A) \right]
            S \leftarrow S'
       until S es terminal
   until \infty
```

• Suponga que se usa política  $\pi$  para comportamiento.

- Suponga que se usa política  $\pi$  para comportamiento.
- SARSA:

$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha \left[ R_{t+1} + \gamma Q(S_{t+1}, \underbrace{A_{t+1}}_{\pi}) - Q(S_t, A_t) \right]$$

- Suponga que se usa política  $\pi$  para comportamiento.
- SARSA:

$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha \left[ R_{t+1} + \gamma Q(S_{t+1}, \underbrace{A_{t+1}}_{\pi}) - Q(S_t, A_t) \right]$$

• Q-Learning:

$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha \left[ R_{t+1} + \gamma \max_{a} Q(S_{t+1}, \underbrace{a}_{\sim \pi_* \neq \pi}) - Q(S_t, A_t) \right]$$

## On-Policy vs. Off-Policy

- Suponga que se usa política  $\pi$  para comportamiento.
- SARSA:

$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha \left[ R_{t+1} + \gamma Q(S_{t+1}, \underbrace{A_{t+1}}_{\pi}) - Q(S_t, A_t) \right]$$

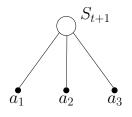
• Q-Learning:

$$Q(S_t, A_t) \leftarrow Q(S_t, A_t) + \alpha \left[ R_{t+1} + \gamma \max_{a} Q(S_{t+1}, \underbrace{a}_{\sim \pi_* \neq \pi}) - Q(S_t, A_t) \right]$$

• Q-Learning: cualquier  $\pi$  que explore frecuentemente todos los pares (s, a).

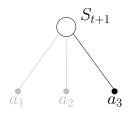
Muestreo por importancia?

# Muestreo por importancia?

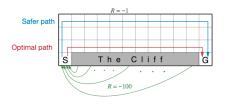


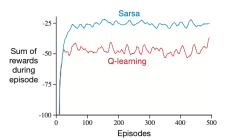
$$\mathbb{E}_{\pi} \left\{ G_{t+1} \mid S_{t+1} \right\} = \sum_{a} \pi(a \mid S_{t+1}) Q(S_{t+1}, a)$$

# Muestreo por importancia?



$$\mathbb{E}_{\pi} \left\{ G_{t+1} \mid S_{t+1} \right\} = \sum_{a} \pi(a \mid S_{t+1}) Q(S_{t+1}, a) = \max_{a} Q(S_{t+1}, a)$$





• SARSA:

$$Q(S, A) \leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma Q(S', A') - Q(S, A) \right]$$

• SARSA:

$$Q(S, A) \leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma Q(S', A') - Q(S, A) \right]$$

• Usar valor esperado con respecto a la política:

$$Q(S, A) \leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma \mathbb{E}_{\pi} \left\{ Q(S', A') \mid S' \right\} - Q(S, A) \right]$$

• SARSA:

$$Q(S, A) \leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma Q(S', A') - Q(S, A) \right]$$

• Usar valor esperado con respecto a la política:

$$Q(S, A) \leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma \mathbb{E}_{\pi} \left\{ Q(S', A') \mid S' \right\} - Q(S, A) \right]$$

$$\leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma \sum_{a \in \mathcal{A}(S')} \pi(a \mid S') Q(S', a) - Q(S, A) \right]$$

• SARSA:

$$Q(S, A) \leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma Q(S', A') - Q(S, A) \right]$$

• Usar valor esperado con respecto a la política:

$$Q(S, A) \leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma \mathbb{E}_{\pi} \left\{ Q(S', A') \mid S' \right\} - Q(S, A) \right]$$

$$\leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma \sum_{a \in \mathcal{A}(S')} \pi(a \mid S') Q(S', a) - Q(S, A) \right]$$

• Actualización es determinística dado el siguiente estado S'.

• SARSA:

$$Q(S, A) \leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma Q(S', A') - Q(S, A) \right]$$

• Usar valor esperado con respecto a la política:

$$Q(S, A) \leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma \mathbb{E}_{\pi} \left\{ Q(S', A') \mid S' \right\} - Q(S, A) \right]$$

$$\leftarrow Q(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma \sum_{a \in \mathcal{A}(S')} \pi(a \mid S') Q(S', a) - Q(S, A) \right]$$

- Actualización es determinística dado el siguiente estado S'.
- Elimina varianza debida a selección de acción en S'.

◆□▶ ◆□▶ ◆■▶ ◆■▶ ■ める○

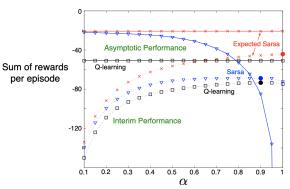


