

**Profesores:** Daniel Espinoza

**Semestre:** Primavera 2019

# IN7610

## Optimización Lineal Entera Mixta: Práctica, Experimentación y Técnicas Avanzadas

Entrega 20 Diciembre 2019 23:59 vía U-cursos

## Examen

### P1.- SAA en la práctica

Considere el problema del *news vendor* multi-producto. Donde cada producto  $p \in \{1, \dots, 5\}$  tiene asociado:

- un multiplicador de peso  $w_p > 0$ .
- un multiplicador de volumen  $v_p > 0$ .
- un precio de venta  $c_p^y$ .
- un precio de compra  $c_p^x$ , donde  $c_p^y > c_p^x$ .
- una demanda  $\hat{d}_p \approx (\mathcal{N}(\mu_p^1, \sigma_p^1) + \mathcal{N}(\mu_p^2, \sigma_p^2))_+$ .

Donde  $x \approx (A)_+$  significa que  $x \approx A$  condicional a que  $x > 0$ . Lo que se puede samplear sampleando  $A$ , eliminando realizaciones negativas, hasta alcanzar el tamaño de muestra deseado.

Suponga que  $w_p \approx (\mathcal{N}(3, 1))_+$ , que  $v_p \approx (\mathcal{N}(3, 1))_+$ , y que su bodega tiene una capacidad de volumen y de peso de  $14 \cdot \mathbb{E}(\sum \hat{d}_p : p \in \{1, \dots, 5\})$  unidades.

Suponga también que  $\mu_p^1, \mu_p^2 \approx (\mathcal{N}(2, 1))_+$ , que  $\sigma_p^1, \sigma_p^2 \approx (\mathcal{N}(1, 2))_+$ , que  $c_p^x \approx (\mathcal{N}(1, 1))_+$ , que  $c_p^y - c_p^x \approx (\mathcal{N}(1, 1))_+$ .

El proposito de esta pregunta es ver, computacionalmente, la convergencia del método de *Sampled Average Approximation* cuando se usan medidas de riesgo coherentes como objetivo y/o restricciones.

1. Minimize  $\text{CVaR}_\alpha(\text{perdidas})$  para  $\alpha \in \{0,01,0,10,0,25,0,50,0,75,0,95\}$ , y para dos niveles de in-sample, out-sample y repeticiones  $N_1, N_2, M$  dados, compute el intervalo de confianza del gap estocastico para el problema. Uno de los niveles debe asegurar un gap estocastico del 1 % para  $\text{CVaR}_{0,95}$  y el otro un gap estocastico de 5 % para  $\text{CVaR}_{0,95}$ .
2. Llame  $z_\alpha$  el valor óptimo obtenido para cada problema anterior. Resuelva el problema estocástico de optimizar el valor esperado de retorno para el mismo problema anterior, pero bajo las restricciones adicionales de  $\text{CVaR}_\alpha(\text{perdidas}) \leq z_\alpha + 0,1 \cdot \max\{|z_\alpha|, 1\}$  para  $\alpha \in \{0,25,0,50,0,75\}$ . Busque  $N_1, N_2, M$  que resulten en un gap estocástico de menos del 2 %.

## P2.- Subtour Polytope y el TSP

El objetivo es resolver TSPs usando la formulación de sub-tours. Para ello suponga que sus ciudades estan en el plano de una grilla de 100x100, y que las posiciones de sus ciudades estan en posiciones enteras de la grilla.

1. Usando *lazy-constraints* para agregar las restricciones de sub-tour, programe un cut-callback que agregue al menos una de las restricciones más violadas.
2. Programe un heuristic-callback que resuelva un sub-mip que haga lo siguiente:
  - a) Obtener  $x^*$  la solución fraccionaria al problema.
  - b) Si  $x^*$  es entero, retornar esa solución.
  - c) Todo  $e \in E : x_e^* > 0,95$  fijarlo en uno.
  - d) Si no hay ningun arco con valor mayor a 0.95, escoger uno con probabilidad proporcional al valor fraccionario.
  - e) Re-resolver el LP (con sub-toures) resultante.
  - f) Si el LP es infactible (o el valor esta por sobre la mejor solución encontrada hasta ahora) detener la heurística.
  - g) Volver al punto dos del loop.
3. Comparar el programa resultante con el ejemplo de TSP que viene con gurobi (note que para esto debe ejecutar ambos códigos en al menos 20 instancias de distintos tamaños, con al menos quince ciudades).
4. Proponga tres mejoras a los esquemas anteriores, y mida el impacto de ellas.

## **Reglas del Juego:**

La tarea debe ser un Jupyter Notebook con comentarios, analysis de resultados y formulaciones en  $\text{\LaTeX}$ . Los grupos son de hasta tres personas. La entrega es el Viernes 20 de Diciembre a las 23:59.

Cada grupo debe entregar una pregunta, en caso que entreguen dos, la nota de la pregunta con peor nota, reemplazara la nota de la peor tarea.