Figure 6.3: Interim and asymptotic performance of TD control methods on the cliff-walking task as a function of  $\alpha$ . All algorithms used an  $\varepsilon$ -greedy policy with  $\varepsilon = 0.1$ . Asymptotic performance is an average over 100,000 episodes whereas interim performance is an average over the first 100 episodes. These data are averages of over 50,000 and 10 runs for the interim and asymptotic cases respectively. The solid circles mark the best interim performance of each method. Adapted from van Seijen et al. (2009).

• Algoritmos de TD usan maximización sobre acciones en un estado:

- Algoritmos de TD usan maximización sobre acciones en un estado:
  - Q-Learning actualiza usando maximización sobre acciones.

- Algoritmos de TD usan maximización sobre acciones en un estado:
  - Q-Learning actualiza usando maximización sobre acciones.
  - ▶ Selección de acción  $\epsilon$  greedy.

- Algoritmos de TD usan maximización sobre acciones en un estado:
  - ▶ Q-Learning actualiza usando maximización sobre acciones.
  - ▶ Selección de acción  $\epsilon$  greedy.
- Se usa Máximo sobre estimativos como Estimativo del máximo ⇒ Sesgo de maximización.

- Algoritmos de TD usan maximización sobre acciones en un estado:
  - Q-Learning actualiza usando maximización sobre acciones.
  - ▶ Selección de acción  $\epsilon$  greedy.
- Se usa Máximo sobre estimativos como Estimativo del máximo ⇒ Sesgo de maximización.

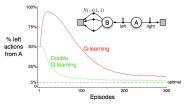


Figure 6.5: Comparison of Q-learning and Double Q-learning on a simple episodic MDP (shown inset). Q-learning initially learns to take the left action much more often than the right action, and always takes it significantly more often than the 5% minimum probability enforced by maximization below the e-greedy action selection with  $\varepsilon$  = 0.1. In contrast, Double Q-learning is essentially unaffected by maximization bias. These data are averaged over 10,000 runs. The initial action-value estimates were zero. Any ties in e-greedy action selection were broken randomly.

 $\bullet$  Considere un Multiarmed-Bandit con valores q(a)

- ullet Considere un Multiarmed-Bandit con valores q(a)
- Idea:
  - ▶ Mantener 2 estimativos independientes de q(a),  $Q_1(a)$ ,  $Q_2(a)$   $\forall a \in \mathcal{A}$ .

- $\bullet$  Considere un Multiarmed-Bandit con valores q(a)
- Idea:
  - ▶ Mantener 2 estimativos independientes de q(a),  $Q_1(a)$ ,  $Q_2(a)$  $\forall a \in \mathcal{A}$ .
  - Usar Q<sub>1</sub> para maximizar, Q<sub>2</sub> para estimar valor de acción resultante:

- Considere un Multiarmed-Bandit con valores q(a)
- Idea:
  - ▶ Mantener 2 estimativos independientes de q(a),  $Q_1(a)$ ,  $Q_2(a)$  $\forall a \in \mathcal{A}$ .
  - Usar Q<sub>1</sub> para maximizar, Q<sub>2</sub> para estimar valor de acción resultante:

$$A^* = \arg \max Q_1(a)$$
 
$$Q_2(A^*) = Q_2(\arg \max Q_1(a))$$

- ullet Considere un Multiarmed-Bandit con valores q(a)
- Idea:
  - ▶ Mantener 2 estimativos independientes de q(a),  $Q_1(a)$ ,  $Q_2(a)$   $\forall a \in \mathcal{A}$ .
  - Usar Q<sub>1</sub> para maximizar, Q<sub>2</sub> para estimar valor de acción resultante:

$$A^* = \arg \max Q_1(a)$$
$$Q_2(A^*) = Q_2(\arg \max Q_1(a))$$

► Tenemos  $\mathbb{E}[Q_2(A^*)] = q(A^*)$ 

- Considere un Multiarmed-Bandit con valores q(a)
- Idea:
  - ▶ Mantener 2 estimativos independientes de q(a),  $Q_1(a)$ ,  $Q_2(a)$   $\forall a \in \mathcal{A}$ .
  - Usar Q<sub>1</sub> para maximizar, Q<sub>2</sub> para estimar valor de acción resultante:

$$A^* = \arg \max Q_1(a)$$
$$Q_2(A^*) = Q_2(\arg \max Q_1(a))$$

- ► Tenemos  $\mathbb{E}[Q_2(A^*)] = q(A^*)$
- Intercambiar  $Q_1$  y  $Q_2$ .

Require: Tamaño de paso  $\alpha \in (0,1],\, \epsilon > 0$ 

Require: Tamaño de paso  $\alpha \in (0,1], \epsilon > 0$ Incialice  $Q_1(s,a), Q_2(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q_{1,2}(s_{\text{terminal}},.) = 0$ 

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0,1], \ \epsilon > 0

Incialice Q_1(s,a), Q_2(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ \text{con} \ Q_{1,2}(s_{\text{terminal}},.) = 0

repeat \triangleright para cada episodio

Inicialice S
```

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0,1], \epsilon > 0

Incialice Q_1(s,a), Q_2(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q_{1,2}(s_{\text{terminal}}, \cdot) = 0

repeat \triangleright para cada episodio

Inicialice S

repeat \triangleright para cada paso del episodio
```

```
Require: Tamaño de paso \alpha \in (0,1], \epsilon > 0

Incialice Q_1(s,a), Q_2(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q_{1,2}(s_{\text{terminal}},.) = 0

repeat \triangleright para cada episodio

Inicialice S

repeat \triangleright para cada paso del episodio

Escoja A de \mathcal{A}(S), de acuerdo a Q_1 + Q_2 (\epsilon – greedy)
```

```
 \begin{array}{lll} \textbf{Require:} \ \ & \text{Tama\~no} \ \text{de paso} \ \alpha \in (0,1], \ \epsilon > 0 \\ & \text{Incialice} \ Q_1(s,a), Q_2(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ \text{con} \ Q_{1,2}(s_{\text{terminal}},.) = 0 \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \text{para cada episodio} \\ & \text{Inicialice} \ S \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \text{para cada paso del episodio} \\ & \text{Escoja} \ A \ \text{de} \ \mathcal{A}(S), \ \text{de acuerdo a} \ Q_1 + Q_2 \ (\epsilon - \text{greedy}) \\ & \text{Tome acci\'on} \ A, \ \text{observe} \ R, \ S'. \end{array}
```

```
 \begin{array}{lll} \textbf{Require:} & \text{Tama\~no} \text{ de paso } \alpha \in (0,1], \ \epsilon > 0 \\ & \text{Incialice } Q_1(s,a), Q_2(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ \text{con } Q_{1,2}(s_{\text{terminal}},.) = 0 \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \text{para cada episodio} \\ & \text{Inicialice } S \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \text{para cada paso del episodio} \\ & \text{Escoja } A \ \text{de } \mathcal{A}(S), \ \text{de acuerdo a } Q_1 + Q_2 \ (\epsilon - \text{greedy}) \\ & \text{Tome acci\'on } A, \ \text{observe } R, \ S'. \\ & \text{Lanzar moneda} \\ & \textbf{if Cara then} \\ \end{array}
```

Tome acción A, observe R, S'.

Lanzar moneda

if Cara then

$$Q_1(S, A) \leftarrow Q_1(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma Q_2(S', \arg \max_a Q_1(S', a)) - Q_1(S, A) \right]$$

**Require:** Tamaño de paso  $\alpha \in (0,1], \epsilon > 0$ 

Incialize 
$$Q_1(s, a), Q_2(s, a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \text{ con } Q_{1,2}(s_{\text{terminal}}, .) = 0$$

repeat ▷ para cada episodio

Inicialize S

repeat ▷ para cada paso del episodio

Escoja A de  $\mathcal{A}(S)$ , de acuerdo a  $Q_1 + Q_2$  ( $\epsilon$  – greedy)

Tome acción A, observe R, S'.

Lanzar moneda

if Cara then

$$Q_1(S,A) \leftarrow Q_1(S,A) + \alpha \left[ R + \gamma Q_2(S', \arg\max_a Q_1(S',a)) - Q_1(S,A) \right]$$
 else

$$Q_2(S, A) \leftarrow Q_2(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma Q_1(S', \arg \max_a Q_2(S', a)) - Q_2(S, A) \right]$$

 $\begin{array}{lll} \textbf{Require:} & \text{Tama\~no} \text{ de paso } \alpha \in (0,1], \ \epsilon > 0 \\ & \text{Incialice } Q_1(s,a), Q_2(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ \text{con } Q_{1,2}(s_{\text{terminal}},.) = 0 \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \text{para cada episodio} \\ & \text{Inicialice } S \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \text{para cada paso del episodio} \\ & \text{Escoja } A \ \text{de } \mathcal{A}(S), \ \text{de acuerdo a } Q_1 + Q_2 \ (\epsilon - \text{greedy}) \\ & \text{Tome acci\'on } A, \ \text{observe } R, \ S'. \\ & \text{Lanzar moneda} \\ & \textbf{if Cara then} \\ \end{array}$ 

$$Q_1(S,A) \leftarrow Q_1(S,A) + \alpha \left[ R + \gamma Q_2(S', \arg\max_a Q_1(S',a)) - Q_1(S,A) \right]$$
else

$$\begin{aligned} Q_2(S,A) \leftarrow Q_2(S,A) + \alpha \left[ R + \gamma Q_1(S',\arg\max_a Q_2(S',a)) - Q_2(S,A) \right] \\ & \quad \textbf{end if} \\ & \quad S \leftarrow S' \end{aligned}$$

```
 \begin{array}{lll} \textbf{Require:} & \text{Tama\~no} \text{ de paso } \alpha \in (0,1], \ \epsilon > 0 \\ & \text{Incialice } Q_1(s,a), Q_2(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ \text{con } Q_{1,2}(s_{\text{terminal}},.) = 0 \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \text{para cada episodio} \\ & \text{Inicialice } S \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \text{para cada paso del episodio} \\ & \text{Escoja } A \ \text{de } \mathcal{A}(S), \ \text{de acuerdo a } Q_1 + Q_2 \ (\epsilon - \text{greedy}) \\ & \text{Tome acci\'on } A, \ \text{observe } R, \ S'. \\ & \text{Lanzar moneda} \\ & \textbf{if Cara then} \\ \end{array}
```

$$Q_1(S,A) \leftarrow Q_1(S,A) + \alpha \left[ R + \gamma Q_2(S', \arg\max_a Q_1(S',a)) - Q_1(S,A) \right]$$
else

$$Q_2(S,A) \leftarrow Q_2(S,A) + \alpha \left[ R + \gamma Q_1(S', \arg \max_a Q_2(S',a)) - Q_2(S,A) \right]$$
end if
$$S \leftarrow S'$$

**until** S es terminal

```
 \begin{array}{lll} \textbf{Require:} & \text{Tama\~no} \text{ de paso } \alpha \in (0,1], \ \epsilon > 0 \\ & \text{Incialice } Q_1(s,a), Q_2(s,a) \ \forall s \in \mathcal{S}^+, \ \text{con } Q_{1,2}(s_{\text{terminal}},.) = 0 \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \text{para cada episodio} \\ & \text{Inicialice } S \\ & \textbf{repeat} & \rhd \ \text{para cada paso del episodio} \\ & \text{Escoja } A \ \text{de } \mathcal{A}(S), \ \text{de acuerdo a } Q_1 + Q_2 \ (\epsilon - \text{greedy}) \\ & \text{Tome acci\'on } A, \ \text{observe } R, \ S'. \\ & \text{Lanzar moneda} \\ & \textbf{if Cara then} \\ \end{array}
```

$$Q_1(S, A) \leftarrow Q_1(S, A) + \alpha \left[ R + \gamma Q_2(S', \arg \max_a Q_1(S', a)) - Q_1(S, A) \right]$$
 else

$$\begin{aligned} Q_2(S,A) \leftarrow Q_2(S,A) + \alpha \left[ R + \gamma Q_1(S', \arg\max_a Q_2(S',a)) - Q_2(S,A) \right] \\ & \quad \text{end if} \\ S \leftarrow S' \end{aligned}$$

**until** S es terminal

until  $\infty$